

## Posudek doktorské disertační práce

### RNDr. Pavel Vaněček: Odhady v autoregresních modelech s náhodnými koeficienty

Předložená práce se zabývá studiem odhadů neznámých parametrů v lineárních autoregresních modelech, kde parametry autoregrese jsou popsány jako náhodné veličiny stejně rozdělené a navzájem nezávislé a rovněž nezávislé na šumu vstupujícího do modelu. Práce se nejdříve velice podrobně věnuje studiu nejjednoduššího modelu, tedy modelu 1. řádu, kde neznámými parametry jsou střední hodnota a rozptyl náhodného koeficientu autoregrese a rozptyl šumové složky. Autor zobecňuje autoregresní model o obecnější popis šumové složky, a to ve formě silně stacionárních a ergodických martingalových diferencí s konečným rozptylem. Pro odhady neznámých parametrů modelu jsou uvažovány základní tři typy odhadů: odhad založený na metodě nejmenších čtverců, odhad odvozený od principu quasi-maximální věrohodnosti a odhad založený na vážených nejmenších čtvercích. Zobecněním těchto odhadů je z literatury převzatý odhad založený na tzv. generující funkci, jejíž volba je též v práci studována. Pro tento typ odhadu je dokázána silná konzistence a asymptotická normalita. Je též odvozena i rychlost konvergence dokázaná za předpokladu lipschitzovského chování trajektorií časové řady. Rychlost konvergence není příliš velká, jak dokazuje i podrobná simulační studie srovnávající uvažované typy odhadů. Na základě simulací lze říci, že nejlepší přiblížení ke skutečné hodnotě parametru vykazuje odhad založený na vážených nejmenších čtvercích.

V další kapitole je uvažováno zobecnění modelu na model vyššího řádu autoregrese. Je opět studován odhad založený na generující funkci a dokázána jeho silná konzistence a asymptotická normalita. Též je studován i problém optimálního odhadu v závislosti na volbě generující funkce a je dokázáno že z hlediska asymptotické kovarianční matice je odhad založený na vážených nejmenších čtvercích optimální. Výsledky jsou doplněny taktéž simulační studií.

Dále je v práci studován autoregresní vícerozměrný model prvního řádu se šumovou složkou založenou na martingalových diferencích. Je dokázáno s použitím výsledků z literatury, že existuje silně stacionární a ergodické řešení vícerozměrné diferenční rovnice za určitých podmínek stacionarity (chování vlastních čísel středních hodnot náhodných matic definujících model). Tento výsledek v sobě obsahuje i výše uvedené typy autoregresních modelů. Dále je navržen a vyšetřován odhad parametrů modelu založený na generující funkci s analogickými výsledky jako u předchozích modelů. Tato část je uzavřena simulační studií, která porovnává odhady hustot pravděpodobnosti náhodných koeficientů ve dvourozměrném případě při použití dvou typů odhadů.

Poslední kapitola se skládá jednak z definic a výsledků, které jsou převzaty z literatury a použity v práci a dále ze zdrojového programu pro simulování uvažovaných časových řad a pro výpočet studovaných odhadů.

Práce je napsána v angličtině, velice srozumitelně, pečlivě a přehledně pouze s několika drobnými překlepy. Je nutno hlavně vyzdvihnout aktuálnost práce, téma s náhodnými koeficienty je v posledních deseti letech intenzivně studováno a výsledky práce rozšiřují znalosti v této oblasti časových řad, která má vhodné uplatnění hlavně v ekonometrii. Je nutno též zdůraznit, že model šumu uvažovaný v práci obsahuje v sobě velice populární ARCH a GARCH modely. Získané výsledky by měly být co nejrychleji publikovány.

Pro ještě lepší orientaci v práci by bylo v hodné u méně známých definic (např. definice pojmu *near—epoche* či zavedení operátorů *vec* a *vech* ) se odkázat na zdroj či na doplněk Pomocné výsledky. Při simulování autoregresních časových řad s náhodnými koeficienty jsou vlastně možné dva přístupy. Jeden (on-line) vygeneruje autoregresní koeficient pro nejnovější hodnotu řady s tím, že autoregresní koeficienty u starších pozorování již nemění. Druhý přístup (off-line) vždycky vygeneruje všechny autoregresní koeficienty v modelu znovu, tedy např. u modelu druhého řádu celou dvojici. Jaký přístup byl použit v simulacích? Další otázka se týká možného využití studovaných odhadů v predikci takovýchto časových řad.

Protože autor jednoznačně splnil touto prací požadavky kladené na doktorskou disertační práci, práci doporučuji k obhajobě.

V Praze 7.12.2007

RNDr. Jiří Michálek, CSc

