Oponentský posudek na práci

Mgr. Pavla Vaněčka

Odhady v autoregresních modelech s náhodnými koeficienty

Předložená práce je věnována autoregresním modelům s náhodnými koeficienty (RCA). Nejdříve je čtenář uveden do studované problematiky a seznámen s modely, které s modelem RCA souvisejí. Jsou jeho zvláštním případem či zobecněním. V práci jsou uvedeny modely ARCH, CHARMA, ARMA-ARCH a AR-ARCH. Úvod také představuje základní předpoklady na uvažovaný model RCA, za kterých autor odvozuje předložené výsledky.

Studie je zahájena modelem RCA(1). Jsou shrnuty známé výsledky, které předpokládají chybu jako i.i.d. proces. Uvažují se tři typy statistických odhadů pro neznámé koeficienty modelu, tj. pro β, σ_B^2 a σ^2. Diskutovány jsou odhad metodou nejmenších čtverců (LS), odhad metodou vážených nejmenších čtverců (WLS) a odhad $\hat{\beta}(\phi)$, který je jejich zobecněním.

Autor uvolňuje předpoklad na chyby modelu. Vyžaduje pouze, že chyby jsou ergodická a striktně stacionární posloupnost martingalových diferencí. Za tohoto předpokladu ukazuje silnou konzistenci a asymptotickou normalitu funkcionálního odhadu (Theorem 2.2.). Dále navrhuje konzistentní odhad pro asymptotický rozptyl tohoto odhadu (Theorem 2.3.). Pokud (B_t, Y_t), $t \in Z$ tvoří α-mixing a za předpokladu omezenosti A8, A9 je pro funkce splňující Lipschitzovskou podmínku (2.28) v práci ukázán odhad Berryova-Esseenova typu (Theorem 2.8.).

Teoretické porovnání odhadu je podpořeno simulační studií v kapitole 2.4.3. Studie porovnává odhady LS, WLS a $\hat{\beta}(\frac{x}{1+x^2})$.

Kapitola 3 pojednává o RCA(p) pro $p > 1$. Autor opět uvolňuje i.i.d. předpoklad pro chyby modelu. Vyžaduje, aby B_t, $t \in Z$ byly i.i.d. a nezávislé s Y_t, $t \in Z$. Dále, Y_t, $t \in Z$ musí být ergodická a striktně stacionární posloupnost martingalových diferencí. Za tohoto předpokladu je v práci ukázána konzistence a asymptotická normalita funkcionálního odhadu (Theorem 3.1.). Dále navrhuje konzistentní odhad pro asymptotický rozptyl tohoto odhadu (Theorem 3.2.). V kapitole 3.2.2 je nalezen optimální funkcionální odhad. Teoretické výsledky jsou podpořeny simulační studií v kapitole 3.3. Studie porovnává odhady LS a $\hat{\beta}(\frac{z}{1+z'z})$.

Kapitola 4 studuje vektorový RCA(1) model, který přirozeně zahrnuje RCA(p) pro $p \geq 1$. Předpoklady jsou obdobné jako v předchozích kapitolách. B_t, $t \in Z$ jsou i.i.d. a nezávislé s Y_t, $t \in Z$. Dále, Y_t, $t \in Z$ musí být ergodická a striktně stacionární posloupnost martingalových diferencí. Za tohoto předpokladu je v práci ukázána existence tohoto procesu (Theorem 4.1.). Tedy i existenci reálného procesu RCA(p). Dále je v práci ukázána konzistence a asymptotická normalita funkcionálního odhadu (Theorem 4.2.). Dále je navržen konzistentní odhad pro asymptotický rozptyl tohoto odhadu (Theorem 4.4.). V kapitole 4.2.2 je diskutována dolní hranice pro asymptotický rozptyl odhadů. Je však konstatováno, že optimální funkcionální odhad existovat nemusí. Teoretické výsledky jsou podpořeny simulační studií v kapitole 4.3. Studie porovnává odhady LS a $\widehat{\beta}(\frac{z}{1+z'z})$.

Práce má kompaktní formu, přehledně a vyčerpávajícím způsobem diskutuje zvolené téma. Nalezl jsem v ní pouze několik překlepů a nejasností:

1. V Definici 2.1. chybí požadavek stacionarity procesu X.
2. Na straně 13 jsou nejasné úvahy mezi formulemi (2.4) a (2.5).
3. Na straně 15 za formulí (2.7) chybí připomenutí významu u_t.
4. Konzistence odhadu $\widehat{\sigma}^2_B(\psi]$ a $\widehat{\sigma}^2(\psi|$ by si na straně 25 zasloužila formulaci ve větě.
5. Na str.25 je použit symbol $\overline{X}$ poněkud nestandardně.
6. Divná formulace na řádku 29^8 „..... difference it the estimate ....“.
7. Formulace (2.28) jde pro mixingy přepsat do tvaru:

   Existuje D takové, že $P(X_0 \in D) = 1$ a $|h(x) - h(y)| \leq c_h|x - y|$ pro všechna $x, y \in D$.
8. Bylo by vhodné uvádět, pokud to jde, tvary konstant vystupujících v tvrzeních vět. Čtenář by si potom mohl udělat představu, jak rozsáhlá data jsou potřeba k dosažení předepsané přesnosti.
9. V řádku 74^{11} je uvedeno „$a_{i,j}$ is the (i,j)th element of B“.
10. Zápis $Z_0Z_0'Z_0'\Sigma Z_0$, např. řádek 43^7, není vhodný. Nejde totiž o maticový součin. Je třeba závorkovat.
11. Označení U_t v (3.2) je matoucí. Neodpovídá významu u_t.
12. V práci je několik různých přepisů studovaného modelu RCA. Další odvozené modely jsou použity pro odhadování. Bylo by tedy vhodné důsledně rozlišovat σ_Y, σ_ε, σ_u, Σ_B, Σ_U, Σ_Z, atd.
13. Kapitoly 3.2.2., 4.2.2. nemají zformulované výsledky do věty.

Práce má jednotnou a přehlednou koncepci. Velice pěkně, přehledně a vyčerpávajícím způsobem rozebírá a popisuje zvolené téma. Předložená práce je bez věcných chyb. Nalezl jsem pouze několik překlepů.

Práce splňuje předpoklady kladené na doktorskou disertační práci. Doporučuji proto, aby na jejím základě byl Mgr. Pavlu Vaněčkovi přiznán titul Ph.D. v oboru matematika.

V Praze dne 3.ledna 2008