UNIVERSITA KARLOVA V PRAZE, MATEMATICKO–FYZIKÁLNÍ FAKULTA
MATEMATICKÝ ÚSTAV
186 75 PRAHA 8 – Karlín, Sokolovská 83
Tel./fax: 222 323 394 e-mail: mu@karlin.mff.cuni.cz

Prof. Ing. Tomáš Roubíček, DrSc.
tel. (+420) 221 913 213
e-mail: tomas.roubicek@mff.cuni.cz
http://www.karlin.mff.cuni.cz/~roubicek/

MFF UK, komise pro st.záv.zkoušky Mat.mod.,
doc. J. Málek, Sokolovská 83, 186 75 Praha 8

14.9.2007, Berlin

**Věc: Posudek oponenta na diplomovou práci p.P.Grinace**

Práce je numerickou studií lineární vlnové rovnice ve 3 dimenzích s mírně nestandardními "okrajovými" podmínkami na předepsané ploše uvnitř výpočetní oblasti. Jako taková představuje pečlivě provedenou studii, dobře presentovanou po věcné i po jazykové stránce. Jsou vyzkoušeny různé numerické metody, a implementovány na pravidelné oblasti s poměrně velmi jemnou diskretizací (vedoucí na statisíce stupňů volnosti), a výsledky jsou pěkně visualizovány. Z tohoto pohledu tedy poměrně splňuje zadání a prokazuje, že si diplomant osvojil alespoň jisté aspekty matematického modelování, a je tedy možno ji, dle mého názoru, uznat jako diplomovou.

Nicméně mám určité výhrady k některým koncepčním i detailním aspektům.

Základní potíž spočívá v tom, že práce splňuje zadání jen v minimální variantě (vícenásobné zdroje či složitější rheologie se již nestihly) a zejména naprosto neodpovídá názvu. "Polehčující okolností" je to, že i sám diplomant si je disktrepance s názvem vědom a v práci se k tomu "dobrovolně přiznal". Seismický zdroj, který by se dle názvu měl modelovat, se totiž naopak považuje za zadaný (jak se píše na str.37, Janem Burjánkem) a řeší se jen elastické vlny v lineárním prostředí v malé geometrii v okolí zdroje. V tomto tedy práce chodí vskutku jen okolo problému, a není proveden nejmenší pokus seismický zdroj zahrnout do řešené úlohy, ač na to byl diplomant upozorňován při presentaci na diplomovém semináři. Je ovšem zřejmé, že situace je složitá, a v plné obecnosti termodynamicky konsistentního modelu s reálnou reologií a velkou geometrií s proměným tvarem zdroje je jistě problém daleko za hranicemi diplomové práce. Ovšem jisté alespoň velmi zjednodušené modely by se v takto nazvané práci očekávaly. Nebylo by myslím až tak složité, tečné posunutí $f_\Gamma$ jednoduše vložit pod disipační potenciál tvaru $k|f_\Gamma|$, kde $k$ je koeficient s rozměrem $J/m^3$ odpovídající energii dissipované posunutím plochy 1 $m^2$ o 1 m. Samozřejmě ve skutečnosti je i tento koeficient závislý na normálovém napětí (známá a velmi obtížná úloha o tření), ale to ovšem ve velké hloubce by snad dobře mohlo být považováno v zásadě za skoro konstantní. Nehladkost disipačního potenciálu modeluje aktivovaný charakter procesu tečného posunutí, což je asi nejcharakterističtější aspekt seismických procesů, které v realitě nejsou předem zadány Janem Burjánkem (jak uvažuje model v diplomové práci) ale naopak jsou v předem neznámém čase aktivovány dostatečným napětím (což je právě ten koeficient $k$ s rozměrem $J/m^3$=Pa) vzniklým posunem lithosferických desek, který myslím již je možno daleko realističtěji považovat za zadaný vzhledem k dostupným měřením. Uvažování lineární viskosity by pak myslím umožnilo standardně udělat matematikou teorii tohoto modelu. Numericky by to pak vedlo na lineárně-kvadratické programování, což je stále ještě dobře zvládnutelné ikdyž asi ne na tak jemných diskretizacích. Dala by se např. modelovat postupná aktivace vícenásobných zdrojů, které jsou zmíněny v zadání. Samozřejmě teplotní závislost by se v tomto modelu opět zanedbala, jakož i šíření zlomu. V tomto ohledu práce naprosto selhala a nevyužila příležitost trochu posunout modelování seismických zdrojů na MFF, o kterém se mluví již několik let. Působí to na mě též dojmem, že diplomant nezískal dostatečný nadhled pro modelování reálných procesů, a naprosto není seznámen s technikou variačních nerovnic, jež je vcelku běžně na oboru Matematické modelování vyučována.

Dále mám určité výhrady k teoretické části. Diplomant zde jen převzal slabou formulaci z předchozí diplomové práce (jak sám říká na str.50), a důkazu existence a jednoznačnosti se pro jistotu vyhnul, ikdyž sekce nazvaná "sketch of the proof of existence and uniqueness" navozuje dojem, že by se zde čtenář o tomto mohl něco dozvědět, a je tedy podobně mystifikující jako i název celé práce, jak již zmíněno. Drobností je, že v dotyčné sekci 3.3 pro statickou úlohu diplomant navrhuje argument Lax-Milgramova lematu, který je ale zbytěčně silný pro úlohy mající symetrický operátor a tedy potenciál. Podobně v sekci 4.3 se na "at the moment" okládá otázka hladkosti řešení. Nenašel jsem ale, že se k tomu diplomant v práci vrací (i když připouštím, že jsem to mohl přehlédnout). Je přitom vcelku snadné v této lineární úloze příslušnou regularitu získat a i identifikovat příslušné kvalifikace dat: např.derivování rovnice v čase a test zrychlením dá ihned informaci o rychlosti v $L^2(V)$ a zrychlení v $L^\infty(L^2)$ pokud $\dot{f} \in L^1(L^2)$ a $\ddot{u}(0) \in L^2(\Omega)$, z čehož se dovodí kvalifikace pro $\dot{u}_\Gamma$ a pro $f(0) + Lu_0 \in L^2(\Omega)$ ($L$ zde značí Lamé oprerátor – samozřejmě je to třeba provést v nějaké aproximované úloze kde jsou tyto operace legální a pak přejít k limitě, ale to je jen technický detail). Speciálně pak je zrychlení v dualitě k rychlosti, a bilance energie opravdu platí. Podobně též předpoklad hladkosti rychlosti pro (4.3.2). Teorie lineárních parciálních differenciálních rovnic je přitom na oboru Matematické modelování vyučována a i to, že lze vcelku libovoně získávat regularitu z regularity dat (zde ovšem asi limitovanou nehladkostí oblasti, tedy šiftovací techniky v prostoru by mohly mít problémy, ovšem to se netýka derivování v čase neboť trhlina se předpokládá časově neměná). Tedy i toto na mě působí dojmem, že tato teorie není zcela silou stránkou diplomantovou.

Další drobnou mystifikací jsou numerické kvadraturní formule (4.1.3-4), které se slibují diskutovat později (viz str.18, ř.9), ovšem nepodařilo se mě jakoukoli zmíňku o nich později nalézt, natož analýzu chyb způsobených těmito formulemi (připouštím, že jsem se ale mohl přehlédnout, nicméně ale např. formule (4.3.6) jistě neodpovídá užití těchto formulí).

Další nedokonalosti se týkají mechaniky kontinua. Proč se v (2.1.1) uvažuje právě Cauchyho tenzor napětí a ne třeba Piola-Kirchhoffův? Pro malé geometrie uvažované dále je toto ale zcela jedno. Dále diplomant mluví o tenzoru malých deformací. V obvyklé terminologii je ale $x + u(x) = y(x)$, kde $u$ je posunutí (displacement) a $y$ zmíněná deformace (ovšem jako vektor, nikoli tensor). Tomu, čemu diplomant říká "deformation" se obvykle říká "strain". Dále formule (4.3.5) neplatí pro obecný Hookův zákon, ale vyžaduje jistou symetrii tensoru elastických konstant (odpovídající hypotéze hyperelastického materiálu). Tedy i v mechanice kontinua má dle mého dojmu diplomant jisté drobné mezery.

Další drobnější diskrepance: Na str.15 se o $A$ mluví jednou jako o operátoru na ř.8 a podruhé jako o formě na ř.10. Zrychlení uvažováno jednou v $L^2(L^2)$ a podruhé v $L^2(V')$. Též $u_\Gamma$ je uvažováno jen na $\Gamma$ (viz (3.1.3)) a tedy jeho přičtení k $\tilde{u}$ mlčky předpokládá jeho rozšíření nulou. Na str.16: kvalifikace dat $g$ a $h$ spíše patří jinam než do definice. Je $f$ nějak kvalifikováno? Str.18: $F$ v (4.1.5) obsahuje i zrychlení trhliny uvažováno $L^2$ v čase, a tedy řešeni systému (4.1.5) těžko může být v $C^2$, jak tvrzeno na ř.18.

U všech obrázků v Sekci.5 bych očekával fyzikální jednotky. Na obr.5.4 není patrna celková energie (vzhledem k deklarované relativní chybě setiny promile možná splývá s osou x, ale není to patrno, a v každém případě to nedává mnoho informace). Šlo by něco říci o energii v Richterově škále (ikdyž pro lineární úlohu je to právě dost jedno)?

Reference nejsou citovány v konzistentním tvaru (pořadí prvního i druhého jména osciluje, rovněž zkracování prvního jména, pořadí města a vydavatele).

Prof. Ing. Tomáš Roubíček, DrSc.