

Oponentský posudek dizertační práce RNDr. J. Šimsově „Qualokace a wavelety“.

Práce je věnována řešení parciálních diferenciálních rovnic s podmínkou na hranici a to ve tvaru integrálních rovnic, kdy integrujeme přes hranici uvažované oblasti. Vyložená teorie akcentuje užití numerických metod pro hledání řešení. Studované metody jsou metoda kvadraturních vzorců, metoda kolokací a metoda Galerkinova.

Hlavní jádro práce studuje jistou modifikaci resp. kombinaci předchozích metod a sice semidiskrétní Galerkinovu metodu, kdy vnější integrál je aproximován kvadraturním pravidlem beze ztráty řádu konvergence. Přibližné řešení se hledá metodou qualokační jako lineární kombinace bázových funkcí konečnědimenzionálních podprostorů prostoru, ve kterém leží řešení. Koeficienty této lineární kombinace se určí galerkinovsky, tj. z podmínky kolmosti rezidua k bázovým funkcím, při čemž kolmost je definována jistým diskrétním součinem. Přibližné řešení se hledalo původně v prostoru B-splinů řádu $d+1$ (po částech polynomy stupně d). V předložené práci jsou užity splinové wavelety. Cílem je spojit přednosti metody qualokační a vlastnosti splinových waveletů.

Práce je rozčleněna do pěti kapitol. V první autorka shrnuje vlastnosti užitých integrálních operátorů, zavádí Sobolevovy prostory a odvozuje integrální rovnice jako „náhradu“ za příslušnou Laplaceovu rovnici.

Druhá kapitola seznamuje čtenáře s potřebnými fakty o waveletech a jejich vlastnosti, zejména biortogonálním waveletům s kompaktním nosičem. Tyto wavelety jsou aplikovány pro případ, kdy škálovací funkce je B-spline.

Ve třetí kapitole jsou odvozeny potřebné vlastnosti Fourierových koeficientů B-splinů, potřebné pro důkaz konvergence qualokační metody. Nově je obdobná vlastnost dokázána pro Fourierovy koeficienty splinových waveletů.

Čtvrtá, nejrozsáhlejší kapitola je věnována speciálně qualokační metodě, a to studiem B-splinů postupně lichého a sudého stupně. Je uvedena spline qualokační metoda a některé komplikovanější kvadraturní formule. Jsou navrženy nové cesty v rozvoji metody a je uveden numerický příklad dokumentující rychlost konvergence qualokační metody na pozadí klasické kolokační metody.

Poslední kapitola je cele věnována popisu Galerkinovy metody a její konkrétní varianty dané užitím biortogonálních splinových waveletů dávající soustavu lineárních rovnic s řídkou maticí. Dále je užita qualokační metoda pro řešení integrálních rovnic užitím waveletové báze. Matice je opět řídká a je dosažen stejný řád konvergence metody.

Studované téma je nanejvýš aktuální, jednak z důvodu použité metody řešení okrajových úloh pro parciální diferenciálních rovnic převedením na hraniční integrální rovnice, jednak užitím klasické kolokační metody pomocí B-splinů a nově též užitím waveletů a kvadraturních formulí aproximujících vystupující integrál. Užití metody jsou tedy adekvátní, zčásti nové s výhledy pro další studium v budoucnosti.

K vlastním výsledkům práce: Zdůrazňuji mj. např. věty 3.1.1/str. 28 a 3.2.1/str. 32 podrobně dokazující jisté identity pro Fourierovy koeficienty, zejména však větu 4.1.1/str. 37 deklarující odhad chyby přibližného řešení (včetně Lemmatu 4.1.1/str. 40) – tento důkaz je velmi dlouhý, nestandardní a vyžadoval vyvinutí značného úsilí.

Práce je zpracována s nadhledem, jsou uvedeny veškeré potřebné výsledky s přesnými odkazy, takže čtenář nemusí nic vyhledávat. Navíc téma je podáno výkladově, což značnou měrou přispívá ke srozumitelnosti. Práce může sloužit též jako zdroj nových úvah, rozšíření a event. doplnění, vše směřující k vysoké aplikabilitě, vše řádně teoreticky zdůvodněno jak ve

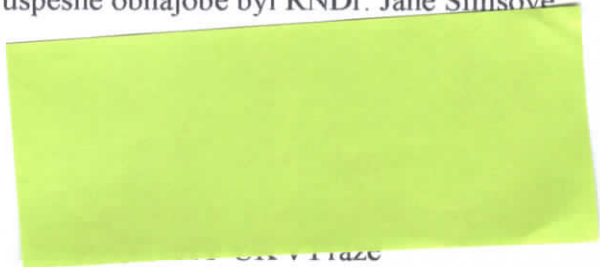
fázi základní matematické formulace tak v následné fázi numerického zpracování jak teoreticky, tak prakticky.

Práce bohatě prokazuje předpoklady autorky k samostatné tvořivé práci.

Uzavírám konstatováním, že práce vysoce splňuje požadavky kladené na práce rigorózní.

Na základě výše řečeného doporučuji, aby po úspěšné obhajobě byl RNDr. Janě Šimsově udělen titul PhD.

V Praze dne 27. června 2007



Sokolovská 83
186 75 Praha 8 - Karlín