Oponentský posudek na doktorskou disertační práci Mgr. Ondřeje Moce "Role nekonečných součinů v budování teorie funkcí komplexní proměnné"

Cílem předložené disertační práce bylo prozkoumat zavedení nekonečných součinů u klasiků - K. F. Gausse, L. Eulera a K. Weierstrasse, studovat paralelu mezi součty nekonečných řad a nekonečnými součiny a nalézt co nejpřístupnější cestu k Bohr-Mollerupově a Wielandtově větě.

Práce je rozdělena do osmi kapitol. První kapitola shrnuje některé výsledky teorie funkcí komplexní proměnné, druhá kapitola je věnována základním pojmům a větám o součtech nekonečných číselných a funkčních řad. Ve třetí kapitole je definován konvergentní nekonečný součin a pro nekonečné součiny jsou dokázány některé analogie k větám platným pro nekonečné součty. Autor definuje konvergenci řad resp. nekonečných součinů tak, aby nebyla závislá na hodnotách konečného počtu členů a zabývá se korektností "uzávorkování" a přerovnání. V závěru kapitoly se zmiňuje o Vietově a Wallisově nekonečném součinu.

Těžištěm práce jsou kapitoly 4-6, v nichž autor popisuje příspěvky L. Eulera, K. F. Gausse a K. Weierstrasse ke studované problematice. Kapitola 4 je věnována L. Eulerovi a jeho řešení otázky jak rozšířit definici faktoriálu z přirozených čísel na čísla reálná. Doktorand uvádí různé přístupy, kterými L. Euler došel k integrálnímu vyjádření, které lze jednoduchou substitucí převést na dnes obvyklou definici funkce Γ. Zajímavá je v práci dokázaná Bohr-Mollerupova věta, která ukazuje, že funkce Γ je funkcionální rovnicí, hodnotou v bodě a logaritmickou konvexitou určena jednoznačně. Postačující podmínky pro jednoznačnost funkce Γ v komplexní rovině zformulované H. Wielandtem jsou v práci rovněž dokázány. V další části jsou zkoumány některé souvislosti mezi funkcí Γ, sinovým součinem a Riemannovou funkcí. Následující kapitola 5 pojednává o výsledcích K. F. Gausse o hypergeometrické řadě a jeho zavedení funkce Γ. V kapitole 6 je studována Weierstrassova faktorizační věta a její důsledky a souvislosti.

V kapitole 7 jsou uvedeny stručné životopisy významných matematiků, jejichž výsledky byly popsány v předcházejících částech práce a ve velmi užitečné kapitole 8 je seznam internetových adres, na nichž je možné nalézt některé z citovaných publikací.

Doktorand prostudoval dosti rozsáhlou literaturu, která jistě byla obtížně čitelná jak z důvodů jazykových tak díky odlišnosti stylu, kterým byla matematika psána v době vzniku těchto prací, a stylu, kterým je psána nyní. Prokázal svůj zájem o historii některých matematických pojmů a o jejich vývoj. V kapitolách 4-6 se mu podařilo čitelně popsat postup, kterého původní autoři použili k zavedení jednotlivých pojmů a k důkazům řady tvrzení. Z hlediska dnešního čtenáře bych i v těchto kapitolách na některých místech dala přednost přesnějším formulacím (např. práce s $\sqrt{-1}$ bez bližšího objasnění může být interpretována chybně, podobně počítání s "nekonečně velkým číslem N" v současné klasické analýze působí podivně).

Podstatně více výhrad mám k úvodním třem kapitolám. První otázkou je samotné řazení kapitol. Pokud v první kapitole autor rozvíjí holomorfní funkce do mocninných řad a funkce s izolovanou singularitou do Laurentových řad, je poněkud nelogické začít druhou kapitolu úvahami o tom, jak je vlastně definován součet nekonečné číselné řady. Text zde trpí řadou nepřesností nebo nepříliš vhodných formulací (např. Cauchy-Riemannovy podmínky jsou uvedeny s nutnou podmínkou pro existenci komplexní derivace a s postačující podmínkou pro existenci komplexní derivace, ekvivalentní podmínka však chybí, věta 3.1.10 je formulována jako ekvivalence, ale dokazována je jen jedna implikace, atd.). Většina těchto "vad na kráse" se dá jednoduše napravit a jednotlivé připomínky jsme s autorem práce probrali. Na dvě z poměrně závažnějších nedopatření bych se ráda zeptala při obhajobě. Na str.12 autor definuje komplexni logaritmus a jeho hlavní větev. Byla bych ráda, kdyby autor při obhajobě vysvětlil, jak má definice vypadat a proč je pak takto definovaná funkce inverzní funkcí ke komplexní exponenciele na vhodné množině. Dále v poznámce za definicí 1.4.6 autor dokazuje, že logaritmická derivace netriviální holomorfní funkce je meromorfní. Byla bych ráda, kdyby doktorand vysvětlil, proč jsou póly logaritmické derivace takové funkce izolované.

Disertační práce splňuje požadavky kladené na doktorské disertační práce a doporučuji, aby na základě její úspěšné obhajoby byla Mgr. Ondřeji Mocovi udělena hodnost doktora.

V Praze 1.7.2007