Posudek diplomové práce

„Ortokomplementární diferenční svazy“

diplomant: František Havlík

vedoucí dipl. práce: Prof. RNDr. Pavel Pták, DrSc.

Tématem předložené diplomové práce je studium ortokomplementárních struktur doplněných další binární operací, značme ji dále $\triangle$, na niž jsou přitom kladeny jisté podmínky. Motivací pro volbu těchto podmínek jsou jednak vlastnosti standardní symetrické diference množin, jednak vlastnosti logické spojky „alternativa“ (tj. spojky vyjádřitelné v přirozeném jazyce výrazem „buď ..., nebo ...“). Zvolíme-li jakožto „nosnou“ strukturu pro operaci $\triangle$ ortokomplementární svazy, pak vhodnou volbou definujících podmínek dosáhneme, že nová třída algeber je varietou. Budeme ji značit ODL.

Diplomantovým úkolem nyní bylo prozkoumat jednu ze základních algebraických otázek kladených v souvislosti s varietami, totiž jak ve varietě ODL vypadají volné algebry. Konkrétně se jednalo o volné algebry s dvěma generátory. Při studiu tohoto problému se diplomant mohl inspirovat známým popisem volného ortomodulárního svazu s dvěma generátory, který má 96 prvků.

Ve vlastní práci autor nejprve stručně uvedl potřebnou teorii z univerzální algebry a teorie grup, podrobněji se pak věnoval ortomodulárním strukturám. Samostatnou kapitolu pak věnoval studiu tzv. *diferenčních algeber*. Tyto algebry vznikají zhruba řečeno tak, že operaci $\triangle$ uvažujeme samostatně bez svazového „nosiče“. Zde musím zmínit autorem dokázané tvrzení, že třída diferenčních algeber tvoří minimální varietu. Na druhou stranu však autor měl čtenáři objasnit (poměrně jednoduchou) otázku, zda to je či není varieta.

V třetí kapitole autor zavádí stěžejní pojem práce, *ortokomplementární diferenční svaz* (ODL). Vedle převzatých jsou v této kapitole i autorovy vlastní výsledky, týkající se problému možných kardinalit bloků v ODLech, které jsou horizontálními sumami svých bloků. Autor zde definuje tzv. *ODL-posloupnost*. Tento termín se mi jeví vybrán vhodně, zvláště pak s přihlédnutím k definici tzv. *grafových posloupností*. Pochyby mohou ale vzniknout o vhodnosti definice tzv. HBA-posloupností. Tento termín se mi jeví jako nadbytečný, a to i vzhledem k tomu, že definujeme-li ODL-posloupnost jako takovou posloupnost tvaru $2^{k_1}, \ldots, 2^{k_m}$, že OML, který popisuje, je už supportem pro nějaký ODL, pak takováto ODL-posloupnost má už automaticky vlastnost definující HBA-posloupnosti.

V poslední kapitole pak autor ukazuje popis volného ODLu s dvěma generátory. Tato kapitola je napsána velmi pečlivě a obsahuje výsledek trvalého významu. Autor dokázal, že volný ODL se dvěma generátory má 128 prvků a podal dvojím způsobem jejich vyjádření. Rovněž je přiloženo grafické znázornění příslušného ODLu.

Závěrem mohu konstatovat, že předložená práce splňuje nároky kladené na diplomovou práci a navrhuji ji ohodnotit známkou „*výborně*“.

Otázky a poznámky :

Platí následující tvrzení ?

Buď $H = 2^{k_1}, \ldots, 2^{k_m}$ *HBA-posloupnost,* $m \geq 3$. *Pokud*

$$(2^{k_1} - 2) \cdot (2^{k_2} - 2) > 2 \cdot \sum_{i=3}^{m} (2^{k_i} - 2) \ ,$$

pak H *není ODL-posloupností.*

Pokud uvedené tvrzení platí, není to zesílení **Tvrzení 3.37** ? A pokud platí, potřebujeme předpoklad, že H je HBA-posloupnost ?

Následující poznámky upozorňují na místa, kde by text mohl být dle názoru recenzenta poněkud vylepšen :

6^4	...	mluvíme-li o třídě struktur (ne nutně algeber), pak místo termínu „identit“ by mělo být užito „atomických formulí“;
9^8	...	dospěli jsme ke sporu s čím ?;
13^{11}	...	protože $a \leq i$, přímo z ortomodulárního zákona plyne, že $a \vee (a^{\perp} \wedge i) = i$ (bez užití Foulisovy-Hollandovy věty);
15^6	...	takto se úplnost nedefinuje;
16^1	...	termín „zavedeme“ zde není vhodný;
24_6	...	protože $0_C \in A$, stačí vzít $B = \{x \diamond y;\ x, y \in A\}$;
36^1	...	v Def. 3.35 chybí podmínka $k_1 \geq 2, \ldots, k_m \geq 2$. Jinak by např. $2, 2$ byla HBA-posloupnost se sudým počtem prvků.

V Praze 20.9.2007

Milan Matoušek