Posudek na diplomovou práci M~~iroslava~~ artina Holečka

Zobecněné Stokesovy systémy studované z pohledu teoretické analýzy

Pojem "zobecněný Stokesův Systém" zahrnuje modely počínaje klasickým Stokesovým systémem s konstantní vazkostí až po analogické systémy, kdy vazkost závisí na teplotě, tlaku či symetrickém gradientu rychlosti (a dokonce na hustotě, pokud tekutina je nehomogenní). Samozřejmě vazkost může záviset jen na jedné z těchto veličin, nebo na libovolné dvojici či trojici, nebo může záviset na úplné sadě těchto veličin. Cílem diplomové práce M~~iroslava~~ Holečka bylo vytvořit přehled doposud známých výsledků a otevřených problémů, které se týkají existence řešení těchto systémů Stokesova typu a jejich kvalitativních vlastností. Práce měla být zaměřena na zkoumání závislosti vlastností řešení na typu oblasti, na volbě okrajových podmínek, na hladkosti pravé strany. Řešení některého z otevřených problémů mělo být součástí práce.

Předložená diplomová práce je členěna do šesti kapitol, přičemž podstatné jsou kapitoly 3 až 6. Ve třetí a čtvrté kapitole je studována existence a jednoznačnost zobecněného Stokesova systému s Navierovými okrajovými podmínkami: v kap. 3 je viskozita polynomiální funkcí rychlosti smyku, v kap. 4 pak viskozita závisí specifickým způsobem na tlaku a na rychlosti smyku. Matematické prostředky včetně důkazů vychází vesměs z práce Franta a kol. *Proc. Royal. Soc. (2005)*, kde jsou však mj. uvažovány Dirichletovy homogenní podmínky. Dirichletovy podmínky jsou limitou Navierových podmínek pokud koeficient tření, v práci označen symbolem k, konverguje k ∞. Podobně, podmínky skluzu na hranici lze získat z Navierových podmínek pokud koeficient tření konverguje k 0. V kap. 5 kol. Holeček dokazuje existenci řešení zobecněných Stokesových systémů s těmito okrajovými podmínkami tak, že uvažuje řešení $(\mathbf{v}^k, p^k)$ systémy s Navierovými podmínkami a zkoumá odpovídající limity. Otázkami hladkosti řešení se zabývá kolega Holeček jen okrajově v kap. 6.

M~~iroslav~~ Holeček pracoval na tématu dlouhodobě a věnoval mu dostatek úsilí. Výsledek však určitě nenaplňuje veškeré cíle práce a i to co je obsahem práce není napsané tak, abych to mohl bez komentáře doporučit studentům ke čtení. Průběžné verze jsme spolu s konzultantem Mgr. Bulíčkem, Ph.D. četli několikrát. Připomínky nebyly pochopeny tak, jak jsme si představovali. Uvedu jen několik ilustrativních příkladů:

(1) Řešením ústáleného rovinného Poisseilleova proudění pro podmínky nulového skluzu je parabolický profil. Tento profil se spočítá z předpokladu, že rychlost má jen první složku nenulovou a ta závisí jen na proměnné napříč kanálem. M~~iroslav~~ Holeček pozoroval, že pro úlohu s vazkostí závislou na rychlosti smyku a na tlaku řešení pro Navierovy podmínky za tohoto předpokladu nelze najít. Věta "Bohužel, řešení úloh s Navierovými okrajovými podmínkami jsou, na druhou stranu, v obecnějších prostorech funkcích." považuji za nedostatečné vysvětlení s mnoha možnými interpretacemi.

(2) Definice a charakterizace nestlačitelnosti na str. 10 jsou nepřesné (Ω_0 a Ω_t nejsou definovány).

(3) Ačkoliv jsem autorovi sepsal, jaké výsledky byly pro jaké systémy studovány dříve, autor si tyto práce neprohlédl, pouze neúplně opsal text (viz str. 20, řádek 7 "první výsledek v globální existenci").

(4) Zcela chybná úvaha v posledním řádku na str. 35 svědčí o nepochopení definice silné konvergence v Lebesgueových prostorech.

Nepříjemné jsou chyby v definici slabé derivace (str. 6), operátoru stopy (str. 7), některé neúplné definice (např. symetrického gradientu rychlosti na str. 8), odhad členu s tensorem napětí na str. 22, kde u φ chybí derivace (a autor na to nepřijde na několika řádcích, viz též str. 32), chybějící podstatná informace o znaménku λ na str. 26, atd.

Na první pohled působí práce kultivovaně, chyby výše uvedené a jim podobné však velmi snižují hodnotu diplomové práce M~~iroslava~~ Holečka, kterou však doporučuji k obhajobě a navrhuji hodnotit ji známkou "velmi dobře".

V Praze, 12. září 2007

Josef Málek

Doc. RNDr. Josef Málek, CSc
Matematický ústav
Matematicko-fyzikální fakulta UK
Sokolovská 83
186 75 Praha 8