

Název práce: Hyperbolické systémy zákonů zachování

Autor: Jan Novák

Katedra (ústav): Katedra matematické analýzy

Vedoucí diplomové práce: Doc. RNDr. Mirko Rokyta, CSc.

e-mail vedoucího: mirko.rokyta@mff.cuni.cz

Abstrakt: V práci je zkoumána metoda řešení hyperbolických rovnic zákonů zachování Youngovými mírami. První část je věnována entropické nerovnosti, která se ve výzkumu jednoznačnosti a existence hyperbolických rovnic stala klíčovým selektorem. Je ukázáno, že má analogický tvar k druhému termodynamickému zákonu a je dokázána základní věta dávající do vztahu entropická řešení k těm získaným pomocí viskózní aproximace. Jsou dále dokázány základní existenční věty pro pravděpodobnostní míry v případě, že posloupnost funkcí získaných z perturbované rovnice, je stejnoměrně omezená v prostoru $L^\infty(\mathbb{R}_+^d)$ nebo $L^r(\Omega)$, $1 < r \leq p/q$, kde Ω je omezená oblast v \mathbb{R}_+^d . V tomto případě jsou naznačeny možnosti zobecnění do \mathbb{R}_+^d .

Na závěr je předvedeno, jak lze dokázat jednoznačnost a existenci pro počáteční data z $L^1(\mathbb{R}^{d-1}) \cap L^p(\mathbb{R}^{d-1})$ v případě skalární rovnice.

Klíčová slova: hyperbolický systém, zákony zachování, řešení v mírách.

Title: Hyperbolic systems of conservation laws

Author: Jan Novák

Department: Department of mathematical analysis

Supervisor: Doc. RNDr. Mirko Rokyta, CSc.

Supervisor's e-mail address: mirko.rokyta@mff.cuni.cz

Abstract: We study the concept of Young measures applied to the solution of hyperbolic conservation laws. In the first part we deal with the entropic inequality which plays a key role as a selector of a relevant physical solution to the hyperbolic equations. We show that this inequality is designed similarly as the second law of thermodynamics (the Clausius-Duhem inequality). We prove a theorem connecting entropy solution to the solution obtained as a limit of viscous approximations.

Further we prove the basic existence theorems for the Young measures, in cases that the corresponding sequences of functions are uniformly bounded in $L^\infty(\mathbb{R}_+^d)$ or $L^r(\Omega)$, $1 < r \leq p/q$ where Ω is open and bounded subset of \mathbb{R}_+^d . In the case we discuss the possible generalization to the case of \mathbb{R}_+^d .

At the end we show how to prove the existence and uniqueness for the scalar equation and for the data lying in $L^1(\mathbb{R}^{d-1}) \cap L^p(\mathbb{R}^{d-1})$.

Keywords: hyperbolic system, conservation laws, measure valued solutions.