

**Posudek vedoucího na bakalářskou práci Martina Rmoutila
O existenci velkých zobecněných obdélníků
v podmnožině roviny kladné míry**

Bakalářská práce byla motivována prací Z. Buczoliche z r. 1994. V ní autor uvádí bez důkazu nepublikovaný výsledek R.O. Daviese, který tvrdí, že za hypotézy kontinua každá množina $S \subset [0, 1]^2$ míry 1 obsahuje zobecněný obdélník $A \times B$ takový, že A i B mají vnější míru 1. M. Rmoutil předkládá (viz Věta 1.3 práce) důkaz, který našel sám (s mou velmi malou nápovědou). Důkaz je proveden transfinitní indukcí, a to tak, aby bylo zcela jasné, jak se obecná věta o konstrukci transfinitní indukci (resp. rekurzí) používá. Takové precizní provedení důkazu je poměrně náročné.

Druhá část práce vychází z práce M.L. Brodského z r. 1949. Zde je nejprve dokázána Věta 2.8, kterou Brodskij uvádí pouze s velmi stručným náznakem důkazu (stejně nebo podobně zobecnění Steinhausovy věty dokázali později např. Erdős s Oxtobym r. 1955 a W. Sander r. 1976). Ve svém důkazu M. Rmoutil vychází pouze z mého velmi nepřesného návodu založeného na modifikaci Brodského myšlenky o využití věty o implicitní funkci. Všechny podrobnosti vypracoval M. Rmoutil zcela samostatně. Jeho lemmata "o vrstevnicích" by bylo možno obejít, ale jsou zajímavá samy o sobě. Z Věty 2.8 pak M. Rmoutil dokazuje (tak, jako Brodskij) Důsledek 2.9., který ukazuje, že ve Větě 1.3 nelze volit množiny A i B zároveň měřitelné.

M. Rmoutil pracoval velmi samostatně a s výsledkem práce jsem po matematické stránce zcela spokojen. Práce je také vcelku pěkně zpracovaná a dobře se čte. Autor v ní prokázal velmi dobré porozumění matematice a značnou matematickou kulturu. Celkový výborný dojem je bohužel trochu pokažen několika nepříjemnými nepřesnostmi. Např.:

- 9¹...funkce f nemusí být definovaná na celém $[0, 1]$.
- 9¹¹...neprázdnot G samozřejmě nelze dokázat pro každou zobecněnou posloupnost.
- 10¹⁸...spíše by mělo být napsáno, že $G_1(A) = g(G(A))$, pokud je hodnota $G(A)$ definována.
- 10¹...není uvažován případ limitního ordinálu.
- 15⁴... "na G " je asi překlep.
- 18¹²⁻²¹...tento odstavec (c) by měl být napsán lépe. Např. asi $h = g$ a R_h a r_h by bylo lépe vůbec nezavádět.

Poznamenávám, že jsem neměl možnost poslední verzi práce podrobně přečíst; nepochybuji, že by nepřesnosti M. Rmoutil po mém upozornění snadno ouravil.

30.8.2007

Prof. RNDr. Ľuděk Zajíček, DrSc