

Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě
Univerzity Karlovy

- posudek vedoucího posudek oponenta
 bakalářské práce diplomové práce

Autor/ka: Peter Kottman

Název práce: Jump conditions and dynamic surface tension at non-material interfaces

Studijní program a obor: Fyzika (B1701), Obecná fyzika (1701R026)

Rok odevzdání: 2021

Jméno a tituly vedoucího/opponenta: Mgr. Vít Průša, PhD.

Pracoviště: Matematický ústav Univerzity Karlovy

Kontaktní e-mail: prusv@karlin.mff.cuni.cz

Odborná úroveň práce:

- vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Věcné chyby:

- téměř žádné vzhledem k rozsahu přiměřený počet méně podstatné četné závažné

Výsledky:

- originální původní i převzaté netriviální kompilace citované z literatury opsané

Rozsah práce:

- veliký standardní dostatečný nedostatečný

Grafická, jazyková a formální úroveň:

- vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Tiskové chyby:

- téměř žádné vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet četné

Celková úroveň práce:

- vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky vedoucího/oponenta:

Viz přiložený dokument.

Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:

Viz přiložený dokument.

Práci

doporučuji

nedoporučuji

uznat jako diplomovou/bakalářskou.

Navrhuji hodnocení stupněm:

výborně velmi dobře dobře neprospěl/a

Místo, datum a podpis vedoucího/oponenta:

Vít Průša
Praha, 25. června 2021

POSUDEK BAKALÁŘSKÉ PRÁCE „JUMP CONDITIONS AND DYNAMIC SURFACE TENSION AT NON-MATERIAL INTERFACES“

VÍT PRŮŠA

1. OBSAH PRÁCE

Práce se zabývá skokovými podmínkami na rozhraní mezi dvěma prostředími. Východiskem pro práci je článek Chambat et al. (2014), ve kterém je diskutována skoková podmínka na rozhraní mezi dvěma prostředími, přičež dynamika obou prostředí je popsána časově nezávislým Stokesovým systémem v kvazistlačitelné aproximaci. Chambat et al. (2014) ukazují, že pokud přijmeme platnost příslušných řídicích rovnic i v tenké vrstvě oddělující obě prostředí, pak lze limitním přechodem (tloušťka vrstvy) dospět k modelu, ve kterém je rozhraní mezi oběma prostředími ostré. V tomto modelu je pak interakce mezi oběma prostředími popsána skokovou podmínkou svazující příslušné veličiny na obou stranách rozhraní.

V předložené bakalářské práci nejprve autor provádí numerické simulace příslušných řídicích rovnic metodou konečných prvků (rozhraní je interpretováno jako tenká vrstva) a následně porovnává výsledky s analytickou předpovědí získanou prostřednictvím modelů s ostrým rozhraním a standardní skokovou podmínkou na ostrém rozhraní a skokovou podmínkou navrženou v práci Chambat et al. (2014). Cílem této části práce je reprodukovat výsledky získané Chambat et al. (2014).

Těžiště práce pak spočívá v detailním odvození skokové podmínky navržené Chambat et al. (2014), přičež autor zde využívá formalismu *Colombeau algebry*, viz Colombeau (1984, 1985, 1992), což je matematická struktura, ve které lze na rozdíl od klasické teorie distribucí zavést i násobení “distribucí”. Protože je v této teorii do jisté míry zároveň násobit “distribuce” a neomezeně derivovat “distribuce”, je tato teorie vhodná pro formalizaci operací nutných k odvození skokových podmínek s různých systémech, viz například Aragona et al. (2014) nebo Průša and Rajagopal (2011, 2016). Autor nejdříve stručně shrne základy konstrukce *Colombeau algebry* a pak ukazuje, jak teorii použít k odvození skokových podmínek ve dvou jednoduchých geometriích (rovinné rozhraní, sférické rozhraní).

V závěru práce jsou provedeny numerické experimenty, které v jednodimenzionálním případě ověřují konvergenci modelů s tenkým rozhraním k modelům s ostrým rozhraním a příslušnou skokovou podmínkou.

2. POZNÁMKY

Práce je dobře napsaná, nicméně místy je málo přehledná, zvláště v části 4.2 *Application to the radial Stokes flow*. Hlavní výsledky je rovnice/skoková podmínka (4.23) a poslední nečíslovaná rovnice/skoková podmínka v části 4.2. Pokud však chce čtenář zjistit jaké značení je v těchto rovnicích použito a za jakých předpokladů jsou tyto rovnice/skokové podmínky odvozeny, musí se pracně probírat celou sekci. Přehlednosti práce by prospělo, kdyby byly tyto výsledky zformulovány jako věty, aby měl čtenář vše potřebné na jednom místě.

3. OTÁZKY

- (1) Byly skokové podmínky navržené v práci Chambat et al. (2014) použity v nějakých navazujících studiích? Podle počtu odkazů na článek Chambat et al. (2014) se zdá, že článek zatím nezbudil velký ohlas. Je tento dojem správný?
- (2) V práci je diskutována “polynomial discontinuity” s parametrem q , který se následně objevuje ve skokové podmínce (4.23). Lze tento parametr nějak fyzikálně interpretovat? Pokud ne, znamená to, že skoková podmínka je závislá na volbě jakéhosi umělého parametru a tudíž je určená mnohoznačně?
- (3) Další skoková podmínka (tentokrát bez parametru q) je zformulována v poslední nečíslované rovnici/skokové podmínce v části 4.2. Je tato podmínka skutečně zobecněním (4.23) nebo je to jiná skoková podmínka než (4.23)? Jaká z podmínek by měla být volena v praxi?
- (4) Uniká mně smysl numerických experimentů v části 4.3 *Numerical solution and the sharp interface limit of the radial Stokes flow*. Očekával bych, že numerickou aproximaci skokové podmínky dostaneme tak, že vyřešíme s danou počáteční podmínkou $T_{rr}|_{x=-\varepsilon} = A$ (vstup do tenké vrstvy) danou rovnicí v intervalu $(-\varepsilon, \varepsilon)$ a následně si přečteme odpovídající hodnotu $T_{rr}|_{x=\varepsilon} = B$ (výstup z tenké vrstvy) a budeme zkoumat limitu $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0+} B - A$ (tloušťka vrstvy jde k nule). Jaká je role parametru ξ ?

4. HODNOCENÍ

Práce je rozsahem velká a obsahuje jak numerické tak teoretické výsledky, přičemž teoretické výsledky jsou založeny na pečlivém použití teorie *Colombeau algebry*, která jde nad rámec bakalářského studia. Od člověka zvyklého na použití klasické teorie distribucí pak použití *Colombeau algebry* vyžaduje pracovní změnu myšlenkového rámce a důkladné promyšlení některých “paradoxů”. Autor se s tímto úkolem vypořádal výtečně a s použitím *Colombeau algebry* se mu podařilo rigorózně interpretovat výsledky dostupné ve fyzikální literatuře. Práci rozhodně *doporučuji k uznání jako bakalářskou práci*.

Vít Průša

REFERENCE

- Aragona, J., J. F. Colombeau, and S. O. Juriaans (2014). Nonlinear generalized functions and jump conditions for a standard one pressure liquid–gas model. *J. Math. Anal. Appl.* 418(2), 964–977.
- Chambat, F., S. Benzoni-Gavage, and Y. Ricard (2014). Jump conditions and dynamic surface tension at permeable interfaces such as the inner core boundary. *Comptes Rendus Geoscience* 346(5), 110–118. Earth’s inner core.
- Colombeau, J.-F. (1984). *New generalized functions and multiplication of distributions*, Volume 84 of *North-Holland Mathematics Studies*. Amsterdam: North-Holland Publishing Co. Notas de Matemática [Mathematical Notes], 90.
- Colombeau, J.-F. (1985). *Elementary introduction to new generalized functions*, Volume 113 of *North-Holland Mathematics Studies*. Amsterdam: North-Holland Publishing Co. Notes on Pure Mathematics, 103.
- Colombeau, J.-F. (1992). *Multiplication of distributions*, Volume 1532 of *Lecture Notes in Mathematics*. Berlin: Springer-Verlag. A tool in mathematics, numerical engineering and theoretical physics.
- Průša, V. and K. R. Rajagopal (2011). Jump conditions in stress relaxation and creep experiments of Burgers type fluids: A study in the application of Colombeau algebra of generalized functions. *Z. angew. Math. Phys.* 62(4), 707–740.
- Průša, V. and K. R. Rajagopal (2016). On the response of physical systems governed by nonlinear ordinary differential equations to step input. *Int. J. Non-Linear Mech.* 81, 207–221.