

POSUDOK VEDÚCEHO BAKALÁRSKEJ PRÁCE

Názov: Spherically Symmetric Measures

Autor: Hedvika Ranošová

ZHRNUTIE OBSAHU PRÁCE

V predloženej práci autorka zavádza, a z viacerých uhlov pohľadu skúma, sféricky symetrické rozdelenia (SSR). Tie sú definované ako pravdepodobnostné miery v \mathbb{R}^d ktorých rozdelenie je invariantné vzhľadom k ortogonálnym transformáciám. Príkladmi sú štandardné normálne rozdelenie, alebo rovnomerné rozdelenia S_d na jednotkovej sfére a U_d na jednotkovej guli v \mathbb{R}^d .

V kapitole 1 sú zhrnuté základné poznatky o Dirichletovom rozdelení. To je použité vo vete 2, kde sú odvodené hustoty marginálnych rozdelení S_d . Sekcia 1.3 uvádza frakcionálny kalkulus, ktorý sa neskôr ukáže ako dôležitý pri skúmaní marginálnych rozdelení všeobecných SSR.

Kapitola 2 detailne popisuje SSR pomocou ich charakteristických funkcií, odvodzuje predpisy pre ich momenty, a uvádza radu príkladov takýchto rozdelení. Vo vete 4 je dokázaná dôležitá stochastická reprezentácia SSR, a veta 7 charakterizuje SSR pomocou ich jednorozmerných projekcií.

V kapitole 3 sú popísané hustoty SSR. Asi najzaujímavejšia je kapitola 4, kde sa autorka okrem tvaru marginálnych rozdelení SSR venuje aj tzv. *problému anti-projekcie*, čo je otázka, či pre danú symetrickú mieru μ_1 na \mathbb{R} existuje SSR μ_d na \mathbb{R}^d také, že každé jednorozmerné marginálne rozdelenie μ_d je μ_1 . Pokiaľ viem, v plnej všeobecnosti (t.j. bez predpokladu existencie hustoty μ_d) je tento problém stále otvorený.

Záverečná kapitola 5 využíva veľké množstvo netriviálnych výsledkov získaných v predchádzajúcich častiach práce, a uvádza niekoľko jednoduchých príkladov inferenčných procedúr pre SSR známych v štatistike.

CELKOVÉ HODNOTENIE PRÁCE

Vlastný príspevok. V práci je odvodených 17 dôležitých netriviálnych tvrdení o SSR. Hlavné myšlienky dôkazov sú prevzaté z literatúry. Dôkazy sú však predvedené omnoho detailnejšie, a argumentácia je často rozšírená a doplnená o vlastné náhľady. Za najzaujímavejšiu časť práce považujem sekciu 4.2, kde je vyšetrovaný problém anti-projekcie SSR. V tejto časti autorka kombinuje niekoľko pohľadov na problém, a rozpracováva zjednodušenú argumentáciu z monografie Fang et al. (1990). Čiastočné riešenie problému z Fang et al. (1990) je značne rozšírené uvažovaním frakcionálneho kalkulu hustôt SSR namiesto štandardného diferencovania hustôt. Niekoľko originálnych náhľadov poskytuje úplnejší pohľad na tento zaujímavý problém, a to aj bez predpokladu existencie hustoty anti-projekcie SSR. Výklad je doplnený radou zaujímavých príkladov SSR, ktoré vhodne ilustrujú aplikácie dosiahnutých výsledkov.

Matematická úroveň. Matematická úroveň práce je vysoká. Všetky odvodenia (okrem technickej vety 18, ktorá je uvedená bez dôkazu) sú precízne a rigorózne formulované a dokázané.

Práca so zdrojmi. Zdroje sú citované vhodne a správne. Okrem hlavného zdroja práce Fang et al. (1990) autorka iniciatívne nachádzala a kombinovala aj ďalšie zdroje z odbornej literatúry.

Formálna úprava. Pokiaľ viem, práca neobsahuje formálne chyby.

ZÁVER

Autorka pracovala veľmi samostatne a so zaujatím. Prácu by bola určite schopná ďalej rozširovať. Nepochybujem napríklad, že by bola schopná spracovať aj náročný dôkaz vety 18 uvedenej v práci. Ako perspektívne sa mi javia vlastné príklady a originálne pozorovania o existencii anti-projekcií SSR bez predpokladu existencie hustoty zo sekcie 4.2, ktoré by mohli prispieť k riešeniu tohto ťažkého problému.

Z môjho pohľadu sa jedná o výborne zvládnutú teoretickú prácu na vysokej úrovni. Odporúčam ju uznať ako bakalársku prácu na MFF UK.

Stanislav Nagy
KPMS MFF UK
15. júna 2021

