



V Praze, 15.6.2021

Posudek vedoucího na diplomovou práci Bc. Jakuba Takáče

Název práce: *Interpolation of logarithmically convex combinations of operators*

Diplomová práce Jakuba Takáče se zabývá otázkou interpolace logaritmičky konvexních kombinací operátorů.

Motivace pro studium problému pochází z nedávného objevu, že obecné Sobolevovo vnoření do prostoru opatřeného Frostmanovou mírou (jejímž typickým příkladem je Hausdorffova míra užívaná při studiu stop sobolevovských funkcí) je poněkud překvapivě v případě malých hodnot frostmanovského parametru neredukovatelné na omezenost Hardyova operátoru. V těchto případech charakterizace vnoření není známa. Jako kompenzace chybějící charakterisace byly vybudovány jisté postačující podmínky, obecně považované za rozumné, formulované právě pomocí logaritmičky konvexní kombinace dvou operátorů.

Dalším přirozeným krokem je otázka omezenosti takového operátoru na prostorech funkcí, jenomže zde narážíme na zásadní technický problém: operátor daný logaritmičnou kombinací (buď lineárních) operátorů nemusí být sám dokonce ani kvasilineární, a tedy se na něj klasické interpolační metody nevztahují. Stojíme tudíž před úkolem se s touto situací nějak vypořádat a vybudovat teorii, která si s takovými operátory poradí. To, že to stojí za to, ukazuje výše uvedený motivační příklad.

Jak ukazuje předložená práce, interpolační teorii pro takové operátory je možné navzdory všem klackům pod nohama vybudovat. V klasické teorii interpolací nacházíme dva hlavní přístupy. Jeden je založen na tzv. interpolačních funktorech, zatímco druhý využívá odhady pomocí tzv. calderónovských operátorů. Autor se (z vlastní iniciativy)

věnoval oběma metodám a v obou případech vybudoval rozsáhlou interpolační teorii aplikovatelnou mimo jiné na logaritmicky konvexní kombinace operátorů. V každém z přístupů použil zcela odlišné techniky, díky čemuž je práce přirozeně rozdělena na dvě téměř nezávislé části.

První část obsahuje ucelenou abstraktní interpolační metodu založenou na teorii funktorů a interpolaci čtyř prostorů pomocí různých hlubokých technik, mimo jiné Calderónovy-Lozanovského konstrukce. Tento přístup je zcela novátorský a autor na něj přišel sám. Výsledky jsou nové a zajímavé a doufám, že je autor brzy bude publikovat.

Ve druhé části práce je vybudována metoda, jejímž hlavním přínosem jsou výsledky silného typu na Orliczových prostorech vyvozené ze slabých krajních odhadů pro jednotlivé operátory vstupující do logaritmicky konvexní kombinace. V této části autor zobecnil metodu uvedenou v článku

A. Cianchi, L. Pick, and L. Slavíková: Sobolev embeddings, rearrangement-invariant spaces and Frostman measures. *Ann. Inst. H. Poincaré Anal. Non Linéaire*, 37(1):105–144, 2020,

kde však byla využita pouze v jednom zcela konkrétním případě. Tato část práce víceméně představuje to, co jsem autorovi zadal jako téma diplomové práce. Vše ostatní je navíc a, upřímně řečeno, kdybych tušil, kam nás výzkum zavede, tak bych toto téma jako diplomku nezadával a schoval bych si jej pro doktoranda. Jakub si s tím nicméně poradil. I tato druhá část je nejspíše publikovatelná, byť není tolik inovativní jako část první.

Jakub přistupoval k řešení úkolů velice zodpovědně a po celou dobu pracoval naprosto samostatně. Nejenže svých výsledků dosáhl samostatnou prací, ale sám si i aktivně vyhledával literaturu. Iniciativně nastudoval velké množství značně netriviální látky, která by představovala pořádné sousto i pro profesionálního matematika (zkuste si pro zajímavost přečíst některý z článků [23-25]). Pomoc ze strany vedoucího práce byla v tomto případě prakticky nulová a omezovala se kromě vstupního zadání v podstatě jen na čtení a kontrolu. V podstatě se dá říci, že jsem se díky studentově práci a úsilí mnohé přiučil.

U magisterského studenta jde podle mého názoru o naprosto mimořádný výkon. Jakub Takáč patří k výrazným vědeckým talentům, s nimiž se občas na matfyzu setkáváme. O jeho kvalitách svědčí mnohé: již ve třetím ročníku dosáhl publikovatelných výsledků (má přijatý článek obsahující výsledky z bakalářské práce v *Mathematische Nachrichten*), od třetího ročníku pravidelně přednáší na mezinárodních konferencích, v roce 2019 získal druhé místo v soutěži SVOČ (vítězka byla tehdy o dva roky starší a měla k dispozici diplomku), v roce 2021 získal ve stejné soutěži dělené druhé místo, přičemž první nebylo uděleno (v roce 2020 se z pochopitelných důvodů soutěž nekonala), má rozpracovány další vědecké práce, které budou brzy zaslány k publikaci a jejichž témata se diplomky ani bakalářky netýkají, je řešitelem grantu GAUK, a konečně byl nedávno přijat na nesmírně prestižní pozici doktorského studenta na University of Warwick (nástup v září 2021), kde bude pracovat pod vedením nositele ERC grantu profesora Davida Batea. Studenti s takovou náloží jsou podle mého názoru výjimeční i na matfyzu. Budeme doufat, že Jakubovi jeho nasazení a elán vydrží.

Zpět k diplomce: předložený text Jakuba Takáče podle mého názoru výrazně překračuje veškeré myslitelné požadavky kladené na úroveň diplomové práce na MFF UK. Vřele doporučuji, aby práce byla uznána jako diplomová.

Návrh známky sdělím předsedovi komise osobně.

Luboš Pick