

POSUDEK OPONENTA DIPLOMOVÉ PRÁCE

Název: Dosvědčování existenčních vět

Autor: Bc. Jan Kolář

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Hlavním tématem práce je logická analýza problému dosvědčování sentencí $\forall x \exists y A(x, y)$, kde A je otevřená formule, dokazatelných v teorii S_{PV} ; to jest v univerzální teorii T_{PV} standardního modelu \mathbb{N} (v jazyce L_{PV} reprezentujícím polynomiální algoritmy) obohacené o jisté schéma existence minima lineárních uspořádání. Tímto obohacením pozbývá teorie T_{PV} své univerzálnosti, a pro potřeby dosvědčování inkriminované sentence tím pádem již nelze standardně užít známou (syntaktickou) Herbrandovu větu.

Stěžejním výsledkem práce je prokázání (poměrně netriviální) dosvědčovací věty (věta 30) pro teorii S_{PV} , jejíž důkaz sice užívá mj. i Herbrandovu větu, ale samotná forma dosvědčování se spíše podobá (konečné, interaktivní) hře mezi studentem a učitelem odvozené ze závěru KPT věty. Coby důsledek 31 je pak identifikována třída NP vyhledávacích problémů odpovídající problému dosvědčování sentencí $\forall x \exists y A(x, y)$, kde A je otevřená formule, dokazatelných v teorii S_{PV} .

Mimoto práce obsahuje několik výsledků indikujících, že teorie S_{PV} je ostře silnější než univerzální teorie T_{PV} . Tato otázka zůstává nadále otevřená, ač se zdá extrémně nepravděpodobné, že by S_{PV} nebyla ostře silnější než T_{PV} . Ale to je nakonec i případ (ne)známého vztahu mezi třídami P a NP.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

Téma práce. Téma považuji za spíše náročnější pro diplomovou práci. Bylo nicméně bezesporu zpracováno tak, aby bylo splněno zadání práce.

Vlastní příspěvek. Hádám, že se jedná o výsledky z většiny třetí kapitoly a z kapitoly 4. Bylo by dobré, aby to student při obhajobě podrobněji specifikoval.

Matematická úroveň. Po matematické stránce považuji práci za velmi zdařilou. Většina textu je rigorózně formulována a (až na výjimečné překlepy) bez faktických chyb. Trochu postrádám nějakou minisekci s předběžnostmi na úvod, kde by se buď zadefinovaly některé důležité základní pojmy — např. polynomiální algoritmus, (de)kódování k -tic přirozených čísel v polynomiálním čase, relace rozhodnutelná v polynomiálním čase apod.) —, či by byl uveden odkaz na standardní literaturu, kde si čtenář může tyto osvěžit. Podobně mi v práci scházela formálnější definice $\tilde{\Pi}(s)$.

Student se při psaní musel popasovat s nejednou technikálií, kterým se v této oblasti matematické logiky lze jen stěží vyhnout. V naprosté většině případů obstál na výbornou. Menší výtku bych měl k občasnému neobratnému slovnímu popisu činnosti některých algoritmů. Snaha ne-utopit práci v záplavě formulí rozprostírajících se na třech a více řádcích je pochopitelná, ale například třetí odstavec na straně 15, kde se slovně definovala uspořádání R_j , působil až trochu bizarně. Jsem přesvědčen, že na tomto a ještě pár dalších místech by větší porce matematického formalismu neuškodila (či alespoň seriózní pseudokód).

O něco větší porce „beletrie“ by naopak prospěla závěrečné čtvrté kapitole, kde je sice po důkazu věty 30 její znění hezky rozvedeno a polidštěno, ale to samé se bohužel netýká samotné větě předcházejících lemmat: ta nejsou dorpovozena žádnou poznámkou, odkazem (inspirace konkrétním lemmatem z literatury) či vysvětlením a čtenář tak netuší, proč se s nimi v první řadě seznamuje. Lemma 29 vlastně ani není v důkazu věty 30 potřeba; až teprve v (důkazu) důsledku 31.

Práce se zdroji. Zdroje jsou v práci řádně citovány. V této oblasti nenacházím žádná pochybení.

Formální úprava. Práce je rozumně strukturována, psána vesměs srozumitelným jazykem, s velmi malým výskytem pravopisných chyb či překlepů (např. trochu matoucí „nalezení x pro zadané y “ z druhého odstavce úvodu, podivné = ve formuli (3.3) či nadbytečné závorky v konsekvutu implikace v (3.5)). Zdá se, že text vskutku prošel před odevzdáním řádnou korekturou, což považuji — vzhledem k notorické nesamozřejmosti tohoto kroku — za velmi chvályhodné. Jinak velmi pěknou formální úpravu trochu narušuje snad jen čtvereček nahoře na straně 14, který vyznačuje konec důkazu ze strany 13.

PŘIPOMÍNKY A OTÁZKY

1. Mohl byste detailněji pohovořit o svém vlastním přínosu?
2. Z důkazů nevyplývá a priori žádný odhad na velikost čísla k v KPT větě a (korelativně) ve větě 30. Je v principu možné nějaký rozumný odhad této veličiny v závislosti na vstupních datech obdržet či je to spíše beznadějně?
3. Co jsou „(jednosložkové) prvky“ v definici 11? Nemělo by jít prostě o proměnné?
4. V prvním odstavci důkazu tvrzení 18 se objevuje text „pokud platí $S(x, u_i)$ “. Co se tím přesně myslí? Kde platí?
5. Je výraz (3.2) skutečně správně? Nemělo by naopak p_1 být úplně poslední, co se aplikuje?

ZÁVĚR

Práci považuji za velmi dobrou, splňuje všechny požadavky kladené na diplomovou práci a jako takovou ji **doporučuji uznat**.

Návrh klasifikace oponent sdělí předsedovi zkušební (sub)komise.