

Posudek oponenta na diplomovou práci

Název diplomové práce: Ověřování předpokladů lineárního smíšeného modelu
Jméno autora: Ľuboš Krnáč
Jméno vedoucí: doc. Mgr. Michal Kulich, Ph.D.

SHRNUTÍ OBSAHU PRÁCE

Řešitel se ve své práci věnuje smíšeným lineárním modelům. V první kapitole jsou teoreticky popsány smíšené lineární modely a různé metody odhadů jejich parametrů. V druhé kapitole jsou na základě simulací diskutovány grafické diagnostické nástroje pro detekci porušení vybraných předpokladů modelu, jmenovitě QQ-grafy, bodové grafy a grafy odhadnutých autokorelací. Je uvažováno několik scénářů porušení předpokladů a je zkoumán a podrobně popsán jejich vliv na tyto grafy. V třetí kapitole je pak na základě simulací zkoumán vliv porušení předpokladů na odhady parametrů a testy jejich významnosti.

CELKOVÉ HODNOCENÍ PRÁCE

První (teoretická) kapitola vychází zejména z knihy Demidenko (2013), přičemž jsou doplněna vybraná odvození a některé kroky jsou rozepsány mnohem podrobněji v porovnání s předlohou. Bohužel celkový dojem z této části trochu kazí drobné chyby a překlepy v uváděných vzorcích. Zbylé dvě kapitoly jsou ryze praktické a týkají se popisu výsledků simulací, které autor samostatně přichystal v programu R. V kapitole 3 se bohužel diskuze týkající se odhadů kovariančních parametrů opírá o ne zcela správně spočtené výsledky (viz připomínky 7 a 8 níže) a příslušné závěry tedy mohou být zavádějící.

Použité zdroje jsou řádně citovány. Formální úprava je na přijatelné úrovni.

Připomínky a dotazy:

1. Drobné chyby:

- Na str. 7 je ve funkci ℓ chyba – v posledním členu je navíc $-1/2$.
- Str. 11, 1. řádek: V argumentu ℓ má být $\hat{\sigma}_e^2$ namísto σ_e^2 . Ve vzorci pro ℓ_p je na začátku druhého řádku přebývající závorka $\{$.
- Na str. 12 dole se píše, že maximalizování věrohodnosti vede k *minimalizování* exponenciály, což znamená minimalizaci střední čtvercové chyby. Nicméně je to tak, že maximalizace věrohodnosti je ekvivalentní *maximalizaci* uvedené exponenciály, což je ekvivalentní s minimalizací střední čtvercové chyby.
- Na str. 13 se vyskytuje dvakrát $L(\beta, \sigma_e^2, \delta)$, ale vždy s trochu jiným významem.
- Opravdu je log-věrohodnost \mathbf{Y} *součinem* log-věrohodností pro $\hat{\mathbf{e}}$ a $\hat{\beta}$, jak se píše na str. 15?
- Na str. 16, 6. řádek: Nechybí v argumentu funkce \exp nějaké členy?
- V (1.15) chybí transpozice.
- Funkce L_R na str. 16 obsahuje ve svém předpisu β , ale nejspíš by to mělo být $\hat{\beta}$.
- Na str. 19 v předpisu T_j chybí $\hat{\cdot}$.
- Str. 45, 3. řádek zdola: nejedná se o druhý, ale o třetí řádek.

2. Na str. 13 se vyskytuje $\|\mathbf{Q}^i\|^2$ pro \mathbf{Q}^i matici. O jakou normu matice se jedná?

3. Jak se na str. 14 nahoře (2. a 5. řádek) přejde od $1/|\mathbf{R}_{\mathbb{Z}}^i|$ k $1/\text{abs}(|\mathbf{R}_{\mathbb{Z}}^i|)$?

4. Celá kapitola 1 je věnovaná popisu několika různých metod odhadu, bohužel jsem ale v práci nenašla informaci o tom, jaká metoda byla použita v praktické části a proč právě tato volba.
5. V praktické části autor vždy mluví o grafech a popisech náhodných efektů, jedná se ale o jejich odhady (podobně jako rezidua nejsou náhodné chyby). Podobně na str. 18 pak odhady nezaručují pozitivní definitnost *odhadů* \mathbb{B} a \mathbb{D} .
6. Nastavení simulační studie:
 - Na str. 23 jsou uvedeny scénáře různých porušení předpokladů. V předpisech rozdělení se vyskytuje parametr σ_e^2 , který ovšem není rozptylem takto uvažovaných ε_{ij} . Různé rozsahy os v diagnostických grafech (na které je upozorňováno na str. 27 a na str. 31) jsou pak celkem přirozené vzhledem k rozličným rozptylům. Zásadnější důsledek viz připomínka 7.
 - Formální zápis směsí rozdělení nepovažuji za velmi vhodný.
 - Pro čtenáře, kteří jsou méně znalí Pearsonova rozdělení typu IV by velmi pomohl graf hustoty s nastavenými parametry a také nějaká vizualizace uvažovaného dvojrozměrného rozdělení pro zešikmené náhodné efekty (str. 40).
 - Odpovídá zápis AR(1) porušení opravdu tomu, jak jsou v tomto případě chybové složky generovány? Viz R kód a popis ACF grafů str. 28. A co přesně je parametr lag v grafech?
 - Škoda, že nebylo uvažováno i porušení předpokladu nezávislosti náhodných chyb a náhodných efektů. To by jistě přineslo další zajímavé výsledky. Nicméně chápu, že rozsah práce je už teď poměrně velký.
7. Tabulka 3.3 obsahuje charakteristiky odhadů $\hat{\sigma}_e$, nikoliv $\hat{\sigma}_e^2$, jak autor uvádí. Sloupec CP nedává podle mého názoru velmi smysl: Autor generuje náhodné chyby z rozdělení s rozptylem $v^2 \neq 1$, následně konstruuje interval spolehlivosti pro v a CP počítá tak, že sleduje pokrytí hodnoty 1, nikoliv skutečné hodnoty v . Skutečná hodnota parametru σ_e^2 sice je 1, ale procedura odhaduje rozptyl chyb, což je něco jiného. Podobně pro kovarianční strukturu \mathbb{D} v tabulce 3.5. Zde je také skutečná kovarianční struktura náhodných efektů vstupujících do modelu odlišná od uvedeného \mathbb{D} .
8. Na str. 55 autor píše, že rozptyl uvažovaného bimodálního rozdělení „se pohybuje okolo hodnoty 3“, což tak není (příslušná chyba vznikla v R kódu pro odhad rozptylu). Podobně na str. 57 zmiňuje odhad kovarianční struktury bimodálního rozdělení, který je však spočtený ze špatně generovaných dat (viz též příložený R kód). Příslušná diskuze se tedy opírá o nesprávné výsledky a je zavádějící.
9. Skutečně je rozptyl t_3 rozdělení nekonečný, jak se píše na str. 55?
10. Na str. 58, 5. řádek zdola, se uvádí nějaké odhady β . O jaké přesně odhady a směrodatné odchylky se jedná?
11. Jaké jsou skutečné rozptyly všech rozdělení uvažovaných v části 2.2.1, je-li $\sigma_e^2 = 1$?

ZÁVĚR: Doporučuji práci uznat jako diplomovou.

RNDr. Šárka Hudecová, Ph.D.
 KPMS MFF UK
 V Praze dne 14. června 2021