

Univerzita Karlova v Praze
Matematicko-fyzikální fakulta

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE



Marie Snětinová

Elektronická sbírka řešených úloh z elektřiny a magnetismu I.

Katedra didaktiky fyziky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Zdeňka Broklová

Studijní program: Fyzika, Fyzika zaměřená na vzdělávání

2007

Na tomto místě bych chtěla poděkovat především vedoucí své bakalářské práce RNDr. Zdeňce Broklové za její obětavou pomoc, cenné rady a připomínky, které mi poskytla, když jsem narazila na problémy při vytváření řešených úloh i při psaní textu bakalářské práce. Děkuji také všem ostatním, kteří se podíleli na realizaci sbírky a byli mi během práce nápomocni.

Prohlašuji, že jsem svou bakalářskou práci napsala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce a jejím zveřejňováním.

V Praze dne 27. 5. 2007

Marie Snětinová

Obsah

Úvod	5
1 Technické řešení sbírky	6
1.1 Stávající elektronické sbírky úloh	6
1.2 Návrhy technického řešení sbírky	8
1.3 Technické řešení	10
1.4 Popis současného stavu	11
1.5 Další navržené části	12
2 Řešené úlohy	13
Závěr	15
Literatura	16
Příloha A	18

Název práce: *Elektronická sbírka řešených úloh z elektřiny a magnetismu I.*

Autor: *Marie Snětinová*

Katedra (ústav): *Katedra didaktiky fyziky*

Vedoucí bakalářské práce: *RNDr. Zdeňka Broklová*

e-mail vedoucího: *zdenka.broklova@mff.cuni.cz*

Abstrakt: Cílem této bakalářské práce bylo seznámit se se stávajícími sbírkami řešených úloh v elektronické podobě na internetu či v jiných zdrojích a na základě nalezených příkladů se podílet na technickém řešení sbírky na webovém serveru KDF. Tato bakalářská práce se zaměřila především na grafickou podobu sbírky.

Dále bylo v rámci této práce vytvořeno 10 úloh z kapitoly *Stejnoseměrný elektrický proud* s podrobným strukturovaným řešením včetně obrázků a vhodných nápověd. Jsou zde zařazeny hlavně obtížnější středoškolské úlohy a několik jednodušších úloh, které svou úrovní odpovídají základnímu kurzu fyziky na vysoké škole.

Podrobná strukturovaná řešení mají pomoci čtenářům při samostudiu a vést je k aktivnímu přemýšlení nad předkládanými problémy. Sbíрка je určena vysokoškolským studentům k zopakování a oživení středoškolské látky či studentům středních škol, kteří se připravují na další studium fyziky.

Klíčová slova: řešené úlohy, elektronická sbírka, stejnosměrný elektrický proud

Title: *Electronic Collection of Solved Problems in Electromagnetism I.*

Author: *Marie Snětinová*

Department: *Department of Physics Education*

Supervisor: *RNDr. Zdeňka Broklová*

Supervisor's e-mail address: *zdenka.broklova@mff.cuni.cz*

Abstract: The aim of this thesis was to look through the existing collections of solved problems in electronic form on the internet (or in other sources). On this ground I contributed to a technical solution of a collection on KDF website. This thesis was especially intent on the graphic layout of the collection.

Within the frame of this thesis 10 solved problems were prepared including structured described solutions, pictures and appropriate clues. It includes mainly difficult secondary school exercises and some easier exercises on a basic undergraduate course in physics level.

Thorough structured solutions should help the readers in their self-studies and lead them to active thinking of the problems presented. The collection is addressed undergraduates to revise the secondary school curriculum or secondary school students to prepare for further study of physics.

Keywords: solved problems, electronic collection, direct current

Úvod

Když jsem si vybírala téma své bakalářské práce, měla jsem samozřejmě ohledně ní určité představy a požadavky. Chtěla jsem, aby mě její vypracování těšilo a bylo zajímavé, zároveň aby bylo užitečné nejen pro mě, ale také pro druhé. Představovala jsem si, že moje práce neskončí tím, že ji napíšu a odevzdám, ale přála jsem si, aby se využívala i nadále a byla prospěšná. A to bakalářská práce **Elektronická sbírka řešených úloh z elektřiny a magnetismu I.**, kterou právě držíte v rukou, splňuje.

Před třemi lety jsem se připravovala na maturitní zkoušku z fyziky a na budoucí studium na matematicko-fyzikální fakultě. V té době bych přivítala možnost spočítat si obtížnější příklady, u nichž by bylo napovězeno, jak se řeší, ale i podrobně vysvětlen postup řešení. Vznik této sbírky by měl dát příležitost stávajícím zájemcům o fyziku se na takové příklady zaměřit, prohlédnout si postup, zkontrolovat výsledek, případně mezi sebou porovnat vlastní a vzorové řešení.

Kapitola 1

Technické řešení sbírky

V minulých letech vzniklo na katedře didaktiky fyziky MFF UK několik studentských prací, které se také zabývaly tvorbou úloh. Ale díky nevhodnému formátu se úlohy jen obtížně dostávají k potenciálním zájemcům. Z tohoto důvodu jsme se rozhodli věnovat i dostatek pozornosti technickému řešení celé sbírky.

Naším cílem bylo vytvořit elektronickou sbírku řešených úloh, která by svým technickým řešením a úpravou vyhovovala většině uživatelů. Proto jsme chtěli, aby tato sbírka byla dostatečně jednoduchá na ovládání, zároveň ale přehledná, zajímavá a srozumitelná.

Před vlastním navržením vzhledu vznikající sbírky jsme na internetu vyhledali různé prezentace učebních textů a sbírek a hledali v nich inspiraci. Několik nejdůležitějších příkladů sbírek a jejich popis uvádím v první části této kapitoly. Po technické stránce jsme se sbírku snažili navrhnout dostatečně obecně, aby do ní mohly být vkládány další úlohy i z jiných oblastí fyziky a zároveň se sbírka mohla přizpůsobovat vzrůstajícímu počtu úloh. Návrhy technického řešení jsou popsány v druhé části této kapitoly.

1.1 Stávající elektronické sbírky úloh

Na prvním místě bych uvedla slovenskou sbírku FYZIKA V PŘÍKLADOCH [1]. V této sbírce je okno prohlížeče rozděleno na dvě hlavní svislé části, jejichž obsah se mění podle právě zvoleného odkazu. Pod a nad těmito dvěma částmi jsou lišty.

V horní liště se nachází panel s různými odkazy a poštovní a e-mailová adresa na autora stránek. V dolní liště jsou tlačítka *Koniec* (zavře webovou stránku) a *Oblíbené* (přidá stránku k oblíbeným položkám) a možnost vyhledávání v textu nebo v menu.

Základní nabídka řešených úloh z fyziky se zobrazí po kliknutí na odkaz *Příklady*, který je umístěn v horní části okna. V levém oddíle hlavní části je rozbalovací seznam kapitol s úlohami, vpravo se zobrazuje zadání úlohy i s jejím řešením. Z názvu každé úlohy je zřejmé, jaké problematiky se týká. Úlohy se dělí do tří kategorií podle náročnosti – **jednoduché** (úroveň 8. roč. ZŠ, 1. roč. SŠ), **nenáročné** (zvládnutelné pro maturanty z fyziky) a **obtížné** (je potřebná znalost integrálního a diferenciálního počtu). Úrovně obtížnosti jsou rozlišeny barevně. Toto rozlišení je dostupné pouze v základní nabídce úloh, nikoli už v seznamu v levé části okna prohlížeče či u zadání jednotlivých úloh.

U každé úlohy je umístěn malý obrázek, který se vždy týká dané problematiky. Tento obrázek je pohyblivý a může tak na uživatele působit velmi rušivě. Na konci každé úlohy jsou odkazy na tři jiné úlohy. Není ale zřejmé, zda tyto úlohy spolu či se zobrazenou úlohou nějak souvisejí.

Další inspirací byla SBÍRKA ÚLOH Z MATEMATIKY [2]. Zde je okno opět rozděleno na dvě části – levá část s obsahem úloh a pravá část se zadáním úloh a s jejich řešením. Po vybrání úlohy z obsahu se nezobrazí jen tato úloha, ale i všechny ostatní z dané kapitoly. Řešení úlohy se v této sbírce otevře pod zadáním úlohy kliknutím na tlačítko *řešení*. Zobrazené řešení zůstává viditelné, dokud se přes něj neotevře jiné. Takže se stává, že v horní části okna je již zadání další úlohy, ale pod ním je stále zobrazeno řešení úlohy předcházející, což může být pro uživatele matoucí.

Úlohy v této sbírce nemají svůj specifický název, ale jsou jen očíslované v rámci kapitoly.

Na úvodní stránce sbírky PŘÍKLADY Z FYZIKY [3] se nachází hlavní rozcestník úloh, které jsou zařazeny do kapitol a podkapitol. Každá úloha se zobrazuje na samostatné webové stránce. U všech úloh si lze kliknutím na příslušné tlačítko zobrazit výsledek, řešení či odkaz na skripta. Vše se otevírá přímo pod zadáním úlohy.

Ve sbírce se lze pohybovat vždy buď o jeden příklad vpřed, případně vzad, nebo o úroveň výš. Nevýhodou této prezentace je, že při zobrazení zadání jedné úlohy už není dostupný obsah a k dalším úlohám se musíme „proklikat“ pomocí tlačítek *zpět* nebo *vpřed*.

Mezi sbírky úloh, kterými jsme se také nechali inspirovat, patří dále

E-LEARNING [4],

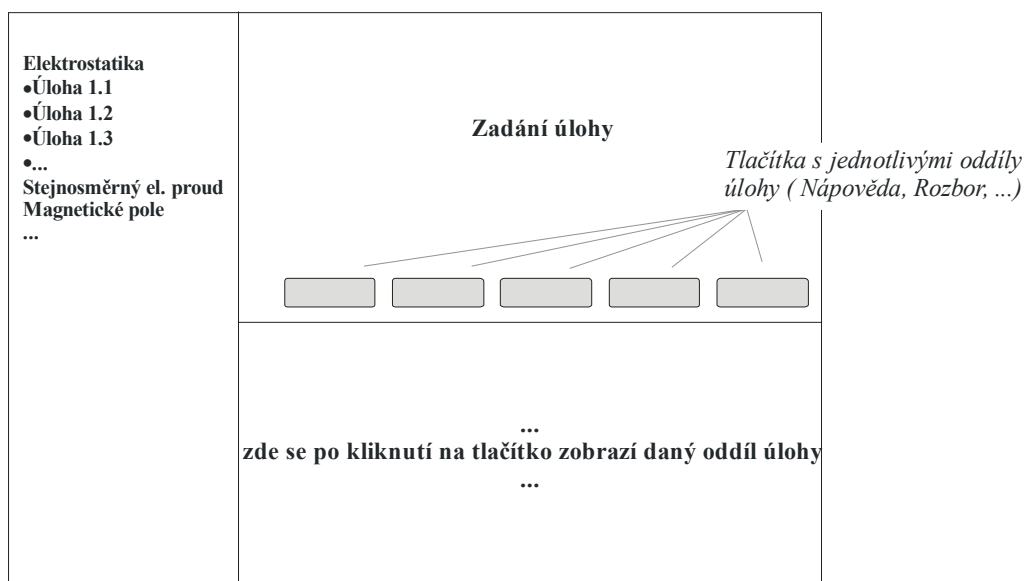
SBÍRKA PŘÍKLADŮ – MATEMATIKA I [5],

SBÍRKA PŘÍKLADŮ Z MATEMATICKÉ ANALÝZY [6],
INTERAKTIVNÍ SBÍRKA ÚLOH ZE STATISTIKY [7],
PHYSICS PROBLEMS [8].

1.2 Návrhy technického řešení sbírky

Po shlédnutí různých elektronických sbírek jsme si utvořili hrubou představu o tom, jak by měla naše sbírka přibližně vypadat a co by měla obsahovat. Také jsme se snažili z těchto sbírek poučit a vyvarovat se chyb, se kterými jsme se setkali. Navrhli jsme dvě varianty celkového vzhledu.

V první variantě je celé okno rozděleno na tři části – levá užší část obsahuje rozbalovací obsah se seznamem úloh, zadání úlohy se nachází v pravé části nahoře a pod ním jsou umístěna tlačítka, která pod zadání zobrazí jednotlivé oddíly úlohy jako např. nápověda, rozbor a další. Tato alternativa je zobrazena na schématickém obrázku 1.

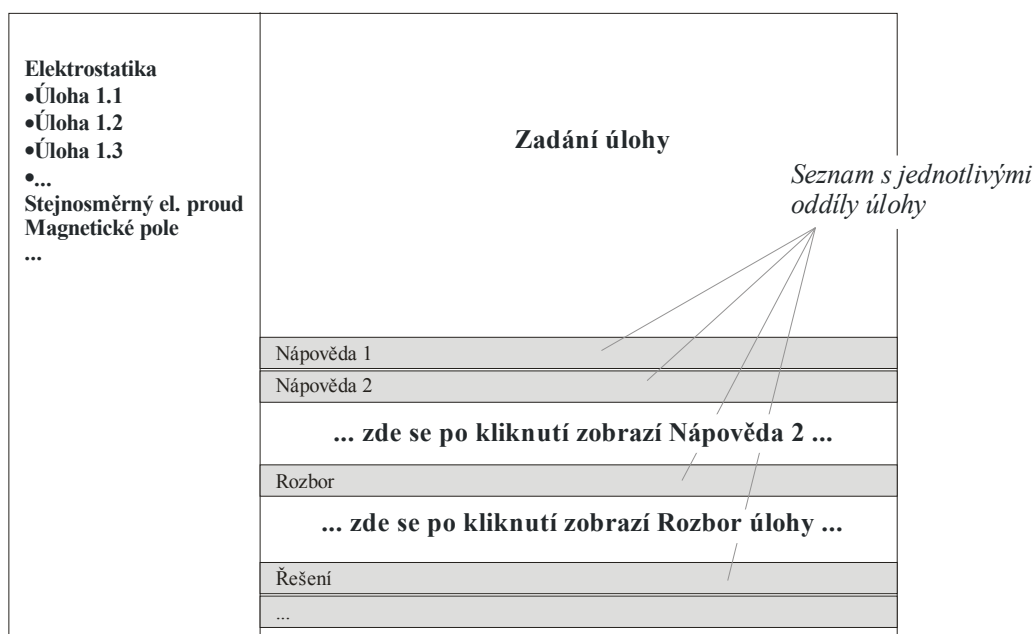


Obr. 1

Nevýhoda této varianty spočívá v tom, že pod zadání úlohy je možno umístit jen určitý počet tlačítek. Struktura úloh by tak byla mnohem „pevnější“, protože všechny úlohy by musely mít stejné oddíly. Výhodou je, že se

požadovaný oddíl zobrazí vždy přímo pod zadání úlohy. Z tohoto důvodu ovšem může být „rozbalený“ vždy pouze jeden oddíl.

Druhý návrh grafického řešení sbírky je na obrázku 2. V této variantě jsme okno rozdělili do dvou částí. V levé části se opět nachází rozbalovací menu se seznamem úloh a vpravo je zadání úlohy a lišty s názvy oddílů, ze kterých se skládá řešení úlohy. Tyto lišty jsou pod sebou, a proto jich zde můžeme umístit prakticky neomezené množství. Požadovaný oddíl se zobrazí („rozbalí“) vždy přímo pod příslušnou lištu a lze jej poklepáním na lištu opět zavřít. Nevýhodou tohoto řešení je, že více současně „rozbalených“ oddílů tvoří velmi dlouhou stránku, která již nemusí být tak přehledná.



Obr. 2

Obě verze jsme shledali jako dostatečně přehledné a velmi snadné na ovládání. Na schůzce realizačního týmu, kde jsme tyto návrhy předložili a diskutovali o nich, jsme se nakonec dohodli na realizaci druhé varianty, která více vyhovovala našim nárokům na flexibilitu a univerzálnost uživatelského rozhraní sbírky.

1.3 Technické řešení sbírky

Webové rozhraní sbírky je naprogramováno v PHP4 s využitím dalších technologií. Je rozděleno na dvě části: neveřejné **administrátorské** rozhraní pro zadávání úloh do databáze a veřejné **uživatelské** rozhraní pro prohlížení.

Úlohy se ukládají do databáze MySQL. Text úloh je psán v XHTML, do kterého bylo přidáno několik speciálních tagů, vzorce jsou psány ve formátu LaTeX (díky tomu se snáze upravují, než kdyby byly do textu vloženy jako obrázky). Obrázky se ukládají mimo databázi.

Při ukládání textů úloh do databáze se striktně dbá na to, aby byl oddělen text úloh od jejich formátování, což umožňuje použíté kaskádové styly. Pokud by se později upravoval vzhled nebo měnila technologie zobrazování sbírky, mělo by díky tomuto oddělení stačit změnit definici formátovacích značek, aniž by bylo nutné přepisovat jednotlivé úlohy.

Vlastní realizace technického řešení sbírky nebyla součástí této bakalářské práce, přesto návrhem vzhledu moje práce na technickém řešení sbírky neskončila. Podílela jsem se na kontrole správnosti všech částí sbírky a aktivně přispívala do diskuzí o vzhledu a funkčnosti sbírky. Díky postupně získaným zkušenostem se zadáváním úloh do databáze jsem navrhovala změny a další funkce pro administrátorské rozhraní, které postupně vedly ke zjednodušení celého procesu zadávání úloh.

Během této práce jsem společně s Lenkou Matějčíkovou vytvořila i návodné texty k vytváření řešených úloh: „Jak psát text“ a „Jak psát vzorce v LaTeXu“. Tyto návody jsou nyní součástí administrátorského rozhraní sbírky.

1.4 Popis současného stavu

V současné době je sbírka naprogramována, umístěna na serveru KDF a připravena ke zveřejnění. Obsahuje dvě oblasti fyziky – *Mechaniku* a *Elektřinu a magnetismus*. Obě témata jsou rozdělena do několika kapitol (Elektrostatika, Stejnoseměrný elektrický proud, Kinematika hmotných bodů, Dynamika hmotných bodů, ...). V době odevzdání této práce sbírka obsahuje 10 úloh z elektrostatiky a 10 úloh týkajících se stejnosměrného elektrického proudu¹ a současně se plní i úlohami z mechaniky.

Všechny úlohy mají název, který jasně charakterizuje problematiku dané úlohy. Úlohy jsou rozděleny podle náročnosti do kategorií **ZŠ** (úlohy zvládnutelné na základní škole), **SŠ** (úlohy řešitelné na střední škole), **SŠ++** (úlohy na pomezí mezi SŠ a VŠ, převážně z rozšiřujícího učiva SŠ) a **VŠ** (vysokoškolské úlohy). Obtížnost je u každé úlohy uvedena. Pokud se úloha řeší nějakým neobvyklým nebo zvláštním způsobem, může být zařazena do jedné ze speciálních kategorií – úloha řešená graficky, úvahová úloha, komplexní úloha a úloha řešená neobvyklým „trikem“. Toto zařazení je opět u každé úlohy vyznačeno.

¹ Vypracování deseti úloh z kapitoly *Stejnoseměrný elektrický proud* je součástí této bakalářské práce

1.5 Další navržené části

Elektronická sbírka řešených úloh se bude i nadále vyvíjet a zdokonalovat, protože zatím neobsahuje všechny funkce, které jsme navrhli.

Ve sbírce je již teď připraveno tlačítko s možností poslat email správci sbírky. Uživatelé by tak mohli napsat, pokud by v úloze objevili nějakou chybu, měli by pocit, že by se dala některá úloha vyřešit jinak, lépe, přehledněji či pokud by se chtěli na něco zeptat. Tato funkce bude dostupná pouze do té doby, dokud se bude někdo konkrétní o sbírku starat a na podněty reagovat.

Dále by ve sbírce měla být možnost vytisknout si jednu či více vybraných úloh a to nejen zadání, ale například i všechny nápovědy, rozbor nebo řešení. Uživatel si bude moci vybrat, zda chce vytisknout úlohu se všemi jejími oddíly, či jen některé části úlohy.

Další plánovanou funkcí je vyhledávání slov či slovních spojení v textu. To by uživatelům umožňovalo rychle si najít např. všechny úlohy týkající se konkrétního problému. Sbíрка by měla obsahovat i „záložky“. Čtenář by si zde mohl vybraný příklad „založit“, aby se k němu po čase mohl bez dlouhého hledání vrátit.

Plánujeme, že s rozšiřováním sbírky a s přibývajícimi úlohami se tyto funkce budou do sbírky přidávat. Z tohoto důvodu jsme věnovali hodně času navrhování sbírky. Předpokládáme, že se tento čas ušetří v příštích letech, až se sbírka bude o uvedené možnosti rozšiřovat.

Kapitola 2

Řešené úlohy

Pro vytváření úloh jsem si z celého tématu elektřina a magnetismus vybrala kapitolu *Stejnoseměrný elektrický proud*. Než jsem se pustila do zpracování úloh, prošla jsem si středoškolské i vysokoškolské učebnice a sbírky úloh (viz [9] až [16]) a vytipovala jsem vhodné úlohy z vybraného tématu. Při vytváření úloh jsem se inspirovala i studentskými pracemi Hany Koudelkové [17] a Jaromíra Kekule [18].

Zadání úloh nebyla ze sbírek mechanicky přebírána. Bylo potřeba je přeformulovat, upravit, aby byla srozumitelnější a v některých případech ověřit reálnost údajů (např. jsem proměřila voltampérovou charakteristiku křemíkové diody). Úlohy „Paúhoř elektrický“, „Drátěný čtverec“ a „Výpočet velikosti proudů v obvodu se dvěma zdroji“ nebyly převzaty z žádné sbírky, i když obdobné úlohy je asi možné ve sbírkách najít.

Ke všem úlohám jsem sepsala podrobná strukturovaná řešení, ve kterých je postup popsán skutečně „krok po kroku“. Snažila jsem se nevynechávat žádnou logickou operaci, aby čtenář, který neví, jak se úloha řeší, porozuměl jednotlivým úpravám. U většiny úloh je také rozbor, v kterém jsem se bez použití vzorců snažila popsat, jak se úloha bude řešit. Nedílnou součástí úloh jsou také odpovědi, nápovědy, názorné obrázky, komentáře s alternativními metodami řešení či jednoduššími postupy. Související úlohy jsem se snažila provázat hypertextovými odkazy. Sedm úloh, které jsem vytvořila, spadá svou obtížností do kategorie SŠ++ a tři úlohy do kategorie SŠ.

Do sbírky jsem vybrala úlohy zaměřené na Ohmův zákon, spojování rezistorů, příklady sériově a paralelně spojených obvodů, úlohy na Kirchhoffovy zákony a na polovodičové diody.

Přehled úloh:

- (1) **Bočník a předřadný rezistor**
 - zvětšení rozsahu měřícího přístroje připojením rezistoru
- (2) **Transformace trojúhelník – hvězda**

- (3) **Drátěný čtverec**
 - určení odporu drátěného čtverce s úhlopříčkou, zhotoveného z homogenního drátu
- (4) **Odpor drátěné krychle**
 - výpočet odporu drátěné krychle mezi různými dvojicemi vrcholů
- (5) **Paúhoř elektrický**
 - zapojení zdrojů s elektromotorickým napětím a vnitřním odporem „do obdélníku“, aby celkový proud procházející obvodem byl maximální
- (6) **Použití Kirchhoffových zákonů pro řešení obvodu se dvěma zdroji**
- (7) **Výpočet velikosti proudů v obvodu se dvěma zdroji**
- (8) **Využití Kirchhoffových zákonů pro výpočet celkového odporu zapojení**
 - úlohy (6) až (8) se týkají použití Kirchhoffových zákonů pro různě složité obvody
- (9) **Polovodičová dioda v propustném směru**
- (10) **Polovodičová dioda v závěrném směru**
 - v úlohách (9) a (10) se pracuje s voltampérovou charakteristikou polovodičových diod, úlohy jsou řešeny graficky

K bakalářské práci jsou jako ukázka přiloženy úlohy **Drátěný čtverec** a **Použití Kirchhoffových zákonů pro řešení obvodu se dvěma zdroji** (viz Příloha A). Tyto i ostatní úlohy jsou dostupné ve vytvořené sbírce na webové adrese: <http://kdf.mff.cuni.cz/vyuka/sbirka/elmag/index.php>.

Závěr

V rámci své bakalářské práce jsem se podílela na vytváření vzhledu elektronické sbírky, navrhování jejího technického řešení a na kontrole správnosti její realizace.

Do této sbírky jsem vypracovala deset úloh z kapitoly *Stejnoseměrný elektrický proud*. K těmto úlohám jsem sepsala podrobná strukturovaná řešení a odpovědi, doplnila je o rozborů, návody, názorné obrázky a případné komentáře.

V současnosti tato sbírka vzniká hlavně pro studenty středních škol a posluchače fyziky prvního ročníku vysokých škol. Proto jsem se snažila vybírat úlohy, které by oslovily právě tyto uživatele, byly ale také zajímavé a podnětné.

Díky podílu na vytváření sbírky a vymýšlení úloh jsem si zopakovala část přednášky *Elektřina a magnetismus* a oživila jsem si středoškolskou fyziku a řešení úloh. Při psaní strukturovaných řešení a rozborů jsem měla možnost vyzkoušet si i „vysvětlování látky“, což je nepochybně velkým přínosem pro mé budoucí povolání pedagoga. Navíc tato práce pro mě nebyla jen strohým psaním textu, ale mohla jsem zde částečně využít i svou kreativitu při vymýšlení úloh či kreslení obrázků.

Tato elektronická sbírka je dostupná na katedrálním serveru KDF nejen studentům učitelství fyziky, ale i širší veřejnosti a já věřím, že se stane dobrým pomocníkem jak studentům tak i pedagogům. Učitele fyziky z různých typů škol seznámím s existencí sbírky v rámci příspěvku na konferenci Veletrh nápadů učitelů fyziky 12, která se bude konat v srpnu tohoto roku v Praze.

Literatura

- [1] Hockicko P. (2006): FYZIKA V PŘÍKLADOCH. Katedra fyziky ELF ŽU. Dostupné na WWW, [cit. 25. 5. 2007].
<<http://hockicko.utc.sk/index-start.html>>
- [2] Kolektiv autorů (2002): SBÍRKA ÚLOH Z MATEMATIKY. Dostupné na WWW, [cit. 25. 5. 2007].
<<http://home.worldonline.cz/~cz077605/sbirka.html>>
- [3] Burešová B., Hoffman J., Urbanová M. (2006): PŘÍKLADY Z FYZIKY. Dostupné na WWW, [cit. 25. 5. 2007].
<<http://www.vscht.cz/ufmt/cs/pomucky/hofmannj/epFYZ/epfyz/index.html>>
- [4] Cirkl D. (2007): E-LEARNING. Dostupné na WWW, [cit. 25. 5. 2007].
<http://e-learning.vslib.cz/cgi-bin/elearning/elearning.fcgi?ID_tema=31&stranka=publ_tema>
- [5] Kolektiv autorů (2007): SBÍRKA PŘÍKLADŮ – MATEMATIKA I. Ústav matematiky VŠCHT, Praha. Dostupné na WWW, [cit. 25. 5. 2007].
<<http://www.vscht.cz/mat/sbirka/sbirka.pdf>>
- [6] Pyrih P.: SBÍRKA PŘÍKLADŮ Z MATEMATICKÉ ANALÝZY. Dostupné na WWW, [cit. 25. 5. 2007].
<<http://www.karlin.mff.cuni.cz/~pyrih/sbirka/>>
- [7] Hrach K. (2003): INTERAKTIVNÍ SBÍRKA ÚLOH ZE STATISTIKY. Katedra matematické statistiky FSE UJEP, Ústí nad Labem. Dostupné na WWW, [cit. 25. 5. 2007].
<http://fse.ujepurkyne.com/KMS_statistika.asp>
- [8] PHYSICS PROBLEMS. Dostupné na WWW, [cit. 25. 5. 2007].
<<http://star.tau.ac.il/QUIZ/>>
- [9] Lepil O., Šedivý P. (1998): FYZIKA PRO GYMNÁZIA: ELEKTRINA A MAGNETISMUS. Prometheus, Praha.
- [10] Halliday D., Resnick R., Walker J. (2000): FYZIKA - III. DÍL: ELEKTRINA A MAGNETISMUS. Vutium, Brno; Prometheus, Praha.
- [11] Sedlák B., Štoll I. (1993): ELEKTRINA A MAGNETISMUS. Academia, Karolinum, Praha.

- [12] Bakule R. a kol. (1971): PŘÍKLADY Z ELEKTRINY A MAGNETISMU. SPN, Praha.
- [13] Bartuška K. a kol. (1988): SBÍRKA ÚLOH Z FYZIKY PRO GYMNÁZIA I. SPN, Praha.
- [14] Kružík M. (1978): SBÍRKA ÚLOH Z FYZIKY PRO ŽÁKY STŘEDNÍCH ŠKOL. SPN, Praha.
- [15] Lepil O. a kol. (1999): FYZIKA: SBÍRKA ÚLOH PRO STŘEDNÍ ŠKOLY. Prometheus, Praha.
- [16] Kubínek R., Kolářová H. (1998): FYZIKA V PŘÍKLADECH A TESTOVÝCH OTÁZKÁCH. Rubico, Olomouc.
- [17] Koudelková H. (2003): SBÍRKA PŘÍKLADŮ Z MECHANIKY. Diplomová práce. Dostupné na WWW, [cit. 25. 5. 2007].
<http://kdf.mff.cuni.cz/vyuka/materialy/mechanika_sbirka/>
- [18] Kekule J. (2004): ELEKTRINA A MAGNETISMUS. Dostupné na WWW, [cit. 25. 5. 2007].
<<http://lucy.troja.mff.cuni.cz/~tichy/elektross/>>

Příloha A

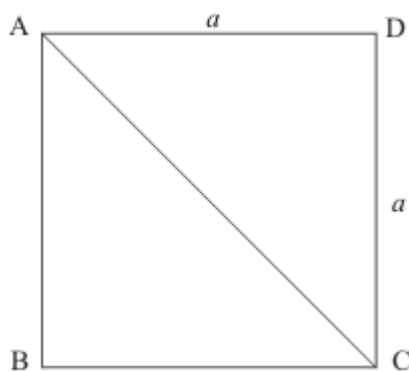
Na následujících stránkách naleznete ukázkou dvou úloh, které vznikly v rámci této bakalářské práce. Tyto úlohy jsou vytištěny přímo z elektronické sbírky, a proto následující stránky nejsou číslovány.

Sbírka řešených úloh z fyziky *Elektrina a magnetismus*

Drátěný čtverec

Určete elektrický odpor drátěného čtverce s úhlopříčkou pro dva případy:

- čtverec je připojen ke zdroji napětí v bodech A, C
- čtverec je připojen ke zdroji napětí v bodech B, D



Čtverec je zhotoven z homogenního drátu. Délku stran si označte a , průřez drátu S a měrný odpor ρ .

Nápověda 1

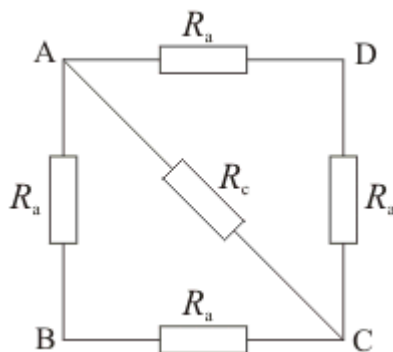
Do čtverce si „na dráty“ nakreslete rezistory o odpovídajícím odporu a zapojení si překreslete do „běžnější“ podoby. „Deformace“ obvodu nezmění jeho vlastnosti.

Nápověda 2

Uvědomte si, jak se počítá elektrický odpor homogenního drátu.

Rozbor

Aby se nám celá situace lépe představovala, doplníme si na každou úsečku rezistor o odpovídajícím odporu. V tomto novém schématu budeme jako obvykle předpokládat, že spojovací vodiče mají nulový odpor.

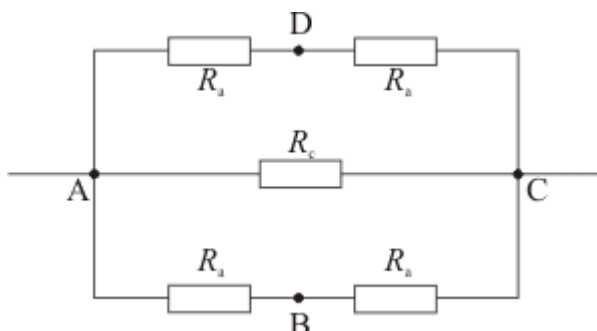


R_a odpovídá velikosti odporu drátu o délce a ,

R_c odpovídá velikosti odporu drátu o délce c , kde c je úhlopříčka ve čtverci o straně a .

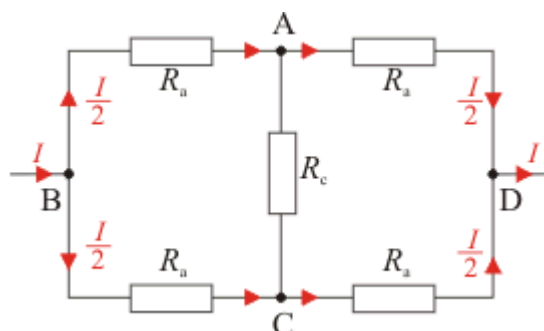
Obvod si překreslíme do „běžnější“ podoby podle toho, ve kterých bodech je připojen ke zdroji napětí.

a) Čtverec je připojen v bodech A, C.



Využijeme toho, že při sériovém spojení rezistorů se celkový odpor rovná součtu odporů jednotlivých rezistorů. A pokud jsou rezistory řazeny paralelně, je převrácená hodnota celkového odporu rovna součtu převrácených hodnot odporů v jednotlivých větvích.

b) Čtverec je připojen v bodech B, D.



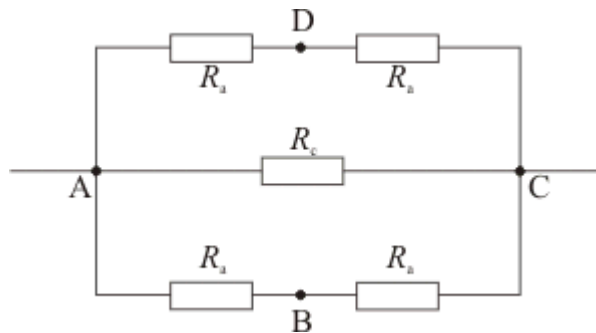
Představíme si, že do uzlu B vtéká proud I . Protože je obvod symetrický, rozdělí se tento proud na polovinu do obou větví. Z bodu D vytéká také proud I a díky symetrii zapojení můžeme opět říci, že proudy procházející větvemi CD a AD jsou stejné. Jejich velikost se rovná jedné polovině proudu I .

Z uzlu B do uzlu A přitéká proud $\frac{I}{2}$, z uzlu A do D odtéká $\frac{I}{2}$. Protože součet proudů vstupujících do uzlu se rovná součtu proudů vystupujících z uzlu, tak nezbyvá žádný proud, který by protékal rezistorem R_c a můžeme ho tedy vynechat.

Při výpočtu celkového odporu využijeme stejné zákony jako v části a).

Řešení části a)

Jestliže je drátěný čtverec připojen ke zdroji napětí v bodech A, C, můžeme daný obvod překreslit takto:



kde $R_a = \rho \frac{a}{S}$, $R_c = \rho \frac{c}{S}$

c je velikost úhlopříčky ve čtverci o straně a , tedy

$$c = a\sqrt{2}$$

$$R_c = \rho \frac{a\sqrt{2}}{S}$$

V našem případě to znamená, že celkový odpor vypočítáme z rovnice

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_a + R_a} + \frac{1}{R_c} + \frac{1}{R_a + R_a}$$

Tuto rovnici upravíme:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2R_a} + \frac{1}{R_c} + \frac{1}{2R_a}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{2}{2R_a} + \frac{1}{R_c}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{R_c + R_a}{R_a R_c}$$

Pro celkový odpor tak získáme rovnici:

$$R = \frac{R_a R_c}{R_c + R_a}$$

Nyní už jen dosadíme $R_a = \rho \frac{a}{S}$, $R_c = \rho \frac{a\sqrt{2}}{S}$

$$R = \frac{\left(\rho \frac{a}{S}\right) \cdot \left(\rho \frac{a\sqrt{2}}{S}\right)}{\rho \frac{a\sqrt{2}}{S} + \rho \frac{a}{S}} = \frac{\sqrt{2} \left(\rho \frac{a}{S}\right)^2}{(\sqrt{2}+1) \rho \frac{a}{S}} = \frac{\sqrt{2} \rho \frac{a}{S}}{(\sqrt{2}+1)}$$

$$R = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \cdot \rho \frac{a}{S} \quad | \cdot \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}-1}$$

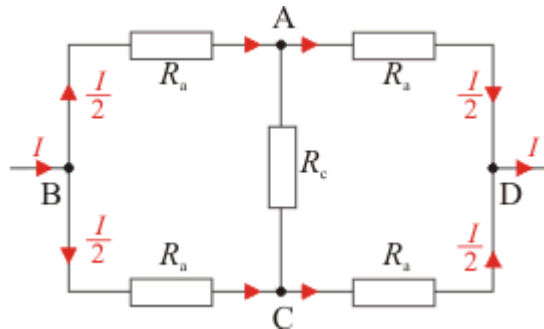
$$R = \frac{2-\sqrt{2}}{2-1} \cdot \rho \frac{a}{S}$$

Výsledný vztah:

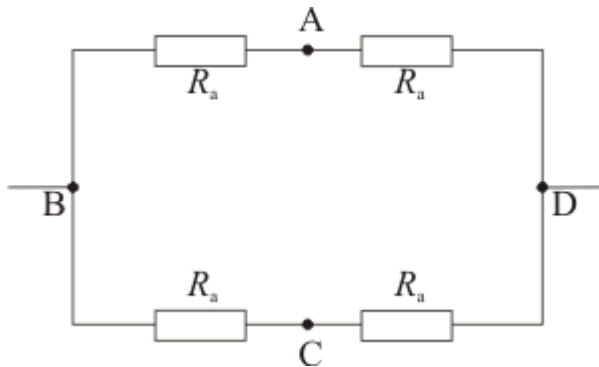
$$R = (2-\sqrt{2}) \rho \frac{a}{S}$$

Řešení části b)

Jestliže je drátěný čtverec připojen ke zdroji v bodech B, D, můžeme obvod překreslit tímto způsobem:



Protože je zapojení symetrické, protéká větvemi BA, BC, AD i CD stejný proud. Rezistorem R_c tedy neprochází žádný proud. Tento rezistor neovlivňuje celkový odpor obvodu. Proto při řešení našeho obvodu můžeme větev s rezistorem R_c vynechat a dostaneme obvod:



Tím se nám celý obvod výrazně zjednodušil a můžeme dopočítat celkový odpor:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{(R_a + R_a)} + \frac{1}{(R_a + R_a)}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_a}$$

Celkový odpor drátěného čtverce připojeného ke zdroji napětí v bodech C, D je:

$$R = R_a$$

kde R_a je elektrický odpor drátu o délce a

$$R_a = \rho \frac{a}{S}$$

Odpověď

Pokud je drátěný čtverec připojen ke zdroji napětí v bodech A, C, je jeho celkový odpor

$$R = (2 - \sqrt{2}) \rho \frac{a}{S}.$$

Jestliže čtverec připojíme ke zdroji napětí v bodech B, D, pak je jeho celkový odpor

$$R = \rho \frac{a}{S}$$

Jiné možnosti jak řešit část b)

V případě, že bychom v části b) nepřišli na „fintu“ se stejnými proudy a možnost vynechat rezistor, kterým neprochází proud, pak bychom mohli tuto úlohu řešit např. pomocí **Kirchhoffových zákonů** (viz úloha [Využití Kirchhoffových zákonů pro výpočet celkového odporu zapojení](#)) nebo **transformací trojúhelníku na hvězdu** (viz úloha [Transformace trojúhelník - hvězda](#)). Stejně bychom museli postupovat i v případě, že bychom místo drátěného čtverce měli obdélník.

Další možností je **řešení pomocí uzlů se stejným potenciálem**. Jestliže mezi dvěma body obvodu neprochází proud (resp. by neprocházel, pokud bychom je propojili), znamená to, že mezi nimi není žádné napětí, tj. v obou bodech je stejný potenciál. Takové dva body v obvodu můžeme rozpojit nebo naopak propojit (sloučit do jednoho bodu), aniž bychom změnili celkový odpor zapojení.

Odkaz na podobnou úlohu

Podobná, ale obtížnější úloha na výpočet celkového odporu obvodu je [Odpor drátěné krychle](#). Tato úloha je řešena pomocí uzlů se stejným potenciálem.

<http://kdf.mff.cuni.cz/vyuka/sbirka>

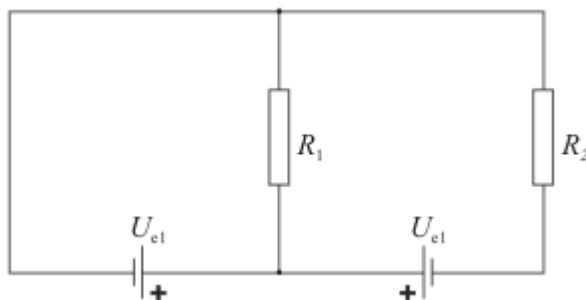
Aktualizováno: 27. 5. 2007

V případě problémů se obraťte na [administrátora sbírky](#).

Sbírka řešených úloh z fyziky *Elektřina a magnetismus*

Použití Kirchhoffových zákonů pro řešení obvodu se dvěma zdroji

Na obrázku je znázorněno zapojení se dvěma stejnými zdroji, které mají elektromotorické napětí 10 V, a dvěma stejnými rezistory, jejichž odpor je 20 Ω .



Určete proudy procházející jednotlivými rezistory. Vnitřní odpor zdrojů neuvažujte.

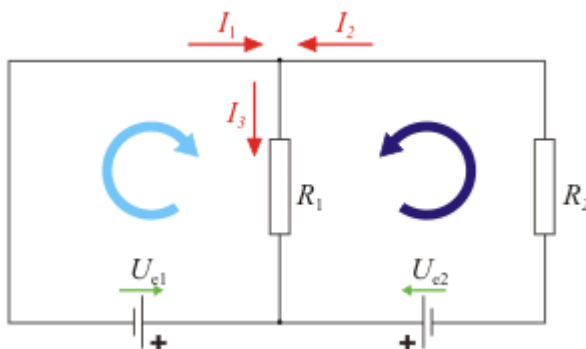
Nápověda - znění Kirchhoffových zákonů

Tento příklad budeme řešit pomocí Kirchhoffových zákonů:

První Kirchhoffův zákon popisuje zákon zachování elektrického náboje. V každém bodě (uzlu) elektrického obvodu platí: *Součet proudů vstupujících do uzlu se rovná součtu proudů z uzlu vystupujících.*

Druhý Kirchhoffův zákon formuluje pro elektrický obvod zákon zachování energie: *Součet úbytků napětí na spotřebičích se v uzavřené části obvodu (smyčce) rovná součtu elektromotorických napětí zdrojů v této části obvodu (smyčce).*

Nápověda - „kuchařka“ pro použití Kirchhoffových zákonů



1. Směr elektromotorického napětí zdroje si vyznačíme šipkou orientovanou ve směru působení neelektrostatických sil na kladnou částici. Tedy „od - k +“ (v obrázku jsou tyto šipky znázorněny zelenou barvou).

2. K uzlům sítě si nakreslíme směry proudů (červené šipky).

3. Dále zvolíme uzavřené smyčky a jejich směr (modré šipky).

Elektrická smyčka je uzavřená část obvodu, která se nerozdvojuje (tvoří cyklus).

!!!POZOR!!! Volba směru proudů a smyček na začátku je libovolná, potom se však už musí dodržovat!

4. Pomocí I. Kirchhoffova zákona napíšeme rovnice pro proudy v jednotlivých uzlech.

5. Použijeme II. Kirchhoffův zákon a pro každou smyčku získáme další rovnici.

Při psaní rovnic si musíme dávat pozor na znaménka. Jestliže má smyčka stejný směr jako proud, který prochází rezistorem (spotřebičem), pak úbytek napětí na rezistoru započítáme s kladným znaménkem. Pokud je smyčka orientovaná opačně než směr proudu, potom má úbytek napětí na rezistoru záporné znaménko. Je-li smyčka orientovaná stejně jako zdroj, pak má elektromotorické napětí zdroje kladné znaménko. Je-li smyčka orientovaná opačně, pak má elektromotorické napětí zdroje znaménko záporné.

6. Z Kirchhoffových zákonů získáme rovnice (soustavu lineárních rovnic), jejichž řešením vyjádříme hledané hodnoty proudů.

Pokud nám vyjde záporná hodnota proudu, znamená to, že jeho skutečný směr je opačný než směr, který jsme si zvolili na začátku.

Řešení

I. Kirchhoffův zákon: $I_1 + I_2 = I_3$

II. Kirchhoffův zákon aplikujeme na smyčky (světle a tmavě modrá):

$$R_1 I_3 = -U_{e1} \quad (\text{světlá})$$

$$R_2 I_2 + R_1 I_3 = -U_{e2} \quad (\text{tmavá})$$

Ze zadání příkladu víme, že $R_1 = R_2$, $U_{e1} = U_{e2}$, takže odečteme-li první rovnici od druhé, získáme vztah pro I_2 :

$$R_2 I_2 = U_{e1} - U_{e2} = 0$$

$$I_2 = 0$$

Z prvního Kirchhoffova zákona nyní dostaneme $I_3 = I_1$.

Z druhého Kirchhoffova zákona pro světle modrou smyčku si vyjádříme I_3 :

$$R_1 I_3 = -U_{e1}$$

$$I_3 = -\frac{U_{e1}}{R_1}$$

Číselné dosazení

Řešením Kirchhoffových zákonů jsme dostali rovnice pro proudy I_2, I_3 :

$$I_2 = 0 \text{ A}$$

$$I_3 = -\frac{U_{e1}}{R_1}$$

Nyní dopočítáme hodnotu proudu I_3 :

$$I_1 = -\frac{10}{20} \text{ A} = -0,5 \text{ A}$$

Záporný výsledek znamená, že skutečný směr proudu I_3 je opačný, než námi vyznačený směr v obrázku.

Odpověď

Rezistory procházejí proudy o velikostech $I_2 = 0 \text{ A}$, $I_3 = 0,5 \text{ A}$.

Odkaz na podobnou úlohu

Zkuste také obtížnější úlohu na řešení Kirchhoffových zákonů: [Využití Kirchhoffových zákonů pro výpočet celkového odporu zapojení](#)

<http://kdf.mff.cuni.cz/vyuka/sbirka>

Aktualizováno: 27. 5. 2007

V případě problémů se obraťte na [administrátora sbírky](#).