

**UNIVERZITA KARLOVA V PRAZE**

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky a didaktiky matematiky



DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Využití hudební výchovy v hodinách matematiky na 1. stupni ZŠ  
aneb Pane učiteli, zazpíváme si**

**Use of music education in mathematics lessons at the 1st stage of  
elementary school or Let's sing, Mr. teacher**

Vedoucí diplomové práce:	doc. RNDr. Darina Jirotkvá, Ph.D.
Autor diplomové práce:	Zuzana Jánošková
Studijní program:	Učitelství pro základní školy
Studijní obor:	Učitelství pro 1. stupeň základní školy

Praha, 2021

Odevzdáním této diplomové práce na téma „Využití hudební výchovy v hodinách matematiky na 1. stupni ZŠ aneb Pane učiteli, zazpíváme si“ potvrzuji, že jsem ji vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

Praha, 19. dubna 2021

Velmi děkuji doc. RNDr. Darině Jirotkové, Ph.D. za cenné rady, věcné připomínky, trpělivost a vstřícnost při konzultacích a vypracování diplomové práce.

## **ABSTRAKT**

Práce se zabývá možnostmi propojení výuky matematiky s hudbou. Teoretická část se zaměřuje na vztah matematiky a hudby, motivaci žáků, teorii mnohačetné inteligence a také na to, zda může hudba přispívat k rozvoji matematického myšlení. Praktická část přináší 5 příprav vyučovacích hodin, kde je hlavní téma hudební výchova a několik dalších možností, jak využít hudební výchovu v rámci jiného matematického tématu.

## **KLÍČOVÁ SLOVA**

Hudba v matematice, rytmus v matematice, hudební nástroje v matematice, motivace, slovní úlohy, rovnice, mezipředmětové vztahy, Gardnerova teorie mnohačetné inteligence.

## **ABSTRACT**

The work deals with the possibility of interconnecting the teaching of mathematics with music. The theoretical part focuses on the relationship between mathematics and music, student motivation, the theory of multiple intelligence and also on whether music can contribute to the development of mathematical thinking. The practical part delivers five lesson preparations, where the main topic is music education and several other ways to use music education in another mathematical topic.

## **KEYWORDS**

Music in mathematics, rhythm in mathematics, musical instruments in mathematics, motivation, word problems, equations, intersubject relations, Gardner's theory of multiple intelligence.

## Obsah

Úvod	8
1 Teoretická část	10
1.1 Matematika a hudba	10
1.1.1 Pythagoras ze Samu	10
1.1.2 Numerické systémy	11
1.1.3 Jak to tedy je?	11
1.2 Vybrané didaktické situace v matematice	12
1.2.1 Model čísla	12
1.2.2 Slovní úlohy	13
1.2.3 Rovnice	14
1.2.4 Zlomky	16
1.2.5 Periodicita a kombinatorika	17
1.3 Trochu hudební teorie	18
1.4 Konstruktivistický přístup	20
1.5 Motivace	22
1.5.1 Gardnerova teorie mnohačetné inteligence	22
1.6 Mezipředmětové vztahy	25
1.6.1 Proč zrovna hudební výchova v matematice?	26
1.7 Matematicko hudební zajímavost na závěr	27
2 Přípravy a reflexe hodin	28
2.1.1 Když jsem já sloužil	28
2.1.2 Měla babka čtyři jabka	40
2.2 Noty v matematické roli	43
2.2.1 Noty na miskách vah	43

2.2.2	Skládání not do taktů	53
2.3	Rytmus	58
2.3.1	Rytmus jako nástroj pro modelování čísla	59
2.3.2	Rytmus jako nástroj k rozvoji smyslu pro periodicitu / uspořádání	61
2.3.3	Rytmus jako nástroj k pochopení násobilky, společných násobků a dělitelnosti	63
2.4	Hudební nástroje v hodinách matematiky	63
2.4.1	Boomwhakers jako nástroj pro rozvoj kombinatorických schopností	63
2.4.2	Orffovy nástroje a hra na tělo	72
	Závěr	73
	Seznam použitých informačních zdrojů	75
	Seznam použité literatury:	75
	Seznam článků:	77
	Seznam internetových zdrojů:	77
	Seznam příloh	80

## Úvod

Když jsem přemýšlela, o čem budu psát diplomovou práci, tak to chvílku bylo téma z hudební výchovy, chvílku z matematiky a pořád jsem se nemohla rozhodnout, k čemu inklinuji víc.

Pak mě napadlo, že bych to vlastně mohla spojit. V podstatě jsem o tomto propojení přemýšlela od malička. Možná to bylo tím, že jsem na základní škole měla dva velké vzory - paní učitelku matematiky a paní učitelku hudební výchovy. Díky nim jsem tyto dva předměty milovala. Také jsem si tehdy slíbila, že budu jednou tyto dva předměty učit. Když jsem to ale komukoliv řekla, tak se na mě divně díval, že to přece vůbec nejde dohromady.

*Opravdu? Copak nevidíte v hudbě matematiku? Copak neslyšíte v matematice hudbu?*

O tom, že to k sobě jde, jsem se přesvědčila i několikrát později.

Chodila jsem chvíli do speciální matematické třídy na gymnáziu. Bylo nás tam 30 a 27 z nás hrálo na nějaký hudební nástroj. Někteří opravdu jako virtuosové.

Já jsem v hudbě byla vždy spíše samouk a všechny teoretické zákonitosti jsem se naučila díky matematice. V podstatě i některé písničky a skladby umím jen díky tomu, že jsem si tam vsunula nějakou tu matematickou berličku.

Během studia na UK se některé kolegyně trápily s hudební výchovou a měly pocit, že se jí nikdy nenaučí. Nabídla jsem se, že jim ukážu, jak se to nebudou muset učit. Ukázala jsem jim svoje “vzorečky”, u kterých v podstatě stačí umět počítat do pěti, v nejhorším do osmi. Že se vlastně nemusí nic učit z paměti, stačí si to jenom spočítat.

Když se vrátíme do dávné historie, najdeme několik matematiků, kteří se hudbou zaobírali. Například Pythagoras nebo Leonhard Euler. Naopak jako milovník matematiky je známý hudební skladatel Johann Sebastian Bach. Skvělý v matematice byl i Camille Saint-Saëns.

*Jak to tedy je? Pomáhá nám matematika s hudební výchovou a naopak? Fungují tyto dva předměty dohromady? Jak by na toto spojení reagovali žáci na základní škole? Bylo by to pro ně přínosné, zajímavé, motivační?*

*Docela ráda bych se na to podívala. Půjdete se mnou?*



Hlavním cílem mé diplomové práce je propojit vyučování matematiky s hudební výchovou tak, aby byla posílena motivace žáků pro řešení úloh v matematice a také, aby byla posílena motivace používat nástroje z oblasti hudební výchovy. Ráda bych navrhla a ověřila v praxi, jak lze využít prvky hudební výchovy ve výuce matematiky pro rozvoj matematické ale i hudební gramotnosti v nižších ročnících prvního stupně ZŠ.

Cíle chci naplnit tak, že analyzuji matematické učivo a budu hledat v hudební výchově prvky, které lze pro dané učivo využít. Připravím několik konkrétních scénářů výukových hodin a ty, které jsou vhodné pro online výuku realizuji, zanalyzuji, okomentuji a navrhnu případnou úpravu.

## 1 Teoretická část

V teoretické části se zaměřuji na otázky související s částí praktickou. Proč matematika a hudba? Co mají společného? Snažím se na téma podívat z pohledu historického, z pohledu psychologického a z pohledu didakticko matematického. Zároveň se snažím zahrnout fakta z hudební teorie, které pak využívám v praktické části.

*Hudební forma má blízko k matematice – ne snad k matematice samotné,  
ale rozhodně k jakémusi matematickému myšlení a vztahům.  
(Igor Stravinskij)*

### 1.1 Matematika a hudba

Hudba je spojována s matematikou už od starověku. Předpokládá se, že číselné vztahy objevil v intervalech stupnic a souzvuku tónů už Pythagoras. Nebylo to mezi kmitočty, ale mezi délkami znějících strun. ([www.filosofie.mysteria.cz](http://www.filosofie.mysteria.cz))

#### 1.1.1 Pythagoras ze Samu

Eli Maor ve své knize uvádí zajímavý příběh pojící se s Pythagorasem ze Samu a jeho hudební teorií (cca 585 – 500 př.n.l):

*„Legenda praví, že jednoho dne kráčel po ulici a uslyšel hlasité zvuky vycházející z kovárny. Zastavil se, aby věc prozkoumal, a zjistil, že zvuk vydává mistrův perlik dopadající na plát železa; čím mohutnější byl plát, tím hlubší zvuk vydával. S pouhým kvalitativním pozorováním se však Pythagoras nespokojil a pustil se do experimentů s celou škálou vibrujících objektů: s napjatými strunami, sklenicemi s vodou, zvony a píšťalami. Údajně také sestrojil jednoduchý hudební nástroj monochord (Obr. 1.1) – ozvučnou desku s číselnou škálou, opatřenou jedinou strunou.“ (Maor, 2020, str. 31)*



Obr. 1.1 Monochord

### 1.1.2 Numerické systémy

Zajímavou zastávkou v historii by mohl být také Johann Sebastian Bach, který si ve své tvorbě pravděpodobně pohrával s matematickými principy. Motiv, kdy převedl své jméno do not B, A, C, H, používal ve skladbách jako svůj „podpis“. V motivech se pak často vyskytovalo 14 not, což je číslo, které bychom dostali, když bychom jednotlivým hláskám přiřadili číslo podle pořadí v abecedě a sečetli je (B=2, A=1, C=3, H=8). (www.stoplusjednicka.cz)

### 1.1.3 Jak to tedy je?

Pokládám si otázku, proč je vlastně propojení hudební výchovy a matematiky pro někoho tak nepředstavitelné. Možné vysvětlení mi poskytl Eli Maor, který uvádí, že to propojení je omezeno odlišnými cíli těchto dvou disciplín. Zatímco matematika cílí na náš intelekt, hudba se snaží dostat k našim srdcím a probudit naše emoce.

Přesto mají tyto dva obory hodně společných rysů:

- Soubor symbolů, na kterých stojí jak matematika, tak hudba.
- Začaly se vyvíjet přibližně ve stejné době, kolem roku 1000 př.n.l.
- Řada společných termínů:
  - harmonický – v hudbě „příjemný na poslech, v Encyklopedickém slovníku matematiky objevíme několik užití tohoto slova, například harmonická funkce, harmonická řada,...
  - inverze – v hudbě obrat intervalu, v matematice inverze bodu vzhledem ke kružnici
  - posloupnost – v hudbě tónů, v matematice čísel
  - rytmus
  - ...

Eli Maor také popisuje to, že hudba byla několik století inspirací pro matematiky, kteří v ní nacházeli řadu problémů a snažili se je řešit. Nejslavnějším se jeví problém vibrující struny. (Maor, 2020)

## 1.2 Vybrané didaktické situace v matematice

V této části se zabývám matematickými situacemi, které jsou použité v praktické části a do kterých jsem zapracovala prvky hudební výchovy.

Když si vzpomenu na svá školní léta, patřily mezi nejméně oblíbené části matematiky rozhodně slovní úlohy, rovnice a zlomky. Nemyslím tím konkrétně u sebe, ale většina spolužáků s tím měla problém. Neoblíbenost a dokonce problematičnost těchto témat potvrzují výzkumy v (Rendl, Vondrová. 2013).

Ze své současné pedagogické praxe mohu říci, že v dnešní době je situace lepší. Přesto jsou stále tato témata zajímavá pro výzkum. Např. v publikaci (Vondrová, Rendl. 2015), je výzkumně uchopen pohled žáků na kritická místa popsaná z pohledu učitelů ve výzkumu výše zmíněném (Rendl, Vondrová. 2013).

Už i z tohoto důvodu mi přijde zajímavé se na tyto oblasti zaměřit a přispět něčím, co žákům tato témata zpestří a zatraktivní. Jak říká Seymour Papert, pokusme se raději kreativně vytvořit pro děti matematiku, kterou budou milovat, než je nutit aby milovali matematiku, kterou nenávidí. (Papert, 1972)

Kromě těchto tří témat se podívám i na téma násobilky, periodizace, kombinatoriky, ale také prohhoubit budování představ žáků o číslu prostřednictvím práce s jeho modely. Abych byla upřímná, tak periodizaci ani kombinatoriku si vůbec ze základní školy nepamatuji a obávám se, že ani modelování čísla se moc prostoru nedávalo. Násobilku jsme se samozřejmě učili z paměti a na větu mého tatínka „*Ked' ťa o polnoci zobudím, tak musíš násobilku vysypať z rukávu*“ asi nikdy nezapomenu.

### 1.2.1 Model čísla

Se světem čísel se dítě setkává prakticky od narození. Dítě vnímá, že má dvě ruce, dvě nohy, na které mu maminka dává dvě botičky a přitom říká “jedna bota a druhá bota” apod. V některých případech projevují děti zájem o počítání vlastně čehokoliv - panenek, plyšáků, talířů na stole, listů v knížce apod. Např. můj syn čísla miloval v době, kdy ještě pomalu neuměl mluvit a ve dvou letech jsme počítali hlavně autíčka.

Číslo je základní matematický jev. Pro kvalitní představu dítěte o čísle je zapotřebí mu nabízet dostatečné spektrum modelů, ideálně propojených na životní zkušenosti dítěte. (Hejný, Kuřina. 2015) Modelovat čísla jako počet prvků můžeme pomocí prstů či jakýchkoliv objektů, které máme kolem sebe. Modely vnímáme zrakem (vizuální model čísla), některé i hmatem (haptický model čísla). Budeme rozlišovat modely čísla podle toho, jaká percepce je aktivována. Dokonce bychom mohli vnímat i chutí, například *Kolik lentilek si právě snědl?* Kinestetický model čísla děti prožívají například při krokování, chůzi po schodech, různými pohyby rukou nebo celého těla - dřepy, poskoky apod. Komplikací v těchto případech je to, že model je pomíjivý, po jeho realizaci odezní a ztratíme jeho evidenci našimi smysly. Chceme-li pak o čísle uvažovat, je nutné si vytvořit v mysli nějakou představu a uložit ji do paměti. Takže může být pro některé žáky hůře uchopitelný, neboť je náročný právě na schopnost tvořit si zástupné modely v mysli a na krátkodobou paměť. Když teď nad tím přemýšlím, tak toto všechno vlastně platí i na případ snědených lentilek.

Modely čísla můžeme vnímat i sluchem - model akustický: Kolikrát jsem tleskla? Kolikrát zazněl zvon? Opět se jedná o jev, který se objeví v procesu a hned zmizí. A právě tento model čísla mi připadal velmi zajímavý pro využití hudební výchovy, kde jsou k tomu krásné nástroje - rytmus nebo tóny.

U hudebně zkušenějších by bylo možné využít i hudební intervaly nebo posloupnost tónů stupnice v prostředí schody.

### **1.2.2 Slovní úlohy**

Co je to vlastně slovní úloha? Jedná se o aritmetické nebo algebraické úlohy, které jsou ale formulovány slovně a ne matematickými symboly. (Vyšín, 1962) Slovní úlohy výrazně přispívají k rozvoji klíčových kompetencí a to především komunikativních kompetencí, kompetence k řešení problémů a kompetence k učení. Úkolem žáků je vhodnými úvahami zjistit, jaké početní operace mají provést, aby se dostali k vyřešení problému a k odpovědi na otázku. Snaží se vytvořit matematický model popisované situace. (Blažková, 2011)

Řešení slovních úloh rozvíjí schopnosti pochopit slovní popis situace nebo procesu, tedy vlastně rozvíjí m.j. také čtenářskou gramotnost. Považuji tuto schopnost za velmi důležitou pro fungování člověka v reálných situacích.

K lepšímu pochopení slovních úloh můžeme využít mnoho metod - dramatizaci, vizualizaci (obrázek, tabulka, časová osa, graf,...), manipulaci, pohyb (krokování, schody).

Na první pohled to všechno vypadá jednoduše. Proč jsou tedy slovní úlohy tak problematické?

Vondrová a spol. (2015) ve své publikaci popisují některé problémy, jako je nedostatečné logické myšlení, nepozornost žáků, špatné čtení s porozuměním, málo životních zkušeností a v poslední řadě neochota žáků přemýšlet.

Může mi hudební výchova pomoci tyto problémy eliminovat? Dle mého názoru by mohla být jakousi formou motivace, překvapení nebo možností využití jiného prostředí.

Některé písničky mohou být velmi zajímavým materiálem pro slovní úlohy. Lidové písničky většinou vychází z reálného života, takže je velká pravděpodobnost přiblížit se zkušenostem dítěte. Zároveň je to vlastně umělecký text a na první pohled žáka nenapadne hledat v něm nějaké matematické souvislosti, takže má učitel v rukou krásný moment překvapení. Písnička je vlastně takový příběh a příběhy můžeme velmi pěkně dramatizovat. I vizualizace může být pro děti v tomto případě velmi kreativní.

Uvidíme, zda praktická část prokáže nebo vyvrátí tuto mou hypotézu.

### **1.2.3 Rovnice**

Měla jsem představu, že na prvním místě podkapitoly "Rovnice" bude nějaká definice rovnice. Když jsem se jí snažila najít, zjistila jsem, že těm definicím vlastně sama moc nerozumím. A že se ani moc nedivím, že jsou tak málo oblíbené.

Přitom realita je úplně jiná. S rovnicemi se ve školské matematice setkáváme už od první třídy, dokonce bych řekla, že už děti ve školkách řeší formou her různé rovnicové situace.

Od začátku prvního ročníku řešíme se žáky situace, které jsou vlastně skrytými rovnicemi, nebo které je připomínají.

Krokovací pás - krokové rovnice. *Pepíku udělej dva kroky dopředu, pak tři kroky dopředu. Začni teď. Co musí udělat Šárka, aby se dostala na stejné místo? Co musí udělat Šárka je ta naše neznámá. Jak to udělat, aby Pepíno a Šárka skončili bok po boku na stejném místě? A rovnice je na světě. Zatím v sémantické podobě s využitím metody dramatizace. Podobně jako krokovací pás funguje i prostředí schody.*

A když výše uvedenou krokovací rovnici přepíšeme do šipek, tak dostaneme šipkovou rovnici, jak ji popisuje Hejný (2014). Jedná se vlastně o proces postupné desémantizace, kdy se dítě dostává od sémantického vnímání k vnímání znakovému. V řešitelském procesu může být pohyb spolužáka nahrazen třeba pohybem nějakou figurkou. Později je i toto vystřídáno imaginací a přechodem ke strukturálnímu vnímání. Pak i šipka ztrácí svůj význam a může být nahrazena - počet šipek bude nahrazen číslicí. U každého žáka je tento proces desémantizace individuální. Mám v prvním ročníku několik žáků, které šipky "nudily" už v prvním pololetí a zapisovali si je číslem a šipka sloužila pouze k naznačení směru (jestli se má posouvat dopředu nebo dozadu).

Rovnováha. Staré dobré dvouramenné váhy. Když mám na jedné straně tři jablíčka, na druhé straně jedno jablíčko, co musím kam doplnit, aby byly váhy v rovnováze. (Předpokládáme, že jablíčka jsou stejně těžká.) Postupně vážíme pro představivost složitější a složitější věci. Snažíme se objevovat různé zákonitosti a jevy. Hejný na svém blogu ([blog.h-mat.cz](http://blog.h-mat.cz)) popisuje váhy jako jeden ze základních nástrojů pro modelování lineárních rovnic. Potvrzuje moji domněnku, že je vhodné, když si žák vážení prakticky vyzkouší.

Prostředí hadí jsou vlastně také rovnice. Příručka Hejného metody pro rodiče (2015) popisuje hady jako úlohy na procvičování matematických operací, ale také říká, že toto prostředí rozvíjí schopnosti řešit soustavu dvou rovnic metodou pokus-omyl.

Krásným pohádkovým prostředím na propedeutiku rovnic je Děda Lesoň a jeho zvířátka, kde kočka má sílu dvou myší, husa sílu kočky a myší, pes sílu husy a myši atd. Zvířátka si u dědy Lesoně rády hrají na přetahovanou. Které družstvo bude silnější? Jak zařídit, aby

obě družstva byla stejně silná, aby byla v rovnováze, aby se pravá strana rovnala levé? (Slezáková, Šubrtová. 2015) Když jsem přemýšlela o tématu své diplomové práce, tak děda Lesoň byl vlastně první nápad. Bylo by možné zvířátka modelovat i zvukem? Například myš by byla flétnička, kočka rolničky, husa by byla kastaněty atd. Protože v prvním ročníku zatím dědu Lesoň neprobíráme, tento nápad jsem zatím nezrealizovala ani nerozpracovala.

Co je pro mě asi nejdůležitějším poznáním v oblasti rovnic, je to, že není důležitý nácvik postupu, jak jsme se to učili my, ale chápání vztahů, které jsou rovnicemi popisovány. Dítě objevuje nové zákonitosti a rozvíjí své matematické myšlení. (Hejný, 2008)

#### 1.2.4 Zlomky

Zlomky se v tradičních osnovách objevují až ve čtvrtém nebo pátém ročníku. Žák ale přichází do školy s tím, že už zkušenosti s polovinou někdy i se čtvrtinou má. I když ta představa ještě není úplně přesná. Pro většinu žáků na začátku školního roku znamenalo rozdělit papír na dvě poloviny, prostě ho rozdělit na dvě části. Teprve po upřesnění, že je potřeba ho rozdělit spravedlivě, došli k tomu, že ty části musí být stejné.

Hejný upozorňuje, že u otvírání světa zlomků je velmi důležité dobré sémantické ukotvení pojmů polovina, třetina, čtvrtina a šestina. (Hejný, 2014)

Za vhodné metody považuji manipulaci (dělení čokolády, koláče, lentilek, peněz), diskusi (jak jednotlivé pojmy žáci vnímají), hra “Co mám pod čepicí” (*Na stole mám 4 lentilky. Půlka z nich je vedle čepice. Kolik jich mám pod čepicí?*)

K propedeutice zlomků se mi moc líbila úloha, kterou jsme si ukazovali v hodinách matematiky na UK. Při první příležitosti jsem ji také ve své třídě aplikovala. Učitel si připraví dvojice různě dlouhých provázků (ta dvojice je vždy stejně dlouhá). Rozdá provázky žákům a požádá je, aby našli ve třídě spolužáka, který má stejně dlouhý provázek (měření, porovnávání). Poté požádá žáky, ať si svůj provázek rozdělí na dvě poloviny. *Jak to uděláte?* (Zkoumá, jak žáci chápou pojem polovina.) Další částí úkolu (ideálně v některé z následujících hodin) je najít spolužáka, který má stejně dlouhou polovinu provázku. *Přijdou žáci na to, že je to vlastně ten stejný spolužák, jako v předchozí hodině? Že to už není potřeba přeměřovat?*



I ve zlomcích je možnost využití hudební výchovy. Když se podíváme na jakýkoliv notový zápis, tak téměř každá skladba, každá písnička, začíná matematickým zlomkem, označujícím takt. V první ročníku tedy nepočítám s tím, že bychom toto označení nějak víc v matematice rozebírali. Ale protože už některé typy taktů známe z hudební výchovy -  $2/4$ ,  $3/4$  a  $4/4$ , přišlo mi zajímavé je v matematice využít. *Jaké noty a pomlčky můžu využít na vyplnění nebo doplnění daného taktu?* I když v tomto případě se spíš jedná o propedeutiku rovnic než o propedeutiku zlomků. Na zlomky ale mohu využít délky jednotlivých not. V hudební teorii jsme si říkali, že jedna celá nota znamená 4 čtvrt'ové. *Jakou částí je tedy jedna čtvrt'ová nota z jedné celé noty?*

### 1.2.5 Periodicita a kombinatorika

Hejný popisuje na blogu H-mat prostředí Sousedé, ve kterém žák získává zkušenosti v právě s jevem periodicity. Periodicita je důležitá pro jeho další studium matematiky. V těchto úlohách můžeme objevit i druhou popisovanou oblast - kombinatoriku.

Prostředí sousedé předcházejí různé úlohy zaměřené na rytmy. Opět tady krásně vidíme přesah do hudební výchovy. Periodicity s rytmem úzce souvisí.

Úlohy na rytmus jsou koncipovány tak, že je daná řada čísel, kterou je potřeba doplnit. Procvičujeme tím vizuální formu rytmu.

Dalším krokem je rytmus procesualizovat - například vytleskat nebo zadupat nebo zahrát na hudební nástroje.

Jako těžší varianta se jeví proces opačný - slyšený rytmus zapsat. Je to pochopitelné, protože vytleskaný nebo zahráný rytmus je jev pomíjivý a aby ho žák dokázal zapsat, musí si ho být schopen vizualizovat.

Od rytmu se přes různé součtové operace (součet dvou sousedních čísel, kde ten součet vidíme nad nebo pod řadou, viditelný součet tří sousedních čísel) se dostaneme právě k prostředí Sousedé, kde je stejný princip jako u výše uvedených součtových operací, ale s tím rozdílem, že součet tří sousedních čísel už není graficky vyjádřen, což může některým žákům působit potíže.

Na kombinatoriku se mi moc líbí úlohy s kouzelníkem, který řeší cestu bludištěm s použitím barevných kouzelných hůlek. Tento úkol jsem využila i v praktické části své

práce. Kombinatoriku si ale děti procvičují i u na první pohled prostých početních úkolů. Například úloha z učebnice MATEMATIKY (h-mat): Doplň tři různé číslice  $?+?+?=1$ . V podstatě je to podobná situace, kterou mám zpracovanou v praktické části s využitím boomwhackers (v našem případě s virtuálním xylofonem).

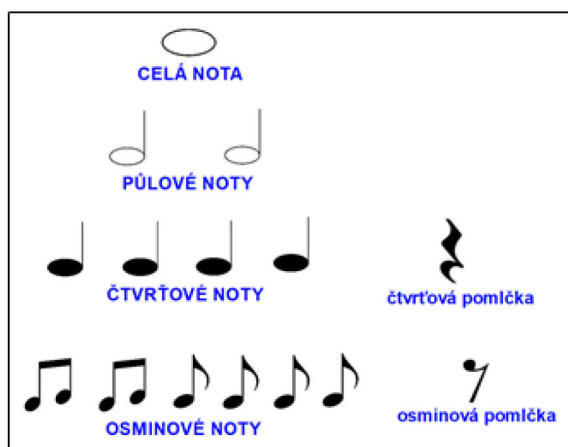
Když se detailněji dívám na tuto matematickou oblast, mám pocit, že tady je možnost propojení s hudební výchovou opravdu velmi velká.

### 1.3 Trochu hudební teorie

Nechci se tady dlouze rozepisovat o hudební teorii, ale protože ve své praktické části využívám některé poznatky z teorie hudby, přišlo mi důležité zmínit zde alespoň nějaké základy.

Začnu rytmem, něčím, co nás provází od prenatálního věku a v podstatě na každém kroku. Jak popisuje rytmus hudební nauka? Můžeme ho najít v různých významech. Pro nás by v tuto chvíli bylo asi nejzajímavější vysvětlení Zenkla (2016) ve vztahu metrum - rytmus, kde se obvykle mluví o tónových délkách. Metrum je střídání přízvučných a nepřízvučných dob a rytmus je střídání not různých délek. Metrum je jakési pravidelné pozadí a rytmus je přesně vypsán v notách.

Délka tónu je označena tvarem noty. Pro ilustraci přikládám obrázek některých základních hodnot, které jsem využívala v praktické části. (Obr. 1.2)



Obr. 1.2 Základní noty

Celá nota se rovná dvěma půlovým nebo čtyřem čtvrt'ovým nebo 8 osminovým. Nejbližší kratší nota má vždy poloviční hodnotu a nejbližší delší dvojnásobnou. Pokud bychom vzali půlovou notu, která má délku 2, nejbližší kratší bude čtvrt'ová s délkou 1 a nejbližší delší nota celá s délkou 4.

Délky not využívám v praktické části hlavně k propedeutice rovnic a zlomků. Napadá mě ale ještě možné propojení s dalším matematickým prostředím, kterým je pohádkový Biland. V tomto prostředí se žák seznamuje s dvojkovou soustavou. Groše jsou mocninami čísla 2 ( $A_g=1$ ,  $B_g=2$ ,  $C_g=4$ ,  $D_g=8, \dots$ ). Osminová nota by byla A-grošem (domluvíme se, že bude mít hodnotu 1 pro lepší počítání), čtvrt'ová nota B-grošem (čtvrt'ovou notu můžu rozdělit na dvě osminové - 2), půlová nota C-grošem (půlová nota = 4 osminovým notám - 4) a celá nota D-grošem (celou notu můžu nahradit 8 osminovými notami - 8).

Z hudební teorie se ještě lehce dotknu výšky tónu a základní stupnice C dur. Když uspořádáme všechny tóny podle jejich výšky, získáme tónovou soustavu. Základem naší tónové soustavy jsou tóny c, d, e, f, g, a, h. Vzdálenost mezi výchozím c a nejbližším opakovaným c se nazývá oktáva, protože se jedná o 8 stupňů – 1.c, 2.d, 3.e, 4.f, 5.g, 6.a, 7.h, 8.c. Tato řada tónů je zároveň stupnicí C Dur. Stupnicí nazýváme stoupající nebo klesající řadu tónů v rozmezí jedné oktávy. Má sice 8 stupňů, ale jenom 7 tónů, protože první a poslední stupeň se opakuje, jenom o oktávu výš. (Zenkl, 2016). V matematice bychom to mohli využít pro téma periodicity.

Hudební skladby jsou členěné na krátké úseky, takty. Velmi hezky tuto problematiku popisuje Eli Maor. Začíná tikáním metronomu, kde slyšíme jenom tik, tik, tik, tik, ... Dalo by se říct, že tam není nic hudebně zajímavého. Pak ale do toho vložíme určité časové předěly, takty a najednou je všechno jinak. Tóny se nezměnily, ale změnilo se jejich vnímání. Dvoudobé metrum nám vznikne, když vložíme taktovou čáru za každý druhý tón, třídobé za každý třetí tón a čtyřdobé za každý čtvrtý tón. Když přidáme konkrétní časovou hodnotu noty (například, že každé tiknutí bude jedna čtvrt'ová nota), můžeme přiřadit taktové označení v podobě zlomků –  $2/4$ ,  $3/4$ ,  $4/4$  takt.

Metrum samo o sobě je pouze časovým rámcem, život mu dodává teprve rytmus. (Maor, 2020)

*I pouhé rytmické schéma – bez melodických tónů, bez harmonie, barev orchestru  
– pouhý rytmický rozvrh může sám o sobě nést výraz.  
(Leonard Bernstein)*

Citát Leonarda Bernsteina jsem si půjčila proto, že v praktické části si vlastně budeme hrát s rytmem. Budeme matematicky skládat rytmická schémata, bez ohledu na to, jakou výšku mají jednotlivé tóny. Bude nás zajímat jejich délka, jejich hodnota a takt.

#### **1.4 Konstruktivistický přístup**

K této části jsem si vypůjčila slova Alberta Einsteina z publikace Hejného a Kuřiny (2015, str. 23). Protože je to krásný všeřikající text, na kterém je dle mého názoru konstruktivistický přístup postavený.

*... Velké umění, například krásný obraz nebo hudební skladba, je užitečné, protože nás povznáší nad strasti každodenního života: poskytuje nám klid a štěstí. Základním výzkumem, studiem přírodních zákonů, se často zabýváme z týchž příčin. “Nejkrásnější pocity vyplývají ze záhad. Jsou to pocity, které tu stojí u kolébky skutečného umění a skutečné vědy. Člověk, který tento pocit nezná, člověk, který se neumí divit a který neumí žasnout, je prakticky mrtvý. Je jako zhasnutá svíce.” (Einstein) Z krásných a záhadných věcí se dovedou radovat i děti.*

Hejný a Kuřina (2015) přirovnávají dítě k vědci. I vědec i dítě fungují na bázi konstruktivismu. Dítě stejně jako vědec aktivně reaguje na všechny podněty, objevuje a každý svůj objev nadšeně sděluje, většinou svým způsobem vyjadřování. (Že děti opravdu velmi rády objevují a následně pak své objevy nadšeně sdělují, můžu potvrdit i ze své zkušenosti v rámci mé zatím velmi krátké praxe. V prvním ročníku je to hodně markantní a já jsem za to moc ráda a budu se snažit o to, aby jim tato touha dlouho vydržela.)

Vědec i dítě vytvářejí nové věci. U dítěte jsou to nová slova, věty a u vědce nové poznatky, nové teorie. Vědci nové poznatky sdělit nemůžeme, na základě experimentů a bádání si je objevuje sám. Myslím si, že to samé bychom měli dopřát dítěti. Možnost objevovat, bádat a poznávat. Nemělo by být naším cílem předávat dětem “hotové poznatky”.

Chápu to tak, že učitel v tomto pojetí není předavatelem faktů a informací, ale je jakýmsi průvodcem. Někým, kdo přináší zajímavý problém (problém vycházející z dětské

zkušenosti, který je pro děti uchopitelný a ideálně i zajímavý), dává prostor k bádání a hledání, pokládá otázky nebo přináší do výuky možnost manipulace či dramatizace a samozřejmě diskuse.

Jak říkají Hejný a Kuřina (2015, str. 23): *Bádání chápeme jako proces hledání odpovědí na aktuální otázky, které vycházejí s kontaktu člověka s přírodou a společností.*

Je důležité si uvědomit, že celý tento přístup je postavený na individuálních myšlenkových procesech a na individuálním vnímání každého žáka. Každý žák přichází do výuky „vyzbrojen“ jinými zkušenostmi a jinými poznatky. I proto vnímám diskusi nad tématem jako velmi důležitou, protože si u ní žák může svoje poznatky a zkušenosti utřídit.

Dovolím si ještě vypůjčit zkušenosti Hejného a Kuřiny (2015, str. 139-140), kteří popisují jaké počínání je pro rozvoj žákovy schopnosti objevovat podnětné a jaké útlumové. S jejich názory plně souhlasím a myslím si, že je velmi důležité, aby si toto učitelé, ale i rodiče uvědomili.

- 1. Nutným předpokladem pro to, aby u dítěte došlo k aha-efektu, je jeho intelektuální sebevědomí a příznivý, nebo aspoň ne odmítavý vztah k spekulativnímu myšlení.*
- 2. Netrpělivost dospělého, který se snaží dovést dítě k objevu co nejkratší cestou, je kontraproduktivní. Zkušený učitel svým zájmem a případnými podněty udržuje v mysli dítěte potřebu zvědavosti a napětí očekávání.*
- 3. Rozhodující moment nastává, jakmile dítě k objevu dospěje. Učitel nebo rodič, který dovede sdílet s dítětem radost z objevu a objev v rodině nebo ve třídě vhodně propagovat, výrazně podněcuje rozvoj objevitelské schopnosti dítěte.*

Na tomto místě by bylo asi vhodné vysvětlit, co to je ten aha-efekt. Většina slovníků popisuje aha-efekt jako: *Aha efekt (někdy též i aha zážitek, v angloamerické literatuře známý též jako Eureka effect, v německé pak pod označením Aha-Erlebnis) je psychologické pojmenování momentu náhlého pochopení dříve nesrozumitelného problému a úkolu vzhledem.*

Já osobně jsem moc ráda, že jsem si mohla několikrát aha-efekt prožít v rámci studia na UK. Doufám, že i tato skutečnost mi umožní být dobrým učitelem a budu schopna tyto momenty u svých žáků navodit.

## **1.5 Motivace**

Protože je konstruktivistický přístup k vyučování postavený na individualitě žáka, na kultivaci duševního světa jednotlivce, hraje zde motivace klíčovou roli. Žák, který nebude chtít, nebude mít o učení zájem, si žádnou poznatkovou strukturu nevybuduje. Tady je zapotřebí jeho aktivita a k nastartování aktivity je zapotřebí motivace. (Hejný, Kuřina. 2015)

Motivaci zdůrazňoval i J. A. Komenský (1946, s. 31): Přístup k učení jen tehdy, byla-li u žáka silně podnícena chuť k učení.

Pokud žáka zaujme téma nebo činnost, aktivně pracuje. Důležité proto je, aby učitel vybíral aktivity tak, aby se přiblížily k potřebám a zájmům žáků a aby byly propojené s reálným světem. Vnitřní motivaci žáků můžeme povzbudit tím, že postavíme žáka před zajímavý problém, který aktivizuje jeho poznávací potřeby. (Kalhous, Obst. 2002)

Motivace je startovací etapou a hnacím motorem poznávacího procesu nejen v matematice. Žák bez motivace si žádnou poznatkovou strukturu ani nezačne budovat. Motivace dítěte je na rozdíl od dospělého člověka těkavá a pokud nedokážeme zaujmout dítě hned, obrátí svou pozornost jinam. Dítě má zase silnou potřebu poznávat věci kolem a jeho motivační pole bývá široké. (Hejný, Kuřina. 2015)

### **1.5.1 Gardnerova teorie mnohačetné inteligence**

Velký význam pro vzdělávání měla Gardnerova teorie mnohačetné inteligence, i když byla kritizována. Tato teorie pracuje s osmi, někdy s devíti „druhy“ inteligence (jazyková, logicko-matematická, vizuálně-prostorová, hudební, pohybová, přírodní, interpersonální [sociální], intrapersonální [emoční, introspektivní] a existenciální/spirituální). Psychologové je spíše považují za schopnosti nebo dovednosti. Díky této teorii se ve vzdělávání začal klást větší důraz na rozvoj dovedností, které nejsou spojovány s IQ.

Podstatné tady je, aby jedinec objevil svůj potenciál a vlohy a dokázal s tím účelně pracovat a dosáhnout tak úspěchu. (Stehlíková, 2018)

Z tohoto pohledu je zajímavá výzva pro učitele, připravit aktivity tak, aby podporovaly co nejvíce (ideálně všechny) typy inteligencí (dovedností). Dle Gardnera se totiž lidé učí novým věcem různými způsoby, podle toho, která z uvedených inteligencí u nich převládá. Podobné to je i v matematice - žáci preferují různé percepční kanály, kterými přijímají informace.

Možná se někdo zeptá, proč jsem zařadila tuto teorii pod část Motivace. Jsem přesvědčena o tom, že pro správnou motivaci žáků tady své místo má. Myslím si, že pokud učitel nastaví motivaci a celkově výuku tak, aby obsáhl co nejvíc typů, tak má v podstatě vyhráno.

Tato práce se věnuje propojení matematiky a hudební výchovy. Využiji zamyšlení Thomase Armstronga právě nad hudební a logicko-matematickou inteligencí.

### **Schopnost vs. dovednost**

K vymezení pojmů schopnosti a dovednosti si dovolím citovat webové stránky [www.obcankari.cz](http://www.obcankari.cz):

*V psychologii se schopnosti obecně vymezují jako souhrn předpokladů jednotlivých duševních funkcí k určité činnosti (vyřešení problému, orientace v situaci a odpovídající reagování na její podmínky atd.). Předpoklady pro úspěšné provádění konkrétních činností za běžných podmínek se označují jako dovednosti. Dovednosti získává člověk zafixováním určitých operací, učením a procvičováním.*

Chápu to tak, že schopnost je něco, s čím se rodíme, a dovednost získáváme během života tím, že se věci učíme a procvičujeme.

## **Hudební chytrost / hudební myšlení**

Používám zde výraz “chytrost” přesto, že se nejedná o běžně používaný termín v této oblasti. Tento výraz jsem převzala z publikace, ze které jsem čerpala “Každý je na něco chytrý” a dle mého názoru krásně vyjadřuje to, co jsem chtěla sdělit.

Hudební chytrost se může u každého projevit jinak. Někoho baví zpívání, jiný hraje na hudební nástroj nebo si umí nějaký vymyslet a vyrobit, další má cit pro rytmus. Někdo slyší hudbu ve zvucích každodenního života a někdo skládá písničky.

Hudba sloužila jako klíčový prostředek k předávání vědomostí z jedné generace na druhou. V mnoha kulturách je dodnes živoucí součástí každodenního života.

Hudbu využíváme ke komunikaci, ke sdílení pocitů, může nám pomoci v učení, podpořit paměť, ale hlavně přináší radost a potěšení.

Část myslí, která se zaměřuje na hudbu, funguje i ve chvíli, kdy ji zrovna neposloucháme. Můžeme ji najít při různých každodenních činnostech, když si například u čtení knížky nebo řešení matematické úlohy poklepáváme prsty nebo si broukáme. Hudba nám pomáhá k lepšímu soustředění, ale třeba i k vyřešení zapeklitých problémů. I mnoho vědců nacházelo v hudbě inspiraci, například Albert Einstein, Johannes Kepler nebo už zmiňovaní Leonhard Euler či Pythagoras.

## **Logická chytrost / logické myšlení**

Nejběžnějším způsobem, jak využívat logickou chytrost, je matematika a ta je všude kolem nás – na hodinkách, na značkách, na penězích. Během dne pořád něco počítáme, měříme, odhadujeme nebo porovnáváme. Okolní svět nám poskytuje mnoho možností, jak si hrát s čísly a procvičovat logické myšlení. Matematika není jen o číslech, ale především o vztazích a argumentacích a v tom spočívá logické myšlení.

### **Jak využít logickou chytrost v hudební a naopak?**

- Objevování matematiky v hudbě:
  - v hudbě je přesné počítání a určité pravidelné vzorce



- součástí notového zápisu jsou různé takty a přesné počítání kolik a jakých not se do taktu vejde
- Zhudebnění matematické látky:
  - anglická písničky „Rocková násobilka“, která usnadňuje její zapamatování
- Využití rytmu v matematice
  - rytmická básnička na násobilku
  - říkanky
  - pravidelné opakování nějakého jevu (klíč k vyvozování vztahů)
- Matematické uspořádání hudby
  - jak jsou zvuky uspořádány
  - jak jsou uspořádány rytmy (Armstrong, 2011)

## 1.6 Mezipředmětové vztahy

Pokud vzdělávání kombinuje více oblastí dohromady, může přinést nová řešení problémů a poskytnout hlubší pohled do dané problematiky. Schémata pojmů v mysli jedince se zahušťují a propojením různých oblastí pak může dojít k uvolnění cesty k zajímavějším a lepším nápadům. Nové způsoby znamenají nové zážitky a nové zkušenosti pro žáky, případně pomáhají překonat problémy, které mohly v jednotlivých předmětech vyvstat. (Mall a spol., 2016)

I reforma školství v České republice z roku 2006 uvádí, že: *Propojování obsahů předmětů je dalším znakem moderní pedagogiky.* (www.varianty.cz, Reforma školství v České republice, str. 4). Pokud se povede témata vhodně propojit, tak může žák získat informace v mnohem širších souvislostech.

Důležitost mezipředmětových vztahů můžeme nalézt i v publikaci Heckmana a Weissglasse (1994), kteří zde formulovali důležité aspekty efektivního učení a naučení se matematiky. Věří, že se matematiku naučí víc žáků, pokud se bude vyučovat společně s dalšími předměty v reálných kontextech a budou zde podněty pro rozvoj schopností praktických aplikací a zručností.

Propojování předmětů je považované za velmi důležité a zároveň složité, protože vyžaduje od učitele mnohem větší vědomosti a samozřejmě je i časově náročnější. Přesto si myslím, že výsledky nám všechnu tu námahu vrátí.

### **1.6.1 Proč zrovna hudební výchova v matematice?**

#### **Rytmus**

V části hudební teorie jsem uváděla rytmus jako jednu ze základních složek hudby. Je to něco, co nás provází celým životem. Dítě začíná vnímat zvukové podněty (například tlukot srdce) už v prenatálním období, přibližně v pátém měsíci těhotenství. Měsíční dítě již dokáže rozlišovat rytmické i intonační charakteristiky zvuků. (Vágnerová, 2014)

Na blogu věnovaném Hejného metodě se také dozvídáme, že rytmus je pro dítě velmi důležitý, protože v něm vyvolává pocit bezpečí. Ale také je velmi důležitý pro rozvoj matematických schopností. Úlohy založené na rytmu připravují žáky porozumět periodicitě, násobilce, dělitelnosti,... (blog.h-mat.cz)

O tom, že hudba má pozitivní vliv na vývoj dítěte, či už v oblasti inteligence nebo schopností, hovoří i různé studie.

#### **Música y Talento**

Španělský projekt zabývající se tím, jakou roli hraje hudební vzdělávání při zlepšování školní výkonnosti, intelektuálního a emocionálního vývoje dítěte. Ze závěrů například vyplývá, že hudba je zážitek, který propojuje jednotlivce s kolektivem, takže podporuje spolupráci. Pomáhá rozvíjet konstruktivního ducha. Podporuje kreativitu a originální myšlenky. V neposlední řadě aktivuje vývoj emoční inteligence. (www.musicaytalento.org)

#### **Mozartův efekt**

Výsledky různých testů ukazují zlepšení prostorového myšlení a prostorové představivosti v souvislosti s poslechem Mozartových sonát nebo s hrou na hudební nástroje. Prostorové myšlení je velmi důležité v matematice. (www.casopis.mensa.cz)

K jednoznačným závěrům sice nedošlo, ale existuje řada dalších studií, které ukazují, že žáci, kteří hrají na hudební nástroje, mají lepší výsledky v matematice. Počítání dob, rytmus hudby, tleskání, hra na rytmické hudební nástroje, rytmické říkanky, to vše pomáhá dítěti lépe pochopit matematické koncepty. Kromě toho je hudba zdrojem zábavy, takže se dá krásně využít jako motivační prvek.

### **1.7 Matematicko hudební zajímavost na závěr**

Zvuk ticha, pojem vákua v hudbě a pojem nula v matematice. To všechno je hudební skladba Johna Cage 4'33'' ("Čtyři minuty, třicet tři sekundy"). Je pro libovolný nástroj nebo i kombinaci nástrojů a skládá se ze čtyř minut a třiatřiceti sekund ticha ve třech větách. 6. března 2012 ji přednesl Ludovico Einaudi. Hudebním nástrojem byl klavír, nad kterým hudebník během každé věty nehybně seděl s rukama na klávesách. Na konci každé věty zavřel víko a na začátku nové věty ho zase otevřel.

Zajímavá je délka ticha. Čtyři minuty, třicet tři sekundy je možné vyjádřit, jako 273 sekund. Ve fyzice nastává při  $-273^{\circ}\text{C}$  absolutní nula pro teplotu, kdy ustává veškerý molekulární pohyb a teplotu nelze dále snížit. John Cage se takto snažil definovat absolutní nulu pro zvuk. (Barrow, 2014)

## 2 Přípravy a reflexe hodin

V této části popisují přípravy na hodiny matematiky s přesahem do hudební výchovy. Jedná se o 5 příprav vyučovacích hodin, kde je hlavní téma hudební výchova a několik dalších možností, jak využít hudební výchovu v rámci jiného matematického tématu. Některé z nich jsem prakticky vyzkoušela a sepsala k nim reflexi. V přípravách jsem popisovala didaktickou analýzu, učitelský a žakovský cíl, klíčové kompetence, pomůcky, průběh, vlastní realizaci a žakovská řešení.

Používám slovo „učitel“. Týká se mé osoby nebo kohokoliv, kdo bych chtěl sepsanou přípravu realizovat.

### 2.1 Písnička v roli slovní úlohy

Je mnoho písniček, který mají matematický potenciál. Zaujala mě představa využít písničku jako slovní úlohu. Myslím si, že slovní úlohy jsou velmi důležité ve výuce matematiky, protože propojují matematiku s reálným životem. Bývají jak žáky, tak učiteli považovány za náročné učivo. Písničku považuji za zajímavou možnost, jak dodat slovním úlohám atraktivnost, netradičnost a jak jim dát silný motivační náboj.

Výše píšu, že se jedná o přesahy mezi matematikou a hudební výchovou, ale v tomto případě můžeme hovořit i o přesahu do českého jazyka (porozumění textu, gramatické jevy), výtvarné výchovy a případně i do prvouky.

#### 2.1.1 Když jsem já sloužil

##### Text písničky:

*1. sloka*

*Když jsem já sloužil to první léto,*

*vysloužil jsem si kuřátko za to.*

*A to kuře krákoře běhá po dvoře,*

*má panenka pláče doma v komoře.*

*2. sloka*

*Když jsem já sloužil to druhé léto,*

*vysloužil jsem si kachničku za to.*

*A ta kačka bláto tlačá*

*a to kuře krákoře běhá po dvoře,*

*má panenka pláče doma v komoře.*

*3. sloka*

*...husičku za to. A ta husa chodí bosa...*

4. sloka

...vepřika za to. A ten vepř jako pepř...

5. sloka

...telátko za to. A to tele hubou mele...

6. sloka

...kravičku za to. A ta kráva mléko  
dává...

7. sloka

...volečka za to. A ten vůl jako kůl...

8. sloka

...botičky za to. A ty boty do roboty...

9. sloka

Když jsem já sloužil poslední léto,  
vysloužil jsem si děvčátko za to.

...

a to kuře krákoře běhá po dvoře,

má panenka skáče se mnou v komoře.

### **Didaktická analýza:**

Písnička „Když jsem já sloužil...“ nabízí zajímavý materiál v oblasti početních operací (sčítání, násobení), ale také pro modelování časové osy nebo zápis informací do tabulky, tedy může silně přispívat do oblasti práce s daty a jejich uspořádání a vizualizace. Dává prostor žákům objevovat matematické zákonitosti a zároveň možnost tvořit nové úlohy, například i takové, ve kterých se pracuje s číslem jako s lineární adresou, obdobné úlohám o bydlení ve vícepodlažním domě. Ukazuje žákům, že matematika není jenom „nezáživný“ předmět ve škole, ale že je vlastně všude kolem nás a že se s ní dá hezky hrát.

K zamyšlení je určitě i samotný proces práce s písničkou. *Musí si ji pokaždé přezpívat? Neztrácí se v tom? Dokáží si nějak zajímavě poradit? Jsou schopni vymýšlet další úlohy pro spolužáky?*

Učitel předpokládá, že žáci písničku znají nebo ji alespoň slyšeli (v hudební výchově nebo ji znají ještě ze školky). Pokud někdo písničku nezná, má učitel k dispozici vytištěný text. Ten však ze situace ubírá silnou procesualnost a pomíjivost.

### **Cíle:**

Učitel:

- motivuje žáky,
- propojuje matematiku s reálnými situacemi ze života,

- aplikuje v matematice přesah do jiných předmětů (hudební výchova, český jazyk, prvouka, výtvarná výchova),
- umožní žákům hledat možnosti řešení, případně je „směřuje“ k vhodným řešením, které využívají vhodného zpracování souboru dat a evidence procesu,
- dává prostor k manipulaci a k dramatizaci.

**Žák:**

- procvičuje početní operace (sčítání, odčítání) v netradičním prostředí,
- procvičuje číselnou řadu a řadové číslovky,
- získá zkušenosti s násobilkou z reálného světa,
- vizualizuje průběh děje a seznámí s časovou osou,
- používá zápis v tabulce a orientuje se v ní,
- tvoří další úkoly pro spolužáky,
- získává zkušenosti s tvorbou matematického modelu (s matematizací) reálné situace.

**Klíčové kompetence:**

- Kompetence k učení (žák vybírá a využívá vhodné způsoby, vyhledává a třídí informace, samostatně pozoruje a experimentuje).
- Kompetence k řešení problémů (žák vyhledá informace vhodné k řešení problému, kriticky myslí a ověřuje prakticky správnost řešení).
- Kompetence komunikativní (žák rozumí různým typům textů a záznamů, formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory).

**Pomůcky:**

Varianta ve třídě: možný klavír (písnička na youtube), tabulky, fixy (papír, tužka), připravené aktivity v online prostředí, obrázky zvířátek nebo figurky.

Varianta online: písnička na youtube, připravené aktivity v online prostředí, animace se zvířátky.

**Úvodní aktivita – motivace formou překvapení:**

Varianta ve třídě: Učitel si připravuje před hodinou matematiky klavír. Proč? Je nějaká změna rozvrhu? Zvoní. Učitel sedá ke klavíru (*Co vidíte? Proč si sedám ke klavíru?*) vybízí žáky ke zpěvu. *Znáte písničku „Když jsem já sloužil“?* Jednotlivá zvířátka jsou připravena rozházeně na magnetické tabuli (případně figurky na stole).

Varianta online: Učitel pustí na úvod matematiky začátek písničku „Když jsem já sloužil“ z youtube. Ptá žáků, proč si myslí, že matematika začíná písničkou.

Učitel oznámí, že teď zazní písnička celá, a vyzve žáky, ať se zvednou kdykoliv uslyší v písničce něco matematického. Je to forma aktivizace žáků. Žáci musí poslouchat a vnímat.

Zvířátka má připravená na sdílené tabuli.

### **Reflexe (diskuse nad úvodní aktivitou):**

Cílem reflexe je příprava na další aktivitu, evokace, uvědomění si. Učitel se ptá dětí, proč se zpívala tato písnička? *Proč v matematice? Má něco společného s matematikou? Nemá? Tak schválně...*

### **Hlavní aktivita 1 – počítáme v netradičním prostředí:**

Varianta ve třídě a varianta online je v podstatě stejná. Liší se jenom v drobných detailech a pomůckách. U online aktivity můžeme výuku zpestřit tím, že po první otázce požádáme žáky, ať si přinesou figurky, plyšáky zvířátek z písničky, které mají doma.

*Kolik zvířátek žilo na (hlavnímu hrdinovi budeme říkat Honza) Honzíkově dvoře po třetím odslouženém létě?*

*A kolik tam bylo zvířecích nohou?*

Následují další otázky v podobném duchu. Postupně se zvyšuje obtížnost. Po úvodních otázkách je možné aktivitu udělat zajímavější pomocí online „hry“, kdy si žáci vybírají a otevírají „tajemnou krabici“ s otázkou - [KDYŽ JSEM JÁ SLOUŽIL - Otevřít krabici \(wordwall.net\)](http://www.wordwall.net).

*Které zvířátko si Honzík přivedl 2 roky po prasátku?*

*Kolik nohou přibylo 3 roky po huse?*

*Které zvířátko si Honzík přivedl 3 roky před volečkem?*

Učitel vybídne žáky, aby vymysleli další podobné úlohy pro spolužáky.

### **Hlavní aktivita 2 – pomocné zápisy:**

Učitel po několika úlohách položí otázku, jak se děti v úlohách a řešeních orientují? *Je něco, co by nám mohlo pomoci, abychom se v tom rychleji a snáze orientovali?*

Následuje prostor pro děti, aby přišly sami s nějakým nápadem. Snaha učitele navést je případně na tabulku a časovou osu. S oběma variantami se žáci už setkali. K časové ose je možné využít zvířátek rozházených na tabuli (třeba žáky napadne si je seřadit).

Dle situace je možné písničku zdramatizovat, kdy budou žáci jednotlivá zvířátka představovat. Samozřejmě tato část moc není možná u online aktivity. Tam by ale byla možnost sehrát si písničku s figurkami. Pokud žák některou nemá, nahradí ji obrázkem.

Po diskusi žáci společně vytvoří domluvené zápisy a pokračují v dalších úlohách s využitím těchto zápisu.

### **Reflexe:**

Následuje společné vyhodnocení nápadů a diskuse. *Kdy se nám pracovalo lépe? Jak nám zápis pomohl? Co všechno si můžu do takového zápisu poznamenat?*

### **Závěrečná reflexe:**

Jaká hodina nám teď vlastně skončila? Matematika nebo hudebka? Koho to bavilo? Co vás na té hodině nejvíc bavilo? Co vás naopak nebavilo?

### **Výzva pro domácí práci:**

- Vymysli jinou písničku, která by se dala podobně využít v matematice.
- Zahraj si připravenou online hru - <https://learningapps.org/watch?v=pc6e9be3521>.

### **Důkaz o učení:**

Učitel přinese na další hodinu podobnou slovní úlohu, ale tentokrát to není písnička. Úloha je izomorfní (se stejným matematickým obsahem, ale v jiném kontextu) s úlohou, která vychází z písničky s otázkou: Kolik zvířecích nohou má Honzík na konci své služby?



*V neděli jsem dostala k narozeninám knihu. V pondělí jsem přečetla 2 stránky, v úterý 2 stránky a ve středu také 2 stránky. Ve čtvrtek a v pátek jsem každý den přečetla 3 stránky a o víkendu dokonce 4 stránky za den. Další pondělí jsem měla moc úkolů do školy, tak jsem knížku nečetla a v úterý jsem přečetla poslední 2 stránky. Následují otázky podobné, jako byly u písničky: Kolik stránek má celá knížka? Kolik stránek jsem přečetla za první tři večery? Kolik stránek jsem přečetla o víkendu? Kdy jsem se dozvěděla, že hlavní postava dostala štěňátko, když to psali na jedenácté stránce?*

### **Očekávání:**

V první řadě předpokládám u dětí překvapení. U někoho příjemné, u někoho méně. Někdo se těší na matematiku, někdo na hudebku. Někdo má rád změnu, někomu to může vadit. Někteří žáci rádi experimentují, jiní zase jedou raději podle učebnice. Pro učitele zajímavý způsob poznávání jednotlivců, ale i třídy jako takové.

Dále doufám v zajímavou diskusi nad tím, proč písnička v matematice. Je tam něco matematického?

V neposlední řadě věřím, že tato aktivita žáky zaujme, že je bude bavit a že díky ní objeví zase nové matematické zákonitosti a možnosti.

### **Realizace:**

Ročník: první (*Poznámka: Jedná se o třídu zaměřenou na matematiku. Většina žáků je velmi nadšená, chtějí objevovat a mají o všechno velký zájem. Obávám se, že v klasické třídě bych podobný úkol mohla dělat až ve druhém ročníku.*)

Počet žáků: 19 rozdělených do dvou skupin (*Poznámka: V první skupině jsou žáci rychlejší a ve druhé žáci, kteří potřebují trošku víc času.*)

Termín: 3. čtvrtletí

Forma: online výuka

Průběh výuky: U přihlášení do výuky uviděly žáci na obrazovce klávesy piana. Nechala jsem žákům prostor pro překvapení a případnou vzájemnou diskusi. Po přihlášení všech žáků jsem se posadila k píano. Zeptala jsem se, proč tam sedím. V podstatě svorně a bez nějakých námitek odpověděli, že protože je hudebka. Přiznám se, že jsem čekala

malinko jinou reakci, alespoň od některých. Myslela jsem, že budou mnohem víc překvapení a možná budou i trochu protestovat, že to takto není v rozvrhu.

Na otázku, kdo má radost, že je hudebka, se zvedla přibližně polovina rukou (u obou dvou skupin). Druhá polovina by raději brala matematiku.

Přehrála jsem kousek písničky a zeptala se, jestli ji znají. Jediný žák (původem z Ukrajiny) řekl, že písničku nezná.

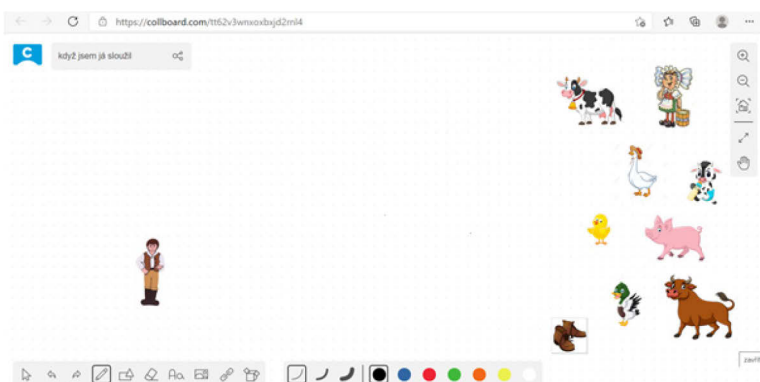
Přesunula jsem se k počítači s tím, že si pustíme písničku z youtube a že u ní budou mít úkol - stoupnout si u čehokoliv, co se jim bude zdát být alespoň trochu matematické. Pozorovala jsem děti na obrazovkách a už jsem se začínala obávat, že se žádné reakce nedočkám. Ve druhé skupině jsem se opravdu nedočkala. V první skupině se velmi opatrně postavil u čtvrtého léta jeden kluk (*Poznámka: velmi přemýšlivý a talentovaný žák*) a pak se k němu přidali postupně u další řadových číslic ještě dva žáci. Na druhou stranu to pro mě byla hezká příležitost, jak pokračovat v hodině. Popsala jsem žákům, že jsem si všimla, že nikdo moc nevstával. Vyzvala jsem toho prvního žáka, ať řekne, proč se postavil on. Vysvětlil, že to bylo proto, že tam slyšel to počítání let. Zkusila jsem se zeptat, jestli tam opravdu nic dalšího matematického nebylo.

Když žáky nic nenapadlo, navrhla jsem, že se zkusíme na písničku tedy podívat společně a začala jsem klást připravené otázky. Ze začátku jednodušší, postupně se obtížnost zvyšovala. Ze začátku neměli žáci s řešením úloh problém, postupně bylo vidět, že se s tím dost perou.

Zeptala jsem se, jestli by nám mohlo něco pomoci, abychom se v písničce lépe orientovali. Byla jsem velmi mile překvapena, protože obě skupiny přišly téměř okamžitě a bez dlouhých diskusí s nápadem, že si zvířátka nakreslí a seřadí.

Nabídla jsem jim předpřipravenou tabuli collboard (*Obr. 2.1*).

Výsledkem byl tento zápis (*Obr. 2.2*). Opět si něj žáci přišli sami. Navrhli, že k jednotlivým zvířátkům dopíší kolikáté to bylo léto a také kolik má zvířátko nohou. Považuji to za důležitou metakognitivní strategii žáka - vizualizace procesu. Tím se z pomíjivého procesu stává statický koncept, kde žáci mohou procházet děj z jakéhokoliv místa, jakýmkoliv směrem.

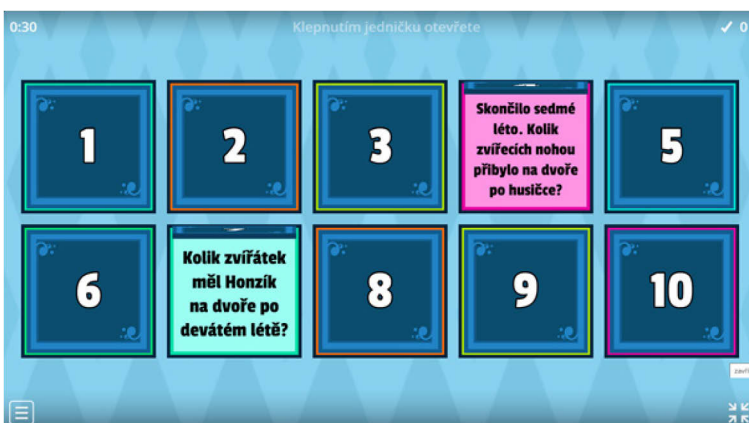


Obr. 2.1 Print screen obrazovky - předpřipravená tabule collboard



Obr. 2.2 Print screen obrazovky - žakovský zápis písničky (2 skupina)

Vrátili jsme se k úlohám a využili jsme k tomu aktivitu tajemné krabice, které skrývaly další otázky (Obr. 2.3).



Obr. 2.3 Print screen obrazovky - tajemná krabice s úlohami

V závěru hodiny jsem ještě vyzvala žáky, jestli by dokázali vymyslet nějaké další podobné úlohy. Bohužel jsme už neměli moc času, ale zdá se, že to nebyl pro ně žádný problém.

Hodinu jsme ukončili krátkou diskusí na téma, jestli tedy v písničce bylo něco matematického, jak se jim hodina líbila a jestli to tedy byla matematika nebo hudebka.

Pro samostatnou práci dostali žáci v přípravě uvedenou aktivitu - <https://learningapps.org/watch?v=pc6e9be3521>. Pokud se jim úlohu povedlo splnit, získali nové zadání (tentokrát do výtvarné výchovy) - nakreslit, jak vypadal dvůr po devátém odslouženém létě. Příkládám některé ukázky (Obr. 2.4). V kresbách žáků lze sledovat, jestli žák má potřebu uspořádat zvířátka, tedy jestli silně vnímá proces, nebo již jako koncept. Úkol spíše směřoval na koncept - jak vypadal dvůr po devátém roce. Je to obdobné, jako když žák počítá autíčka - jedna, dva, tři (procesuální vnímání) nebo jedna, dva, tři, mám tři autíčka (proces přechází v koncept).



Obr. 2.4 Ukázky žákovských prací

Z důvodu omezeného času jsem je požádala i o vyplnění zpětné vazby formou dotazníku.

Výsledkem bylo, že:

- hodina se žákům líbila,
- označili by ji jako hudebkomatematika nebo zpívající matematika,
- překvapilo je zpívání v matematice a že to vlastně byla matematika a hudebka dohromady,

- bavilo je, že si mohli zazpívat.

Na otázku, jestli by se dala využít v matematice jiná písnička podobným způsobem, žáci odpověděli:

- Deset malých černoušků
- Já jsem muzikant
- Měla babka čtyři jabka
- 12 blbů v andule sedí
- Čížečku, čížečku

Co dalšího by se z hudebky dalo v matematice využít:

- různé délky not
- tanec
- ozvěna
- počítání strun na různých hudebních nástrojích

Poslední otázka byla, jestli mi žáci chtějí k tomu ještě něco říct. Velmi mě potěšily reakce, že to bylo super, že se jim to líbilo a že by chtěli víc hodin hudebkomatematiky.

### **Rozbor žákovských řešení:**

Výuka probíhala online formou, kde je trošku náročnější sledovat žákovská řešení, protože jim úplně učitel “nevidí na ruce.” Snažím se s dětmi během online výuky řešit úlohy formou diskuse. Nejdřív si žáci počítají na stírací tabulky a pak dáváme řešení společně na sdílenou tabuli. Ptám se dětí, jak na to přišly, nebo po nich chci upřesnění. Například poté, co určili, že po třetím létě tam byla tři zvířátka, tak jsem požadovala doplnění, o která zvířátka se jednalo. Když jsem se ptala, kolik tam bylo nohou, chtěla jsem po nich, aby svou odpověď zdůvodnili a vysvětlili, jak k výsledku přišli, jak počítali. Odpověď žáka: *Po třetím létě tam bylo kuře, kachna a husa. Každé to zvířátko má 2 nohy, tak jsem to sečetl 2 + 2 + 2.* Zkusila jsem se zeptat, jestli by to šlo spočítat jinak. Upřímně jsem věděla, že tam mám dva velmi šikovné žáky a že s tím přijdou. Taky že ano: *Já jsem to počítal jako 3 x 2. Proč? No, protože každé to zvíře má dvě nohy a byly tři.*

Pak jsme řešili zápis písničky. Tam jsem tedy očekávala, že budu muset víc napovídat. Ale v podstatě to byl okamžitý nápad dětí: *Seřadíme si zvířátka do řady, napíšeme nad to číslo*

(který to byl rok). Malinko jsem je popostrčila, když jsem se zeptala, jestli by si tam dopsali ještě něco dalšího. A v podstatě jsem měla hned odpověď, že pod kuře napsat 2, pod kachnu také 2 atd. Když jsem se zeptala proč, dostala jsem odpověď, že kvůli počtu nohou. Žáci tedy získané informace strukturovali do tabulky. Ta sice ještě nebyla přiznaná, ale struktura informací byla stejná, jako v tabulce.

Lehce jsme narazili snad jenom u otázky, kolik zvířat bylo na dvoře po 9 letech, když někteří přišli s tím, že 9. Zbytek skupiny je vyvedl z omylu, že přeci po osmém létě dostal boty a po devátém děvčátko.

U samostatné práce byl výsledkem odeslaný obrázek. Pokud žák nevyřeší zadání, tak se k informaci, že má nakreslit obrázek, nedostane. Bohužel aplikace learningapps nenabízí možnost sledovat výsledky žáků, proto k tomu využívám doplňující úkoly a otázky, které se žákovi zobrazí až po úspěšném dokončení úkolu. Dorazilo mi 17 obrázků od 19 dětí.

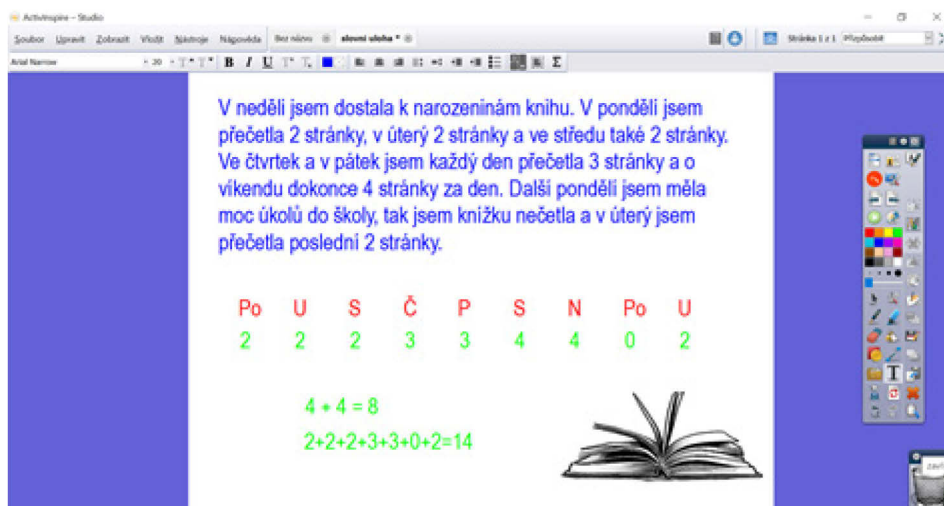
#### **Důkaz o učení - realizace:**

Následující den jsem zařadila do matematiky podobnou úlohu, tentokrát bez písničky. Úloha byla zadaná procesuálně, jak tomu bylo u písničky, ale ne pomíjivě, protože to byl napsaný text, který žáci viděli. Na rozdíl od písničky, kde byly úlohy i na skryté informace (počty nohou zvířátek), u úlohy s knihou se jednalo o dané informace. V obou případech bylo přítomné opakované sčítání čísel. U knihy se objevila skrytá informace v podobě počtu dnů o víkendu. Byla jsem tedy připravena tuto informaci upřesnit, ale nebylo potřeba, žáci automaticky považovali za víkend sobotu a neděli.

*V neděli jsem dostala k narozeninám knihu. V pondělí jsem přečetla 2 stránky, v úterý 2 stránky a ve středu také 2 stránky. Ve čtvrtek a v pátek jsem každý den přečetla 3 stránky a o víkendu dokonce 4 stránky za den. Další pondělí jsem měla moc úkolů do školy, tak jsem knížku nečetla a v úterý jsem přečetla poslední 2 stránky.*

- *Kolik stránek měla knížka?*
- *Na které straně jsem skončila ve středu?*
- *Kolik stránek jsem přečetla o víkendu.*
- *Kdy jsem se dozvěděla, že hlavní hrdina dostal pejska, když to psali na 11. straně?*

Bohužel očekávaný efekt, že si to žáci spojí s písničkou z předchozího dne, se nedostavil. Předpokládám, že to bylo tím, že těch odlišností bylo přece jenom víc (viz. výše popisované srovnání úloh). Nepomohlo žádné navádění. Zareagovali až ve chvíli, když jsem se přímo zeptala, jestli jim to nepřipomíná tu včerejší úlohu. Pak se jim spojilo i to, jak jsme u písničky dělali zápis a využili toho i u této úlohy. Vznikl následující zápis (Obr. 2.5).



Obr. 2.5 Print screen obrazovky - žákovský zápis úlohy

Překvapilo mě, že tato úloha byla pro druhou skupinu o dost komplikovanější. Myslím si, že to mohlo být způsobené i tím, že pro druhou skupinu je online výuka mnohem náročnější na soustředění než pro první skupinu. Druhou možností je, že odhalování izomorfních situací je náročný mentální proces, který posouvá poznání z úrovně izolovaných modelů (písnička, slovní úloha) do úrovně generických modelů ("vždyť je to to samé!") a vyžaduje více zkušeností. Toto je pro mě důležitá zkušenost, které si musím být dále dobře vědoma zejména pro případnou práci s dětmi, které nejsou diagnostikovány jako nadaní.

### **Závěrečná reflexe:**

Přínos této aktivity vidím v tom, že se povedlo udělat matematiku zajímavější a ukázat dětem, že matematika je v podstatě všude kolem nás. Na jedné písničce jsme si vyzkoušeli několik matematických operací - sčítání, odčítání, násobení, porovnávání, řazení, číselnou osu, řadové číslovky. Pracovali jsme s porozuměním textu. Dalším velkým přínosem byla

metakognitivní zkušenost - když řešíme úlohy o situaci, která je procesuální, je vhodné je konceptualizovat (podobně jako v prostředí Autobus).

Myslím si, že drobným mínusem bylo to, že jsem aktivitu dělala s dětmi v online výuce. Velkou roli hrál čas. Ve škole máme 45 minut, v online výuce pouze 30. Ve škole, při správném nastavení, může být výuka velmi intenzivní. V online výuce ubírají čas technické problémy, problémy s porozuměním a i nedostatečná zručnost žáků (zapni si mikrofon, ukaž mi to na kameru, sdílení obrazovky, společná práce na online tabuli,...). Na druhou stranu jsem u online výuky objevila zajímavé možnosti, jak využít práci v různých aplikacích a propojovat výuku do dalších oblastí. Předpokládám, že je to pro žáky velmi přínosné zajímavé zpestření.

Ve škole by byl rozhodně větší prostor pro manipulaci. Bylo by možné zařadit dramatizaci a také skupinovou práci.

Přesto si myslím, že aktivita dopadla dobře. Cíle byly splněny. Většina očekávání se realizovala..

Trošku mě mrzí, že se úplně nepovedlo to propojení s další úlohou (stránky v knize). Ale jak jsem popisovala výše, přeci jenom byly v úlohách podstatné rozdíly na to, aby žáci v prvním ročníku mohli objevit stejnou matematickou podstatu - izomorfismus. Také beru jako mínus, že nám u hry s písničkou chyběl čas na jakési zažití. A nechci se vymlouvat na online výuku, ale myslím si, že i toto v tom sehrálo velkou roli.

### **2.1.2 Měla babka čtyři jabka**

#### **Text písničky:**

*1. sloka*

*Měla babka čtyři jabka a dědoušek jen dvě,*

*dej mi babko jedno jabko, budeme mít stejně.*

*2. sloka*

*Měl dědoušek, měl kožíšek a babička jupku,*

*pojď dědoušku na taneček, já si s tebou dupnu.*



### **Didaktická analýza:**

Písnička „Měla babka čtyři jabka“ je krásný příklad situace popsané rovností  $2 + 1 = 4 - 1$ . Zajímavé na té situaci je, že babka má o 2 jabka více, tedy mysl vnímá 2, ale oči pak vidí jen 1 jablko, které dává dědouškovi.

Písnička mi přijde zajímavá pro propedeutiku rovnic o jedné neznámé ( $2 + x = 4 - x$ ). Dává prostor k manipulaci, dramatizaci i k hledání. *Jak to udělám? Jde to vůbec?*

Učitel předpokládá, že žáci písničku znají nebo ji alespoň slyšeli (v hudební výchově nebo ji znají ještě ze školky). Pokud někdo písničku nezná, má učitel k dispozici vytištěný text.

### **Cíle:**

Učitel:

- žáky motivuje,
- nabízí k řešení relativně obtížnou úlohu - důvěřuje,
- propojuje matematiku s reálnými situacemi ze života,
- aplikuje v matematice přesahy do jiných předmětů (hudební výchova, český jazyk, prvouka, výtvarná výchova).

Žák:

- zvládá početní operace (sčítání a odčítání) v netradičním prostředí,
- rozumí pojmu stejně,
- připravuje se na řešení úloh o dvou neznámých,
- vymýšlí další úkoly pro spolužáky,
- vnímá matematiku v reálném životě kolem nás,
- vizualizuje průběh děje.

### **Klíčové kompetence:**

- Kompetence k učení (žák vybírá a využívá vhodné způsoby, vyhledává a třídí informace, samostatně pozoruje a experimentuje).
- Kompetence k řešení problémů (žák vyhledá informace vhodné k řešení problému, kriticky myslí a ověřuje prakticky správnost řešení).

- Kompetence komunikativní (žák rozumí různým typům textů a záznamů, formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory).
- Kompetence sociální (žák účinně spolupracuje ve skupině, přispívá k diskusi v malé skupině i k debatě celé třídy).

### **Úvodní aktivita – motivace formou písničky a tanečku:**

Učitel vyzve žáky k tančení mazurky ve dvojicích (kluk a holka) a zpěvu písničky „Měla babka čtyři jabka“. Kdo nemá dvojici, tleská do rytmu a zpívá.

### **Hlavní aktivita – jak to spravedlivě vymyslet:**

Učitel poděkuje za tanec i písničku a prohlásí, že má na stole odměnu pro nejlepší taneční pár. Pro holku 6 lentilek a pro kluka 2 lentilky. Předpokládá protesty, že to není spravedlivé. *Proč to není spravedlivé? Proč nedostanou stejně? Co znamená stejně? Jak bychom mohli zařídit, aby měli stejně?* Následuje diskuse, jak tuto úlohu vyřešit. Učitel zařadí dramatizaci a manipulaci.

Po vyřešení lentilek učitel využije podobnou úlohu, tentokrát s penězi, z učebnice matematiky (H-mat).

*Úloha 93/4: Jirka má 3 koruny, 1 dvoukorunu, 1 pětikorunu. Adam má 4 dvoukoruny. Kterou minci by měl dát Jirka Adamovi, aby měli stejně? Řešíme formou dramatizace a manipulací s maketami mincí.*

Výše uvedená úloha je náročnější ve srovnání s úlohou o lentilkách. V té se pracovalo s číslem jako s počtem a v úloze s mincemi se pracuje s číslem jako veličinou. Žáci zde i násobí, aby zjistili obnos každého žáka, pak zjistí, o kolik korun má jeden více než druhý, určí, kolik korun má dát jeden druhému a nakonec musí zjistit, zda zjištěnou částku je možné realizovat dostupnými mincemi. Výsledek je, že Jirka dá Adamovi jednu korunovou minci. Také by mu mohl dát jednu pětikorunovou minci a Adam by vrátil dvě dvoukorunové mince.

Následně učitel vyzve žáky k vyřešení ještě složitějšího problému, který nastal na začátku hodiny: *V úvodu hodiny nemohli všichni tancovat? Proč? Kolik kluků by se muselo změnit na holku (nebo hrát holku), aby si zatančili všichni?* (Dle počtu žáků buď učitel zahrne

do celkového počtu i sebe nebo ne.) *Jak to budeme řešit?* Pro lepší představivost si taneček opět zatančí,

### **Závěrečná aktivita – je ta písnička v pořádku?:**

Učitel vyzve žáky, ať si ještě jednou zazpívají písničku. *Je ta písnička v pořádku? Pojd'me si ji zkusit zahrát.* Žáci mohou hrát ve dvojicích. Místo opravdových jablíček můžou mít jablíčka papírová.

### **Reflexe:**

*Která úloha byla dnes nejtěžší? Proč? Která byla nejlehčí? Jak jsme úlohy řešili.*

### **Realizace:**

Tuto aktivitu jsem zatím nerealizovala, protože mi nepřijde vhodná pro online výuku.

## **2.2 Noty v matematické roli**

Noty považuji za velmi zajímavý materiál v matematice. Můžeme využít jejich výšku, ale také jejich délku. Protože aktivity realizuji v prvním ročníku, kde se v hudební výchově ještě neprobíraly noty z pohledu jejich výšky, v níže uvedených aktivitách budu využívat noty z pohledu jejich délky.

### **2.2.1 Noty na miskách vah**

#### **Didaktická analýza:**

Navrhovanou aktivitu považuji za jakousi kombinaci upevnění učiva z hodin hudební výchovy i matematiky - z pohledu matematiky se žáci připravují na porozumění rovnosti, nerovnosti, rovnicím a z pohledu hudební výchovy si upevní učivo o délkách not. Vzhledem k tomu, že při práci s délkou noty se vyskytuje číslo jako veličina, využiji prostředí váhy, ale tíhu nahradíme délkou. Jedná se o stejnou sémantickou roli čísla, takže by s tím žáci nemuseli mít problém. Navíc předpokládám, že s reálnými rovnoramennými váhami nemají příliš velkou zkušenost, a ta se jim tedy nestane kognitivní překážkou.

S prostředím váhy se ale žáci setkávají už delší dobu. Vážili jsme geometrické tvary, ovoce, čárky,... V tomto případě je situace o něco jednodušší, protože žáci znají hodnoty

jednotlivých not a nemusí je hledat, jako to třeba bylo v případě geometrických tvarů. Díky tomu se případně můžeme pustit i do složitějších úloh.

### **Cíle:**

Učitel:

- žáky motivuje,
- připravuje je na porozumění rovnicím,
- nabízí žákům nové, netradiční možnosti pohledu na danou problematiku,
- aplikuje v matematice přesah do jiných předmětů (hudební výchova),
- umožní žákům hledat možnosti řešení, případně je „směřuje“ k vhodným řešením,
- dává prostor k manipulaci.

Žák:

- připravuje se na porozumění rovnicím,
- dokáže si představit hodnotu obrázku (neznámé),
- dokáže najít řešení, aby váhy byly v rovnováze,
- hledá víc řešení.

### **Klíčové kompetence:**

- Kompetence k učení (žák vybírá a využívá vhodné způsoby, vyhledává a třídí informace, samostatně pozoruje a experimentuje).
- Kompetence k řešení problémů (žák vyhledá informace vhodné k řešení problému, kriticky myslí a ověřuje prakticky správnost řešení).
- Kompetence komunikativní (žák rozumí různým typům textů a záznamů, formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory).
- Kompetence sociální (žák účinně spolupracuje ve skupině, přispívá k diskusi v malé skupině i k debatě celé třídy).

### **Pomůcky:**

Obrázky not, obrázek vah, váhy, pytlíčky představující jednotlivé noty.

### Úvodní aktivita – motivace formou překvapení:

Na začátku hodiny je na tabuli obrázek představující délky jednotlivých not a pomlček (žáci s ním mají zkušenost z hodin hudební výchovy). Učitel s dětmi opakuje učivo hudební výchovy. *Co vidíme na tabuli? Jaké jsou to noty? Na kolik dob počítáme celou notu? Na kolik čtvrtovou? Kolik čtvrtových not se vejde do jedné celé noty? Kolik se tam vejde osminových not?*

V rámci úvodní aktivity probíhá i skupinová práce – spojování slova s rytmičným záznamem. (Ve třídě je to formou lístečků, u varianty online ve formě online hry - <https://wordwall.net/play/12045/603/188>). Po úspěšném splnění úkolu si některá slova vytleskají pro upevnění hodnot jednotlivých not.

### Reflexe:

*Proč jsem přinesla toto téma na hodinu matematiky? Bylo by možné řešit s notami nějaké zajímavé úlohy? Napadá vás něco? Šlo by třeba hudbu zvážit?*

### Hlavní aktivita – vážíme hudbu:

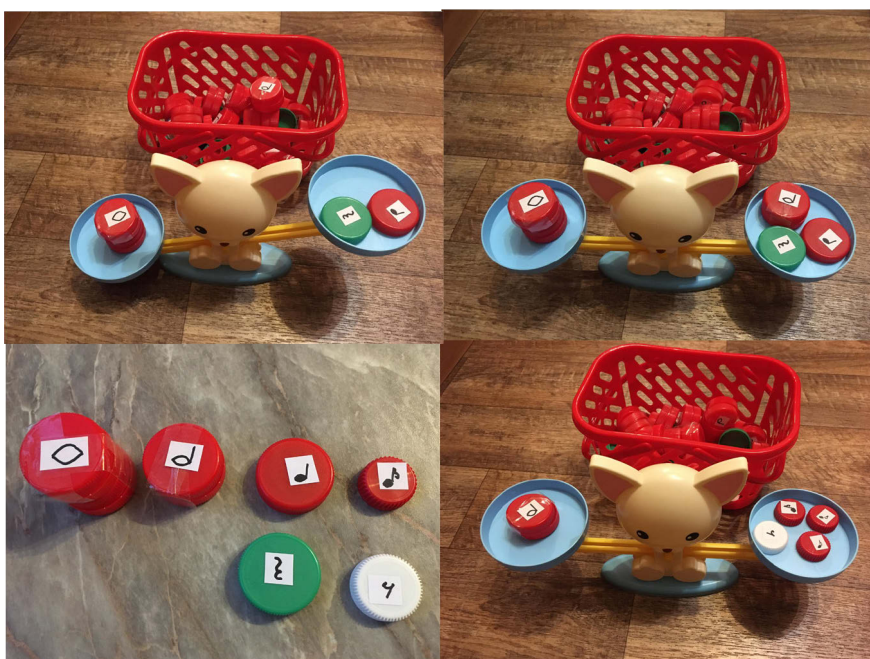
Varianta ve třídě: Žáci pracují ve skupinách. Na tabuli je obrázek vah a k dispozici jsou jednotlivé obrázky not a pomlček (Obr. 2.6).



Obr. 2.6 Print screen obrazovky - váhy a noty

Začínáme jednoduchým zadáním, kdy na jedné straně je celá nota a druhá strana je prázdná. Zkoušíme vyrovnat váhy. Řešení si ověříme na vahách (Obr. 2.7). Jednotlivé noty jsou nahrazeny naváženými pytlíky s moukou nebo s něčím podobným. (Poznámka: *Původně jsem měla v úmyslu udělat opravdu pytlíky s moukou, ale pak mi došlo, že můj syn*

má skvělou hru s kočičkami. Bohužel kočičky byly velmi pečlivě umístěny na místo, kde jsem je nenašla a díky tomu jsem musela improvizovat a došlo mi, že mám skvělá víčka od pet lahví, která zafungovala dokonale.) Tíha (váha) noty je domluva, nejedná se o fyziku. Tedy i ověřování je záležitostí konvence a argumentace neprobíhá v oblasti fyziky. Je to podobné jako u zvířátek dědy Lesoně.



Obr. 2.7 Váhy a modely not

Varianta online: Probíhá formou diskuse a sdílené animace. Manipulativní část provádí učitel na kameru.

Po jednodušších zadáních následují složitější úlohy, kdy nedoplňujeme celou misku vah, ale jenom část, aby se váhy vyrovnaly.

Hlavní aktivitu ukončíme „kláním“ mezi jednotlivými skupinami, kdy si vzájemně zadávají podobné úlohy.

### **Reflexe:**

Co bylo na dnešní hodině matematiky zajímavé? Dokážeme vážit hudbu?

### Výzva pro domácí práci:

- Zahraj si pexeso: <https://learningapps.org/watch?v=p4b46utrc21>.

### Očekávání:

V tomto případě neočekávám až takové překvapení, jak tomu bylo v případě s písničkou, ale je možné, že se tam objeví hlasy, že máme hudebku. Pořád platí to, že někoho to potěší, někoho ne. Přesto doufám, že žáky úlohy zaujmou, že je to bude bavit a že opět objeví něco nového v oblasti matematiky ale i v oblasti hudební výchovy.

### Realizace:

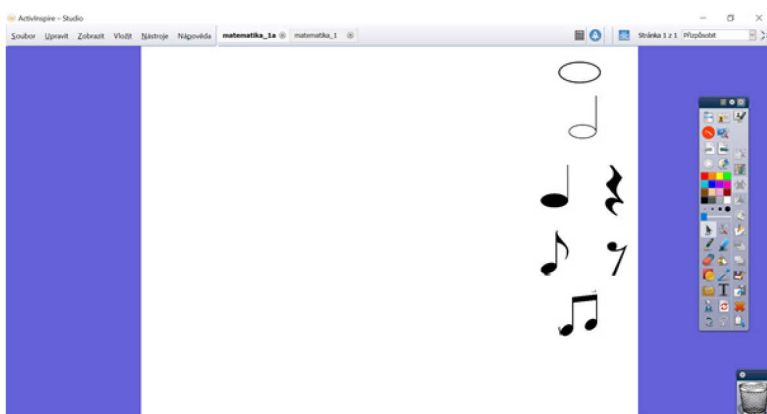
Ročník: první (*Poznámka: Jedná se o třídu zaměřenou na matematiku. Většina žáků je velmi nadšená, chtějí objevovat a mají o všechno velký zájem. Obávám se, že v klasické třídě bych podobný úkol mohla dělat až ve druhém ročníku.*)

Počet žáků: 19 rozdělených do dvou skupin (*Poznámka: V první skupině jsou žáci rychlejší a ve druhé žáci, kteří potřebují trošku víc času.*)

Termín: 3. čtvrtletí

Forma: online výuka

Průběh hodiny: Žáci po přihlášení viděli na monitoru tento obrázek (Obr. 2.8).



Obr. 2.8 Print screen obrazovky - opakování noty

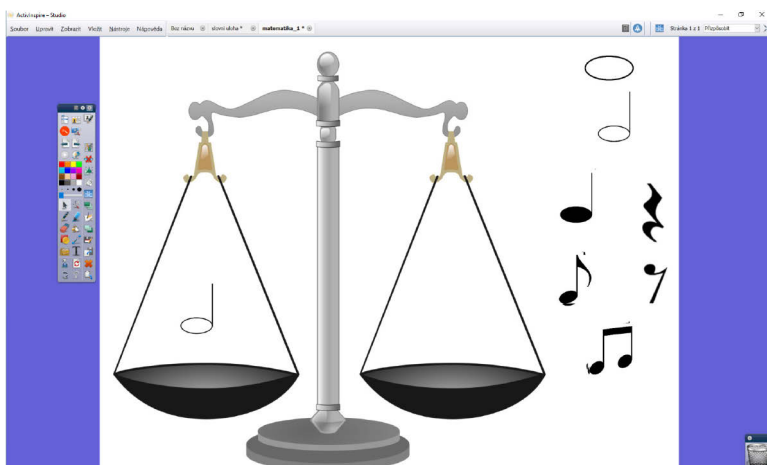
Předpokládala jsem nějakou diskusi, proč to tam je, ale nic takového neproběhlo. Žáci pouze řešili, kde je paní učitelka. Když jsem se přihlásila a zeptala se, co je na tabuli, tak se ozvaly hlasy, jestli tedy opět bude hudebkomatematika. Odpověděla jsem, že využívám

nápadu, který jsem si přečetla v jednom z dotazníků, že by se daly v matematice využít délky not a navázala jsem otázkou, jestli si ty jednotlivé délky z matematiky pamatujeme.

Pro upevnění učiva hudební výchovy jsme si společně zahráli hru, kde jsme spojovali notový zápis se správným slovem (slova byla volena z oblasti matematiky - autobus, mínus, plus, atd.) - <https://wordwall.net/play/12045/603/188>. Úlohu jsme řešili tak, že si žáci postupně vybírali slova a hledali k tomu notový zápis. Původní záměr byl, že si v závěru vytleskáme některá ze slov, ale realita ukázala, že je lepší si vytleskat každé slovo u určování správného notového zápisu.

Po úspěšném vyřešení tohoto úkolu (u druhé skupiny jsem aktivitu skončila dřív), jsem se zeptala, jestli můžeme hudbu vážit. Cítila jsem u žáků rozpaky, tak jsem jim ukázala připravenou pomůcku a navrhla, že to zkusíme. Upozornila jsem na to, že noty samozřejmě nemůžeme reálně vážit, ale že bychom se mohli domluvit, že když celou notu počítáme na 4 doby, tak bychom se mohli domluvit, že váží 4 jednotky, půlovou notu počítáme na dvě doby, tak by mohla vážit 2 jednotky, atd.

Nasdílela jsem žákům první úkol (Obr. 2.9) a zeptala se, jak by doplnili druhou stranu vah, aby byly váhy v rovnováze. Žáci postupně doplňovali váhy a když došli k závěru, že je to už v pořádku, tak jsem se zeptala, jestli to mám vyzkoušet na vahách. Bylo krásné pozorovat to nadšení žáků, když se po umístění jejich řešení váhy opravdu vyrovnaly. Takto jsme postupovali od jednodušších úkolů ke složitějším.



Obr. 2.9 Print screen obrazovky - vážíme noty



Nejdřív doplňovali noty na celé jedno rameno vah. Pak jsme dělali i úkoly, kdy byly noty i na druhé straně vah a bylo potřeba ji doplnit, aby váhy byly v rovnováze.

V závěru hodiny jsem vyzvala žáky, ať zkusí vymyslet úkol pro spolužáky. Že si uděláme soutěž kluci proti holkám. Bohužel jsme z časových důvodů stihli jenom jednu úlohu (v první skupině), kterou zadávali kluci holkám. Mám ve třídě rozhodně velmi ctižádostivé žáky, kteří mají velkou potřebu vyhrávat, protože zadaný úkol rozhodně nebyl jednoduchý.

Pro samostatnou práci dostali žáci tuto hru <https://learningapps.org/watch?v=p4b46utrc21>. Jednalo se o pexeso, kde bylo potřeba spojit dvojice obrázků se stejnou délkou (hodnotou not). Pokud se žáci úkol vyřešili, získali další zadání - Nakresli, co dáš na druhou misku vah, aby byly váhy v rovnováze, když na první misce jsou dvě celé noty a jedna půlová.

Po skončení matematiky s první skupinou jsem byla nadšená, jak to krásně vyšlo. Žáky to bavilo a šlo jim to. Tam nebyl jediný zádrhel. Dokonce na konci hodiny žáci protestovali, že ještě nechtějí skončit.

U druhé skupiny, která bezprostředně navazovala za skupinou první, dopadla celá aktivita opravdu velkým fiaskem. Z devíti žáků se chytli tři. Přiznám se, že jsem se cítila jako zbitý pes. Po krásné výuce s první skupinou jsem do toho šla s obrovským nadšením a hlavně očekáváním, že to dopadne stejně nebo alespoň hodně podobně. Že řešení úloh bude mít stejný průběh. Myslím si, že opět velkou roli sehrála online výuka, ale také fakt, že ty délky not nemají ještě úplně zažitě. Také hrálo roli to, že manipulativní část mají jenom zprostředkovaně, že nemají možnost si na váhy sáhnout a jenom se koukají a ještě k tomu přes obrazovku. V podstatě jsme se zasekli už u opakování hudební výchovy. Rozhodně tam sehrálo roli i to, že jsem nedokázala skrýt svoje rozčarování a znepokojení a ty děti to ze mě určitě vycítily, což mělo vliv na jejich další práci v hodině, protože reagovaly na moji emoci. Také bylo mojí velkou chybou, že jsem po tom nadšení nezohlednila individuální přístup, že jsem lehce zapomněla na to, že ty skupiny nejsou stejné.

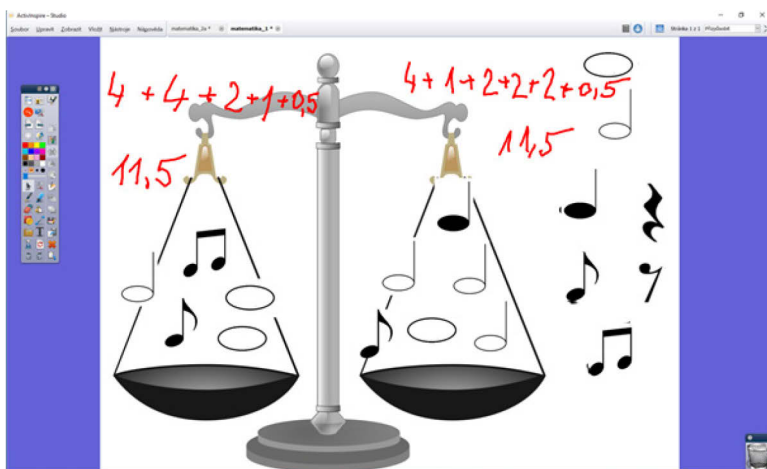
Říká se, že všechno zlé je k něčemu dobré a i chyby jsou vítané, protože se na nich člověk učí, zamýšlí se nad příčinami a hledá cesty, jak to příště udělat líp. V tomto případě je rozhodně cesta diferenciací. Nemůžu počítat s tím, že to, co zvládnou rychlejší děti,

zvládnou automaticky všichni. Musím víc využívat možností gradovaných úloh a vybírat aktivity s ohledem na schopnosti jednotlivých žáků.

Jak jsem uváděla výše, tato skupina je proti první skupině pomalejší. V podstatě jsou to žáci na úrovni klasických prvňáků a pokud bych tuto aktivitu dělala v klasické třídě, tak bych ji zařadila rozhodně později. Nezafungovala ani hra se spojováním slov a notových zápisů. Přesto, že jsme podobnou aktivitu už dělali i v hudební výchově. Ke konci hodiny jsem nabyla dojmu, že jsem žáky “ztratila”, že už nevnímají a nepomohlo nic, jak je dostat zpět. Přiznám se, že jsem po dlouhé době měla opravdu radost z toho, když čas vypršel.

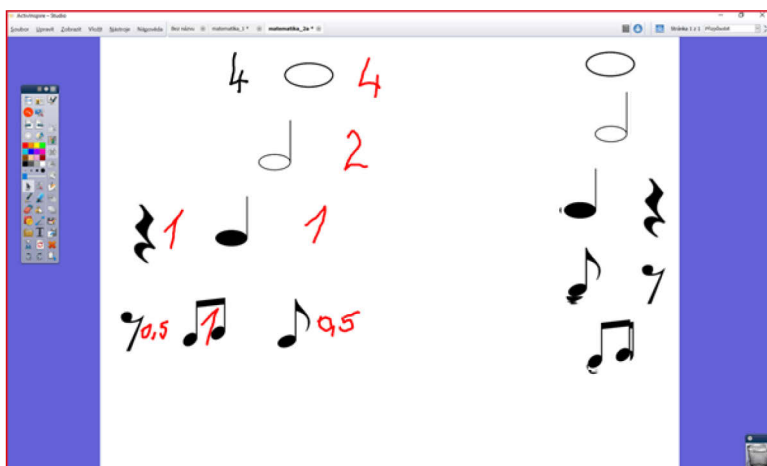
Poté ale nastala otázka, co s tím. Bylo mi jasné, že nemůžu druhý den pokračovat s další naplánovanou aktivitou. Co udělám? Budu pokračovat jenom s první skupinou a s druhou skupinou udělám něco jiného? Nakonec jsem se rozhodla pro jinou variantu. S první skupinou dodělám v první části hodiny tu soutěž, kterou jsme nestihli a pak zkusíme nějaké jiné gradované úlohy spojené s učivem, které probíráme. S druhou skupinou to zkusím ještě jednou a malinko jinak.

Soutěž měla v první skupině velký úspěch. Málem jsme se ke gradovaným úlohám ani nedostali, protože chtěli vymýšlet nové a nové úkoly. Opět zafungovalo manipulativní ověřování výsledků. Zkusila jsem se zeptat, jestli bychom to dokázali kromě vážení ověřit jinak. Třeba nějakým matematickým zápisem. Výsledkem byl zápis hodnot jednotlivých not a srovnání součtů na obou stranách vah (Obr. 2.10). S tím, že polovinu zapíšeme jako 0,5, přišli žáci sami.



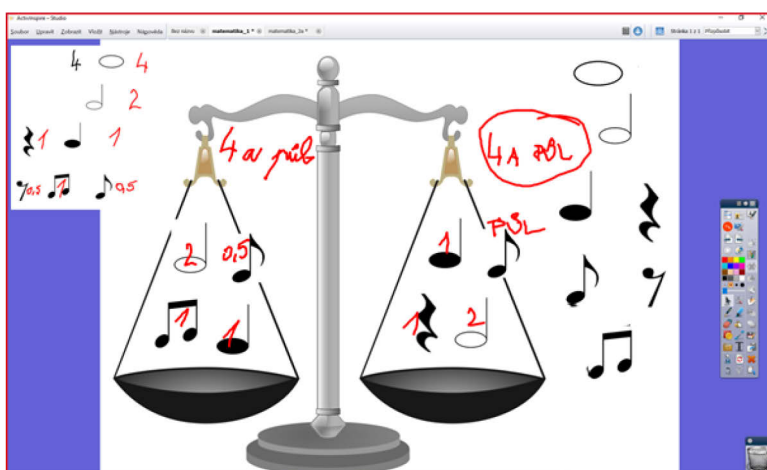
Obr. 2.10 Print screen obrazovky - kontrola řešení matematickým zápisem

Napadlo mě, že zkusím podobný systém vyzkoušet i u druhé skupiny. Začali jsme opět opakování hudební teorie, ale s tím, že jsme si k jednotlivým notám napsali jejich váhu, jejich domluvenou váhu (Obr. 2.11). Zápis poloviny jako 0,5 navrhl jeden ze žáků, ale u řešení úloh mi došlo, že tomu rozumí jenom on, tak jsem tam pak raději psala slovo PŮL.



Obr. 2.11 Print screen obrazovky - opakování hudební teorie

Tento zápis jsem pak žákům přidala i k jednotlivým úlohám, aby ho měli na očích. A hodnoty jednotlivých not jsme si zapisovali rovnou k notám (Obr. 2.12).



Obr. 2.12 Print screen obrazovky - žákovské řešení úlohy

Překvapivě to najednou začalo fungovat. Otázkou je, jestli pomohlo to opětovné upevnění učiva z hudební výchovy nebo ten matematický zápis nebo můj proslov týkající se soustředění a fungování v online vyučování. V druhé části hodiny jsme si mohli zahrát soutěž holky proti klukům a i tady se projevila velká soutěživost, protože úkoly, které

vymysleli, ani tady nebyly úplně jednoduché. Vypadalo to, že je hodina baví, byli aktivní a hlavně byli myšlenkami tam.

Uklidnily mě i reakce typu: *Paní učitelko, mám další řešení! Ještě pokračujme, dejte nám další příklad! Paní učitelko, kdy zase budeme vážit noty? Paní učitelko, ten domácí úkol byl skvělý! Kdy zase budeme mít hodinu hudebkomatiky?*

Velmi mě potěšila i reakce jedné z maminek (je to žák, který patří k těm hodně pomalým), která mi poslala tuto zprávu: *Chtěla jsem Vás povzbudit a poděkovat za vážení notiček (M plete názvy not, ale počty dob si pamatuje). Po matice prohlásil, že ho dnes moc bavila.*

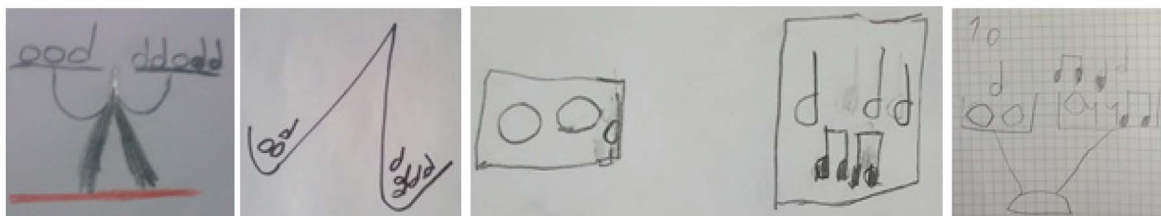
Pro upevnění dostali žáci ještě online úkoly v podobném duchu, jako jsme dělali ve výuce: <https://wordwall.net/play/13274/111/262>. Bylo potřeba najít všechna možná řešení.

### **Žákovská řešení:**

V hodinách jsme opět šli formou, že si žáci řešili úlohy na své tabulky a pak jsme to dávali diskusí dohromady. Pokud úloha měla víc řešení (v podstatě všechny úlohy měly víc řešení), tak jsme se snažili najít co nejvíc možností. Řešení jsme ověřovali manipulativně (váhy) a matematickým zápisem s výpočtem.

Úkol s vážením not dopadl ve srovnání s jinými matematickými úkoly velmi dobře. Polovina žáků měla maximálně dvě chyby a čtvrtina žáků to měla bez chyby. Překvapilo mě, že největší problémy dělal z mého pohledu jeden z nejjednodušších úkolů, kde bylo potřeba vyrovnat 4 osminové noty. Ale možná je to tím, že ta osminová nota je pro žáky asi nejhůře uchopitelná.

Přikládám ještě některá řešení úlohy, kterou žáci obdrželi po vyřešení domácího pexesa po první hodině s vážením not (Obr. 2.13).



Obr. 2.13 Žákovská řešení domácího úkolu

Z obrázků vidíme, že každé dítě přistupovalo k úkolu malinko jinak a každý z nich přišel na jiné řešení. Na prvním a posledním obrázku vidíme pečlivé znázornění rovnováhy a tím rovnost levé a pravé strany. Druhý a třetí obrázek spíš znázorňuje jakési oddělené chlívěčky, teoreticky by tam šlo vidět případně oddělení taktů se stejnou hodnotou not. Různost jednotlivých řešení jsme využili pro porovnání ve výuce. Hledání co největšího počtu možných řešení žáky moc baví a když si je vypisujeme společně na tabuli, tak se nadšeně snaží najít další a další. Tato úloha byla pro ně jako stvořená, protože možností je tam opravdu mnoho.

### 2.2.2 Skládání not do taktů

Tuto aktivitu by bylo vhodné zařadit některou z dalších hodin matematiky po „vážení hudby“.

#### Didaktická analýza:

I tuto aktivitu považuji za jakousi kombinaci upevnění učiva z hodin hudební výchovy i matematiky - z pohledu matematiky se žáci připravují na porozumění rovnicím, zlomkům, kombinatoriky a z pohledu hudební výchovy si upevní učivo o délkách not a taktech.

V oblasti porozumění zlomkům mi noty přijdou jako velmi zajímavá možnost, jak se žáci mohou seznámit s novým izolovaným modelem zlomků, který přispěje k rozšíření škály různých izolovaných modelů. V matematice řešíme části koláče, část lentilek, část čokolády. *Jakou částí celé noty je jedna čtvrtová nota? Jakou částí čtvrtové noty je jedna osminová nota?* Od not se přesuneme k taktu. *Kolik čtvrtových not se mi vejde to  $\frac{3}{4}$  taktu? Můžu tam místo 3 čtvrtových not dát jiné noty? Jaké?* Hledám různé kombinace, jak takt doplnit.

Pak se můžeme přesunout k myšlenkám rovnic, nebo spíš k rovnicovým situacím. V úlohách totiž chybí znak =, nemůžeme je tedy považovat za rovnice. Lze je však snadno do rovnic přepsat.

*Co mi v tom taktu chybí, aby byl v pořádku? Hledám neznámou.*

**Cíle:**

## Učitel:

- žáky motivuje,
- připravuje je na porozumění rovnicím, zlomkům i kombinatoriky,
- nabízí žákům nové, netradiční možnosti pohledu na danou problematiku,
- aplikuje v matematice přesah do jiných předmětů (hudební výchova),
- umožní žákům hledat možnosti řešení, případně je „směřuje“ k vhodným řešením.

## Žák:

- připravuje se na porozumění zlomkům, celku a části celku,
- připravuje se na porozumění rovnicím,
- připravuje se na porozumění základů kombinatoriky,
- dokáže nahradit notu dané délky jinými notami,
- chápe jakou částí noty je jiná nota (s jinou délkou),
- dokáže doplnit chybějící notu do taktu,
- hledá víc řešení.

**Klíčové kompetence:**

- Kompetence k učení (žák vybírá a využívá vhodné způsoby, vyhledává a třídí informace, samostatně pozoruje a experimentuje).
- Kompetence k řešení problémů (žák vyhledá informace vhodné k řešení problému, kriticky myslí a ověřuje prakticky správnost řešení).
- Kompetence komunikativní (žák rozumí různým typům textů a záznamů, formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory).
- Kompetence sociální (žák účinně spolupracuje ve skupině, přispívá k diskusi v malé skupině i k debatě celé třídy).

**Úvodní aktivita – hádej, co mám pod čepicí:**

Na stole je čepice a vedle ní tři bonbóny. Učitel se ptá, kolik bonbónů je pod čepicí, když ty dva, co jsou vidět, jsou třetinou ze všech bonbónů, co jsou na stole. *Co by se stalo, kdyby ty dva bonbony byly čtvrtinou ze všech bonbónů, které jsou na stole? A co kdyby to byla polovina?*

Od bonbónů se postupně přesuneme k notám. Připomeneme si noty, které známe. *Jaká část celé noty je jedna čtvrtá nota? Jaká část čtvrté noty je jedna osminová nota?*

### **Hlavní aktivita – hudební takty v řeči matematiky:**

Učitel nakreslí na tabuli notovou osnovu a rozdělí ji na takty. Ptá se žáků, jestli dokáží popsat, co je na obrázku. Diskusí se dopracují k tomu, že je to notová osnovu, taktové čáry, které rozdělují jednotlivé takty. Že je to jakási hudební věta složená z taktů (slov) a taktových čar (mezer rozdělujících slova). Noty a pomlčky v každém taktu jsou v podstatě písmena ve slově. A kolik písmen se nám do slova vejde nám určuje taktové označení.

Protože čtvrtá nota je jednoduše uchopitelná, podíváme se na takty  $2/4$ ,  $3/4$  a  $4/4$ .

*Začneme  $4/4$  taktem. Co myslíte, když je to čtyřčtvrtý takt, kolik čtvrtých not se nám do něj vejde? Můžu některé čtvrté noty vyměnit za jiné noty?*

Následuje hra ve skupinkách, kdy se žáci snaží vymyslet různá řešení, jak vyplnit  $4/4$  takt. K dispozici mají předtištěnou notovou osnovu a kartičky s notami.

U online varianty budeme pracovat formou diskuse nad sdílenou tabulí.

Pro upevnění si v závěru hodiny žáci společně vyřeší online aktivitu zaměřenou na správné přiřazení skupiny not k taktu: <https://wordwall.net/play/12049/407/394>

### **Reflexe:**

*Co bylo na dnešní hodině matematiky zajímavé? Bylo to jednoduché? Co vám dělalo problémy?*

### **Výzva pro domácí práci:**

- Dopln chybějící notu/noty do taktu: <https://wordwall.net/play/12099/993/130>
- Uhod krtka v tříčtvrtečním taktu: <https://wordwall.net/play/13402/619/961>

### **Očekávání:**

Myslím si, že v tuto chvíli už žáci budou brát hodinu hudebkomatematiky jako standard. Protože se jedná o třetí hodinu s podobným tématem a také proto, že se v hodinách matematiky pravidelně setkáváme se zlomky, tak jsem přesvědčena o tom, že to žákům půjde a že je to bude bavit.

## Realizace:

Ročník: první (*Poznámka: Jedná se o třídu zaměřenou na matematiku. Většina žáků je velmi nadšená, chtějí objevovat a mají o všechno velký zájem. Obávám se, že v klasické třídě bych podobný úkol mohla dělat až ve druhém ročníku.*)

Počet žáků: 19 rozdělených do dvou skupin (*Poznámka: V první skupině jsou žáci rychlejší a ve druhé žáci, kteří potřebují trošku víc času.*)

Termín: 3. čtvrtletí, další den po úspěšném vážení not

Forma: online výuka

Průběh hodiny: Úvodní aktivitu jsem lehce změnila, protože jsem využila příkladu v učebnici (H-mat, 106/2 - rozděl spravedlivě mezi 4 děti) a blížících se Velikonoc (Obr. 2.14). Na začátku hodiny jsme si tedy hráli s čokoládovými zajíčky (bohužel jenom online) a dělili jsme je mezi děti. Zkoumali jsme jaká je to část celku.



Obr. 2.14 Print screeny - spravedlivé dělení a část celku

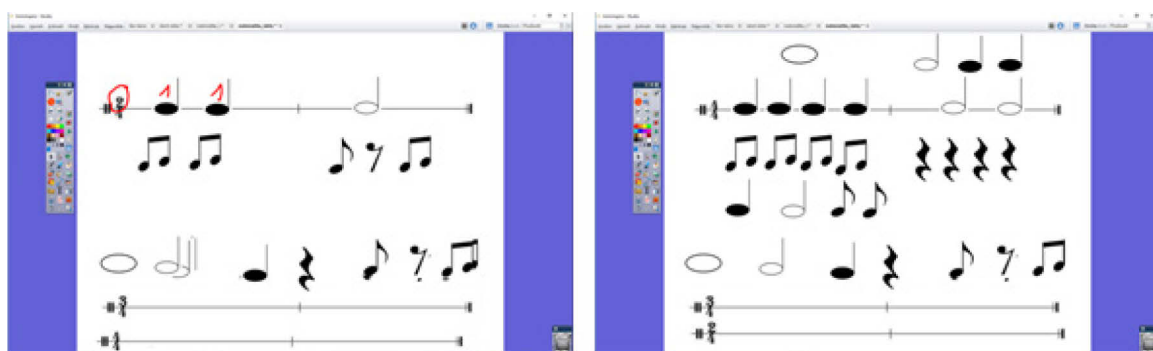
V první skupině proběhlo opět všechno bez jediného zaváhání. Druhá skupina mi ukázala, že toto téma ještě nemáme u všech úplně zažitě a rozhodně se k němu musíme vrátit. Chvilku jsem i uvažovala, jestli mám s nimi pokračovat dál. Nakonec jsem to zkusila. Překvapivě u další části, kde jsme “dělili” noty a řešili jsme například jaká část celé noty, je čtvrt’ová nota, zafungovala i druhá skupina. Předpokládám, že to mohlo být i tím, že jsme předchozí dva dny opravdu hodně upevňovali hudební teorii a délky jednotlivých not. Možná tam sehrálo roli i to “vážení” not, kdy jsme vlastně nahrazovali jednotlivé noty



jinými. Také jsme tam hledali různá řešení, takže i tam bylo vidět, že místo jedné půlové noty můžu dát dvě čtvrté.

Ve druhé části hodiny jsme si hráli s vybranými taky (2/4, 3/4 a 4/4) a hledali jsme možnosti, jak je vyplnit a následně pak doplnit.

Očekávala jsem, že to pro žáky nebude úplně jednoduché. Opět mě velmi mile překvapily, tentokrát obě dvě skupiny. Přišlo mi, že tam pro ně není vůbec nic nového, že je to samozřejmé. S nadšením hledali další řešení a předháněli se, kdo vymyslí zajímavější. Všechno to tak odsýpalo, že jsem si zapomněla dělat print screeny, takže mám jenom tyto dva (Obr. 2.15).



Obr. 2.15 Print screeny - doplňování taktu

Pro upevnění jsme si společně zahráli hru na rozdělování skupin not do správných taktů. Opět to fungovalo tak, že si každý žák vybral skupinu not a přiřadil ji do správného taktu a svoje tvrzení vysvětlil. Ani v jedné skupině jsme nestihli toto cvičení udělat do konce, proto žáci dostali možnost, vyřešit úkol v rámci samostatné práce. Zároveň k tomu měli kvíz na doplňování chybějící noty/not do taktu a dobrovolnou hru Klepni krtka, kde bylo potřeba trefit krtka, který má na sobě seskupení not odpovídající tříčtvrtečnímu taktu.

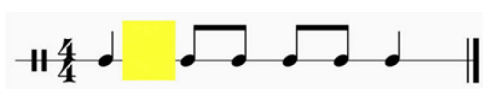
### **Žákovská řešení:**

I v této hodině žáci řešili úlohy na své tabulky a pak jsme to dávali diskusí dohromady. Pokud úloha měla víc řešení (v podstatě všechny úlohy měly víc řešení), opět jsme se snažili najít co nejvíc možností. Některá řešení jsou vidět výše v popisu realizace.

U samostatných úkolů jsem požádala žáky, ať u řešení nespíchají. Ať si to nejdříve vyřeší na papír a teprve pak vyberou správnou variantu v počítači. U doplňování taktů bylo potřeba najít všechna možná řešení.

Výsledky byly ve srovnání s jinými matematickými úkoly nadprůměrné. Aktivitu s doplňováním not třetina žáků udělala bezchybně (jeden žák byl z druhé skupiny). Další třetina měla maximálně 2 chyby (tady byli žáci z druhé skupiny a jeden žák z první).

Jako nejjednodušší úkol se jevil úkol, kde nic nechybělo (Obr. 2.16) a nejtěžší takt složený ze samých osminových hodnot, což je pro žáky asi nejhůř uchopitelné (Obr. 2.17).



Obr. 2.16 Nejjednodušší úkol kvízu



Obr. 2.17 Nejtěžší úkol kvízu

Úkol s rozdělováním skupin not do správných taktů udělala správně polovina třídy, zbytek žáků měl maximálně 4 chyby.

## 2.3 Rytmus

Rytmus nás provádí v podstatě od narození. Už v porodnici přikládají miminko mamince na hrud', aby cítilo tlukot jejího srdce. Většinou tento jednoduchý pravidelný rytmus srdce stačí k tomu, že miminko přestane brečet. Později pak pozorujeme, jak se dítě do rytmu snaží pohybovat nebo na výraznější rytmus reaguje (*Poznámka: Můj syn, když byl miminko, miloval písničku Išel Macek do Malacek, která má hodně výrazný rytmus. Nic ho tolik nezaujalo, jako tohle.*). Následují rytmické básničky.

### Didaktická analýza:

A proč rytmus v matematice? Rytmus může být jedním z izolovaných modelů čísla (akustický). Je to zajímavá metoda pro lepší pochopení sudého a lichého čísla. Může zajímavě fungovat u násobilky a společných násobků. Rozvíjí funkční myšlení žáků, učí je sledovat změny, umět je popsat. Pomáhá žákům rozvíjet smysl pro periodicitu, uspořádání.

Tuto část nemám zpracovanou jako přípravu na konkrétní hodinu, protože rytmické aktivity jsou spíš součástí nějakých dalších aktivit.

**Cíle:**

Učitel:

- postupně rozvíjí rytmické cítění u žáků,
- využívá rytmus pro lepší pochopení matematických operací.

Žák:

- modeluje číslo, rozumí mu,
- seznamuje se s pojmem sudé a liché číslo,
- synchronizuje pohyb, slovo a rytmus,
- orientuje se v posloupnosti znaků,
- dokáže vizualizovat rytmus a naopak vizuální variantu převést do zvukové.

**Klíčové kompetence:**

- Kompetence k učení (žák vybírá a využívá vhodné způsoby, vyhledává a třídí informace, samostatně pozoruje a experimentuje).
- Kompetence k řešení problémů (žák vyhledá informace vhodné k řešení problému, kriticky myslí a ověřuje prakticky správnost řešení).
- Kompetence komunikativní (žák rozumí různým typům textů a záznamů, formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory).
- Kompetence sociální (žák účinně spolupracuje ve skupině, přispívá k diskusi v malé skupině i k debatě celé třídy).

**2.3.1 Rytmus jako nástroj pro modelování čísla**

**Možné aktivity:**

- Učitel vytleskává rytmus (hraje na rytmický hudební nástroj) a ptá se žáků, kolikrát tleskl (kolik zaznělo tónů).
- Učitel vytleskává rytmus (hraje na rytmický hudební nástroj) zády k žákům a ptá se, kolikrát tleskl (kolik zaznělo tónů).
- Hra na ozvěnu – učitel předvede rytmickou ukázkou a požádá žáky o zopakování.

- Učitel vytleská rytmus a požádá žáka, ať tleskne vícekrát/méněkrát/stejně než byla ukázka. Ptá se třídy, jestli existuje i jiné řešení.
- Učitel vytleská rytmus a požádá žáka, ať tleskne o dva více/méně než byla ukázka. Ptá se třídy, jestli existuje i jiné řešení.
- Další variantou je provést výše uvedené úkoly poklepáváním na rameno žáka. Žáci si pak úkol zkouší vzájemně ve dvojicích. Případně se udělá soutěž v „tiché poště“ (žáci se rozdělí na dvě skupiny, stoupnou si do zástupu, učitel „pošle“ zprávu poklepáním rytmu na rameno posledního žáka oběma skupinám, bod získává skupina, kde první žák v zástupu vytleská přesně daný rytmus).

### **Realizace:**

Ročník: první (*Poznámka: Jedná se o třídu zaměřenou na matematiku. Většina žáků je velmi nadšená, chtějí objevovat a mají o všechno velký zájem. Obávám se, že v klasické třídě bych podobný úkol mohla dělat až ve druhém ročníku.*)

Počet žáků: 19

Termín: v průběhu celého školního roku

Všechny výše uvedené aktivity jsem ve své třídě s dětmi dělala a pořád dělám. Největší problém je pro děti hra na ozvěnu a udržení pravidelné pulzace. Řešíme to tím, že chodíme po třídě a do toho tleskáme. Pravidelná chůze nám pomáhá udržet pulzaci. Pravidelné zařazování hry na ozvěnu nám zase pomáhá upevnit si tuto rytmickou dovednost.

Když jsme využívali rytmus jako izolovaný model čísla, žáci neměli problém spočítat tlesknutí, když jsem stála čelem k nim. Komplikace nastala ve chvíli, když jsem se otočila zády. Akustický model čísla považuji za nejnáročnější, protože je pomíjivý. Proto, když žáci měli možnost sledovat zadání sluchem i zrakem zároveň, tak to fungovalo a ve chvíli, když o jeden ze smyslů „přišli“, tak to bylo mnohem náročnější. I tuto problematiku dovednost jsme řešili pravidelným tréninkem.

### 2.3.2 Rytmus jako nástroj k rozvoji smyslu pro periodicitu / uspořádání

#### Didaktická analýza:

Co je to rytmus? Většina lidí si asi představí nějakou hudbu, ideálně pochodovou, aby tam ten rytmus bylo zřetelně cítit. Proč ho tedy “cpát” do matematiky? Rytmus v hudbě nebo vytleskávání je jenom jedna z možností - rytmus akustický. V matematice (ale i v životě) pracujeme s různými rytmy z hlediska percepce a z hlediska samotného rytmu. Rytmus kinestetický, který je založený na pohybu. Můžeme se s ním potkat v prostředí krokování nebo schody. Pak je tady rytmus vizuální, kdy žáci například staví věže a vláčky, kde se pravidelně opakují barevné krychličky nebo doplňují řadu čísel (123123123) či písmen (ABABAB) nebo si barví korálky (červená, modrá, žlutá, červená,...). Velmi zajímavou možností je převádění rytmu akustického nebo kinestetického do rytmu vizuálního nebo naopak. Akustický i kinestetický rytmus je pomíjivý (žák ho uslyší nebo odkrokuje a najednou není). Vizuální rytmus je trvalý. Co je jednodušší? Zvládnou to žáci?

#### Možné aktivity:

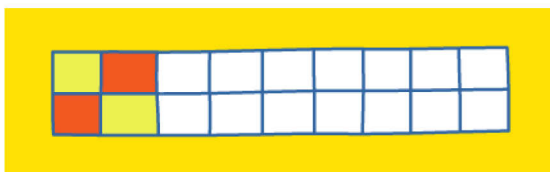
- Učitel v dvoučtvrtovém rytmu střídá dupnutí a tlesknutí. Zeptá se žáků, jak to bude dál pokračovat. Vyzve je k předvedení. Požádá žáky, aby předvedený rytmus zapsali.
- Učitel zadá úlohu typu Jak dál? (Obr. 2.18) Žáci úlohu vyřeší. Učitel je vyzve k tomu, aby zakreslený rytmus předvedli ve zvukové podobě. *Zelenou barvu budeme tleskat a oranžovou dupat.*

JAK DÁL?



Obr. 2.18 Úloha z učebnice H-mat pro 1. ročník

- Učitel vyzve žáky k zakreslení předvedeného rytmu. Zelenou barvou tlesknutí, oranžovou dupnutí.
- Podobně můžeme pracovat i se složitějšími typy úkolů (Obr. 2.19). Žáky rozdělíme na dvě skupiny, první řádek tleská/dupe první skupina a druhý druhá skupina.



Obr. 2.19 Úloha z učebnice H-mat pro 1. ročník

**Realizace:**

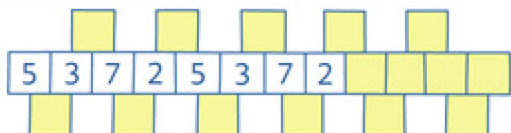
Ročník: první (Poznámka: Jedná se o třídu zaměřenou na matematiku. Většina žáků je velmi nadšená, chtějí objevovat a mají o všechno velký zájem. Obávám se, že v klasické třídě bych podobný úkol mohla dělat až ve druhém ročníku.)

Počet žáků: 19

Termín: v průběhu celého školního roku

Objevování periodicity je pro “mé” žáky velká zábava. Od začátku je to moc baví a dokáží ji najít i tam, kde ji já na první pohled nevidím. Několikrát toho využili u počítání součtových řad (Obr. 2.20). Prohlásili, že to nebylo potřeba počítat, protože se to tam opakuje, tak to jenom doplnili.

JAK DÁL? SČÍTEJ.



Obr. 2.20 Úloha z učebnice H-mat pro 1. ročník

Problematičtější byl a také pořád trochu je zápis slyšeného. Pokud je úloha jednoduchá ve formě pravidelného střídání tlesknutí a dupnutí nebo dvou tlesknutí a dvou dupnutí, tak jim to problém nedělá. Komplikace nastane ve chvíli, když předvedu posloupnost ve smyslu: tlesk - dup - tlesk - tlesk - dup - tlesk. Většina žáků to není schopna zakreslit a to ani po několikanásobném velmi pomalém opakování. Přiznám se, že jsem zatím nepřišla na to, proč. Když je podobná posloupnost zapsaná v číslech 1 - 2 - 1 - 1 - 2 - 1, tak ji tam objeví a dokáží pokračovat. Pravděpodobně tam bude opět hrát roli pomíjivost modelu.

### 2.3.3 Rytmus jako nástroj k pochopení násobilky, společných násobků a dělitelnosti

#### Možné aktivity:

- Hra “Tleskni, dupni” - učitel počítá a žáci dostanou zadání tleskat nebo dupat na určené číslo, žáci si pak zvuk zapíší a pozorují, co se tam dělo a hledají souvislosti. Například tleskni na každé druhé číslo (násobíme dvěma) nebo část třídy tleská na každé druhé číslo a druhá část dupe na každé třetí číslo (násobky). Můžeme pokračovat dál otázkou, kdy se tlesklo a duplo zároveň (společné násobky).

#### Realizace:

Tento typ aktivit jsem ve třídě zatím nerealizovala, i když jsme se už s přípravou na násobilku setkali. Myslím si, že by bylo lepší ještě potrénovat aktivity z bodů 2.3.1 a 2.3.2, aby si v nich byli žáci jisti a teprve pak se pustit do hry “Tleskni, dupni”.

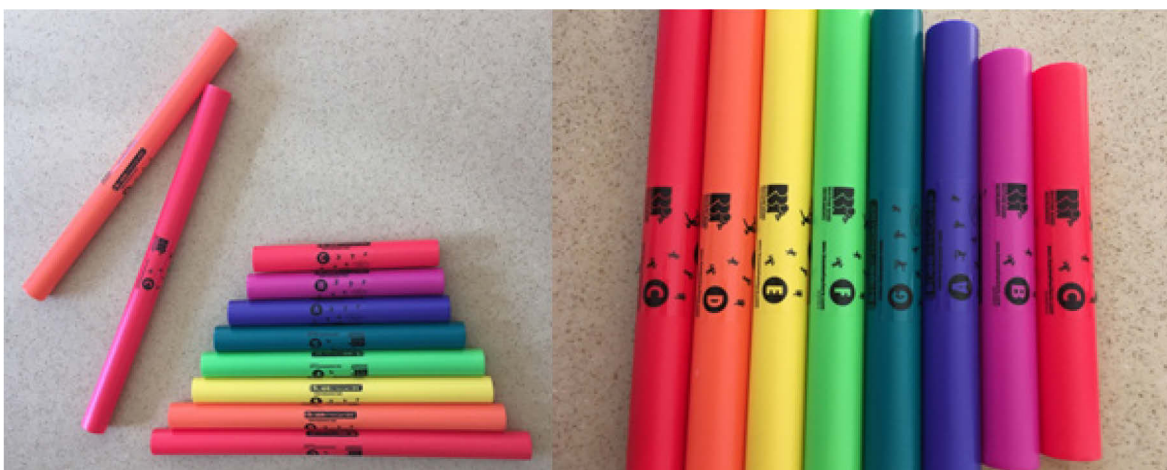
## 2.4 Hudební nástroje v hodinách matematiky

Proč hudební nástroje v hodinách matematiky? Myslím si, že je to velmi hezká příležitost, jak aktivizovat žáky. Také různé studie dokazují, že hra na hudební nástroje podporuje matematické myšlení. Většina škol disponuje alespoň některými rytmickými hudebními nástroji. Pokud k dispozici nejsou, je možné si je velmi jednoduše v pracovních činnostech vyrobit, nebo stačí použít nádobí z kuchyně (Poznámka: *Během online výuky jsem několikrát požádala žáky, aby si přinesli z kuchyně hudební nástroje. Do minuty byly zpět s naprosto skvělými kreativními nápady a kuchyňská kapela mohla začít.*) nebo jednoduchou hru na tělo.

### 2.4.1 Boomwhakers jako nástroj pro rozvoj kombinatorických schopností

Boomwhakers (Obr. 2.20) jsou perkusní nástroj v podobě různě dlouhých plastových trubek. Trubky jsou barevně rozlišené podle výšky tónu, který vydávají. Rozezníváme je jednoduchým úderem o tělo, o zem, o jiný předmět nebo vzájemně o sebe.

Považuji tento nástroj za krásnou variantu, jak u dětí (a nejen u dětí) rozvíjet zábavnou formou rytmické ale i melodické cítění.



*Obr. 2.21 Boomwhackers*

### **Didaktická analýza:**

Tento zajímavý hudební nástroj je dle mého názoru využitelný v hodinách matematiky pro rozvoj různým matematických schopností a dovedností. Dá se s ním pracovat v oblasti rytmu, posloupnosti, kombinatoriky, ale i logického myšlení. Rovněž by šlo využít u prostředí schody (schody jako stupnice), kde bychom díky boomwhackers přidali další vizuální model a i model sluchový. I v tomto případě žáci procvičují matematiku (početní operace, kombinatoriku, posloupnost, logické myšlení,...) a zároveň hudební výchovu (intonaci, rytmické dovednosti, tvořivou intonaci,...).

V níže uvedené hodině bych se ráda soustředila na oblast kombinatoriky a posloupnosti. Nedílnou součástí je i trénink rytmických dovedností.

### **Cíle:**

#### **Učitel:**

- motivuje žáky,
- rozvíjí u žáků rytmické dovednosti,
- připravuje žáky na porozumění kombinatoriky a posloupnosti,
- nabízí žákům nové, netradiční možnosti pohledu na danou problematiku,
- aplikuje v matematice přesah do jiných předmětů (hudební výchova),
- umožní žákům hledat možnosti řešení, případně je „směřuje“ k vhodným řešením,
- dává prostor k manipulaci.



Žák:

- získává zkušenosti z oblasti kombinatoriky a posloupnosti,
- zdokonaluje své rytmické dovednosti,
- hledá manipulaci více řešení.

**Klíčové kompetence:**

- Kompetence k učení (žák vybírá a využívá vhodné způsoby, vyhledává a třídí informace, samostatně pozoruje a experimentuje).
- Kompetence k řešení problémů (žák vyhledá informace vhodné k řešení problému, kriticky myslí a ověřuje prakticky správnost řešení).
- Kompetence komunikativní (žák rozumí různým typům textů a záznamů, formuluje a vyjadřuje své myšlenky a názory).
- Kompetence sociální (žák účinně spolupracuje ve skupině, přispívá k diskusi v malé skupině i k debatě celé třídy).

**Pomůcky:**

Boomwhakers, barevné cedulky dle barev používaných boomwhares.

**Úvodní aktivita – seznamujeme se s boomwhakers:**

Učitel přinese do hodiny matematiky sadu boomwhakers. Ptá se žáků, co si myslí, že to je. Děti zkusí své nápady. Každý žák si vezme jednu trubici a na písničce „Hlava, ramena,...“ si vyzkouší, jak se na boomwhakers hraje. Písničku se snaží rytmizovat podle slabik.

V rámci hry s nástrojem můžeme zkusit porovnat výšky tónů jednotlivých trubec a srovnat je od nejnižšího tónu k nejvyššímu.

**Reflexe:**

*Proč myslíte, že si dnes hrajeme v matematice s těmito barevnými trubicemi? Pojdme si společně zahrát na hudební skladatele.*

### **Hlavní aktivita – hrajeme si na hudební skladatele:**

Učitel vyzve žáky, aby se rozdělili do dvojic, tak aby v každé dvojici byly dvě různé barevné trubice. Podle barev trubic dostanou dvojice barevné kartičky. *Zkuste ve dvojicích složit hudební skladbu, která bude mít celkem 2 tóny a využijete v ní pouze trubky, které máte ve dvojici. Každá trubice může zaznít jenom jednou?* Řešení si žáci zaznamenají pomocí barevných kartiček. Některá řešení si zahrajeme.

Následuje hra na molekuly, tentokrát se vytvoří trojice. Opět v každé trojici budou tři různé trubice. Zadání zůstává stejné. *Jak se změní počet řešení?* Opět si zahrajeme některá řešení. Zkusíme ještě variantu ve čtveřicích.

Vrátíme se zpátky k trojicím a zkusíme upravit zadání, že jedna trubice může zaznít vícekrát. *Jak se změní počet řešení? Našli jsme všechna možná řešení?*

Online varianta je v tomto případě dost ochuzena a bohužel není možné ji provádět s boomwhakers. Šlo by ale využít aplikaci [Xylo - Online Xylophone \(playxylo.com\)](http://playxylo.com), kde žáci “dostanou” konkrétní barvy a budou pracovat samostatně, případně ve skupinkách (samostatné místnosti v TEAMS). Řešení si zakreslí pastelkami. Vzniklá řešení se zaznamenají u společné diskuse na sdílenou tabuli a učitel řešení zahraje na xylofon.

### **Reflexe:**

*Co vás na dnešní hodině nejvíc bavilo? Kdy bylo nejtěžší najít všechna řešení? Kdy to bylo jednoduché? Proč?*

### **Očekávání:**

Přiznám se, že před touto hodinou jsem žádné očekávání neměla. Kdybych ji realizovala naživo ve třídě, tam bych čekala velkou zábavu, velké nadšení dětí, obrovskou motivaci, hravost a asi i velký tvořivý hluk. Možná u té online hodiny to byl spíš takový strach, jestli to vůbec dopadne.

### **Realizace a žákovská řešení:**

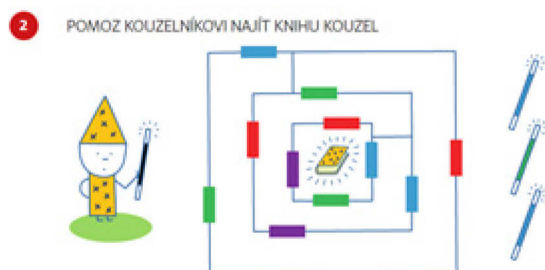
Ročník: první (*Poznámka: Jedná se o třídu zaměřenou na matematiku. Většina žáků je velmi nadšená, chtějí objevovat a mají o všechno velký zájem. Obávám se, že v klasické třídě bych podobný úkol mohla dělat až ve druhém ročníku.*)

Počet žáků: 19 rozdělených do dvou skupin (*Poznámka: V první skupině jsou žáci rychlejší a ve druhé žáci, kteří potřebují trochu víc času.*)

Termín: 3. čtvrtletí

Forma: online výuka s využitím online xylofonu

Průběh hodiny: V úvodu hodiny jsem využila příklad z učebnice (Obr. 2.22). Byl tak nějak na pořadu dne a krásně mi zapadl do nápadu. První část úlohy, dostat se ke knize pomocí modré, zelené a modré hůlky, byla pro žáky hračka. U další části, kdy děti “dostaly” do ruky červenou, modrou a zelenou hůlku a mohly je využít v jakémkoliv pořadí, jsem využila možnosti skupinové práce. Žáci pracovali ve trojicích a hledaly všechna řešení.



Obr. 2.22 Úloha z učebnice H-mat pro 1. ročník, 103/2

U první skupiny mi i tato forma práce funguje perfektně. Žáci pracují, snaží se, je tam cítit hodně tvořivá atmosféra. U druhé skupiny je to malinko horší, ale překvapivě tento úkol zafungoval i tam. Kromě dvou podskupin všichni našli všechny možnosti. Zapsali jsme si je na tabuli, vyzkoušeli, jestli fungují.

Poté jsem oznámila dětem, že mám pro ně překvapení a nasdílela jsem jim aplikaci se xylofonem (Obr. 2.23).

Trošku mě překvapilo, že půlka žáků nevěděla, o co se jedná. Vysvětlili jsme si, pojmenovali a žáci dostali odkaz, kde si mohli samostatně hru na xylofon vyzkoušet. Po seznámení se z nástrojem dostali první úkol, zahrát si na hudební skladatele a “složit” skladbu o dvou tónech (červené C a žluté E), kdy každý tón zazní přesně jednou. *Kolik řešení má tato úloha?* Odpověď jsem měla během několika vteřin, že jsou tam řešení dvě (C - E a E - C) s komentářem, že je to jednoduché a jasné.



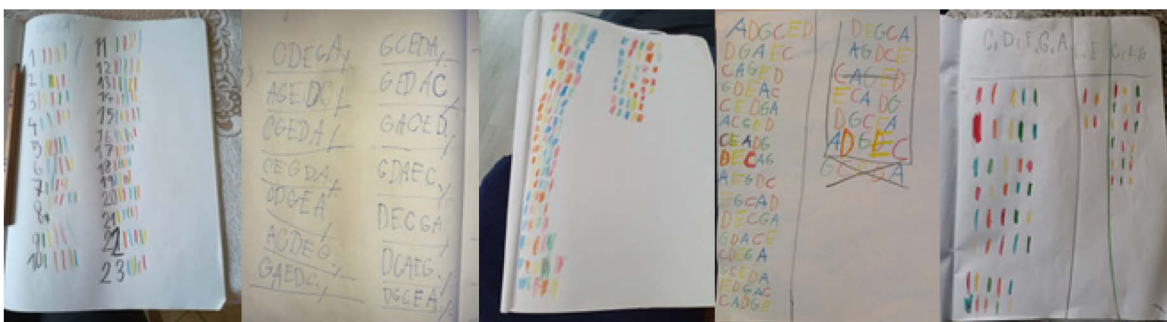
Obr. 2.23 Aplikace *playxylo.com*

V dalším úkolu dostali žáci stejné zadání, ale přibyl jeden tón (červené C, žluté E a tmavě zelené G). V tuto chvíli jsem měla možnost chvíli žáky pozorovat. Potěšilo mě, že si s xylofonem opravdu hrají a zkouší a hlavně mě potěšily jejich úsměvy. Evidentně je to bavilo. Řešení jsme si diskusí zapsali na sdílenou tabuli a každou “skladbu” jsme si zahráli.

Zeptala jsem se, jestli jim to něco připomínalo. Po chvílce odpověď přišla (u první skupiny), že hůlky od kouzelníka.

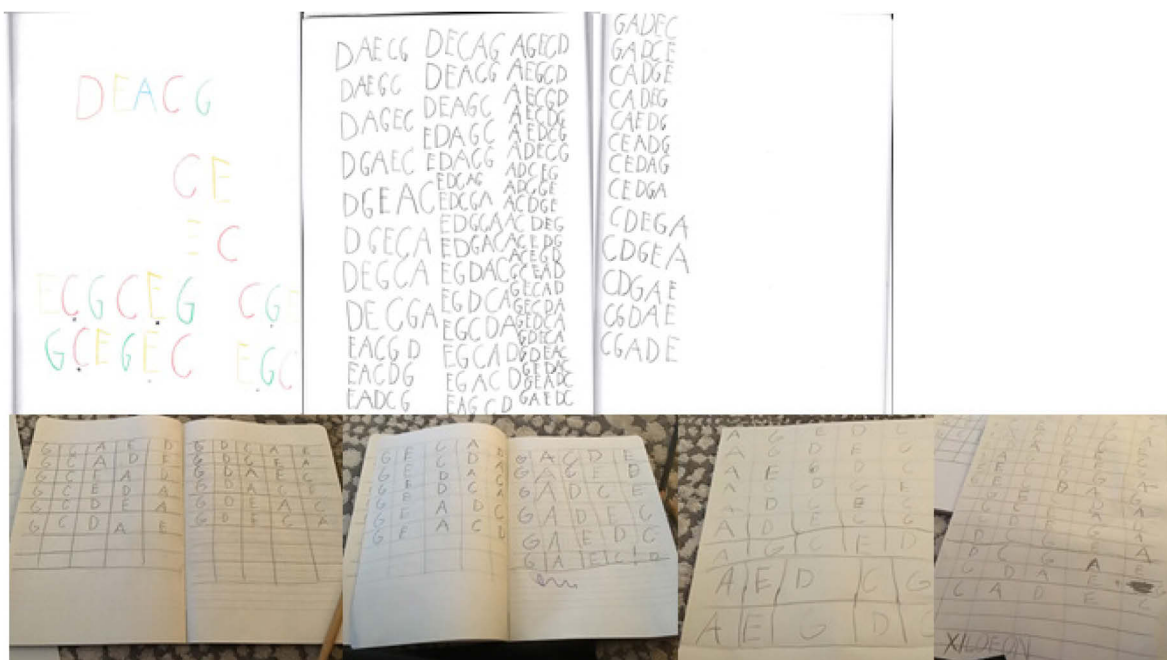
V tuto chvíli bohužel skončila hodina. Zadala jsem žákům úkol na doma. Tentokrát dostali tónů 5 (červené C, oranžové D, žluté E, tmavě zelené G a modré A) a stejné zadání. Najít co nejvíce řešení a složit skladbu z 5 tónů, kdy každý zazní přesně jednou. Věděla jsem, že je to náročné, protože ta úloha má 120 možných řešení, ale udělala jsem to kvůli tomu, že C - D - E - G - A je vlastně pentatonická stupnice a v jakémkoliv složení bude hezky znít. Neočekávala jsem žádné závratné řešení, v podstatě jsem jenom chtěla, aby si děti chvíli hráli a měli radost z tvoření.

Nepočítala jsem ani s tím, že bych s touto aktivitou pokračovala další den. Začaly chodit vypracované úkoly (Obr. 2.24). Někdo jich udělal pět, někdo deset, ale byli i tací, co mi jich poslali přes třicet (překvapivě spíš z té pomalejší skupiny).



Obr. 2.24 Ukázky žákovských řešení

Pak mi ale dorazila dvě řešení (Obr. 2.25 - velmi talentovaný a přemýšlivý kluk z první skupiny Obr. 2.24 a dívka z druhé skupiny, která někdy vyřeší s přehledem komplikovanou úlohu a někdy má problém sečíst 5+2), které mě přesvědčily o tom, že bych se k tématu měla vrátit.



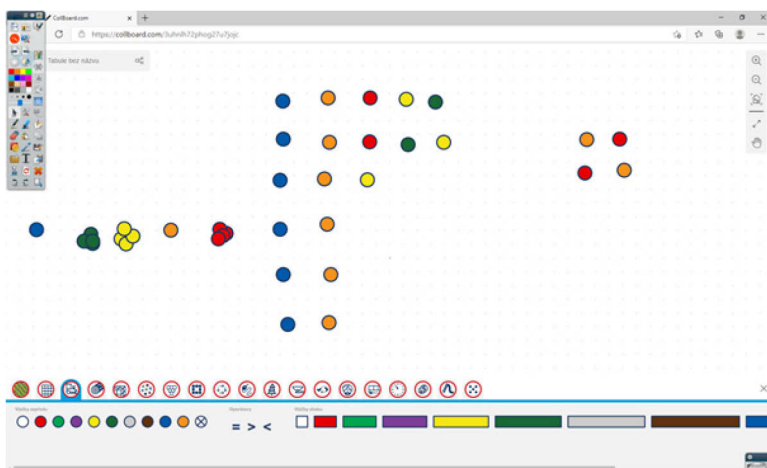
Obr. 2.25 Ukázky systematicky zpracovaných žákovských řešení

Druhý den jsem toto téma otevřela znovu. Poděkovala jsem žákům za jejich domácí úkoly. Zeptala jsem se, jestli je to bavilo a jestli má někdo představu o tom, kolik má úloha řešení. Že dostanu správnou odpověď jsem tedy moc nečekala. (Poznámka: Měla jsem reakci na počet řešení u jednoho žáka už u odevzdání domácího úkolu, kdy mi řešení přišlo s textem: Na úkol z M neměl větší papír, říkal, že tam bude asi miliarda řešení.) V obou

dvou skupinách jsem ji ale dostala. Zareagovali ti dva žáci se systematickým řešením. Využila jsem toho a vyzvala je, jestli by mohli svoje řešení představit spolužákům. Pro lepší názornost jsem nabídla collboard.com.

Uvedu odpověď dívky z druhé skupiny, protože mě velmi mile překvapila promyšleností a velmi smysluplným výkladem. (*Poznámka: Odpověď kluka z první skupiny byla dost podobná.*)

Dívka z druhé skupiny: *Já jsem to nejdřív dělala tak, že jsem zkoušela různá řešení, ale pak jsem se v tom začala ztrácet a už jsem nevěděla, jestli některá řešení už nemám víckrát. Přemýšlela jsem nad tím a napadlo mě, že si zkusím dát na první místo modrou, na druhé oranžovou, pak červenou, žlutou a zelenou. Pak si zase dám na první místo modrou, na druhé červenou a ty zbylé tři noty jenom prohážu. A takto budu dál pokračovat.* (Obr. 2.26)



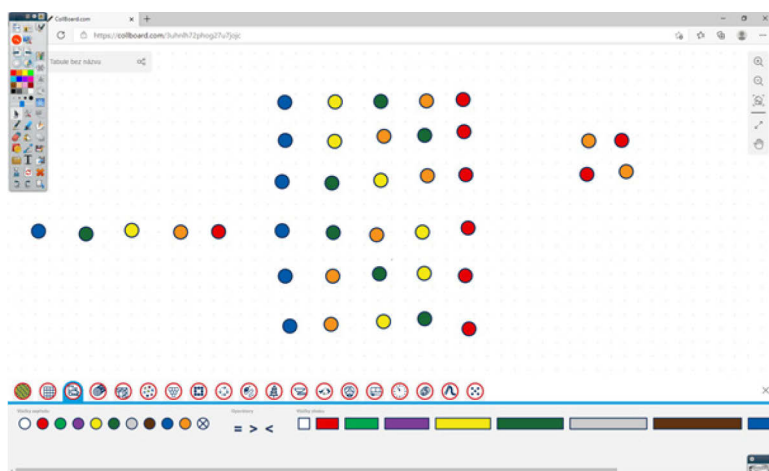
Obr. 2.26 Ukázka prezentace řešení spolužákům

Snažila jsem se otevřít diskusi, jak se jim to řešení líbí. Většina žáků si řešení vyslechla, ale za své ho úplně nevzala. Při značné různosti dětí a i různosti jejich kognitivního vývoje ani není možné, aby v jeden okamžik více žáků rozumělo stejně jednomu řešení. Měli ale příležitost o svých řešeních diskutovat a porovnávat svou strategii s jinou, případně ji převzít nebo vylepšit, nebo si ji ponechat jako pro mě nejsrozumitelnější.

Tuto diskusi mohli prohloubit v dalším příkladě, kde pracovali ve skupinkách po třech. Zadání bylo, že mají k dispozici pořád tyto stejné tóny (červené C, oranžové D, žluté E,

tmavě zelené G a modré A), mají složit skladbu o pěti tónech, kde každý může zaznít jenom jednou, ale podmínkou je, že na prvním místě musí vždy být modré A a na posledním pátém místě červené C. Procházela jsem si online místnosti, ale snažila jsem se do toho nezasahovat, jenom jsem pozorovala. Většina skupinek si prostě s těmi tóny hrála náhodně. Skupinky, kde ale byli výše uvedení žáci, se snažily pracovat systematicky.

Pak jsme se opět vrátili do společné skupiny a zkusili jsme si řešení vymodelovat na tabuli. Začala jsem otázkou, kolik tónů musíme v této úloze vlastně seřadit, když mám ty podmínky, že na prvním místě je A a na posledním C. Dostala jsem jednohlasnou odpověď, že tři. *Vzpomínáte si, kolik jsme měli včera řešení, když jsme “skládali skladbu” ze tří tónů? Šest.* Pak mě tedy zarazilo, že když jsem se zeptala na to, kolik máme tedy řešení dnes, tak mi někteří odpověděli, že 7 nebo 9 nebo 11 a trvali si na tom až do chvíle, než jsme si to zkusili. Vypsali jsme si těch šest řešení a já jsem vyzvala někoho z těch, co měli řešení víc, ať představí další svůj nápad. Napsala jsem ho na tabuli a přišla spontánní reakce od spolužáků: *Ale to řešení tam už je. Ve třetím řádku.* (Obr. 2.27)



Obr. 2.26 Řešení a dokazování úlohy s pevně daným prvním a posledním tónem

Takto jsme to zkusili s několika příklady a žáci tedy došli k tomu, že tam už žádné další řešení nenajdou.

## Reflexe:

Z této hodiny jsem si odnesla to, že podobné aktivity žáky baví, že je rozhodně chci zařazovat do výuky. Určitě chci podobnou aktivitu udělat s boomwhackers ve třídě. Nemůžu jim tedy vnucovat své řešení ani řešení jejich spolužáků, protože si to každý musí vyzkoušet a najít sám. Myslím si, že tomu dost nahrávala skupinová práce, protože žáci, kteří byli ve skupinách s těmi dvěma, měli možnost se s tím systematickým řešením seznámit blíže, vyzkoušet si to a je tím pádem pro ně přijatelnější.

Ptala jsem se žáků, který úkol byl pro ně nejtěžší. Dle předpokladu většina odpověděla, že ten domácí úkol napsat skladbu o pěti tónech. Byli ale i tací, kteří řekli, že bylo pro ně nejtěžší napsat skladbu ze tří tónů. Myslím si, že to bylo tím, že tři tóny bylo vlastně takové seznámení s podobným typem úloh. Na tom, že dva tóny byly nejjednodušší, se shodli všichni, protože *tam se to jenom prohodilo*.

### 2.4.2 Orffovy nástroje a hra na tělo

Podobně jako boomwhackers můžeme využít Orffovy nástroje (Obr. 2.22). Místo barevných trubic použijeme nástroje s odlišnou barvou zvuku – například chrastítka, triangel, ozvučná dřívka, bubínek.



Obr. 2.21 Sada Orffových perkusních nástrojů

Stejným způsobem může posloužit i jednoduchá hra na tělo – například tlesknutí, dupnutí, plácnutí do kolen, lusknutí.



## Závěr

Ve své diplomové práci jsem se zabývala možnostmi propojení výuky matematiky a hudební výchovy, protože se domnívám, že pokud se v matematice použije prvek hudby, bude výuka pro žáky zajímavější, zábavnější a díky propojování různých podnětů bude z hlediska didaktiky matematiky efektivnější.

V teoretické části jsem hledala společné prvky těchto dvou předmětů, zabývala jsem se teorií Gardnerovy mnohačetné inteligence a motivací žáků k učení.

V praktické části jsem vyhledala konkrétní hudební prvky, které jsem využila pro výuku.

Zjistila jsem, že některé písničky jde snadno použít jako motivační úvod do hodiny s výukou slovních úloh, délky not mohou být propedeutikou výuky rovnic, či zlomků.

Mohu potvrdit, že propojení hudby a matematiky ve výuce funguje výborně. Žáci hodiny dobře přijímali a úkoly plnili s nadšením. A to samo o sobě by mělo přinášet větší efektivitu, neboť žáci řešili úlohy se zaujetím a byla nastartována motivace jako důležitý motor poznávacího procesu.

Zjistila jsem ale, že přípravou na tyto hodiny musí být dobrý hudební základ před aplikací samotných prvků hudby v hodinách matematiky. Z tohoto důvodu lze některé z těchto prvků zařazovat v prvním ročníku až např. ve třetím čtvrtletí, pokud je hudební výchově věnována ve výuce náležitá pozornost. Ve třídách, kde není hudební teorii přikládán velký význam, by například práce s délkou not jako základem pro výuku rovnic nefungovala.

Jsem ráda, že jsem se tomuto tématu věnovala, a že průběhy hodin i výsledky žáků potvrdily má očekávání a hypotézy.

Moje práce na daném tématu ale diplomovou prací nekončí. Ráda bych se možnostem využití hudební výchovy v matematice věnovala i ve vyšších ročnících. Věřím, že moje práce by mohla být inspirací pro další učitele, kteří mají k hudbě blízko a případně mohou využít připraveného scénáře hodiny tak, jak jsou zde popsány. Líbilo by se mi, kdybych mohla své téma prezentovat na nějakém fóru pro učitele, například na konferenci Dva dny

s didaktikou matematiky 2022, abych se o své zkušenosti mohla podělit s dalšími učiteli a třeba získat nové nápady do své výuky.

## Seznam použitých informačních zdrojů

### Seznam použité literatury:

ARMSTRONG, Thomas. *Každý je na něco chytrý: jak odhalit a rozvíjet různé druhy inteligence*. Praha: Portál, 2011. ISBN 978-80-262-0019-2.

BARROW, John D. *100: sto důležitých věcí o umění a matematice, které nevíte (a ani nevíte, že je nevíte)*. Přeložil Lukáš GEORGIEV, přeložil Jiří PILUCHA, přeložil Jiřina VÍTŮ. Praha: Dokořán, 2017. ISBN 978-80-7363-772-9.

BLAŽKOVÁ, R., MATOUŠKOVÁ, K. a VAŇUROVÁ, M. *Kapitoly z didaktiky matematiky: (slovní úlohy, projekty)*. 2. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2011, 84 s. ISBN 978-802-1054-196.

HEJNÝ, Milan. *Matematika 1*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK. Praha: H-mat, 2018. ISBN 978-80-88247-01-2.

HEJNÝ, Milan. *Matematika 1*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK. Praha: H-mat, 2018. ISBN 978-80.88247-03-6.

HEJNÝ, Milan. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1. stupně*. V Praze: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, 2014. ISBN 978-80-7290-776-2.

HEJNÝ, Milan, Darina JIROTKOVÁ a Jana SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ. *Matematika pro 2. ročník základní školy*. Ilustroval Lukáš URBÁNEK, ilustroval Dana RAUNEROVÁ. Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-771-7.

HEJNÝ, Milan a František KUŘINA. *Dítě, škola a matematika: konstruktivistické přístupy k vyučování*. Třetí vydání. Praha: Portál, 2015. Pedagogická praxe (Portál). ISBN 978-80-262-0901-0.

KALHOUS, Zdeněk. *Školní didaktika*. Praha: Portál, 2002. ISBN 80-7178-253-x.

- KOMENSKÝ, Jan Amos. *Didaktika analytická*. Praha: J. Samec, 1946. Ozvěny.
- MALL, Peter a SPYCHIGER Maria a VOGEL Rose a ZERLIK Julia et al. *Európske hudobné portfólio – Matematika: „Hudobné cesty do matematiky“*. Frankfurt – Prešov, 2016. ISBN 978-3-00-052555-1.
- MAOR, Eli. *Hudba v číslech, čísla v hudbě*. Praha: Argo, 2020. ISBN 978-80-257-2982-3.
- MÁLKOVÁ, Pavlína. *Příručka pro rodiče žáků s výukou matematiky podle metod prof. Milana Hejného*. Ždírec nad Doubravou, 2014
- RENDL, Miroslav a Naďa VONDROVÁ. *Kritická místa matematiky na základní škole očima učitelů*. V Praze: Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum, 2013. ISBN 978-80-7290-723-6.
- SLEZÁKOVÁ, Jana a ŠUBRTOVÁ Eva. *Matematika všemi smysly aneb Hejného metoda v MŠ*. Praha: Step by Step ČR, o.p.s., 2015
- STEHLÍKOVÁ, Monika. *Nadané dítě: jak mu pomoci ke štěstí a úspěchu*. Praha: Grada, 2018. ISBN 978-80-271-0512-0.
- VÁGNEROVÁ, Marie. *Vývojová psychologie: dětství a dospívání*. Vyd. 2., dopl. a přeprac. Praha: Karolinum, 2012. ISBN 978-80-246-2153-1.
- VONDROVÁ, Naďa a Miroslav RENDL. *Kritická místa matematiky základní školy v řešeních žáků*. V Praze: Univerzita Karlova, nakladatelství Karolinum, 2015. ISBN isbn978-80-246-3252-0.
- VYŠÍN, Jan. *Metodika řešení matematických úloh*. Praha: SPN, 1962. Na pomoc učitelí.
- ZENKL, Luděk. *ABC hudební nauky*. [1. vyd.]. Praha: Bärenreiter, 2003. ISBN 978-80-86385-21-1.

### **Seznam článků:**

Heckman, P. E.; Weissglass, J. [1994]: Contextualized Mathematics Instruction: Moving Beyond Recent Proposals, in: For the Learning of Mathematics, Vol. 14, No. 1, str. 29-33, Vancouver, FLM Publishing Association, 1994

Papert, S. [1972]: Teaching children to be mathematicians versus teaching about mathematics. International Journal of Mathematics Education in Science and Technology, 3, str. 249-262. 1972

### **Seznam internetových zdrojů:**

Reforma školství v České republice, Varianty, Praha, 2006. Dostupné z:

[vzdelavani\\_novinari04\\_final.indd \(varianty.cz\)](#)

Pythagoras. *Filosofie* [online]. [cit. 2021-04-18]. Dostupné z:

<http://www.filosofie.mysteria.cz/pythagoras.htm>

VAŠKŮ, Kateřina. Johann Sebastian Bach. *100+1* [online]. Extra Publishing, 2016 [cit.

2021-04-18]. Dostupné z: <https://www.stoplusjednicka.cz/johann-sebastian-bach-nepochopeny-genius-milovnik-matematiky>

Schopnosti a dovednosti. *Občankáři* [online]. [cit. 2021-04-18]. Dostupné z:

<https://www.obcankari.cz/edukacni-material-schopnosti-dovednosti>

Didaktická prostředí. *HEJNÉHO METODA* [online]. [cit. 2021-04-18]. Dostupné z:

<http://blog.h-mat.cz/didakticka-prostredi>

*Música y Talento* [online]. [cit. 2021-04-18]. Dostupné z: [www.musicaytalento.org](http://www.musicaytalento.org)

Mozartův efekt. *Mensa* [online]. [cit. 2021-04-18]. Dostupné z:

[https://casopis.mensa.cz/veda/mozartuv\\_efekt.html](https://casopis.mensa.cz/veda/mozartuv_efekt.html)

## **Seznam obrázků:**

### Zdroje z internetu:

*Obr. 1.1 Monochord*

### Vlastní zdroje (printscreensy nebo fotky):

*Obr. 1.2 Základní noty*

*Obr. 2.1 Print screen obrazovky - předpřipravená tabule collboard*

*Obr. 2.2 Print screen obrazovky - žákovský zápis písničky (2 skupina)*

*Obr. 2.3 Print screen obrazovky - tajemná krabice s úlohami*

*Obr. 2.4 Ukázky žákovských prací*

*Obr. 2.5 Print screen obrazovky - žákovský zápis úlohy*

*Obr. 2.6 Print screen obrazovky - váhy a noty*

*Obr. 2.7 Váhy a modely not*

*Obr. 2.8 Print screen obrazovky - opakování noty*

*Obr. 2.9 Print screen obrazovky - vážíme noty*

*Obr. 2.10 Print screen obrazovky - kontrola řešení matematickým zápisem*

*Obr. 2.11 Print screen obrazovky - opakování hudební teorie*

*Obr. 2.12 Print screen obrazovky - žákovské řešení úlohy*

*Obr. 2.13 Žákovská řešení domácího úkolu*

*Obr. 2.14 Print screeny - spravedlivé dělení a část celku*

*Obr. 2.15 Print screeny - doplňování taktu*

*Obr. 2.16 Nejjednodušší úkol kvízu*

*Obr. 2.17 Nejtěžší úkol kvízu*

*Obr. 2.21 Boomwhackers*

*Obr. 2.23 Aplikace playxylo.com*

*Obr. 2.24 Ukázky žákovských řešení*

*Obr. 2.25 Ukázky systematicky zpracovaných žákovských řešení*

*Obr. 2.26 Ukázka prezentace řešení spolužákům*

*Obr. 2.26 Řešení a dokazování úlohy s pevně daným prvním a posledním tónem*

*Obr. 2.21 Sada Orffových perkusních nástrojů*

Obrázky z učebnice MATEMATIKA pro 1. ročník (prof. Hejný a kol. H-mat, o.p.s.):

*Obr. 2.18 Úloha z učebnice H-mat pro 1. ročník*

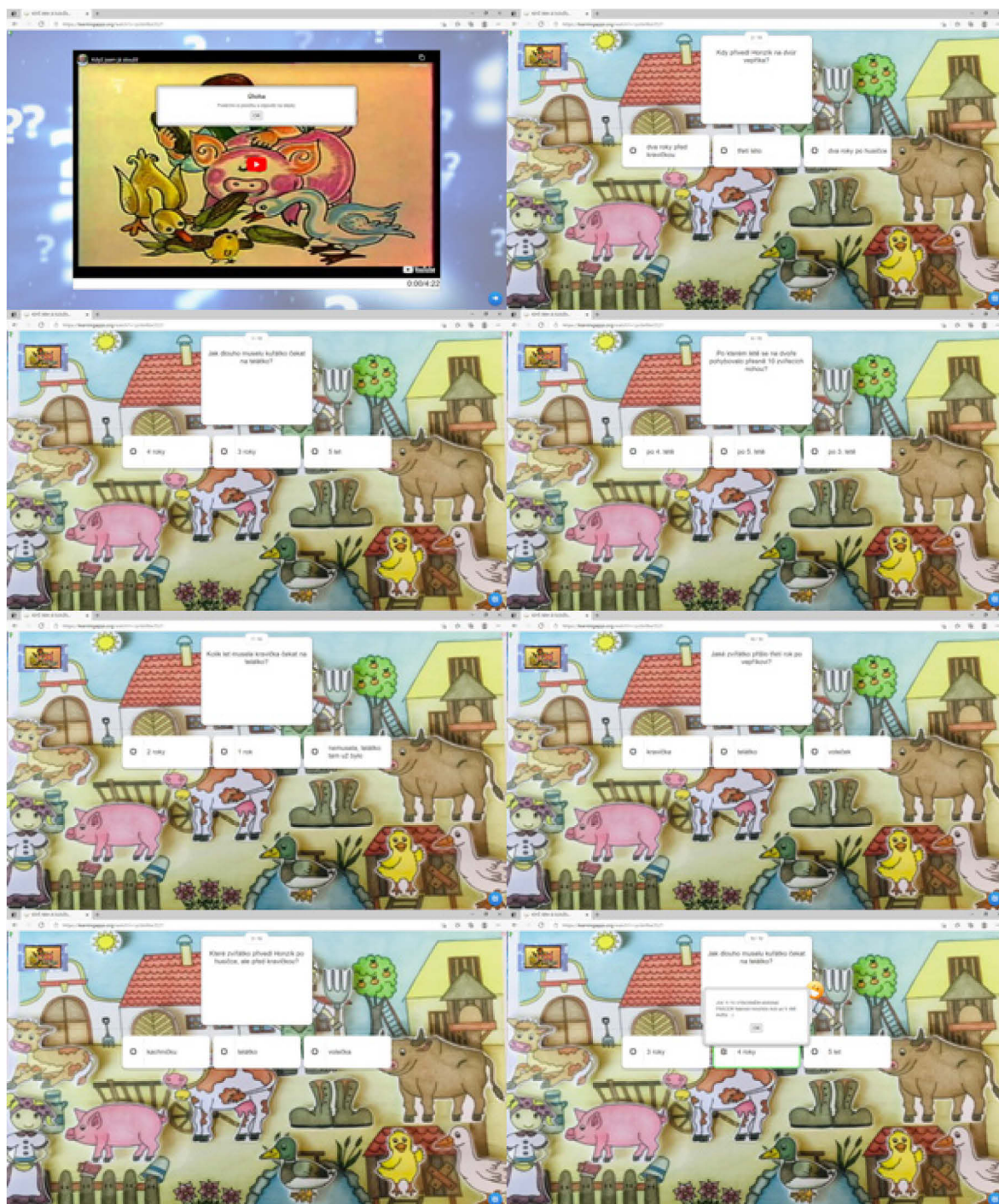
*Obr. 2.19 Úloha z učebnice H-mat pro 1. ročník*

*Obr. 2.20 Úloha z učebnice H-mat pro 1. ročník*

*Obr. 2.22 Úloha z učebnice H-mat pro 1. ročník, 103/2*

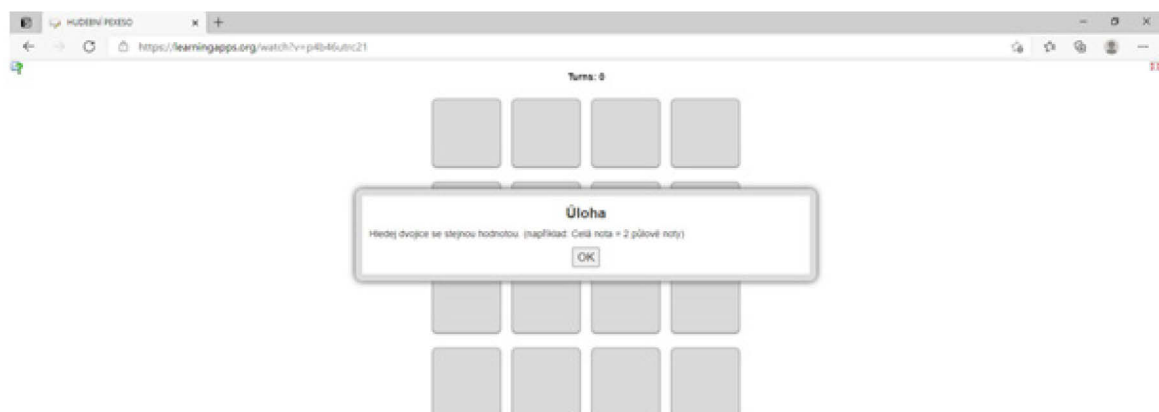
## Seznam příloh

Příloha 1 – Ukázka úkolu v learningapps.org (Když jsem já sloužil)

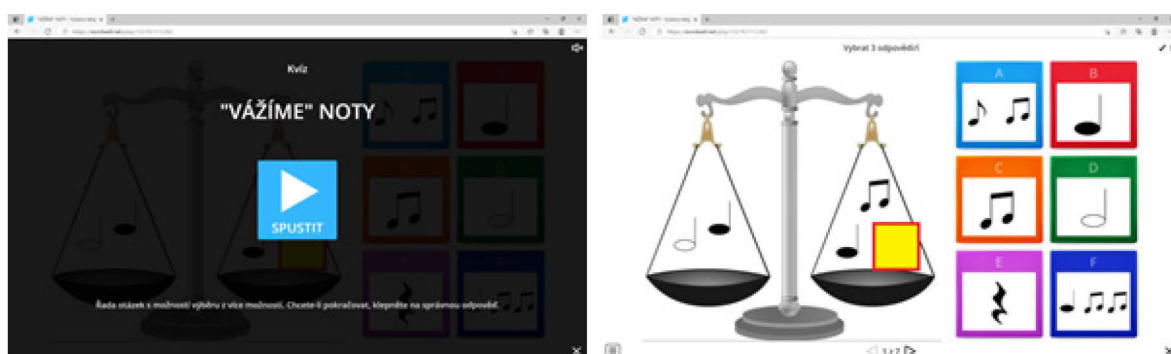




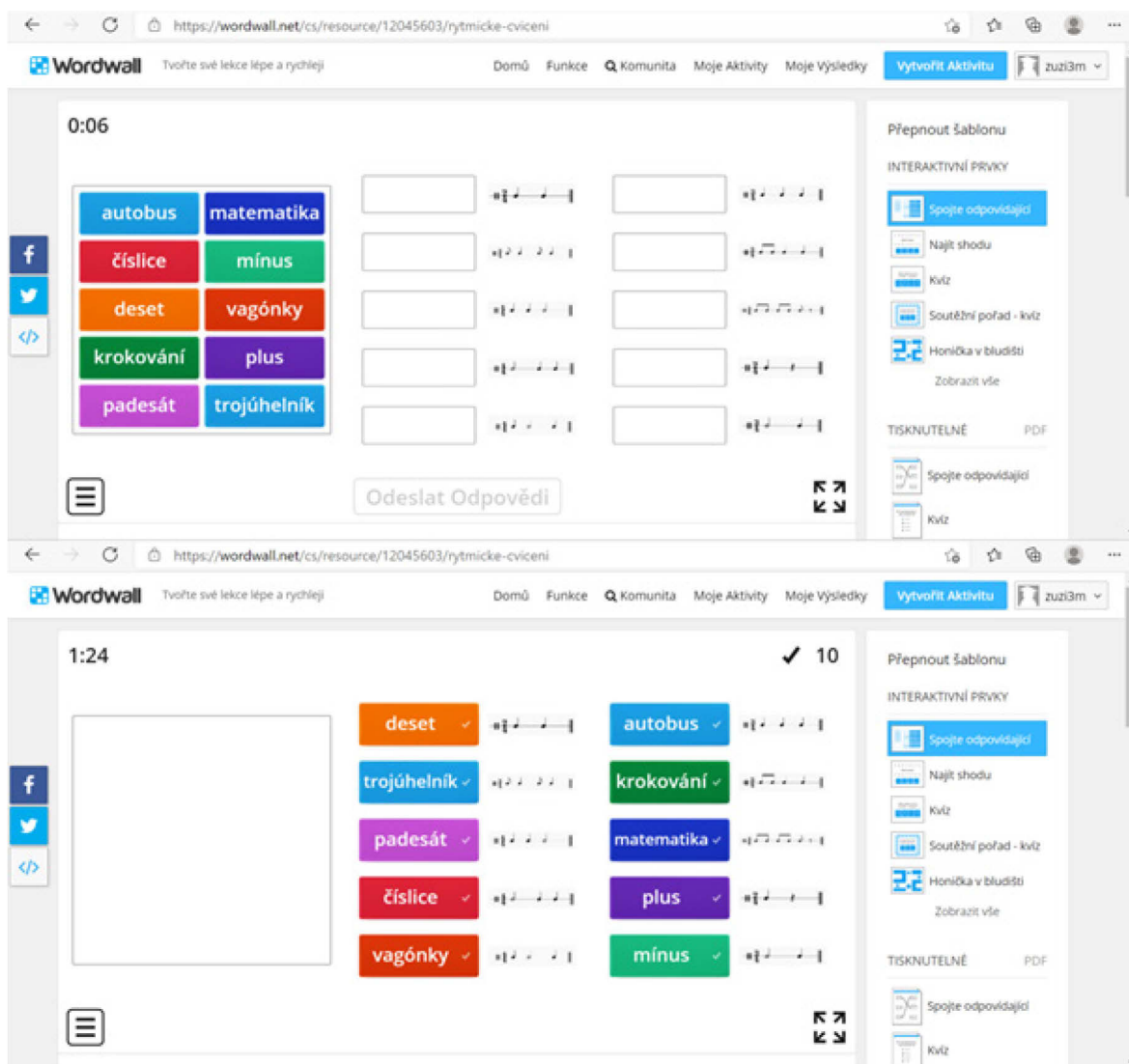
Příloha 2 – Ukázka úkolu v learningapps.org (Hudební pexeso)



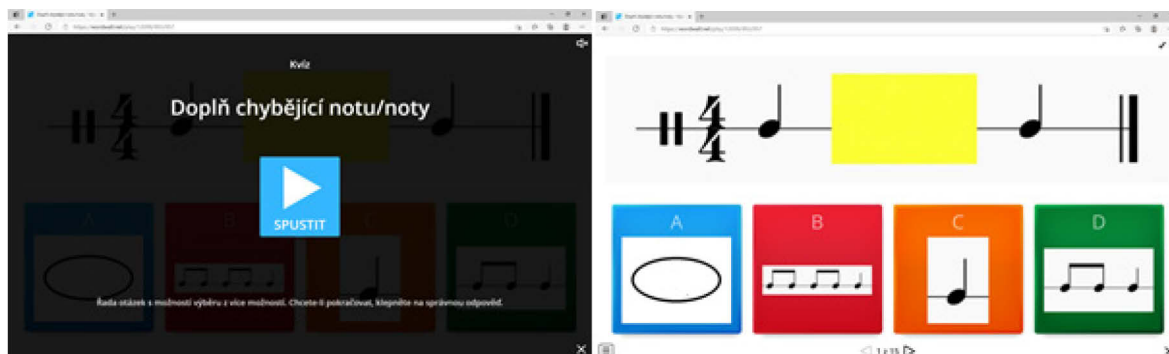
Příloha 3 - Ukázka úkolu ve wordwall.net (Vážíme noty)



Příloha 4 - Ukázka úkolu ve wordwall.net (Rytmické cvičení)



Příloha 5 - Ukázka úkolu ve wordwall.net (Doplň chybějící notu)



Příloha 6 - Ukázka úkolu ve wordwall.net (Zařaď skupinu not do správného taktu)

0:05

čtyřčtvrtvý takt    tříčtvrtvý takt    dvoučtvrtvý takt

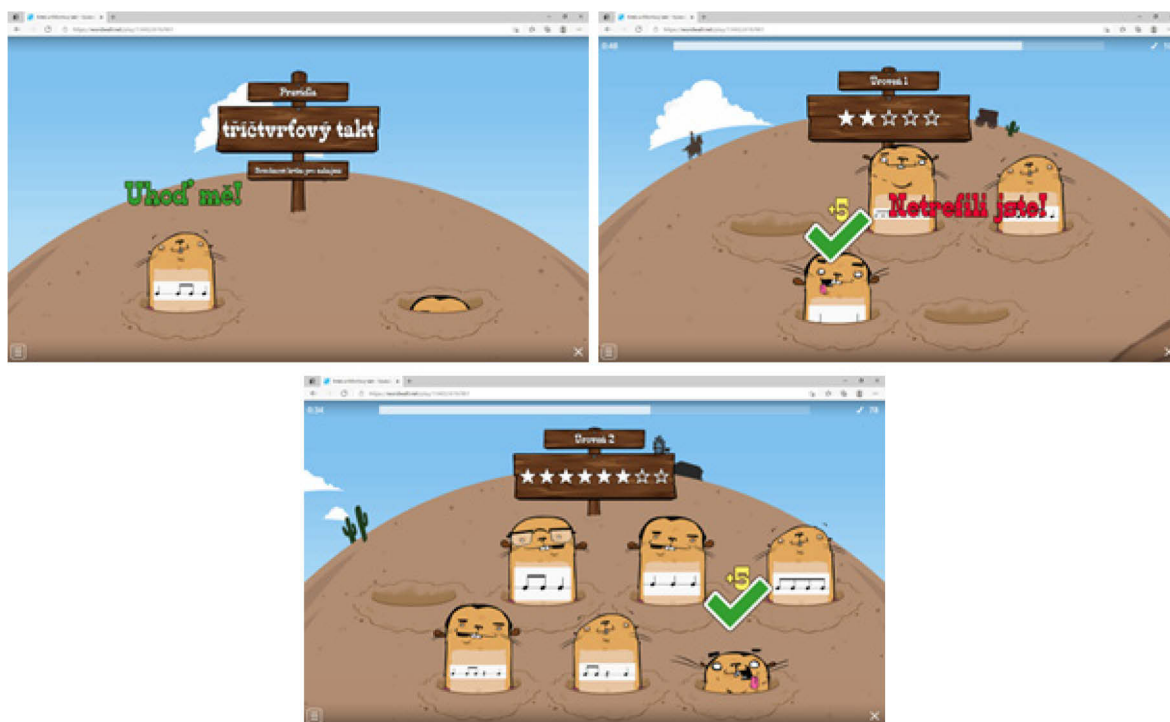
Odeslat Odpověď

1:16

čtyřčtvrtvý takt    tříčtvrtvý takt    dvoučtvrtvý takt

20

## Příloha 7 - Ukázka úlohy ve wordwall.net (Uhod' krtka)



## Seznam aplikací

[Sdílená tabule ihned k použití !\[\]\(dfbd6b3763a6d1d9afaa974f64e2e4b5\_img.jpg\) Collboard.com](https://collboard.com)

[LearningApps.org - interaktive und multimediale Lernbausteine](https://learningapps.org)

[Xylo - Online Xylophone \(playxylo.com\)](https://playxylo.com)

[Wordwall | Tvořte své lekce lépe a rychleji](https://www.wordwall.net)