

Posudek

vedoucího oponenta
diplomové bakalářské práce

Autor/Autorka: Ivan Gálfy

Název práce: Analysis of the numerical solution of the Forchheimer model

Jméno oponenta: RNDr. Miroslav Bulíček, Ph. D.

Matematická úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Grafická, jazyková a formální úroveň:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Výsledky:

originální původní i převzaté netriviální kompilace citované z literatury opsané

Použité metody:

nestandardní standardní obojí

Aplikovatelnost:

přínos pro teorii přínos pro praxi přínos pro praxi i teorii bez přínosu nedovedu posoudit

Věcné chyby:

téměř žádné vzhledem k rozsahu a pojednávanému tématu přiměřený počet méně podstatné četné závažné

Tiskové chyby:

téměř žádné vzhledem k rozsahu a pojednávanému tématu přiměřený počet četné

Celková úroveň práce:

vynikající velmi dobrá průměrná podprůměrná nevyhovující

Práci

doporučuji nedoporučuji uznat jako diplomovou.

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky oponenta:

Předložená práce se zabývá numerickou analýzou pro parciální diferenciální rovnice popisující zjednodušené proudění porózním prostředím. Autor se zaměřil na použití nespojité Galerkinovy metody pro nelineární eliptickou a parabolickou rovnici s obecnými růsty v eliptickém členu a jako hlavní výsledek práce jsou pak dokázány apriorní odhady na chybu diskrétního řešení. Vše je pak testováno na jednoduchých příkladech.

Autor prokázal schopnost nastudovat velké množství obtížné a poměrně nové látky a tyto znalosti pak aplikoval na dosud nestudovaný problém. Díky obtížnosti a komplexnosti je pak předložená práce poměrně dlouhá. Bohužel můj dojem z práce je však rozpačitý a dle mého názoru se autor měl raději přidržet úsloví: „méně je někdy více“. Nevím, zda to bylo způsobeno časovým presem, či jinými vlivy, ale dle mého názoru by si práce zasloužila ještě

několik pečlivých pročtení. V práci se vyskytuje velké množství malých či velkých matematických chyb a překlepů, použitá angličtina má daleko k dokonalosti a někdy dokonce stěžuje pochopení textu, sazba matematického textu někdy obsahuje začátečnické chyby atp. Abych uvedl jeden příklad za všechny. Hlavní výsledky (Theorem 7.3 a 7.5) tak, jak jsou napsány, nejsou žádným odhadem na chybu! Vše je způsobenou špatně umístěnou závorkou na pravé straně finálních nerovností. Takovýchto drobných chyb (a nejenom překlepů) je však v práci velké množství a je téměř nemožné trasovat všechny takovéto chyby a zjistit, zda neovlivní konečný výsledek.

Přesto všechno, a hlavně proto, že předložený problém je velice obtížný, doporučuji uzнат práci jako diplomovou a níže uvádím zásadní připomínky k práci, které by měly být vysvětleny při obhajobě. Uvádím také obecné poznámky a doporučení.

Zásadní připomínky a otázky:

- 1) V sekci 4 se při mnoha odhadech použije fakt, že v konečné dimenzi jsou všechny normy ekvivalentní. To je sice pravda, ale konstanta ekvivalence pak velice záleží na zvolených prostorech. Nicméně v mnoha pomocných odhadech, kde se tento argument použije, je uvedena konstanta, která se zdá být univerzální a nezávisí na jemnosti použité sítě, což je v principu nemožné. Tyto odhady jsou pak použity ve finální sekci k hlavním důkazům. Nabízí se tedy otázka, zda je pouze chybně veden důkaz (a tedy by šel opravit) nebo zda je výsledek špatně.
- 2) V hlavní Větě se použije poměrně velká prostorová hladkost pro časovou derivaci, která se zdá být nutná díky odhadu (7.36). Je však opravdu nutné použít v (7.36) druhý prostorový gradient pro časovou derivaci?
- 3) Proč se vybuduje nejdříve teorie pro Orliczovy prostory, když se pak tato teorie nakonec aplikuje pouze na L^p prostory?
- 4) Je formulace (5.8) opravdu dobře? A pokud ano, jak tedy plyne (6.1) z identit na straně 43?
- 5) Co si má čtenář představit pod pojmem „By standard methods“ na straně 42?
- 6) V sekci 1 se vyjde z nestlačitelného modelu do kterého se pak následně zpětně přidá malá stlačitelnost. Neovlivnila by ale takováto malá stlačitelnost už ten původní model? Dá se takovýto postup ospravedlnit alespoň z nějakých asymptotických odhadů?

Obecné připomínky:

- 1) V mnoha tvrzeních o N-funkcích je opomenut předpoklad na platnost Δ_2 podmínky. Jinde je pak tato podmínka nadbytečná (např. v ε -Youngově nerovnosti je zapotřebí tato podmínka pouze pro φ^*).
- 2) Všechny konstanty by měly být opravdu důsledně trasovány, zejména pokud jde o výsledek pro odhad numerické chyby. Pokud se ve výsledku objeví „ Ch^p “, pak pokud je konstanta „C“ opravdu velká, jde o nic neříkající informaci. Navíc všechny vágní formulace by měly být odstraněny. Např. v Lemma 4.6, kde konstanta závisí na M by mělo být mnohem přesněji řečeno, že konstanta závisí pouze na tvaru M a ne na velikosti. Jinak není vůbec jasné, proč se v (4.46) objevuje diametr M.
- 3) Sekci 1 by slušel odkaz na literaturu, kde se takové modely použijí a jak se odvodí.
- 4) V Sekci 4.3 by možná stálo za to zmínit, proč duální báze existuje.

- 5) Seminorma definovaná na straně 25 není seminorma.
- 6) K řešitelnosti (1.8) není třeba, aby G byla invertovatelná, monotonie postačuje.
- 7) Všechny uvedené modely jsou založeny na Taylorově rozvoji, nicméně existují mnohem obecnější modely s nepolynomiálními růsty.
- 8) Předpoklady na funkci K jsou poměrně restriktivní a následné důkazy o vlastnostech eliptického operátoru dost těžkopádné. Navíc pokud se už autor pustil do teorie Orliczových prostorů, mnoho kýžených vlastností se pak dá dokázat pomocí krátkých důkazů založených na vlastnostech N -funkcí a konvexní analýzy.

Praha, 7. února 2021

Miroslav Bulíček