

POSUDEK OPONENTA DIPLOMOVÉ PRÁCE

Název: Mnohorozměrné modely zobecněné autoregresní podmíněné heteroskedasticity

Autor: Bc. Martina Nováková

Diplomová práce bakalárky Martiny Novákovéj sa venuje rôznym mnohorozmerným rozšíreniam jednorozmerného zovšeobecného modelu podmienenej heteroskedasticity – tzv. GARCH modelu.

Z obsahového hľadiska ma práca tri základné časti, formálne obsiahnuté v piatich kapitolách. V prvej časti je pomerne obsiahly prehľad rôznych mnohorozmerných modelov čerpaný z dostupnej literatúry. Autorka predstavuje jednotlivé modely, charakterizuje ich štruktúru a predpoklady a (možno až zbytočne) stručne popisuje princíp odhadovania neznámych parametrov. Druhá časť práce obsahuje (opäť pomerne dosť stručný) súhrn diagnostických nástrojov v podobe niekoľkých štatistických testov určených na overenie predpokladov jednotlivých modelov. V tejto časti je implicitne obsiahnutý aj vlastný prínos autorky, ktorý spočíva v samostatnom naprogramovaní Ling-Liho testu pre overenie variančných predpokladov. Z teoretického hľadiska je ale tento test popísaný veľmi stručne a chýba napríklad aj explicitne formulovaná nulová, resp. alternatívna hypotéza. V tretej časti práce sú niektoré mnohorozmerné rozšírenia GARCH modelu odhadnuté na historických datach. Uvažované sú tri časové rady denných výnosových mier z indexov S&P 500 a Russell 2000 a akcií ropy. Mnohorozmerné odhady sú porovnané s odhadmi získanými z jednorozmerných GARCH modelov a diagnostické testy zo štvrtej kapitoly sú využité pre kvalitatívne zhodnotenie použitých mnohorozmerných modelov.

Diplomová práca je pomerne rozsiahla a vyžadovala naštudovanie množstva netriviálnej odbornej literatúry (bibliografický zoznam v práci presahuje tri strany). Čitateľ sa zároveň dozvie množstvo (viac-menej formálne správnych) informácií z rôznych oblastí matematiky/pravdepodobnosti/štatistiky (metóda maximálnej verohodnosti, metóda hlavných komponent, faktorová analýza, maticový kalkulus a pod.). Z tohto hľadiska sa da práca hodnotiť pozitívne a autorka jednoznačne splnila formálne zadanie. V práci sa vyskytuje len minimum chýb, alebo nepresností. Formálna úprava je taktiež výborná a práca sa celkovo dobre číta. Na druhej strane – hlavne zo štatistického hľadiska – mi ale príde zvlášť, že mnohé rýdzo štatistické záležitosti necháva autorka v práci nedotiahnuté (napr. odhadovanie parametrov metódou maximálnej vierohodnosti vždy končí u toho, že je uvedená logaritmická vierohodnosť; alebo, spomenuté sú "podmienky regularity", ale bez akéhokoľvek vysvetlenia, konkrétnej formulácie, alebo aspoň náležitého odkazu na literatúru). V tomto smere by som hlavne od štatistika/štatističky očakával trochu dôslednejší/podrobnejší prístup a to aj za cenu menšieho rozsahového záberu. Prácu ale hodnotím ako veľmi dobrú a doporučujem ju komisii uznať ako diplomovú prácu.

VÝHRADY/PRIPOMIENKY

- V práci sa občas vyskytujú formulácie, ktoré by sa v matematickom (tzn. logicky formálne správnom) texte určite vyskytovať nemali. Považujem minimálne za dosť zavádzajúce, ak autorka v texte napíše, že "***jak jsme ukázali v kapitole 2.2.3, matice C lze konzistentně odhadnout***" (str.29), pričom v Kapitole 2.2.3 je v tejto súvislosti uvedená len jediná veta: "***Matice C poté může být odhadnuta pomocí spektrálního rozkladu ... a tento odhad bude konzistentní.***" Alebo autorka považuje predchádzajúcu vetu za formálny matematický dôkaz?

Podobne na mňa pôsobí aj veta na konci str.26: "***Na druhou stranu, odhady již nejsou eficientní.***" Eficiencia odhadu je pritom prvýkrát spomenutá práve v danej vete. Je to teda tak, že všetky odhady uvedené na predchádzajúcich stranách práce sú eficientné?

Podobných formulácií je v texte viacej a všeobecne vyplývajú z faktu, že boli vybraté z kontextu podkladových článkov.

- Zo štatistického pohľadu pôsobí aplikačná časť práce, v ktorej je na pár stranách uvedených v tabuľkách takmer 100 p -hodnôt rôznych testov (a množstvo ďalších p -hodnôt iba spomenutých v texte ako významných, resp. takmer nulových) mi príde ako nepochopenie základov pravdepodobnosti a princípov dobrej štatistickej analýzy. Na jednej strane plne chápem motiváciu autorky ilustrovať rôzne testy pre diagnostikovanie modelu pri rôznych podmienkach. Na druhej strane, mi to príde trochu príliš...

Čo mi ale príde zaujímavejšie, je fakt, že všetky uvádzané p -hodnoty sú nevýznamné – to v určitej miere indikuje celkom dobrú špecifikáciu použitého modelu. Jediné p -hodnoty, ktoré sú štatisticky významné (resp. ako autorka uvádza, “*téměr nulové*”), sa týkajú práve Ling-Liho testu, ktorý autorka sama implementovala. To zase evokuje otázku, či je test implementovaný správne (viď Otázky k obhajobe).

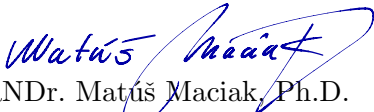
DROBNÉ POZNÁMKY

- Z formálneho hľadiska by bolo vhodné skratky vždy vysvetliť pri ich prvom výskyte. V práci občas nie je z textu jasné, či má autorka na mysli napr. vektor \mathbf{e}_t , alebo postupnosť vektorov $\{\mathbf{e}_t\}_{t=1}^T$ (analogicky napr. pre $\boldsymbol{\xi}_t$, \mathbf{H}_t , $\boldsymbol{\Sigma}_t \dots$). Taktiež by bolo vhodnejšie predpokladať, že $p \in \mathbb{N}$ a $q \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ (namiesto $p > 0$ a $q \geq 0$).
- Na str.8 je uvedené, že počet parametrov, ktorý je $N(N+1)/2 + (p+q)KN^2$ je nižší. Nižší než čo? Resp. pre aké hodnoty $K \in \mathbb{N}$?
- Na str.25 sa odhad vektorového parametru $\boldsymbol{\theta}$ získa ako $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \ell(\boldsymbol{\theta})$, namiesto $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \min_{\boldsymbol{\theta}} \boldsymbol{\theta}$.

OTÁZKY K OBHAJOBE

- Ako je formulovaná nulová a alternatívna hypotéza v Ling-Liho teste? Čo to formálne znamená, že “*platí model*”?
- Keďže $\sqrt{T}\hat{\mathbf{R}} \xrightarrow{D} N_M(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Omega})$ pre $\hat{\mathbf{R}} = (\hat{R}_1, \dots, \hat{R}_M)^\top$ a $\boldsymbol{\Omega}$ nie je jednotková matica, tak tvrdenie, že $T \sum_{l=1}^M \hat{R}_l^2$ má asymptotický (za platnosti nulovej hypotézy) χ^2 rozdelenie s M stupňami voľnosti mi príde bez nejakého dodatočného predpokladu na $\boldsymbol{\Omega}$ zvlášť. V článku Ling a Li(1997) určité dodatočné obmedzenie je.
- Prečo bol k testovaniu normality rezíduí v Kapitole 5 použitý Jarque-Bera test?

Praha, 21.01.2021


 RNDr. Matúš Maciak, Ph.D.
 maciak@karlin.mff.cuni.cz