

Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

# DIPLOMOVÁ PRÁCE

Jiří Srbek

**Vlastnosti jetů vznikajících ve tvrdých  
srážkách hadronů a leptonů**

Ústav teoretické fyziky  
Vedoucí diplomové práce: Prof. Jiří Chýla, CSc.  
Studijní program: Teoretická fyzika

Univerzita Karlova v Praze  
Matematicko-fyzikální fakulta

# DIPLOMOVÁ PRÁCE

Jiří Srbek

## Vlastnosti jetů vznikajících ve tvrdých srážkách hadronů a leptonů

**Abstrakt:** Diplomová práce se zabývá teoretickým zkoumáním vlastností jetů, které jsou jedním z hlavních nástrojů používaných při studiu tvrdých srážek hadronů a leptonů. V první kapitole se seznámíme se základy QCD a partonového modelu. Druhá kapitola se pak zabývá jety. Jsou zde popsány, jak jejich definice, tak i vlastnosti, které u nich lze zkoumat. Třetí kapitola se pak již věnuje výzkumu vlastností jetů pomocí Monte Carlo generátoru HERWIG. Výzkum byl zaměřen převážně na studium univerzality jetů, tj. (ne)závislosti vlastností jetů na procesech, v nichž vznikají. Zkoumány byly tvary kvarkových jetů z  $e^+e^-$ , DIS a  $p\bar{p}$  srážek s CMS energií 90 a 162 GeV. Výsledky ukazují na některé podstatné rozdíly mezi strukturou jetů v DIS a  $e^+e^-$  srážkách a také na značný vliv hadronizace na strukturu jetů.

Ústav teoretické fyziky  
Vedoucí diplomové práce: Prof. Jiří Chýla, CSc.  
Studijní program: Teoretická fyzika

**Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce.**

**V Praze 15.8.2001**

**Jiří Srbek**

# Obsah

<b>1</b>	<b>Tvrde srážky v QCD</b>	<b>4</b>
1.1	Kvarkový model . . . . .	4
1.2	Kvark-partonový model (QPM) . . . . .	5
1.3	Lagrangian QCD . . . . .	7
1.4	Partonové spršky a evoluce distribučních funkcí . . . . .	10
1.4.1	Evoluce distribučních funkcí . . . . .	13
1.4.2	Partonové spršky . . . . .	15
1.5	Hadronizace . . . . .	15
1.5.1	Nezávislá fragmentace . . . . .	16
1.5.2	Strunový model . . . . .	16
1.5.3	Klastrový model . . . . .	17
1.6	Příklady některých tvrdých srážek . . . . .	18
1.6.1	Hluboký nepružný rozptyl (DIS) . . . . .	18
1.6.2	$e^+e^-$ anihilace . . . . .	22
1.6.3	Srážka $q\bar{q}$ v QED . . . . .	23
1.6.4	Některé tvrdé procesy z QCD . . . . .	23
<b>2</b>	<b>Jetý v QCD</b>	<b>25</b>
2.1	Singularity maticových elementů . . . . .	25
2.2	Infračerveně bezpečné veličiny . . . . .	29
2.3	Obecné vlastnosti jetů . . . . .	31
2.4	Definice jetů . . . . .	33
2.4.1	Iterační kuželový algoritmus . . . . .	33
2.4.2	$k_{\perp}$ klastrovací algoritmus . . . . .	35
2.5	Vnitřní struktura jetu . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Výsledky</b>	<b>39</b>
3.1	HERWIG . . . . .	39
3.2	$e^+e^-$ anihilace . . . . .	40
3.3	DIS . . . . .	41
3.4	$p\bar{p}$ srážka, proces $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$ . . . . .	42

3.5	$p\bar{p}$ srážka, proces $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$ . . . . .	42
3.6	Srovnání tvarů jetů z jednotlivých procesů . . . . .	43
3.7	Závěr . . . . .	44

# Úvod

Pokud chceme studovat kvantovou chromodynamiku, nemůžeme k tomu využít přímo kvarky a gluony, protože ty jsou uvězněné v hadronech a jako volné částice neexistují. Proto se k tomu používají především tzv. *jety*, které můžeme chápat jako jakési pozorovatelné stopy po kvarcích a gluonech. Tyto jety jsou, zhruba řečeno, spršky částic vzniklých z kvarků a gluonů. To, jakým způsobem budeme rozhodovat, do kterého jetu přiřadíme jednotlivé částice, závisí na přesné definici jetu, kterých je několik. Na této definici však pak také závisí, jak dobrá bude korespondence mezi původním kvarkem či gluonem a výsledným jetem.

Jelikož se jety v současné době využívají ke studiu nejen QCD, ale i mnoha dalších jevů z fyziky vysokých energií, je potřeba dobře rozumět jejich vlastnostem. My jsme se zabývali tím, jak ovlivní typ tvrdé srážky, ve které jety vznikly, jejich tvar. Tvarem jetu rozumíme způsob rozložení energie uvnitř jetu.

Dříve než se však začneme zabývat tvary jetů, je nutné se seznámit v první kapitole s naší základní představou o tom, jakým způsobem probíhají srážky částic při vysokých energiích. Povíme si zde něco o partonovém modelu, lagrangiánu QCD a seznámíme se s několika modely hadronizace. Nakonec si v této kapitole uvedeme příklady několika tvrdých srážek.

V druhé kapitole si ukážeme, jaké další důvody vedou k nutnosti používání jetů. Seznámíme se s jejich základními vlastnostmi a uvedeme si jejich dvě nejčastěji užívané definice, kuželový a klastrovací jetový algoritmus. Dále si zde zavedeme základní veličiny charakterizující vnitřní strukturu jetu. Jsou to tvar jetu a počty subjektů.

V třetí kapitole pak uvedeme výsledky, které jsme získali pomocí Monte Carlo generátoru tvrdých srážek HERWIGu v  $e^+e^-$  anihilaci, DIS a  $p\bar{p}$  srážkách.

# Kapitola 1

## Tvrdé srážky v QCD

### 1.1 Kvarkový model

Kvarkový model vznikl v první polovině šedesátých let a byl schopen schematicky utřídit známé hadrony. Podle tohoto modelu jsou hadrony složeny ze tří objektů, které byly nazvány *kvarky*  $u$ ,  $d$  a  $s$ . Tyto kvarky a jejich antičástice byly ztotožněny s prvky fundamentálního tripletu  $\mathbf{3} = (1, 0)$  a antitripletu  $\bar{\mathbf{3}} = (0, 1)$  a nesly neceločíselné elektrické náboje  $\pm 2/3, \pm 1/3$ . Tato vlastnost způsobovala problémy, protože neceločíselné náboje nebyly v žádném experimentu pozorovány. Symetrie vůči  $SU(3)$  se projevovala v existenci vyšších multipletů hadronů, ale nebyly pozorovány hadrony, které by se daly zařadit do fundamentálního tripletu nebo antitripletu. Jelikož kvarky jsou fermiony se spinem  $1/2$ , bylo přirozené rozšířit symetrii vůči  $SU(3)$  na symetrii vůči  $SU(6)$ .

Takto formulovaný kvarkový model měl však ještě další problémy. Například s tím, že baryony byly přiřazeny do totálně symetrického 56-pletu grupy  $SU(6)$ , přestože jsou to fermiony a jejich vlnové funkce by tudíž měly být totálně antisymetrické vůči jakékoliv záměně jakékoliv dvojice jejich charakteristik. To, že volné kvarky nebyly pozorovány, jsme již zmínili, ale nebyl pozorován ani sextet, který by měl být tvořen symetrickými dikvarkovými kombinacemi, ani stavy jako  $2q2\bar{q}$  nebo  $4q\bar{q}$ , tvořené existujícími stavy  $q\bar{q}$  a  $3q$ .

Toto všechno vedlo k myšlence přiřadit kvarkům další kvantové číslo, které dnes nazýváme *barvou*. Toto kvantové číslo nabývá tří hodnot, a tedy každá vůně kvarku existuje ve třech rozdílných barevných stavech. Problémy kvarkového modelu byly odstraněny postulováním hypotézy, že pozorované hadrony jsou tvořeny *bezbarvými* kombinacemi kvarků, tedy vůči barevné grupě  $SU(3)$  jsou to singlety. Proto tedy nejsou pozorovány kvarky

a dikvarky, jelikož ty jsou barevné.

V současné době známe šest druhů vůní kvarků, které existují ve třech barvách. Kvarky můžeme podobně jako leptony uspořádat do rodin, viz. tabulka 1.1. Skutečnost, že pozorovatelné hadrony existují pouze jako bezbarvé, a tudíž neexistují volné kvarky, nazýváme uvězněním (confinement) kvarků, respektive barevných objektů.

	náboj	Rodina		
		1.	2.	3.
Kvarky	2/3	$u(\text{up})$	$c(\text{charm})$	$t(\text{top})$
	-1/3	$d(\text{down})$	$s(\text{strange})$	$b(\text{bottom})$
Leptony	0	$\nu_e$	$\nu_\mu$	$\nu_\tau$
	-1	$e^-$	$\mu^-$	$\tau^-$

Tabulka 1.1: Základní fermiony standardního modelu.

## 1.2 Kvark-partonový model (QPM)

V kvark-partonovém modelu předpokládáme, že se v tvrdých srážkách<sup>1</sup> hadrony chovají, jako by byly tvořeny nějakými základními částicemi, *partony*. U nich předpokládáme, že každý parton, který vstupuje do tvrdé srážky, nese  $x$ -tinu ( $0 \leq x \leq 1$ ) z celkové hybnosti hadronu. V průběhu této tvrdé srážky s těmito partony zacházíme, jako by to byly volné bodové částice. Jelikož se jedná o tvrdou srážku, budeme považovat partony za nehmotné a hmotnost protonu budeme zanedbávat.

Partonový model vznikl při studiu hluboce nepružného rozptylu (DIS) elektronu na protonu. Podrobná analýza DIS elektronů a neutrin na protonech a neutronech ukázala, že nabitě partony lze ztotožnit s kvarky a také, že zhruba 50% hybnosti protonu nesou neutrální partony, které lze ztotožnit s gluony z QCD.

Partony ve "virtuálních" stavech s danou hybností  $x_i p^\mu$  můžeme v klidovém systému protonu charakterizovat jejich dobou života  $\tau$ . Přesná hodnota tohoto času  $\tau$  závisí na detailní struktuře protonu, ale můžeme předpokládat, že  $\tau \sim 1/m$ , kde  $m \sim 300$  MeV. V těžišťovém systému srážky (CMS) se tato

<sup>1</sup>Tvrdostí srážky se rozumí, že nějaká veličina charakterizující srážku (např. předaný impuls  $Q$ ) je daleko větší než hmotnost protonu.



doba důsledkem dilatace času změni na

$$\tau' = \frac{\tau}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (1.1)$$

kde  $v$  je rychlost protonu v CMS. Následkem kontrakce délky ve směru pohybu protonu si ho můžeme v CMS představit jako tenký disk. Proto půjde čas, který potřebuje elektron k průletu protonem, s CMS energií jdoucí do nekonečna k nule. Takže pro elektron jsou v průběhu srážky partony efektivně “zmrazeny”. Aby elektron předal partonu velký impuls  $q^\mu$ , musí se k němu v příčném směru přiblížit na vzdálenost  $O(1/Q)$ ,  $Q^2 = -q^2$ , což je důsledek principu neurčitosti. Předpokládáme-li, že jsou partony v disku rozloženy víceméně rovnoměrně, je pravděpodobnost nalezení dalšího partonu, dostatečně blízkého na to, aby také vstupoval do srážky, potlačena geometrickým faktorem

$$\frac{1/Q^2}{\pi R_0^2}, \quad (1.2)$$

kde  $R_0$  je poloměr protonu. Proto můžeme účinný průřez tvrdé srážky psát jako konvoluci pravděpodobnosti nalezení jednoho partonu s danou frakcí hybnosti  $xp^\mu$  a účinného průřezu interakce elektronu s partonem. Po srážce spolu zbytek protonu a vzniklé partony interagují a vznikají pozorovatelné hadrony. Předpokládáme, že tyto procesy probíhají na časové škále, která je daleko delší než doba trvání tvrdé srážky. Tedy, že *hadronizace* probíhá příliš pozdě na to, aby měla vliv na samotnou tvrdou srážku. Nepředpokládáme, že partony, vzniklé v tvrdé srážce, jsou skutečně on-shell, pouze, že jejich virtualita<sup>2</sup> je daleko menší než  $Q^2$  a že existují daleko déle než  $1/Q$ . Účinný průřez pro hluboký nepružný rozptyl elektronu na protonu můžeme tedy symbolicky napsat ve tvaru

$$\sigma(e(k) + p(p) \rightarrow e(k') + \text{cokoliv}) = \sum_f \int_0^1 dx D_{q_f/p}(x) \sigma(e(k) + q_f(xp) \rightarrow e(k') + q_f(p')), \quad (1.3)$$

kde  $D_{q_f/p}(x)$  je *distribuční funkce*, která určuje pravděpodobnost nalezení kvarku  $q_f$  v protonu s  $x$ -tinou jeho hybnosti.

Když to nyní všechno shrneme, můžeme jakoukoliv tvrdou srážku částic  $A$  a  $B$  v rámci partonového modelu rozdělit do tří částí:

---

<sup>2</sup>Virtualitou  $\tau$  částice s hmotou  $m$  a čtyřimpulsem  $p$  rozumíme  $\tau = |p^2 - m^2|$ .

**A: Počáteční evoluce**, která je reprezentována distribučními funkcemi  $D_{a/A}(x_1)$  a  $D_{b/B}(x_2)$  partonů  $a, b$  v částicích  $A, B$ <sup>3</sup>. Tyto distribuční funkce sice musíme získat z experimentu, ale jsou *univerzální*. Tedy pokud získáme například distribuční funkce kvarků v protonu ze srážek elektronu s protonem, můžeme je použít ve srážkách protonu s antiprotonem a jiných.

**B: Tvrdé srážky** partonů  $a, b$ , v které zase vzniknou nějaké partony, například partony  $c$  a  $d$ . Tuto srážku můžeme charakterizovat jejím účinným průřezem

$$\sigma_{ab \rightarrow cd}(s, x_1, x_2, p_c, p_d, \mu), \quad (1.4)$$

kde  $s = (p_a + p_b)^2$  je kvadrát celkové CMS energie a  $\mu$  je škála tvrdé srážky (důsledek renormalizace).

**C: Hadronizace**, v jejímž průběhu vznikají z partonů pozorovatelné hadrony. Pro popis hadronizace používáme různé modely, o kterých se podrobněji zmíníme později.

Účinný průřez srážky částic  $A, B$ , kde nás v koncovém stavu zajímá hadronový stav  $H$ <sup>4</sup>, tedy můžeme symbolicky napsat ve tvaru

$$\begin{aligned} \sigma(A + B \rightarrow H) = \\ \sum_{abcd} \iint dx_1 dx_2 D_{a/A}(x_1) D_{b/B}(x_2) \\ \times \sigma_{ab \rightarrow cd}(s, x_1, x_2, p_c, p_d, \mu) \otimes D_{hadr}(p_c, p_d, H), \quad (1.5) \end{aligned}$$

kde se sčítá přes všechny možné kombinace partonů, které vedou na výsledný hadronový stav  $H$ . Do účinného průřezu  $\sigma_{ab \rightarrow cd}$  jsou také zahrnuty  $\delta$ -funkce, které nám zaručují zachování hybnosti a energie na partonové úrovni.

### 1.3 Lagrangián QCD

Kvantová chromodynamika (QCD) je definována jako polní teorie s hustotou lagrangiánu

$$\mathcal{L}^{QCD}[\Psi_f(x), \bar{\Psi}_f(x), A_\mu(x), c(x), \bar{c}(x), g, m_f] = \mathcal{L}_{invar} + \mathcal{L}_{gauge} + \mathcal{L}_{ghost}, \quad (1.6)$$

<sup>3</sup>Pokud by některá z částic (např.  $A$ ) byla elementární, tak by distribuční funkce elementární částice  $A$  v částici  $A$   $D_{A/A}(x)$  byla úměrná  $\delta$ -funkci a distribuční funkce ostatních partonů v částici  $A$  by byly nulové.

<sup>4</sup>Tímto stavem se myslí  $n$  částic s hybnostmi  $p_i$  a spinem  $\xi_i$ , tedy  $H = (p_1, \xi_1, \dots, p_n, \xi_n)$ .

kteřá je závislá na polích kvarků  $\Psi_f(x)$ , gluonů  $A_\mu(x)$ , duchů  $c(x)$  a na parametrech  $m_f$  a  $g$ . Index  $f$  označuje různé vůně kvarků,  $g$  je vazbová konstanta a  $m_f$  jsou hmotnosti kvarků. Člen  $\mathcal{L}_{invar}$  má tvar

$$\mathcal{L}_{invar} = \sum_f \bar{\Psi}_f [i\gamma^\mu(\partial_\mu + igA_\mu^a(x)T_a) - m_f] \Psi_f - \frac{1}{4} \vec{F}_{\mu\nu} \vec{F}^{\mu\nu}, \quad (1.7)$$

ve kterém  $\vec{F}^{\mu\nu}$  je rovno

$$F_a^{\mu\nu} \equiv \frac{\partial A_\nu^a(x)}{\partial x_\mu} - \frac{\partial A_\mu^a(x)}{\partial x_\nu} + gf_{abc}A_\mu^b(x)A_\nu^c(x). \quad (1.8)$$

$\Psi_f$  zapsané pomocí matice

$$\Psi_f \equiv \begin{pmatrix} \psi_f^1 \\ \psi_f^2 \\ \psi_f^3 \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

kde  $\psi_f^i$  jsou diracovské bispinory s barvou  $i = 1, 2, 3$  a vůně  $f = u, d, c, s, t, b$ , se vůči barevné grupě  $SU(3)$  transformuje pomocí předpisu

$$\Psi'_f = \exp(i\alpha_a(x)T_a)\Psi_f, \quad (1.10)$$

ve kterém se sčítá přes 8 generátorů  $T_a$  grupy  $SU(3)$  a  $\alpha_a(x)$  je 8 libovolných reálných funkcí  $x$ . Generátory  $T_a$  jsou definovány pomocí komutačních relací

$$[T_a, T_b] = if_{abc}T_c, \quad (1.11)$$

kde  $f_{abc}$  jsou strukturní konstanty grupy  $SU(3)$ . Generátory  $T_a$  jsou hermitovské matice s nulovou stopou, jejichž normalizaci lze zvolit tak, aby platilo

$$\text{Tr}(T_a T_b) = \frac{1}{2} \delta_{ab}. \quad (1.12)$$

$A_\mu^a(x)$  je 8 vektorových kalibračních polí (gluonů), které lze maticově zapsat jako

$$\vec{A}_\mu(x) \equiv \begin{pmatrix} A_\mu^1(x) \\ \vdots \\ A_\mu^8(x) \end{pmatrix}, \quad (1.13)$$

a při lokální kalibrační transformaci se transformují takto:

$$\vec{A}'_\mu(x) = \exp(i\alpha_a(x)F_a)\vec{A}_\mu(x) + \frac{1}{g} \frac{\partial \vec{\alpha}(x)}{\partial x^\mu}, \quad (1.14)$$

kde  $F_a$  jsou generátory  $SU(3)$  v adjungované reprezentaci, tj.

$$(F_a)_{bc} \equiv -if_{abc}. \quad (1.15)$$

Aby bylo možné zkvantovat lagrangián kvantové chromodynamiky  $\mathcal{L}_{QCD}$ , je ještě nutno k  $\mathcal{L}_{invar}$  přidat další dva členy. Jedním z těchto členů je člen  $\mathcal{L}_{gauge}$ , který fixuje kalibraci, a druhý člen  $\mathcal{L}_{ghost}$  je hustota lagrangiánu duchů. Fixace kalibrace  $\mathcal{L}_{gauge}$  může být zvolena různě, ale nejobvyklejší jsou tyto volby

$$\mathcal{L}_{gauge} = \frac{1}{2\alpha_G} \sum_{a=1}^8 (\partial_\mu A_a^\mu)^2, \quad (1.16)$$

$$\mathcal{L}_{gauge} = \frac{1}{2\alpha_G} \sum_{a=1}^8 (n_\mu A_a^\mu)^2, \quad (1.17)$$

kde  $n^\mu$  je pevně zvolený vektor. Vzorec (1.16) definuje množinu “kovariantních” kalibrací, nejčastěji užívaná je s  $\alpha_G = 1$  tzv. Feynmanova kalibrace. “Axiální” kalibrace je definována vzorcem (1.17). Tato kalibrace je též nazývána “fyzikální”, protože při jejím použití není potřeba zavádět duchy. To, proč je potřeba fixovat kalibraci, je vidět na gluonovém propagátoru, který má v kovariantní kalibraci tvar

$$D_{\mu\nu}^{ab}(k) = \frac{i\delta^{ab}}{k^2} \left( -g_{\mu\nu} + (1 - \alpha_G) \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right). \quad (1.18)$$

Vypuštění kalibračního členu by odpovídalo  $\alpha_G = \infty$ , což by znamenalo, že by gluonový propagátor nebyl dobře definován.

Při použití kovariantních kalibrací je ještě potřeba zavést lagrangián Faddeev-Popovových duchů

$$\mathcal{L}_{ghost} = (\partial_\mu \bar{c}_a) (\partial^\mu \delta_{ad} - g f_{abd} A_b^\mu) c_d, \quad (1.19)$$

kde  $c_a(x)$  a  $\bar{c}_a(x)$  jsou skalární pole. Při kvantování tyto pole, navzdory svému spinu, antikomutují. V  $SU(3)$  teorii tato pole duchů zaručují, že fixace kalibrace nenaruší unitaritu  $S$  matice.

Krátce by jsme se zde měli také zmínit o tom, jak se chová renormalizovaná vazbová konstanta  $\alpha_s(\mu) = g^2(\mu)/4\pi$ , která vyhovuje rovnici renormalizační grupy

$$\frac{d\alpha_s(\mu)}{d \ln \mu} = \beta(\alpha_s(\mu)) = -\beta_0 \alpha_s^2(\mu) - \beta_1 \alpha_s^3(\mu) + \dots \quad (1.20)$$

Pro nehmotné kvarky je první člen v (1.20) určen jednoznačně a je roven

$$\beta_0 = \frac{11N_c - 2n_f}{6}, \quad (1.21)$$

kde  $N_c = 3$  je počet barev a  $n_f$  je počet vůní kvarků. Důležité je, že pro  $n_f \leq 16$  je  $\beta_0$  kladné. Ve vedoucím řádu můžeme pro  $\alpha_s(\mu)$  psát<sup>5</sup>

$$\alpha_s(\mu/\Lambda) = \frac{1}{\beta_0 \ln(\mu/\Lambda)}. \quad (1.22)$$

Z tohoto vzorce je vidět, že pro kladné  $\beta_0$  a  $\mu \rightarrow \infty$  jde vazbová konstanta  $\alpha_s$  k nule. Tomuto jevu říkáme asymptotická volnost a znamená, že na velkých škálách  $\mu$ , tj. na malých vzdálenostech, lze bezpečně používat poruchovou teorii. Naopak pro  $\mu \rightarrow 0$  jde vazbová konstanta do nekonečna a poruchová teorie zde nemá smysl. Tento růst je jistým náznakem uvěznění kvarků a gluonů, které má však neporuchový původ.

Kvantová chromodynamika modifikuje partonový model ve dvou směrech. Účinný průřez tvrdé srážky (1.4) počítáme pomocí poruchové QCD jako rozvoj v mocninách  $\alpha_s$  a dále nám QCD umožňuje zavést do distribučních funkcí  $D(x)$  závislost na škále  $M$ .

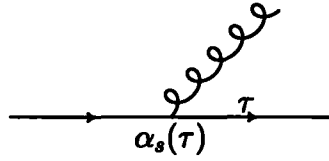
## 1.4 Partonové spršky a evoluce distribučních funkcí

Nyní si ukážeme, jak lze napsat v jisté aproximaci účinný průřez, který má v koncovém stavu mnoho partonů, a jak se dostane do distribučních funkcí závislost na škále  $M$ . Použití aproximace místo přesného účinného průřezu je nezbytné, protože vypočítání přesného účinného průřezu do velkých řádů je velmi obtížné. Aproximace, kterou zde popíšeme, se shoduje s přesným účinným průřezem v kolineární limitě<sup>6</sup>.

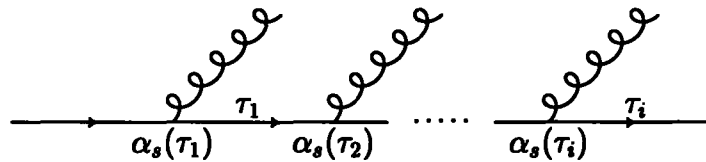
Uvažme nyní kvark, který vyzáří gluon (obr. 1.1a). Tento kvark nemusí být nutně on-shell, předpokládáme pouze, že jeho virtualita  $\tau$  po vyzáření gluonu je daleko větší než před vyzářením. Další předpoklad je, že virtualita  $\tau$  je daleko menší než nějaká škála  $Q^2$  charakterizující tvrdou srážku, do které tento kvark směřuje. Potom můžeme pravděpodobnost toho, že po vyzáření

<sup>5</sup>Parametr  $\Lambda$  se zde objevuje z rozměrových důvodů a reprezentuje fundamentální škálu silných interakcí.

<sup>6</sup>V kolineární limitě se některé dva partony pohybují stejným směrem. Maticové elementy vypočítané v rámci QCD jsou pro nehmotné kvarky a gluony v této limitě singulární.



a)



b)

Obrázek 1.1: Emise gluonů z kvarku.

gluonu ponese kvark s virtualitou  $\tau$  z-tinu energie původního kvarku, zapsat ve tvaru

$$dP = \frac{\alpha_s(\tau)}{2\pi} \frac{d\tau}{\tau} P_{qq}(z) dz, \quad (1.23)$$

kde  $\alpha_s(\tau)$  je renormalizovaná vazbová konstanta silných interakcí a  $P_{qq}$  je Altarelli-Parisiho větvicí funkce, která má tvar

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left[ \frac{1+z^2}{1-z} \right]_+. \quad (1.24)$$

“+” značí tak zvanou “+” distribuci, která je pro funkci  $f(x)$  definována následovně:

$$[f(x)]_+ \equiv \lim_{\beta \rightarrow 0} \left( f(x) \Theta(1-x-\beta) - \delta(1-x-\beta) \int_0^{1-\beta} f(y) dy \right), \quad (1.25)$$

kde  $\Theta(x)$  je schodová funkce.

Pokud se zajímáme o pravděpodobnost nalezení např. kvarku v gluonu nebo gluonu v gluonu, pak stačí zaměnit ve vzorci (1.23)  $P_{qq}$  za příslušnou

větvící funkci:

$$P_{\bar{q}q}(z) = P_{qq}(z), \quad (1.26)$$

$$P_{Gq}(z) = P_{qG}(z) = \frac{4}{3} \left[ \frac{1 + (1-z)^2}{z} \right], \quad (1.27)$$

$$P_{qG}(z) = P_{\bar{q}G}(z) = \left[ \frac{z^2 + (1-z)^2}{2} \right], \quad (1.28)$$

$$P_{GG}(z) = 6 \left\{ \left[ \frac{z}{1-z} \right]_+ + \frac{1-z}{z} + z(1-z) + \delta(1-z) \left( \frac{33 - 2n_f}{36} - 1 \right) \right\}, \quad (1.29)$$

ve větvící funkci  $P_{GG}$  je  $n_f$  počet vůní kvarků.

Předpokládejme nyní, že kvark vyzáří dva gluony (obr. 1.1b pro  $i = 2$ ). Aby jsme mohli použít vzorec (1.23), je nutné, aby pro virtuality  $\tau_1$  a  $\tau_2$  platilo

$$\tau_2 \leq \epsilon\tau_1 \leq \epsilon Q^2, \quad (1.30)$$

kde  $\epsilon$  je malé. O  $\tau_1$  a  $\tau_2$  pak mluvíme jako o “silně uspořádaných” virtualitách. Zapomeňme nyní na závislost vazbové konstanty  $\alpha_s$  na  $\tau^7$ , pak je pravděpodobnost  $P_2$  toho, že kvark vyzáří dva gluony, úměrná

$$\begin{aligned} P_2 &\sim \alpha_s^2 \int_{m^2}^{\epsilon Q^2} \frac{d\tau_1}{\tau_1} \int_{m^2}^{\epsilon\tau_1} \frac{d\tau_2}{\tau_2} = \alpha_s^2 \int_{m^2}^{\epsilon Q^2} \frac{d\tau_1}{\tau_1} \ln \frac{\epsilon\tau_1}{m^2} = \\ &= \alpha_s^2 \left[ \frac{1}{2} \ln^2 \frac{Q^2}{m^2} + f_2(\ln \epsilon) \ln \frac{Q^2}{m^2} + f_1(\ln \epsilon) \right], \end{aligned} \quad (1.31)$$

kde jsme integrovali přes oblast silně uspořádaných virtualit a k regularizaci divergujících integrálů jsme použili hmoty gluonu  $m$ . Funkce  $f_i(\ln \epsilon)$  jsou polynomy v  $\ln \epsilon$ . Podstatné na vzorci (1.31) je, že koeficient, stojící u nejvyšší mocniny logaritmu  $\ln Q^2/m^2$ , je nezávislý na  $\epsilon$ . Pokud toto samé provedeme pro emisi  $n$  gluonů, dostaneme obdobný výsledek

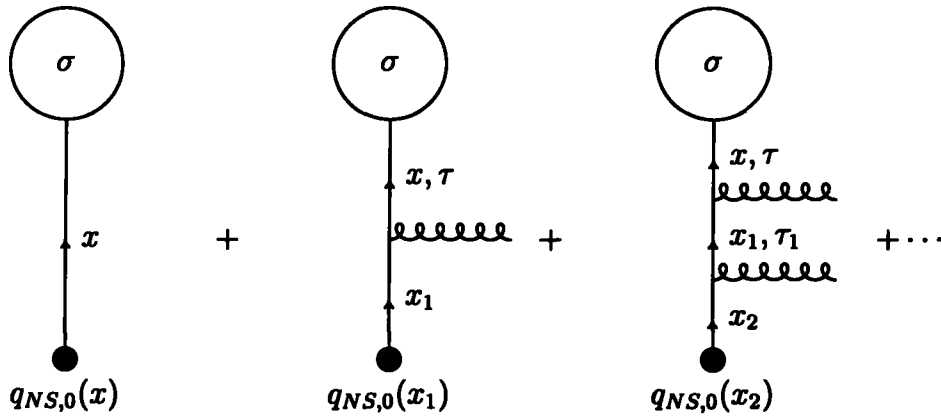
$$P_n \sim \alpha_s^n \left[ \underbrace{A_n \ln^n \frac{Q^2}{m^2}}_{LL} + \underbrace{B_n \ln^{n-1} \frac{Q^2}{m^2}}_{NLL} + \dots + f_n(\epsilon, Q^2) \right], \quad (1.32)$$

kde  $A_n$  je opět nezávislé na  $\epsilon$  a je rovno  $1/n!$ . Pro velká  $Q$  a malá  $m$  můžeme zanedbat všechny členy kromě logaritmu s nejvyšší mocninou (leading log-LL), potom mluvíme o LL aproximaci.

<sup>7</sup>To, že je vhodné zvolit za renormalizační škálu právě nejvyšší virtualitu částic v daném vertexu, není vůbec triviální záležitost a částečné zdůvodnění této volby lze nalézt v [1].

### 1.4.1 Evoluce distribučních funkcí

Jelikož uvěznění (confinement) kvarků a gluonů v hadronech nelze popsat poruchově, musíme pro popis jejich rozložení uvnitř hadronů používat experimentálně zjištěné distribuční funkce. Nyní si ukážeme, co nám umožní QCD říci o těchto distribučních funkcích, hlavně o závislosti na škále tvrdé srážky, a tím vysvětlit jev narušení škálování (scaling violation).



Obrázek 1.2: Multigluonová emise pro případ nesingletní distribuční funkce.

Uvažme nyní distribuční funkce kvarků  $q_0(x)$  a gluonů  $G_0(x)$  uvnitř hadronů, které jsou funkcí pouze  $x$ , tak, jak je to v QPM. Tyto distribuční funkce budeme nazývat “holými” (bare). Nejdříve se budeme zabývat tzv. *nesingletními* (NS) kvarkovými distribučními funkcemi. U těchto funkcí stačí uvažovat pouze mnohonásobné emise gluonů z “holého” kvarku, jak je znázorněno na obrázku 1.2 a “oblečenou” (dressed) distribuční funkci v LL aproximaci<sup>8</sup> definujeme jako

$$\begin{aligned}
 q_{NS}(x, M) \equiv & q_{NS,0}(x) + \int_x^1 \frac{dx_1}{x_1} \left[ P_{qq} \left( \frac{x}{x_1} \right) \int_{m^2}^{M^2} \frac{d\tau}{\tau} \frac{\alpha_s(\tau)}{2\pi} \right] q_{NS,0}(x_1) \\
 & + \int_x^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_{x_1}^1 \frac{dx_2}{x_2} \int_{m^2}^{M^2} \frac{d\tau}{\tau} \int_{m^2}^{\tau} \frac{d\tau_1}{\tau_1} \frac{\alpha_s(\tau)}{2\pi} \frac{\alpha_s(\tau_1)}{2\pi} \\
 & \times \left[ P_{qq} \left( \frac{x}{x_1} \right) P_{qq} \left( \frac{x_1}{x_2} \right) \right] q_{NS}(x_2) + \dots, \quad (1.33)
 \end{aligned}$$

<sup>8</sup>LL aproximace se zde projevuje v tom, že integrujeme přes virtuality  $\tau_i$  až do  $\tau_{i-1}$  oproti silně uspořádanému regionu, kde bychom integrovali pouze do  $\epsilon\tau_{i-1}$ .



kde  $M$  je maximální možná virtualita kvarku vstupujícího do tvrdé srážky s účinným průřezem  $\sigma$ .  $M$  nazýváme faktorizační škálou. Ještě je potřeba zdůvodnit, proč se ve vzorci (1.33) vyskytují  $x_i$  ve jmenovateli. Je to z toho důvodu, že vzorec (1.23) udává pravděpodobnost, že kvark po větvení ponese  $z$ -tinu hybnosti kvarku před větvením, ale nás zajímá zlomek hybnosti  $x$  počátečního hadronu. Pro případ vyzáření jednoho gluonu  $x = zx_1$ , tedy

$$dz = \frac{dx}{x_1},$$

a proto je tedy nutno přeškálovat pravděpodobnost pomocí  $x_1$ .

Nyní zderivujeme vztah (1.33) podle  $\ln M^2$  a dostaneme

$$\begin{aligned} \frac{dq_{NS}(x, M)}{d \ln M^2} &= \frac{\alpha_s(M)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dx_1}{x_1} P_{qq} \left( \frac{x}{x_1} \right) \\ &\times \underbrace{\left[ q_{NS,0}(x_1) + \int_x^1 \frac{dx_2}{x_2} P_{qq} \left( \frac{x_1}{x_2} \right) \int_{m^2}^{M^2} \frac{d\tau_1}{\tau_1} \frac{\alpha_s(\tau_1)}{2\pi} q_{NS,0}(x_2) + \dots \right]}_{\equiv q_{NS}(x_1, M)}, \end{aligned} \quad (1.34)$$

tedy  $q_{NS}(x, M)$  vyhovuje rovnici

$$\frac{dq_{NS}(x, M)}{d \ln M^2} = \frac{\alpha_s(M)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) q_{NS}(y, M), \quad (1.35)$$

která se nazývá Altarelli-Parisiho evoluční rovnice. Za zmínku stojí to, že zderivováním jsme se zbavili logaritmu  $\ln M^2/m^2$ , a tudíž můžeme poslat  $m$  k nule. Na druhou stranu zase k vyřešení AP rovnice potřebujeme znát distribuční funkci  $q(x, M_0)$  pro nějaké počáteční  $M_0$ .

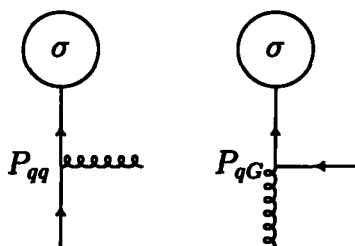
V obecném případě musíme uvážit i další možné větvicí funkce (obr. 1.3), pak pro distribuční funkce kvarků, antikvarků a gluonů dostaneme soustavu rovnic

$$\frac{dq_i(x, M)}{d \ln M^2} = \frac{\alpha_s(M)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ P_{qq} \left( \frac{x}{y} \right) q_i(y, M) + P_{qG} \left( \frac{x}{y} \right) G(y, M) \right] \quad (1.36)$$

$$\frac{d\bar{q}_i(x, M)}{d \ln M^2} = \frac{\alpha_s(M)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ P_{q\bar{q}} \left( \frac{x}{y} \right) \bar{q}_i(y, M) + P_{qG} \left( \frac{x}{y} \right) G(y, M) \right] \quad (1.37)$$

$$\begin{aligned} \frac{dG(x, M)}{d \ln M^2} &= \frac{\alpha_s(M)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[ \sum_{i=1}^{n_f} P_{Gq} \left( \frac{x}{y} \right) (q_i(y, M) + \bar{q}_i(y, M)) + \right. \\ &\left. + P_{GG} \left( \frac{x}{y} \right) G(y, M) \right]. \end{aligned} \quad (1.38)$$

S  $M$  jsme zatím zacházeli pouze jako s nějakým parametrem, který nám určoval maximální možnou virtualitu partonů, kterou jsme zahrnuli do definice “oblečené” distribuční funkce. V naší aproximaci jsme od počátku požadovali, aby tato maximální virtualita byla malá. Problém je v tom, že rozlišit mezi tím co je malá a co už velká virtualita, je značně obtížné, a proto volba faktorizační škály není úplně triviální záležitostí a ovlivňuje také přesnost aproximace. Pro případ DIS je nejobvyklejší volba  $M^2 = Q^2$ . Více o distribučních funkcích, jejich závislosti na faktorizačním schématu a možnostech řešení evolučních rovnic lze nalézt v [1].



Obrázek 1.3: Možná větvení pro kvarkovou distribuční funkci.

## 1.4.2 Partonové spršky

Pokud nás zajímají multipartonové koncové stavy, je vhodné k jejich generování použít metody partonových spršek. Tato metoda je vhodná pro použití v Monte Carlo simulacích, protože je založena na pravděpodobnosti toho, že kvark *nevyzáří* gluon. Tuto pravděpodobnost udává tzv. Sudakovův formfaktor

$$S(\tau_0, \tau) \equiv \exp \left( - \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{d\tau'}{\tau'} \int_{z_{min}}^{z_{max}} \frac{\alpha_s(\tau')}{2\pi} P_{qq}(z) dz \right). \quad (1.39)$$

Přesněji jde o pravděpodobnost toho, že kvark nevyzáří gluon a vzniklý kvark bude off-shell s virtualitou mezi  $\tau_0$  a  $\tau$  a s frakcí hybnosti  $z$  mezi  $z_{min}$  a  $z_{max}$ .

Přesný popis algoritmů, které se používají pro generování partonových spršek, lze nalézt v [2], [3] a [4].

## 1.5 Hadronizace

V průběhu hadronizace se z barevných kvarků a gluonů vytvoří bezbarvé hadrony. Toto všechno se odehrává na energetické škále  $\sim 1$  GeV, která je dostatečně malá na to, aby hadronizace ovlivnila vlastní tvrdou srážku a můžeme ji tedy uvažovat jako nezávislý proces. Jelikož jsou částice v průběhu

hadronizace od sebe už příliš vzdáleny, tedy vazbová konstanta silné interakce je velká, nelze už použít poruchovou QCD, a tak nezbyvá nic jiného, než použít nějaký model. Zde stručně popíšeme tři jednoduché modely hadronizace: nezávislý fragmentační model, strunový model a klastrový model. Více o těchto modelech lze nalézt v [5].

### 1.5.1 Nezávislá fragmentace

Model nezávislé fragmentace je jedním z nejjednodušších hadronizačních modelů. Základní myšlenka tohoto modelu je uvažovat hadronizaci vzniklých partonů jako na sobě nezávislé procesy. Tento předpoklad je sice v rozporu s podstatou hadronizace, která je způsobena právě interakcemi mezi těmito partony, přesto však výsledné rozložení hadronů může být pomocí tohoto modelu popsáno. Používají se k tomu *fragmentační funkce*  $D_q^h(z, p_T)$ , které udávají pravděpodobnost, že z partonu  $q$  vznikne hadron  $h$  nesoucí  $z$ -tinu energie původního partonu a s příčnou hybností  $p_T$  (vzhledem k pohybu partonu). Často se používají fragmentační funkce závislé pouze na  $z$ , které dostaneme z původní funkce  $D_q^h(z, p_T)$ , vyintegrováním přes  $p_T$ . Fragmentační funkce jsou normalizovány takto:

$$\int_0^1 \int_0^\infty D_q^h(z, p_T) dz dp_T = \langle N_q^h \rangle, \quad (1.40)$$

kde  $\langle N_q^h \rangle$  je střední počet hadronů typu  $h$ , vzniklých během fragmentace partonu  $q$ . Fragmentační funkce stejně jako distribuční funkce se nedají v rámci poruchové QCD spočítat a musejí se proto získat z experimentu. Ale mají opět vlastnost *univerzality*, takže je lze použít i v jiných procesech, než v kterých byly změřeny.

### 1.5.2 Strunový model

Základní myšlenka strunového modelu hadronizace se dá nejlépe popsat na příkladu  $e^+e^-$  anihilace. Vzniklý kvark a antikvark se pohybují opačným směrem a přitom se jejich kinetická energie přeměňuje na energii barevného pole. Toto pole si můžeme představit jako strunu napnutou mezi nimi. Energie je v této struně rozložena rovnoměrně, což odpovídá lineárnímu mezikvarkovému potenciálu. Rozpadem této struny pak vznikají hadrony. V místě, kde se struna roztrhne, vznikne  $q\bar{q}$  pár. Vzniklé dvě struny se pak iteračně dále rozpadají.

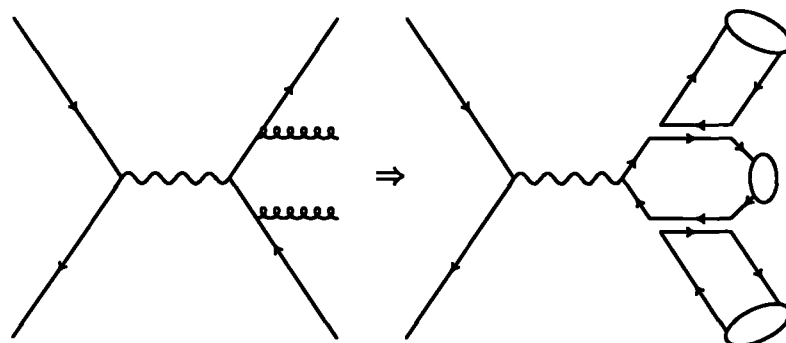
Gluon si v tomto modelu můžeme představovat jako uzel na struně, v kterém je lokalizována energie a hybnost gluonu. Štěpení těchto strun s uzly vede

u 3-jetového koncového stavu v  $e^+e^-$  na úhlové rozdělení výsledných hadronů, které je poněkud odlišné od předpovědi modelu nezávislé fragmentace a je v lepším souladu s experimentem.

V případě mnoho partonových stavů, které jsou výsledkem partonových spršek, nelze jednoznačně strunou spojit různé konce (kvarky a antikvarky) a uzly (gluony). Nicméně, do vedoucího řádu v  $N_c^{-2}$ , kde  $N_c = 3$  je počet barev, je vždy možné uspořádat partony do rovinné konfigurace, takže každý má stejnou nebo opačnou barvu než jeho soused (v případě gluonů oba sousedé), jako v koncovém stavu u  $e^+e^-$ . Přirozený předpis pro toto je natáhnout strunu mezi barevně spojenými sousedy, tak, že vytvoří bezbarvé struny s minimálními invariantními hmotami.

### 1.5.3 Klastrový model

Tento model je použit k simulaci hadronizace v Monte Carlo generátoru srážek HERWIGu a více o něm lze nalézt v [2]. Jedná se o relativně jednoduchý model, který je nezávislý na tvrdém procesu a energii. Aby bylo možno sledovat tok barvy, což je pro tento hadronizační model důležité, je v HERWIGu gluon v jisté aproximaci považován z hlediska barev jako dvojice tripletní barvy a antibarvy.



Obrázek 1.4: Feynmanův diagram a jemu odpovídající způsob vytvoření klastrů pro  $e^+e^-$  anihilaci v HERWIGu.

Po provedení poruchových partonových spršek jsou všechny vzniklé gluony neporuchově rozděleny na lehké kvark-antikvarkové nebo dikvark-antidikvarkové páry. Zpětným sledováním toku barvy spojíme kvarky/antikvarky s antikvarky/dikvarky tak, aby jsme vytvořili *bezbarvé* klastry. Toto je znázorněno na příkladu  $e^+e^-$  anihilace na obr.1.4. Rozložení hmotností těchto klastrů, díky vlastnosti partonových spršek-*preconfinmentu* barev [6], rychle

klesá pro velké hmotnosti a také je asymptoticky nezávislé na  $Q^2$ , jak je znázorněno na obrázku 1.5. Na tomto obrázku je též zobrazeno rozložení hmotností *náhodně* vybraných dvojic kvarků a antikvarků, pro které již předchozí tvrzení očividně neplatí.

Z těchto bezbarvých klastrů pak vznikají hadrony. Pokud je klaster příliš lehký na to, aby se rozpadl na dva hadrony, vytvoří se z něj nejlehčí možný hadron se stejnou vůní. Hmota je změněna na správnou hodnotu výměnou 4-impulsu s nejbližším sousedním klastrem. Obdobně je každý dikvark-antikvarkový klaster, s hmotou pod mezní hodnotou na rozpad na baryon-antibaryonový pár, výměnou 4-impulsu se svým sousedem posunut na tuto mez.

Ty klastry, které jsou dostatečně hmotné na to, aby se rozpadly na páry hadronů, se rozpadají isotropicky následujícím způsobem. Vůně  $f$  je zvolena náhodně z těchto možností:  $u, d, s$ , šesti příslušných dikvarkových kombinací vůní a  $c$ . Klaster s vůní  $f_1\bar{f}_2$  se pak rozpadne na klastry s vůněmi  $f_1\bar{f}$  a  $f\bar{f}_2$ . Konkrétní hadrony, které z těchto klastrů vzniknou, jsou vybrány náhodně z hadronů se stejnými vůněmi ( $f_1\bar{f}, f\bar{f}_2$ ).

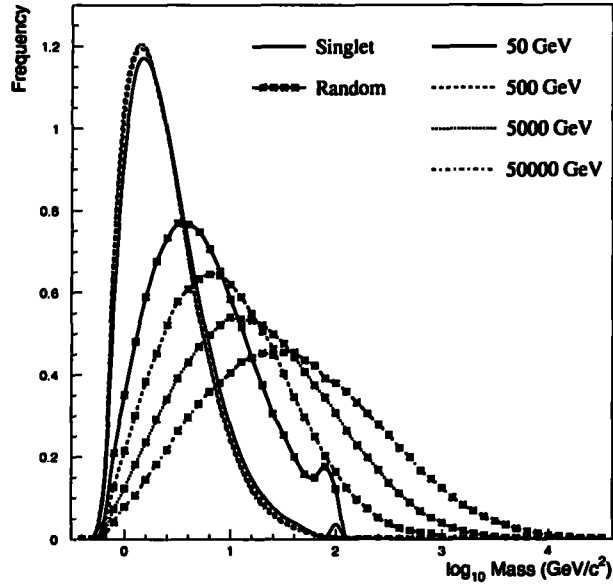
V případě, že je hmotnost klastru  $f_1\bar{f}_2$  větší než mezní hodnota  $M_f$ , kterou je v HERWIGu možno nastavit (standardně 3.5 GeV), probíhá štěpení následujícím způsobem. Vůně  $f$  je zvolena pouze z  $u, d, s$  a výsledné klastry  $f_1\bar{f}, f\bar{f}_2$  se pohybují stejným směrem, kterým se pohybovaly  $f_1$  a  $\bar{f}_2$  v jejich CMS.

Tato metoda rozpadu klastrů na hadrony je sice jednoduchá a rychlá, ale má i své nevýhody. Jednou z těchto nevýhod je, že automaticky nezaručuje izospinovou symetrii. Například existence  $\eta$  a  $\eta'$  se stejným kvarkovým složením jako  $\pi^0$  vede na slabé snížení počtu přímých rozpadů na  $\pi^0$  relativně vůči rozpadům na  $\pi^+$  a  $\pi^-$ . Kvantitativně je však tento efekt příliš malý na to, aby byl pozorovatelný. Nicméně tento efekt by mohl značně vzrůst, pokud by jsme rozšířili tabulky částic. Modifikaci algoritmu, která tento problém vyřeší, lze nalézt v [7].

## 1.6 Příklady některých tvrdých srážek

### 1.6.1 Hluboký nepružný rozptyl (DIS)

Zde budeme uvažovat hluboký nepružný rozptyl elektronu na protonu, ale obdobně se řeší rozptyly jiných leptonů na hadronech. Uvažme elektron s hybností  $k^\mu$  (obr.1.6), který se srazí s protonem s hybností  $P^\mu$ . V konečném stavu se budeme zajímat o rozptýlený elektron, který bude mít hybnost  $k'^\mu$ . Nyní



Obrázek 1.5: Rozložení hmoty  $q\bar{q}$  párů v klastrovém modelu.

si definujeme některé užitečné veličiny

$$q^\mu \equiv k^\mu - k'^\mu, \quad (1.41)$$

$$Q^2 \equiv -q^2, \quad (1.42)$$

$$y \equiv \frac{Pq}{Pk}, \quad (1.43)$$

$$x \equiv -\frac{q^2}{2Pq}, \quad (1.44)$$

$$W^2 \equiv (q + P)^2 = \frac{Q^2(1-x)}{x} + m_p^2, \quad (1.45)$$

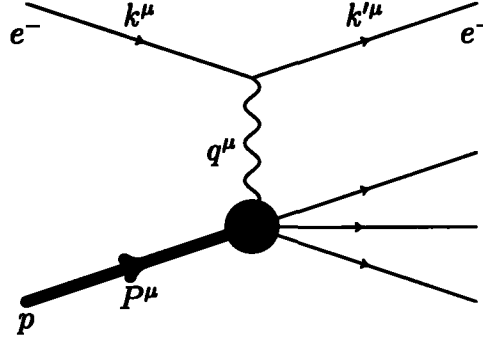
kde  $m_p$  označuje hmotnost protonu<sup>9</sup>. V tvrdé srážce předpokládáme, že pro  $m_p$  platí  $m_p^2 \ll Q^2$ .

Nejdříve si ukážeme, co všechno můžeme o DIS říci pouze s použitím elektroslabé teorie a kinematiky. Elektroslabé interakce nám říkají, jak se kupluje lepton s fotonem, a proto můžeme účinný průřez psát ve tvaru

$$d\sigma = \frac{4\alpha^2}{SQ^4} \frac{d^3\mathbf{k}'}{2|\mathbf{k}'|} L^{\mu\nu}(k, q) W_{\mu\nu}(P, q), \quad (1.46)$$

kde  $\alpha = e^2/4\pi$  je vazbová konstanta elektromagnetických interakcí,  $S = (P + k)^2$

<sup>9</sup>Hmotnost elektronu zde budeme zanedbávat.



Obrázek 1.6: Hluboký nepružný rozptyl elektronu na protonu.

a tensor  $L^{\mu\nu}$  má tvar

$$L^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \text{Tr}(k \gamma^\mu k' \gamma^\nu) \quad (1.47)$$

Tensor  $W_{\mu\nu}$  může záviset pouze na  $P^\mu$  a  $q^\mu$ . Nejobecnější lorentzův tensor druhého řádu, který můžeme vytvořit pomocí  $P^\mu$ ,  $q^\mu$ , symetrického tensoru  $g^{\mu\nu}$  a antisymetrického Levi-Civitova pseudotensoru  $\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta}$ , má tvar

$$W_{\mu\nu}(P, q) = -W_1 g_{\mu\nu} + W_2 \frac{P_\mu P_\nu}{m_p^2} + iW_3 \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} P_\alpha q_\beta + \\ + W_4 q_\mu q_\nu + W_5 (P_\mu q_\nu + P_\nu q_\mu) + iW_6 (P_\mu q_\nu - P_\nu q_\mu). \quad (1.48)$$

V tomto rozkladu už jsou  $W_i$  lorentzovské skaláry a závisí pouze na invariantech  $x$  a  $Q^2$ . To, že se u  $W_3$  a  $W_6$  vyskytuje imaginární jednotka, je pouze konvence, v které jsou pak všechny funkce  $W_i$  reálné. To je důsledkem toho, že tensor  $W_{\mu\nu}$  je hermitovský, tj.  $W_{\mu\nu} = W_{\nu\mu}^*$ . Ne všechny funkce  $W_i$  jsou nezávislé. V důsledku zachování parity je  $W_3 = 0$ . Dále víme, že proud, na který se kupluje foton, se zachovává<sup>10</sup>, a tedy tensor  $W_{\mu\nu}$  splňuje rovnici

$$q_\mu W^{\mu\nu} = 0. \quad (1.49)$$

S uvážením těchto vlastností  $W_{\mu\nu}$  můžeme tensor napsat ve tvaru

$$W_{\mu\nu} = -W_1 \left( g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2}{m_p^2} \left( P_\mu - \frac{Pq}{q^2} q_\mu \right) \left( P_\nu - \frac{Pq}{q^2} q_\nu \right). \quad (1.50)$$

Místo funkcí  $W_1$  a  $W_2$  si definujeme strukturní funkce  $F_1$  a  $F_2$

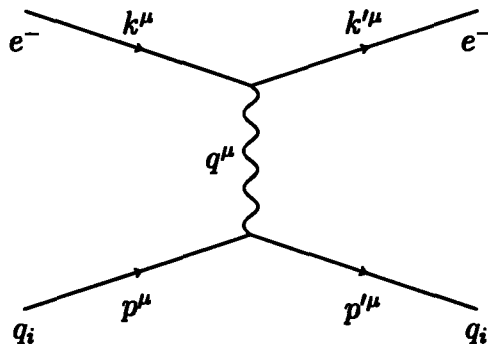
$$F_1 \equiv W_1, \quad (1.51)$$

$$F_2 \equiv \frac{Pq}{m_p^2} W_2 = \frac{Q^2}{xm_p^2} W_2. \quad (1.52)$$

<sup>10</sup>V případě axiálního proudu se zachovává, pokud jsou hmoty kvarků nulové.

S užitím těchto funkcí a po rozepsání  $d^3\mathbf{k}'$  pomocí  $dx dy$  můžeme pro účinný průřez (1.46) psát

$$\frac{d\sigma}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^2} \left[ yF_1(x, Q^2) + \left( \frac{1-y}{xy} - \frac{m_p^2}{S} \right) F_2(x, Q^2) \right]. \quad (1.53)$$



Obrázek 1.7: Feynmanův diagram popisující pružný rozptyl elektronu na kvarku.

Nyní použijeme partonový model a uvidíme, co nám umožní říci o funkcích  $F_1$  a  $F_2$ . Feynmanův diagram pružné srážky elektronu s kvarkem, jehož hmotnost zanedbáme, je znázorněn na obr.1.7 a odpovídá mu účinný průřez

$$\frac{d\sigma_{eq \rightarrow eq}}{dy} = \frac{4\pi\alpha^2 e_i^2}{Q^2} \left[ \frac{y}{2} + \frac{1-y}{y} \right], \quad (1.54)$$

kde  $e_i$  je náboj kvarku s vůní  $i$  v jednotkách absolutní hodnoty náboje elektronu. V partonovém modelu předpokládáme, že kvark nese  $\xi$ -tinu hybnosti protonu, tedy  $p^\mu = \xi P^\mu$ , proto je  $y = pq/kq$  na partonové úrovni shodné s  $y$  definovaným vztahem (1.43). Z kinematiky na partonové úrovni dále vyplývá, že pro nehmotné kvarky a při zanedbání hmoty protonu je  $\xi = x$  z definice (1.44). Pokud nyní dosadíme do vzorce (1.5)<sup>11</sup>, dostaneme

$$\frac{d\sigma}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^2} \sum_i e_i^2 q_i(x) \left[ \frac{y}{2} + \frac{1-y}{y} \right], \quad (1.55)$$

kde  $q_i(x)$  jsou distribuční funkce kvarků v protonu ( $q_i(x) = D_{q_i/p}(x)$ ). Porovnáme-li vzorce pro účinný průřez (1.53) a (1.55) a zanedbáme hmotnost protonu  $m_p$ , dostaneme vztah mezi funkcemi  $F_1$ ,  $F_2$  a distribučními funkcemi

<sup>11</sup>Nesmíme zapomenout na  $\delta$ -funkci vyplývající z toho, že  $\xi = x$ .



kvarků

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 q_i(x), \quad (1.56)$$

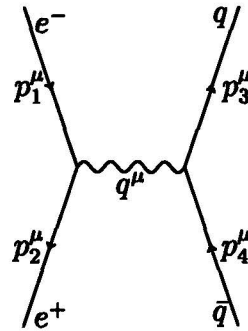
$$F_2(x) = x \sum_i e_i^2 q_i(x). \quad (1.57)$$

Odtud je vidět, že mezi v principu nezávislými funkcemi  $F_1$ ,  $F_2$  platí tzv. Gallan-Grossův vztah

$$F_2(x) = 2xF_1(x), \quad (1.58)$$

který je důsledkem skutečnosti, že kvarky mají spin  $\frac{1}{2}$ . Pro kvarky se spinem 0 by byla  $F_1 = 0$ .

### 1.6.2 $e^+e^-$ anihilace



Obrázek 1.8: Feynmanův diagram  $e^+e^-$  anihilace.

Výhodou  $e^+e^-$  anihilace na hadrony je, že k výpočtu účinného průřezu této srážky nepotřebujeme žádné distribuční funkce. Účinný průřez procesu znázorněného na obrázku 1.8 je v nejnižším řádu poruchové teorie roven

$$\frac{d\sigma}{d\cos\vartheta^*} = \frac{\pi\alpha^2 e_q^2}{2s} (1 + \cos^2\vartheta^*), \quad (1.59)$$

kde  $\vartheta^*$  je úhel vylétávajícího kvarku v CMS, měřeno od osy srážejících se  $e^+$ ,  $e^-$ . Pro provedení integrace přes  $\vartheta^*$  dostaneme totální účinný průřez produkce  $q\bar{q}$  páru

$$\sigma_{tot}(q\bar{q}) = \frac{4\pi\alpha^2 e_q^2}{3s}. \quad (1.60)$$

Pokud se zajímáme o totální účinný průřez produkce hadronů ve srážce  $e^+e^-$ , tak ho dostaneme vysčítáním (1.60) přes vůně a barvy

$$\sigma_{tot}(e^+e^-) = \frac{4\pi\alpha^2}{s} \sum_{i=1}^{n_f} e_i^2. \quad (1.61)$$

### 1.6.3 Srážka $q\bar{q}$ v QED

Feynmanovy diagramy, popisující srážku  $q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'$  v rámci QED, jsou znázorněny na obrázku 1.9, na kterém  $i, j$  značí vůně kvarků, a odpovídá jim účinný průřez

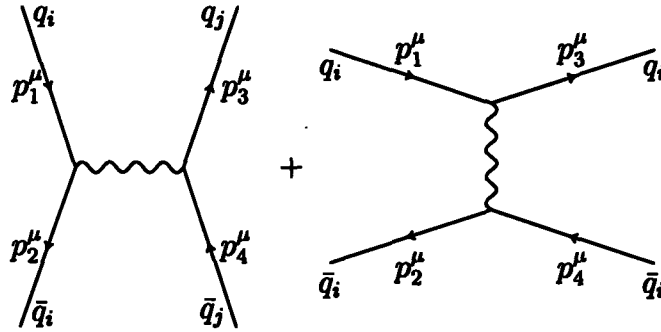
$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi\alpha^2 e_i^2 e_j^2}{s^2} \left[ \frac{2(t^2 + u^2)}{s^2} + \delta_{ij} \left( \frac{2(s^2 + u^2)}{t^2} + \frac{4u^2}{st} \right) \right], \quad (1.62)$$

kde  $s, t, u$  jsou odpovídající Mandelstamovy proměnné

$$s \equiv (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2, \quad (1.63)$$

$$t \equiv (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2, \quad (1.64)$$

$$u \equiv (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2. \quad (1.65)$$



Obrázek 1.9: Feynmanovy diagramy srážky  $q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'$  v QED.

### 1.6.4 Některé tvrdé procesy z QCD

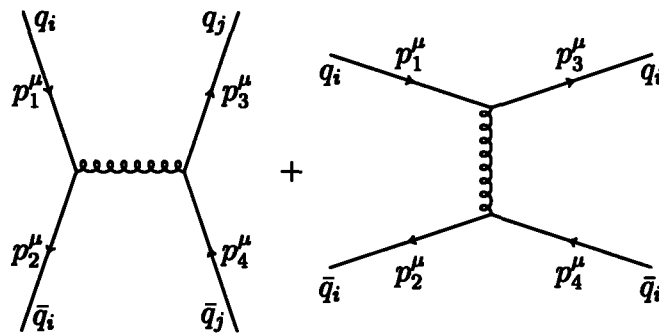
V této části se stručně zmíníme o dvou tvrdých srážkách z kvantové chromodynamiky. Na obrázku 1.10 jsou znázorněny diagramy, které přispívají ke

srážce  $q_i$  s  $\bar{q}_i$  a produkci páru  $q_j, \bar{q}_j$ , kde  $i, j$  značí vůně kvarků. Této srážce odpovídá účinný průřez

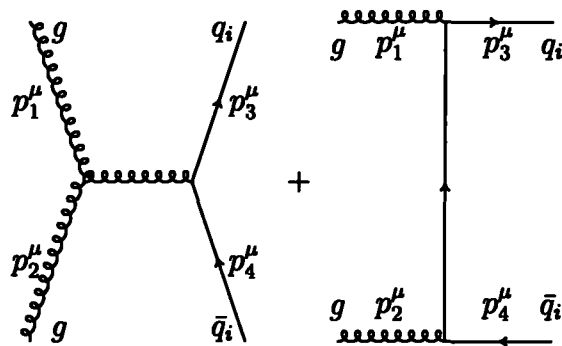
$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi\alpha_s^2}{s^2} \frac{2}{9} \left[ \frac{2(t^2 + u^2)}{s^2} + \delta_{ij} \left( \frac{2(s^2 + u^2)}{t^2} - \frac{1}{3} \frac{4u^2}{st} \right) \right]. \quad (1.66)$$

Srážce dvou gluonů na obrázku 1.11 pak odpovídá účinný průřez

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{\pi\alpha_s^2}{s^2} \left[ \frac{1}{6} \left( \frac{u}{t} + \frac{t}{u} \right) - \frac{3}{4} \left( 1 - \frac{ut}{s^2} \right) + \frac{3}{8} \right]. \quad (1.67)$$



Obrázek 1.10: Feynmanovy diagramy pro srážku  $q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'$  v QCD.



Obrázek 1.11: Feynmanovy diagramy pro srážku  $gg \rightarrow q\bar{q}$ .

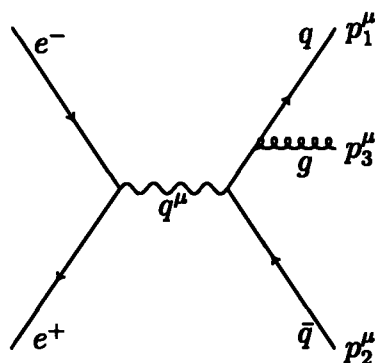
# Kapitola 2

## Jety v QCD

V této kapitole se zmíníme o tom, jak se chová poruchová kvantová chromodynamika na velkých vzdálenostech. Z tohoto chování vyplyne, že je nutné při studiu QCD měřit jiné veličiny, než jsou hybnosti koncových hadronů, protože ty je těžké srovnávat s teoretickými předpověďmi. Těmito veličinami jsou *jety*, jejichž použití se v současné době neomezuje pouze na QCD, ale jsou používány i pro zkoumání mnoha dalších jevů ve fyzice elementárních částic.

### 2.1 Singularity maticových elementů

Nyní si ukážeme, jak se chovají účinné průřezy v poruchové QCD v případě, že hybnosti dvou nehmotných partonů jsou kolineární nebo že hybnost některého partonu půjde k nule. Toto všechno si budeme demonstrovat na příkladu  $e^+e^-$  anihilace s třípartonovým koncovým stavem (obr. 2.1). Je vhodné de-



Obrázek 2.1: Feynmanův diagram pro  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$

finovat si proměnné  $x_i$

$$x_i \equiv \frac{2E_i}{\sqrt{s}} = \frac{2p_i q}{s}, \quad (2.1)$$

kde  $E_i$  jsou energie partonů v CMS a  $s$  je kvadrát celkové CMS energie ( $s = q_\mu q^\mu$ ). Pro nehmotné kvarky a gluony platí

$$0 \leq x_i \leq 1; \quad x_1 + x_2 + x_3 = 2, \quad (2.2)$$

proto jsou pouze dvě  $x_i$  nezávislé. Můžeme také použít ekvivalentní přeškálované invariantní hmoty tří možných párů partonů  $y_{ij}$

$$y_{12} \equiv \frac{(p_1 + p_2)^2}{s} = 1 - x_3, \quad (2.3)$$

$$y_{13} \equiv \frac{(p_1 + p_3)^2}{s} = 1 - x_2, \quad (2.4)$$

$$y_{23} \equiv \frac{(p_2 + p_3)^2}{s} = 1 - x_1, \quad (2.5)$$

pro které platí

$$y_{12} + y_{13} + y_{23} = 1. \quad (2.6)$$

Pro nehmotné kvarky je účinný průřez roven<sup>1</sup>

$$\frac{d\sigma}{dx_1 dx_2} = \sigma_0 \frac{2\alpha_s}{3\pi} \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)}, \quad (2.7)$$

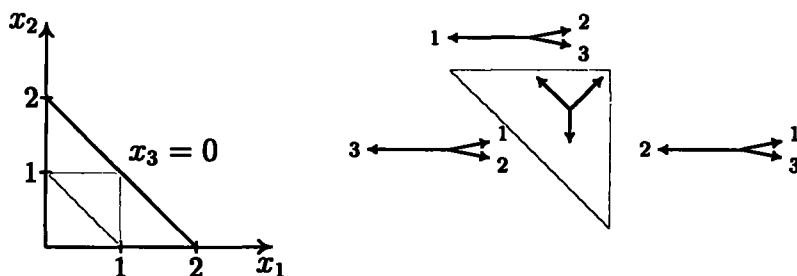
kde  $\sigma_0 = 4\pi\alpha^2 e_q^2 / 3s$  je totální účinný průřez produkce  $q\bar{q}$  páru (1.60). V proměnných  $y_{ij}$  má (2.7) tvar

$$\frac{d\sigma}{dy_{13} dy_{23}} = \sigma_0 \frac{2\alpha_s}{3\pi} \frac{(1-y_{23})^2 + (1-y_{13})^2}{y_{13} y_{23}}. \quad (2.8)$$

Účinný průřez je singulární pro  $x_1 = 1$  a  $x_2 = 1$ . V případě, že  $x_1 = 1$  a  $x_2 \neq 1$  a tedy  $y_{23} = 0$ , se antikvark a gluon pohybují paralelně. V opačném případě,  $x_2 = 1$  a  $x_1 \neq 1$  se gluon pohybuje paralelně s kvarkem. Tento typ singularit nazýváme kolineárním. Pokud bude  $x_1 = 1$  a současně  $x_2 = 1$ , tak  $x_3 = 0$ , a proto singularita odpovídá nulové energii gluonu. Stejně tak, pokud bude mít nulovou energii kvark/antikvark, pak  $x_{1/2} = 0$  a  $x_{2/1} = 1$ ,  $x_3 = 1$ . Tyto singularity nazýváme infračervenými nebo měkkými (soft) singularitami. Pro  $x_3 = 1$  se sice pohybuje kvark paralelně s antikvarkem, ale účinný průřez v tomto případě není singulární. Kinematická situace je znázorněna

<sup>1</sup>K invariantní amplitudě odpovídající Feynmanově diagramu 2.1 je nutno ještě přičíst amplitudu grafu, v kterém je gluon vyzářen antikvarkem.

na obr. 2.2,  $x_1$ ,  $x_2$  a  $x_3$  jsou omezeny vazbami (2.2), a proto je kinematically povolen jen vyplněný trojúhelník v rovině  $x_1, x_2$ . Strany trojúhelníku  $x_i = 1$  odpovídají konfiguraci, kdy jsou dva partony kolineární. Vrcholy trojúhelníku  $x_i = 0$  odpovídají tomu, že je energie jednoho partonu nulová.



Obrázek 2.2: Kinematically povolený region pro  $x_1$ ,  $x_2$  a rozložení partonů v limitních případech.

Odkud pocházejí kolineární a měkké singularity? V invariantní amplitudě  $\mathcal{M}$  se díky propagátoru nehmotného kvarku vyskytne člen úměrný  $1/(p_1 + p_3)^2$ . Člen  $(p_1 + p_3)^2$  můžeme napsat pomocí energií  $E_1, E_3$  a úhlu mezi kvarkem a gluonem  $\theta_{13}$

$$(p_1 + p_3)^2 = 2p_1p_3 = 2E_1E_3(1 - \cos \theta_{13}). \quad (2.9)$$

Očividně je člen  $1/(p_1 + p_3)^2$  singulární pro  $\theta_{13} \rightarrow 0$  a pro  $E_3 \rightarrow 0$ . Kolineární singularita je trochu potlačena tím, že když spočítáme přesně Feynmanův diagram, tak se v čitateli objeví člen úměrný  $\theta_{13}$ . Pro kvadrát invariantní amplitudy tedy můžeme psát

$$|\mathcal{M}|^2 \sim \left[ \frac{\theta_{13}}{E_3 \theta_{13}^2} \right]^2. \quad (2.10)$$

Pokud budeme integrovat přes hybnost gluonu, dostaneme

$$d\sigma \sim \int \left[ \frac{\theta_{13}}{E_3 \theta_{13}^2} \right]^2 \frac{E_3^2 dE_3 d \cos \theta_{13} d\phi}{E_3} \sim \int \frac{dE_3}{E_3} \frac{d\theta_{13}^2}{\theta_{13}^2} d\phi. \quad (2.11)$$

Tedy účinný průřez je logaritmicky divergentní v infračervené a kolineární limitě. Obdobně můžeme postupovat i u složitějších grafů a opět se zde vyskytnou kolineární a infračervené singularity.

Totální účinný průřez pro  $e^+e^- \rightarrow \text{hadrony}$  je zcela jistě konečný, tak jak může být totální účinný průřez odpovídající (2.7) divergentní? Jak můžeme

odstranit tento problém, si nyní ukážeme. Nejdříve je nutno účinný průřez nějakým způsobem regularizovat, aby jsme mohli rozumně pracovat s nekonečny. Regularizaci provedeme pomocí nenulové hmoty gluonu  $m_g$ , konkrétně pomocí bezrozměrného parametru  $\beta = m_g^2/s$ . Účinný průřez procesu  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$  potom je

$$\frac{d\sigma_{real}}{dx_1 dx_2} = \sigma_0 \frac{2\alpha_s}{3\pi} \frac{1}{(1-x_1)(1-x_2)} \left[ x_1^2 + x_2^2 + \beta \left( 2(x_1 + x_2) - \frac{(1-x_1)^2 + (1-x_2)^2}{(1-x_1)(1-x_2)} \right) + 2\beta^2 \right]. \quad (2.12)$$

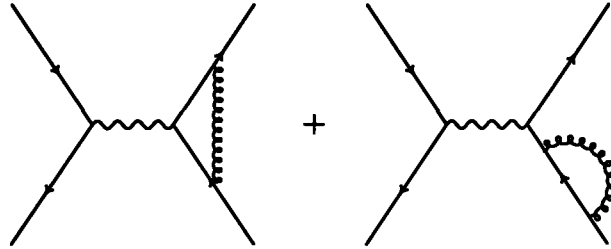
Nenulová hmotu gluonu také změni kinematické meze  $x_1$  a  $x_2$

$$0 \leq x_1 \leq 1 - \beta; \quad 1 - \beta - x_1 \leq x_2 \leq \frac{1 - x_1 - \beta}{1 - x_1}. \quad (2.13)$$

Nyní můžeme provést integraci přes  $x_1$  a  $x_2$  a dostaneme

$$\sigma_{real} = \sigma_0 \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{4}{3} \left[ \ln^2 \beta + 3 \ln \beta - \frac{\pi^2}{3} + 5 \right]. \quad (2.14)$$

Tento účinný průřez je pro  $\beta \rightarrow 0$  logaritmičsky divergentní. Řádu  $\alpha_s$  je ovšem i interferenční člen mezi grafy na obr. 2.3 a grafem nultého řádu v  $\alpha_s$  na obr. 1.8 ( $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ ). Tomuto interferenčnímu členu odpovídá účinný průřez



Obrázek 2.3: Emise virtuálních gluonů v  $e^+e^-$  anihilaci.

$$\sigma_{virt} = \sigma_0 \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{4}{3} \left[ -\ln^2 \beta - 3 \ln \beta + \frac{\pi^2}{3} - \frac{7}{2} \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2), \quad (2.15)$$

který, jak vidíme, je pro  $\beta \rightarrow 0$  rovněž divergentní, ale záporný. Tedy poruchová teorie nám nedává smysluplnou odpověď na otázku, jak velké jsou  $\sigma_{real}$  a  $\sigma_{virt}$  separátně, pokud je ovšem sečteme, dostaneme konečný výraz

pro totální účinný průřez produkce hadronů v  $e^+e^-$  anihilaci v prvním řádu  $\alpha_s$

$$\sigma_{tot} \equiv \sum_i \sigma_{real} + \sigma_{virt} = \sum_i \sigma_0 \frac{\alpha_s}{\pi}. \quad (2.16)$$

Ten už nezávisí na  $\beta$ , a tak můžeme jít bezpečně s  $\beta \rightarrow 0$ . To, že nám poruchová QCD dává smysluplný (konečný) výsledek pro  $\sigma_{tot}$  a ne pro  $\sigma_{real}$  a  $\sigma_{virt}$  není na závalu, protože ani experimentálně nejsme schopni rozlišit, zda došlo k vyzáření virtuálního gluonu nebo reálného gluonu s nekonečně malou energií nebo úhlem. A to z toho důvodu, že experimentální zařízení mají vždy konečnou rozlišovací schopnost.

Jak můžeme fyzikálně zdůvodnit, že se v  $\sigma_{tot}$  nekonečna odečetla? Produkce  $q\bar{q}$  páru je jev probíhající na malých vzdálenostech, o kterém předpokládáme, že kvantově neinterferuje s jevy probíhajícími na velkých vzdálenostech, v nichž vznikají z kvarků hadrony. Tedy účinný průřez pak je součinem pravděpodobností vzniku  $q\bar{q}$  páru a evoluce partonů na hadrony. Při výpočtu totálního účinného průřezu produkce hadronů musíme vysčítat přes všechny koncové stavy. Jelikož není interference mezi efekty na krátkých a dlouhých vzdálenostech, tak se pravděpodobnost vzniku hadronů z partonů vysčítá na jedničku, protože z off-shell partonů vždy vzniknou on-shell hadrony. Proto by se měly singularities v poruchové teorii vyrušit po vysčítání přes všechny koncové stavy. Obecně je to důsledkem *Kinoshita-Lee-Nauenbergova (KLN) teorému*:

Uvažme obecný srážkový proces  $A \rightarrow B$  mezi stavy  $A, B$  hmotných částic. Může se stát, že maticový element  $S_{AB}$  má singularitu pro nulové hmotnosti částic, ale pokud vysčítáme kvadráty těchto elementů

$$\sum_{D(A), D(B)} |S_{D(A)D(B)}|^2 \quad (2.17)$$

přes množiny  $D(A), D(B)$  stavů degenerovaných s  $A, B$ , pak součet už není singulární pro nehmotné částice.

## 2.2 Infračerveně bezpečné veličiny

Infračervené a kolineární singularities jsou důsledkem chování kvantové chromodynamiky na velkých vzdálenostech. Veličiny, které nemají infračervené a kolineární singularities a tudíž nejsou ovlivněny fyzikou na velkých vzdálenostech, nazýváme *infračerveně bezpečnými*. Totální účinný průřez v  $e^+e^-$  anihilaci je jednou z těchto veličin. Existují ale i jiné takovéto veličiny.



Uvažme účinný průřez produkce  $n$  partonů v  $e^+e^-$  anihilaci

$$\frac{d\sigma[n]}{d\Omega_2 dE_3 d\Omega_3 \cdots dE_n d\Omega_n}, \quad (2.18)$$

s energiemi  $E_i$  a směrem  $\Omega_i = (\theta_i, \phi)$ . Pomocí těchto průřezů a funkcí  $\mathcal{S}_n$  definujeme veličinu  $\mathcal{J}$  ve tvaru:

$$\begin{aligned} \mathcal{J} = & \frac{1}{2!} \int d\Omega_2 \frac{d\sigma[2]}{d\Omega_2} \mathcal{S}_2(p_1^\mu, p_2^\mu) + \\ & + \frac{1}{3!} \int d\Omega_2 dE_3 d\Omega_3 \frac{d\sigma[3]}{d\Omega_2 dE_3 d\Omega_3} \mathcal{S}_3(p_1^\mu, p_2^\mu, p_3^\mu) + \cdots \end{aligned} \quad (2.19)$$

Bez újmy na obecnosti můžeme předpokládat, že funkce  $\mathcal{S}_n$  jsou symetrickými funkcemi svých argumentů. Aby byla veličina  $\mathcal{J}$  infračerveně bezpečná, je potřeba, aby pro  $\mathcal{S}_n$  a  $\mathcal{S}_{n+1}$  platilo

$$\mathcal{S}_{n+1}(p_1^\mu, \dots, (1-\lambda)p_n^\mu, \lambda p_n^\mu) = \mathcal{S}_n(p_1^\mu, \dots, p_n^\mu) \quad (2.20)$$

pro  $0 \leq \lambda \leq 1$ . Co to znamená? Fyzikální význam vztahu mezi  $\mathcal{S}_{n+1}$  a  $\mathcal{S}_n$  je ten, že veličina  $\mathcal{J}$  není citlivá na to, zda se jedna částice rozdělí nebo nerozdělí na dvě kolineární částice nesoucí její hybnost. Veličina  $\mathcal{J}$  je také necitlivá na rozpad částice na částici nesoucí celou její hybnost a na měkkou částici nesoucí nulovou hybnost.

Jelikož infračerveně bezpečné veličiny jsou necitlivé na detaily jevů odehrávajících se na velkých vzdálenostech, lze tyto veličiny použít ke studiu fyziky na krátkých vzdálenostech. U infračerveně bezpečných veličin lze očekávat, že efekty hadronizace budou malé, a proto výsledky vypočítané na úrovni partonů, můžeme srovnávat s experimentálně získanými hodnotami na hadronové úrovni.

Nejjednodušší infračerveně bezpečnou veličinou je totální účinný průřez, pro který je

$$\mathcal{S}_n(p_1^\mu, \dots, p_n^\mu) = 1. \quad (2.21)$$

Už složitější veličinou je pravděpodobnostní rozložení maximalizovaného průmětu hybnosti do směru. Tento průmět, tzv. thrust, je pro  $n$  částic definován předpisem

$$\mathcal{T}_n(p_1^\mu, \dots, p_n^\mu) \equiv \max_{\vec{u}} \frac{\sum_{i=1}^n |\vec{p}_i \cdot \vec{u}|}{\sum_{i=1}^n |\vec{p}_i|}, \quad (2.22)$$

kde  $\vec{u}$  je jednotkový vektor, který se mění tak, aby maximalizoval součet absolutních hodnot projekcí  $\vec{p}_i$  na  $\vec{u}$ . Pravděpodobnostní rozložení  $d\sigma/dT$  potom dostaneme, když za  $\mathcal{S}_n$  vezmeme

$$\mathcal{S}_n(p_1^\mu, \dots, p_n^\mu) = \delta(T - \mathcal{T}_n(p_1^\mu, \dots, p_n^\mu)). \quad (2.23)$$

To, že takto definované funkce  $\mathcal{S}_n$  splňují podmínku (2.20), je triviálním důsledkem linearity skalárního součinu a toho, že pro paralelní vektory je lineární i velikost vektoru.

Další infračerveně bezpečnou veličinou je energetická korelační funkce (energy-energy correlation function), která udává korelaci mezi energiemi měřenými detektory, mezi nimiž je úhel  $\theta$ . Pomocí  $\mathcal{S}_n$  je tato energetická korelační funkce  $d\Sigma/d \cos \theta$  definována následně:

$$\mathcal{S}_n(p_1^\mu, \dots, p_n^\mu) = \sum_{ij} \frac{E_i E_j}{s} \delta(\cos \theta_{ij} - \cos \theta), \quad (2.24)$$

kde  $\theta_{ij}$  je úhel mezi částicemi  $i, j$ . Splnění podmínky (2.20) lze snadno ověřit. Pro funkci  $\mathcal{S}_{n+1}$  můžeme psát

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_{n+1}(p_1^\mu, \dots, (1-\lambda)p_n^\mu, \lambda p_n^\mu) &= \sum_{i,j=1}^{n-1} \frac{E_i E_j}{s} \delta(\cos \theta_{ij} - \cos \theta) \\ &+ 2 \sum_{i=1}^{n-1} \frac{E_i (\lambda E_n + (1-\lambda)E_n)}{s} \delta(\cos \theta_{in} - \cos \theta) \\ &+ \frac{(\lambda E_n + (1-\lambda)E_n)^2}{s} \delta(\cos \theta_{nn} - \cos \theta) = \mathcal{S}_n(p_1^\mu, \dots, p_n^\mu), \end{aligned} \quad (2.25)$$

a tedy energetická korelační funkce je infračerveně bezpečná.

Mezi infračerveně bezpečné veličiny patří také účinné průřezy jetů, kterými se budeme zabývat v následujícím textu.

## 2.3 Obecné vlastnosti jetů

Při studiu kvantové chromodynamiky bychom rádi v koncovém stavu měřili rozložení kvarků a gluonů. Nicméně díky uvěznění kvarků v hadronech můžeme měřit pouze rozložení hadronů, které vznikly z partonů v průběhu hadronizace. Jelikož hadronizaci zatím neumíme v rámci QCD kvantitativně popsat, je těžké ze znalosti rozložení hadronů po hadronizaci usuzovat na rozložení partonů před hadronizací. Tudíž je lepší se zabývat veličinami, které nejsou hadronizací příliš ovlivněny. Jak jsme se dozvěděli v předchozí části, tak infračerveně bezpečné veličiny nejsou moc ovlivněny fyzikou na velkých vzdálenostech, a proto jsou vhodné ke zkoumání interakcí mezi kvarky a gluony na malých vzdálenostech. Kromě infračervené bezpečnosti budeme ještě požadovat, aby byly ještě splněny následující podmínky:

- Dobrá definovanost a snadná měřitelnost z hadronového koncového stavu.

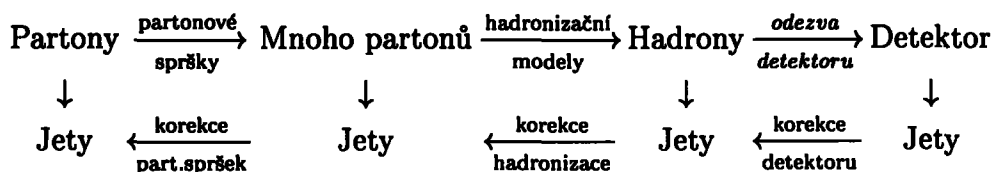
- Dobrá definovanost a snadný výpočet řád po řádu v poruchové teorii na partonové úrovni.
- Existence blízké korespondence s výsledným rozložením kvarků a gluonů, které nás ve skutečnosti zajímá.

*Jety* jsou veličiny, které tyto podmínky splňují.

Existuje mnoho způsobů jak definovat jety. Některé z těchto definic jsou však vhodnější než jiné, např. se lépe měří nebo vypočítávají.

V souvislosti s třetím požadavkem připomeňme, že ve vedoucím řádu poruchové teorie existuje jedno-jednoznačné přiřazení mezi partony a jety, tedy každý jet lze ztotožnit s jedním partonem. Důsledkem je to, že všechny definice jetů dávají stejný výsledek ve vedoucím řádu a rozdíly nastávají až ve vyšších řádech, kde jety vznikají kombinací dvou a více partonů.

Způsob, jakým jsou jety používány při analýze srážkových experimentů, je znázorněn na obr. 2.4. Jednotlivé procesy, které nás vedou zleva doprava, jsou studovány v rámci QCD samy o sobě. Pro srovnání předpovědí na partonové úrovni s měřením na úrovni detektoru je klíčovou otázkou, jak dobré jsou modely těchto procesů.



Obrázek 2.4: Schématické znázornění analýzy srážky za použití jetů.

Jak už bylo řečeno, existuje mnoho různých definic jetů. To, jaká definice je v daném případě nejvhodnější, je ovlivněno mnoha faktory. Například pokud studujeme *stejnou* tvrdou srážku v případě  $e^+e^-$  anihilace a srážky hadronu s hadronem, tak celková struktura těchto srážek je jiná. V  $e^+e^-$  případě je počáteční stav čistě elektromagnetický a všechny hadrony v koncovém stavu jsou tedy spojeny pouze s tvrdou srážkou. Naproti tomu v případě hadron-hadronové srážky je v počátečním stavu mnoho partonů, z nichž pouze jeden z každého hadronu se účastní tvrdé srážky, a tedy pouze část hadronů ve výsledném stavu může být spojena s vlastní tvrdou srážkou. Zbytek hadronů je důsledkem měkkých interakcí mezi partony v počátečních hadronech a v první aproximaci může být považován za nezávislý na tvrdé srážce. Partony, účastníci se tvrdé srážky, také před srážkou vyzařují gluony, což se v  $e^+e^-$  neděje. Toto všechno má za následek vznik tzv. beam jetů v hadronových srážkách. Jsou to jety tvořené částicemi s malou příčnou

hybností vůči srážejícím se svazkům částic, přesto však mohou mít velkou hybnost ve směru svazků.

Tyto rozdíly mezi strukturou  $e^+e^-$  a hadron-hadronových srážek přirozeně vedou k různým definicím jetů používaných v těchto srážkách. Rozdíly v těchto definicích můžeme rozdělit následovně.

Za prvé, studované účinné průřezy jsou jiné. V  $e^+e^-$  srážkách se většinou pracuje s *exklusivními* účinnými průřezy jetů, popisujícími pouze produkci  $n$  jetů. V hadron-hadronových srážkách je oproti tomu obvyklé měřit *inkluzivní* účinné průřezy jetů s velkými příčnými hybnostmi. Jsou to účinné průřezy produkce  $n$  jetů s danými vlastnostmi plus jakýkoliv počet dalších nepozorovaných jetů a částic, nepatřících do žádného jetu.

Za druhé, použité proměnné jsou jiné. V  $e^+e^-$  anihilaci chceme zvýraznit rotační invarianci, proto je přirozené používat energii  $E$  a úhly  $\theta$ ,  $\phi$ . V hadron-hadronových srážkách zase chceme vyzdvihnout invarianci vůči boostu podél osy svazku, protože CMS tvrdé srážky se většinou pohybuje v hadron-hadronovém CMS. Tudíž je zde přirozené užívat příčnou hybnost  $p_T$  nebo odpovídající příčnou energii  $E_T \equiv E \sin \theta$ , azimutální úhel  $\phi$  a pseudo-rapidity  $\eta = -\ln(\text{tg}(\theta/2))$ .

## 2.4 Definice jetů

V této části se seznámíme se dvěma definicemi jetů. Jsou to kuželový (cone) a  $k_{\perp}$  klastrovací algoritmus. Oba tyto algoritmy existují v mnoha variacích a většinu z nich lze nalézt v [8]. Zde popíšeme iterační kuželový algoritmus a longitudiálně invariantní  $k_{\perp}$  klastrovací algoritmus.

### 2.4.1 Iterační kuželový algoritmus

Kuželový jetový algoritmus je definován velice jednoduše. Jet má takový směr, aby byl tok energie kuzelem nakresleným kolem tohoto směru maximální. To, jaké částice budou patřit do jetu, závisí na použitých proměnných.

Při užití sférických úhlů  $\theta$ ,  $\phi$  patří částice s  $\theta_i$  a  $\phi_i$  do jetu o poloměru  $R$  a směru  $\theta_{jet}$ ,  $\phi_{jet}$  pokud platí

$$\sqrt{(\theta_i - \theta_{jet})^2 + (\phi_i - \phi_{jet})^2} \leq R. \quad (2.26)$$

Energie a směr tohoto jetu je dán součtem energií a hybností částic patřících do jetu. Výsledkem jsou hmotné jety.

Při použití azimutálního úhlu  $\phi$  a pseudo-rapidity  $\eta$  patří do jetu částice, pro které platí

$$\sqrt{(\eta_i - \eta_{jet})^2 + (\phi_i - \phi_{jet})^2} \leq R. \quad (2.27)$$

Příčná energie  $E_{T,jet}$ , azimutální úhel  $\phi_{jet}$  a pseudo-rapidita  $\eta_{jet}$  jetu je v tomto případě definována následovně:

$$E_{T,jet} \equiv \sum_i E_{Ti}, \quad (2.28)$$

$$\eta_{jet} \equiv \sum_i \frac{E_{Ti}}{E_{T,jet}} \eta_i, \quad (2.29)$$

$$\phi_{jet} \equiv \sum_i \frac{E_{Ti}}{E_{T,jet}} \phi_i, \quad (2.30)$$

kde se sčítá přes částice v jetu. Hmotnost jetů je v tomto případě definována jako nulová.

Jedním z problémů u kuželového algoritmu je problém s maximalizací toku energie kuželem. Hledání globálního maxima by bylo příliš výpočetně náročné, a proto se maximalizace provádí lokálně a dosahuje se jí iteračním postupem. Nejdříve se vybere množina směrů (seed directions), tím způsobem, že prostor  $\theta \times \phi$  ( $\eta \times \phi$ ) rozdělíme na buňky  $\Delta\theta \times \Delta\phi$  ( $\Delta\eta \times \Delta\phi$ ) a mezi vybrané směry zařadíme ty, kterými teče energie větší než nějaká mezní hodnota  $E_0$ . Kolem těchto směrů se nakreslí kužely a vypočítají se energie a směry jetů. Tím se získají nově směry a toto se opakuje, dokud se směry neustálí, čímž se získají lokální maxima.

Dalším problémem je, že se jety mohou překrývat. To se řeší tak, že pokud jet sdílí více než daný zlomek (obvykle 50%–75%) své energie s jetem s větší energií, pak jsou částice ležící v překryvu jetů přiřazeny jetu s větší energií a jet s nižší energií je zrušen. Pokud jet sdílí méně než daný zlomek své energie, jsou částice, které leží v překryvu jetů, přiřazeny vždy tomu jetu, ke kterému jsou blíže. Energie a směry těchto jetů jsou potom opět přepočítány.

Co není na první pohled vidět je, že iterační kuželový algoritmus není infračerveně bezpečný. Problém je v tom, že iterace z počátečních směrů nám nezaručuje nalezení všech lokálních maxim. Pokud se dva kužely překrývají takovým způsobem, že jejich středy můžeme uzavřít také do kuželu a překryv neobsahuje příliš mnoho energie, tak výsledek záleží na tom, zda do překryvu směřuje nebo nesměřuje nějaký počáteční směr. To vede u účinného průřezu na logaritmickou závislost na mezní hodnotě  $E_0$ , která způsobuje divergenci účinného průřezu pokud půjdeme s  $E_0$  k nule. Tato divergence se projeví, pokud se mohou vyskytnout tři partony blízko sebe, což je v NLO v 3-jetovém účinném průřezu a NNLO v 2-jetovém účinném průřezu.

Tento problém se dá vyřešit přidáním další fáze v tomto algoritmu. Před tím, než se začnou překrývající se jety spojovat a dělit, se ještě vyzkouší nalézt jety pomocí iterace ze směrů určených středy překryvů jetů. Toto

vede na mnohem stabilnější účinné průřezy, které jsou konečné řád po řádu v poruchové teorii.

## 2.4.2 $k_{\perp}$ klastrovací algoritmus

Klastrovací algoritmy fungují velmi odlišným způsobem než kuželové algoritmy. Na rozdíl od globálního vyhledávání směru jetu začínají vyhledáváním částic, které jsou si “blízké” ve fázovém prostoru a jejich spojováním do pseudočástic. Toto se opakuje iteračně, dokud nezůstane několik pseudočástic, které už jsou ve fázovém prostoru dostatečně vzdáleny. V případě hadronových srážek je nutné nějak vyřešit problém s přítomností beam jetů. To lze vyřešit přidáním částice (beam particle) s nekonečným impulsem a směrem shodným se směrem hadronových svazků.

Pro hadron-hadronové srážky  $k_{\perp}$  klastrovací algoritmus vypadá následovně:

1. Pro každý pár částic definujeme jejich “blížkost”

$$d_{ij} = \min(E_{T_i}, E_{T_j})^2 R_{ij}^2, \quad (2.31)$$

kde  $R_{ij}$  je rovno

$$R_{ij}^2 = (\eta_i - \eta_j)^2 + (\phi_i - \phi_j)^2. \quad (2.32)$$

2. Pro každou částici definujeme její “blížkost” k beam jetu

$$d_{iB} = E_{T_i}^2 R^2, \quad (2.33)$$

kde  $R$  je volitelný parametr.

3. Najdeme minimum ze všech  $d_{ij}$  a  $d_{iB}$  a označíme ho  $d_{min}$ .
4. Pokud  $d_{min}$  je  $d_{ij}$ , pak sloučíme částici  $i$  částicí  $j$ . To, jak toto sloučení přesně probíhá, bude diskutováno později.

V tomto místě můžeme algoritmus rozdělit. Pokud nás zajímá *inkluzivní* účinný průřez, pokračuje algoritmus následně:

5. Pokud  $d_{min}$  je  $d_{iB}$ , potom je částice  $i$  považována za hotový jet a už se neúčastní dalšího slučování.
6. Pokud ještě zbývají nějaké částice, přechází se opět na bod 1.

Když nás zajímá *exkluzivní* účinný průřez, pak použijeme algoritmus:

5. Pokud  $d_{min}$  je  $d_{iB}$ , potom je částice  $i$  zahrnuta do beam jetu a už se neúčastní dalšího slučování.
6. Celá tato procedura se opakuje, dokud nebude  $d_{min}$  větší než volitelný parametr  $d_{cut}$ . Všechny částice, které nebyly zahrnuty do beam jetu, jsou nyní považovány za jety.

To, jakým způsobem slučujeme částice, záleží na volbě použitého *rekombinačního schématu*. Nejjednodušším schématem je kovariantní energetické schéma (E-schéma), které vede na hmotné jety. Při použití tohoto schématu má částice, vzniklá sloučením částic  $i$  a  $j$ , hybnost  $p_{(ij)}^\mu$

$$p_{(ij)}^\mu = p_i^\mu + p_j^\mu. \quad (2.34)$$

Dalším rekombinačním schématem je schéma vážené příčnou energií, které vede na nehmotné jety. Příčná energie, azimutální úhel a pseudo-rapiditya výsledné částice jsou

$$E_{T(ij)} = E_{Ti} + E_{Tj}, \quad (2.35)$$

$$\eta_{(ij)} = \frac{E_{Ti}\eta_i + E_{Tj}\eta_j}{E_{T(ij)}}, \quad (2.36)$$

$$\phi_{(ij)} = \frac{E_{Ti}\phi_i + E_{Tj}\phi_j}{E_{T(ij)}}. \quad (2.37)$$

Existuje ještě schéma, v kterém je váženo pomocí kvadrátu příčné energie.

Ještě by jsme se měli zmínit o proměnné  $d_{ij}$ , definující nám, co myslíme pod pojmem blízkost. Tradičně se za  $d_{ij}$  brala invariantní hmota dvojice částic, ale mělo to nevýhodu v tom, že pokud měly částice dostatečně malou energii, mohly být sloučeny bez ohledu na jejich vzájemný úhel. To lze vyřešit tím, že místo invariantní hmoty použijeme velikost příčného průmětu hybnosti měkčí částice na směr tvrdší částice. Další možností je následující definice, kterou je definován Durhamův algoritmus

$$d_{ij} = 2 \min(E_i^2, E_j^2)(1 - \cos \theta_{ij}), \quad (2.38)$$

$$d_{iB} = 2E_i^2(1 - \cos \theta_{iB}). \quad (2.39)$$

Pro malé úhly můžeme pro tuto definici psát

$$d_{ij} = 2 \min(E_i^2, E_j^2)(1 - \cos \theta_{ij}) \simeq \min(E_i^2, E_j^2)\theta_{ij}^2 \simeq k_{\perp ij}^2, \quad (2.40)$$

$$d_{iB} = 2E_i^2(1 - \cos \theta_{iB}) \simeq E_i^2\theta_{iB}^2 \simeq k_{\perp iB}^2. \quad (2.41)$$

Použití definice (2.31) má tu výhodu, že algoritmus je potom invariantní vůči boostu ve směru svazku. Pro malé úhly můžeme opět pro tuto definici psát

$$d_{ij} = \min(E_{Ti}, E_{Tj})^2 R_{ij}^2 \simeq \min(E_i, E_j)^2 \theta_{ij}^2 \simeq k_{\perp ij}^2. \quad (2.42)$$

Chování  $d_{ij}$  a  $d_{iB}$  pro malé úhly je klíčové, protože rozhoduje o tom, zda je algoritmus kolineárně a infračerveně bezpečný. V kolineární a infračervené limitě půjde  $d_{ij}$  k nule, jelikož však stejně vyhledáváme minimum, tak jediný důsledek kolinearity dvou částic je ten, že jsou sloučeny. Proto je  $k_{\perp}$  klastrovací algoritmus infračerveně bezpečný.

Oproti kuželovému algoritmu má klastrovací také výhodu v tom, že u něj nenastávají problémy s překryvem jetů ani s výběrem počátečních směrů, protože každou částici přiřadí jednoznačně do nějakého jetu a tato procedura je také jednoznačně definována.

## 2.5 Vnitřní struktura jetu

Klasický způsob, jak studovat vnitřní strukturu jetu, je pomocí jeho tvaru. Tvarem jetu rozumíme rozložení energie uvnitř jetu, a proto zavedeme funkci tvaru jetu  $\Psi(r)$ , která udává, jaká část energie jetu je obsažena v kuželu o stejném směru jako jet a poloměru  $r$ ,

$$\Psi(r) = \int_0^r d\tau \frac{E(\tau)}{E_{jet}}. \quad (2.43)$$

Funkce  $E(r)$  udává tok energie mezi kužely o poloměru  $r$  a  $r + dr$ . Někdy se také ještě používá diferenciální tvar jetu  $\rho(r) = d\Psi/dr$ . V případě používání proměnných  $E_T$ ,  $\eta$  a  $\phi$  se místo energie  $E$  v definici (2.43) použije příčná energie  $E_T$ .

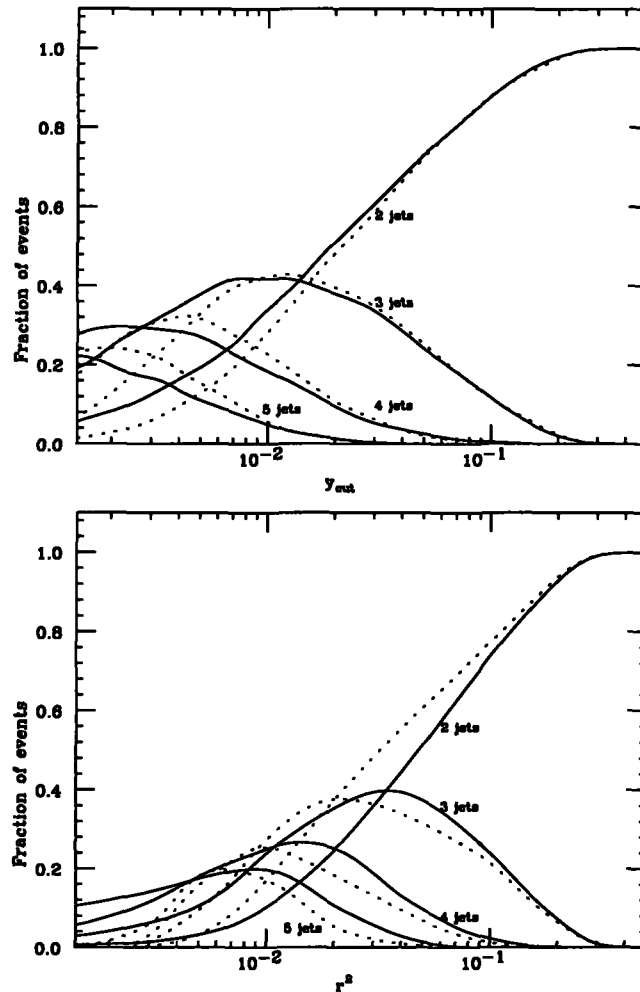
Definice funkce  $\Psi(r)$  je inspirována kuželovým algoritmem, ale její použití neomezuje pouze na kuželové jety. Z definice vyplývá, že pro kuželový jet o poloměru  $R$  je  $\Psi(R) = 1$ . Toto však již nemusí platit pro jety nalezené pomocí klastrovacích algoritmů. Obecně platí, že pro úzké jety  $\Psi(r)$  nabývá větších hodnot než pro široké.

Další, co lze z vnitřní struktury jetů studovat, jsou jejich subjety, tj. jety uvnitř jetů. U jetů, nalezených pomocí kuželového algoritmu, nalezneme subjety použitím stejného algoritmu s menším poloměrem  $r$  na částice daného jetu. V případě klastrovacího algoritmu použijeme jeho inkusivní verzi na částice, které jsou v jetu. Slučování částic budeme opakovat, dokud pro všechny páry neplatí

$$d_{ij} > y_{cut} E_T^2, \quad (2.44)$$



kde  $E_T$  je příčná energie jetu a  $y_{cut}$  nastavitelný parametr. Pro  $y_{cut} \sim 1$  je jet vždy složen pouze z jednoho subjetu, oproti tomu pro  $y_{cut} \rightarrow 0$  je každá částice považována za subjet. Obdobně to platí u kuželového algoritmu pro  $r \sim R$  a  $r \rightarrow 0$ . Tato závislost je znázorněna na obr. 2.5, který byl získán pomocí Monte Carlo simulace. Nastavení hodnot  $y_{cut}$ ,  $r$  nám umožňuje plynule se pohybovat v průběhu hadronizace a studovat přechod partony  $\rightarrow$  mnoho partonů  $\rightarrow$  hadrony.



Obrázek 2.5: Relativní počty případů, kdy po nalezení 2 jetů v nich nalezneme 2, 3, 4 a 5 subjetů v závislosti na  $y_{cut}$  pro klastrovací a  $r$  pro kuželový algoritmus. Plná čára značí partonovou úroveň a tečkovaná úroveň detektoru.

# Kapitola 3

## Výsledky

Úkolem této diplomové práce bylo studium univerzality jetů, tj. (ne)závislosti vlastností jetů na procesech, v nichž vznikají. Studium bylo prováděno pomocí Monte Carlo generátoru HERWIGu 6.1, o jehož základních vlastnostech se zde zmíníme jen stručně, více lze nalézt v [2]. Zkoumány byly tvary kvarkových jetů vzniklých v  $e^+e^-$  anihilaci, DIS a  $p\bar{p}$  srážce pro CMS energie tvrdých srážek 90 a 162 GeV. K nalezení jetů byl použit kuželový algoritmus PXCONe a  $k_\perp$  klastrovací algoritmus KTCLUS. Jako proměnné jsme užívali sférické úhly  $\theta$ ,  $\phi$  a energii  $E$ , tedy pro kuželový algoritmus jsme použili vztah (2.26), za  $R$  jsme zvolili  $R = 1$ , maximální povolený překryv jetů byl 75% a minimální energie jetu byla 3 GeV. Pro klastrovací algoritmus byla “blížkost” definována pomocí (2.38). U obou algoritmů jsme užívali energetického rekombinačního schématu.

### 3.1 HERWIG

HERWIG je Monte Carlo generátor vysokoenergetických srážek. Velký důraz je při modelování srážky kladen na detailní simulaci partonových srážek. Program umožňuje úplnou simulaci tvrdých lepton-leptonových, lepton-hadronových a hadron-hadronových srážek a také měkkých hadron-hadronových srážek. HERWIG má následující vlastnosti:

- Vývoj počátečních a koncových QCD jetů se zahrnutím měkké gluonové interference pomocí uspořádání úhlů [4].
- Barevná koherence (počátečních i koncových) partonů ve všech tvrdých subprocessech, zahrnující produkci a rozpad těžkých kvarků a supersymetrických částic.

- Azimutální korelace uvnitř a mezi jety následkem gluonové interference a polarizace.
- Klastrový model hadronizace založený na neporuchovém rozštěpení gluonů a stejný klastrový model pro měkké hadronové jevy.
- Kompletní prostoro-časový obraz od partonových spršek až po rozpady hadronů.
- Modely přeskupování barev založené na prostoro-časové struktuře srážky.

## 3.2 $e^+e^-$ anihilace

V  $e^+e^-$  anihilaci jsme zkoumali tvrdý proces  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ . Srážka byla prováděna s celkovou CMS energií 90 a 162 GeV a byla zpracována v CMS, tedy každý  $e^+$ ,  $e^-$  a vzniklé  $q$ ,  $\bar{q}$  měly energii 45 resp. 81 GeV.

Zabývali jsme se 2-jetovými<sup>1</sup> případy a energie nalezených jetů je na obrázku 3.1. Na obrázku jsou znázorněna spektra energií, jak na partonové, tak na hadronové úrovni. Partonovou úroveň máme na mysli partony po provedení partonových spršek. To, že energie jetů nabývá i jiných hodnot než 45 resp. 81 GeV, je způsobeno tím, že některé částice mohou být vyzářeny ven z jetu a zahrnuty do druhého nebo žádného jetu. Jelikož u klastrovacího algoritmu jsou všechny částice jednoznačně přiřazeny do nějakého jetu, je pro tento algoritmus rozložení energie více symetrické než pro kuželový algoritmus. Na hadronové úrovni u kuželového algoritmu je střední hodnota výrazněji posunuta k menším hodnotám. Pro vyšší energii srážky jsou spektra mírně širší než pro energii srážky 90 GeV.

Na obrázku 3.2 jsou znázorněny diferenciální tvary jetů  $\rho(r)$  pro kuželový a klastrovací algoritmus. U jetů pro  $\sqrt{s} = 90$  GeV je ve druhé buňce histogramu (pro  $r$  mezi 0.01 a 0.02) viditelný propad, je důsledkem následující vlastnosti HERWIGu.

HERWIG ukončí partonové spršky, pokud by se při následném větvení dostala veličina  $\xi$  pod hodnotu  $Q^2/E^2$ .  $Q$  je nastavitelný cutoff, pro lehké kvarky je nastaven na hodnotu 0.8 GeV, a  $E$  je energie větvíciho se partonu, v našem případě 45 resp. 81 GeV. O veličině  $\xi$ , kterou používá HERWIG při simulaci partonových spršek místo virtuality, nám nyní stačí vědět (více viz. [2]), že pro malé úhly větvení a nehmotné partony pro ní platí  $\xi \simeq \frac{1}{2}\theta^2$ , kde  $\theta$  je úhel mezi větvicími se partony. Z toho tedy vyplývá, že emise gluonů z kvarku do úhlů menších než  $\sim 0.02$  resp.  $\sim 0.01$  budou silně potlačeny.

<sup>1</sup>Nebudeme rozlišovat jestli jet vznikl z  $q$  nebo  $\bar{q}$ , protože z hlediska partonových spršek a hadronizace jsou kvarky a antikvarky stejné.

Jelikož v druhém případě je tato hodnota na okraji první buňky histogramu ( $r = 0 - 0.01$ ), tak se tento efekt při námi zvoleném dělení histogramu neprojeví.

Jelikož jsou grafy s diferenciálními tvary jetů méně přehledné, nebudeme je už dále uvádět a budeme se zabývat pouze integrálními tvary na obr. 3.3. Na grafech je vidět rozšíření jetů vlivem hadronizace, které je výraznější pro nižší energii srážky. Pro vyšší energii srážky jsou jety, jak na partonové, tak na hadronové úrovni užší než pro nižší energii. Jety nalezené klastrovacím algoritmem jsou dosti širší než jety nalezené kuželovým algoritmem, což je lépe vidět na obrázku 3.5a) a je to způsobeno tím, jak už bylo řečeno, že klastrovací algoritmus přiřazuje do jetu i částice, které jsou vyzářeny pod velkým úhlem.

Na obrázku 3.4 jsou integrální tvary jetů, u kterých jsme požadovali, aby jejich energie  $E_{jet}$  byla rovna  $(45 \pm 1.5)$  GeV resp.  $(81 \pm 1.5)$  GeV. V grafech jsou též pro porovnání čárkovaně znázorněny tvary jetů bez této podmínky. Jak je z grafů vidět, jsou jety s danou energií užší než jety nalezené bez požadavku na energii. To není překvapivé, protože kvarky vzniklé v tvrdé srážce měli energii 45 resp. 81 GeV, a tedy pokud vybíráme jety se stejnou energií, jsou to ty jety, u kterých nedošlo k vyzáření částic mimo nebo do druhého jetu (tj. převažují emise do menších úhlů). Toto zúžení je daleko výraznější pro klastrovací algoritmus a díky jemu jsou tvary jetů nalezené s energií  $(45 \pm 1.5)$  GeV resp.  $(81 \pm 1.5)$  GeV velmi podobné pro oba algoritmy (obr. 3.5b). U těchto jetů je také výraznější rozdíl mezi tvary jetů s různými energiemi na partonové úrovni, kde jsou jety s vyšší energií užší.

### 3.3 DIS

V tomto případě jsme sráželi elektron s energií 27 GeV s protonem o energii 920 GeV. Vybírali jsme případy, kdy invariantní hmota  $W$  hadronového systému byla rovna  $(90 \pm 3)$  GeV resp.  $(162 \pm 3)$  GeV. Srážku jsme studovali v  $\gamma p$  CMS. V tomto systému vyrazí foton z protonu kvark, který má pak energii  $(45 \pm 1.5)$  GeV resp.  $(81 \pm 1.5)$  GeV a vzdaluje se od dikvarkového páru, který má stejnou energii a pohybuje se opačným směrem. My jsme se zabývali jetem vzniklým z tohoto kvarku.

Spektra energií těchto kvarkových jetů jsou znázorněna na obrázku 3.6. Spektra jsou sice o trochu širší než pro případ  $e^+e^-$ , což je způsobeno volbou intervalu ve  $W \pm 3$  GeV, ale jinak je přechod na nulu daleko rychlejší než u  $e^+e^-$ . Díky tomu, že případů, kdy by měl jet energii výrazně větší nebo menší než 45 resp. 81 GeV, je méně než u  $e^+e^-$ , je také menší rozdíl mezi tvary jetů s energií  $(45 \pm 1.5)$  GeV resp.  $(81 \pm 1.5)$  GeV (obr. 3.8) a jetů bez této

podmínky (obr. 3.7). U kuželového algoritmu na hadronové úrovni je tento rozdíl minimální. U klastrovacího algoritmu je už tento rozdíl větší, ale stále menší než jaký byl u  $e^+e^-$ . Také rozdíl mezi tvary jetů nalezených pomocí kuželového a klastrovacího algoritmu je menší (obr. 3.9). Oproti jetům v  $e^+e^-$  (obr. 3.3) je zde poměrně veliký rozdíl mezi tvary jetů na partonové úrovni pro různé energie srážky (obr. 3.7).

### 3.4 $p\bar{p}$ srážka, proces $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$

Energie protonu a antiprotonu byly rovny 630 GeV. Opět jsme vybírali případy, kdy byla celková CMS energie na partonové úrovni rovna  $(90 \pm 3)$  GeV resp.  $(162 \pm 3)$  GeV a srážku studovali v tomto systému. Zabývali jsme se 2-jetovými případy, a aby jsme částečně omezili překryvy s beam jety, požadovali jsme, aby byl úhel jetů od směru svazků větší než  $45^\circ$ .

Zabývali jsme se tvrdou srážkou  $q$  s  $\bar{q}$  s produkcí  $q'\bar{q}'$  páru v QED. Tento tvrdý proces  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  je v HERWIGu implementován takovým způsobem, že i v případě stejných vůní počátečních a koncových kvarků, probíhá srážka pouze přes  $s$ -kanál. Díky tomu můžeme na tomto procesu studovat, jakým způsobem ovlivní přítomnost beam jetů a počátečních partonových spršek tvar jetů, protože se v principu jedná o stejnou tvrdou srážku jako u  $e^+e^-$  anihilace.

Rozložení energií jetů je znázorněno v grafech na obrázku 3.10. Spektra jsou daleko širší než pro případ  $e^+e^-$  (obr. 3.1). V tomto případě to ale není způsobeno jen šířkou intervalu v  $\sqrt{s}$ , protože pokles je i mimo tento interval oproti  $e^+e^-$  a DIS poměrně pozvolný. Je to způsobeno tím, že díky přítomnosti beam jetů je větší pravděpodobnost toho, že bude nějaká částice vyzářena z beam jetu a zahrnuta do kvarkového jetu a naopak.

Na obrázku 3.11 jsou znázorněny integrální tvary jetů vzniklých při procesu  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  a na obrázku 3.12 pak tvary jetů s energiemi  $(45 \pm 1.5)$  GeV a  $(81 \pm 1.5)$  GeV. Oproti  $e^+e^-$  a DIS jsou v tomto případě jety nalezené pomocí klastrovacího algoritmu užší než ty nalezené pomocí kuželového algoritmu (obr. 3.13) a také je u nich menší rozdíl mezi tvary jetů s danou energií a tvary těch jetů nalezených bez této podmínky.

### 3.5 $p\bar{p}$ srážka, proces $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$

Kinematika srážky a výběr případů byl stejný jako u procesu  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$ . Studovali jsme opět srážku  $q$  s  $\bar{q}$  s produkcí  $q'\bar{q}'$  páru, nyní však v QCD. U tohoto procesu  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  jsme byli opět, díky způsobu generování srážek

v HERWIGu, schopni vybírat srážky probíhající pouze přes  $s$ -kanál.

Spektra energií jetů jsou na obrázku 3.14. Spektra jsou opět širší než v případě  $e^+e^-$  a DIS, ale užší než pro proces  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$ . Na obrázcích 3.15, 3.16 a 3.17 jsou znázorněny integrální tvary nalezených jetů bez podmínky na jejich energii, s energií  $(45 \pm 1.5)$  GeV resp.  $(81 \pm 1.5)$  GeV a srovnání kuželového a klastrovacího algoritmu. Jety nalezené pomocí klastrovacího algoritmu jsou stejně jako v případě  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  užší než ty nalezené pomocí kuželového algoritmu.

### 3.6 Srovnání tvarů jetů z jednotlivých procesů

Na obrázcích 3.18 a 3.19 jsou srovnání tvarů jetů z různých procesů pro kuželový algoritmus. Tvary jetů vzniklých v  $e^+e^-$  a procesu  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  jsou si velmi podobné, ale jety ze zbývajících dvou procesů se od nich poměrně liší. Rozdíly jsou menší na hadronové úrovni a trochu se zvětšují při vyšší energii tvrdé srážky. Pro klastrovací algoritmus (obr. 3.20 a 3.21) jsou tvary jetů z různých procesů rozdílné a tyto rozdíly se opět na hadronové úrovni zmenšují.

V případě jetů s energií  $(45 \pm 1.5)$  GeV resp.  $(81 \pm 1.5)$  GeV na obrázcích 3.22–3.25 vidíme, že tvary jetů z procesů  $e^+e^-$ ,  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  a  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  jsou jak pro kuželový, tak pro klastrovací algoritmus velmi podobné. Rozdíly mezi nimi jsou menší na hadronové úrovni. U klastrovacího algoritmu jsou tyto rozdíly také menší pro větší energii jetů. *Jety vzniklé v DIS jsou oproti těmto jetům poměrně užší.* U kuželového algoritmu je tento rozdíl menší na hadronové úrovni a u klastrovacího algoritmu se dále zmenšuje pro větší energii jetů.

O tvarech jetů vzniklých v  $e^+e^-$  a  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$ , kde bychom díky tomu, že se jedná v principu o stejnou tvrdou srážku, předpokládali, že tvary jetů budou velmi podobné, můžeme říci, že přítomnost beam jetů a počátečního záření kvarků u  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$ , způsobila, že jsou tvary jetů z  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  pro kuželový algoritmus širší a pro klastrovací algoritmus užší než u jetů z  $e^+e^-$ . Zúžení jetů z klastrovacího algoritmu je způsobeno tím, že částice vyzářené do velkých úhlů od směru jetu nemusejí být v případě  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  nutně zařazeny jen do kvarkových jetů, jako u  $e^+e^-$ , ale mohou být zahrnuty také do beam jetů. Pokud však budeme vybírat pouze jety s energiemi  $(45 \pm 1.5)$  GeV resp.  $(81 \pm 1.5)$  GeV, čímž částečně omezíme vliv beam jetů, budou tvary jetů z  $e^+e^-$  a  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  již velmi podobné.

### 3.7 Závěr

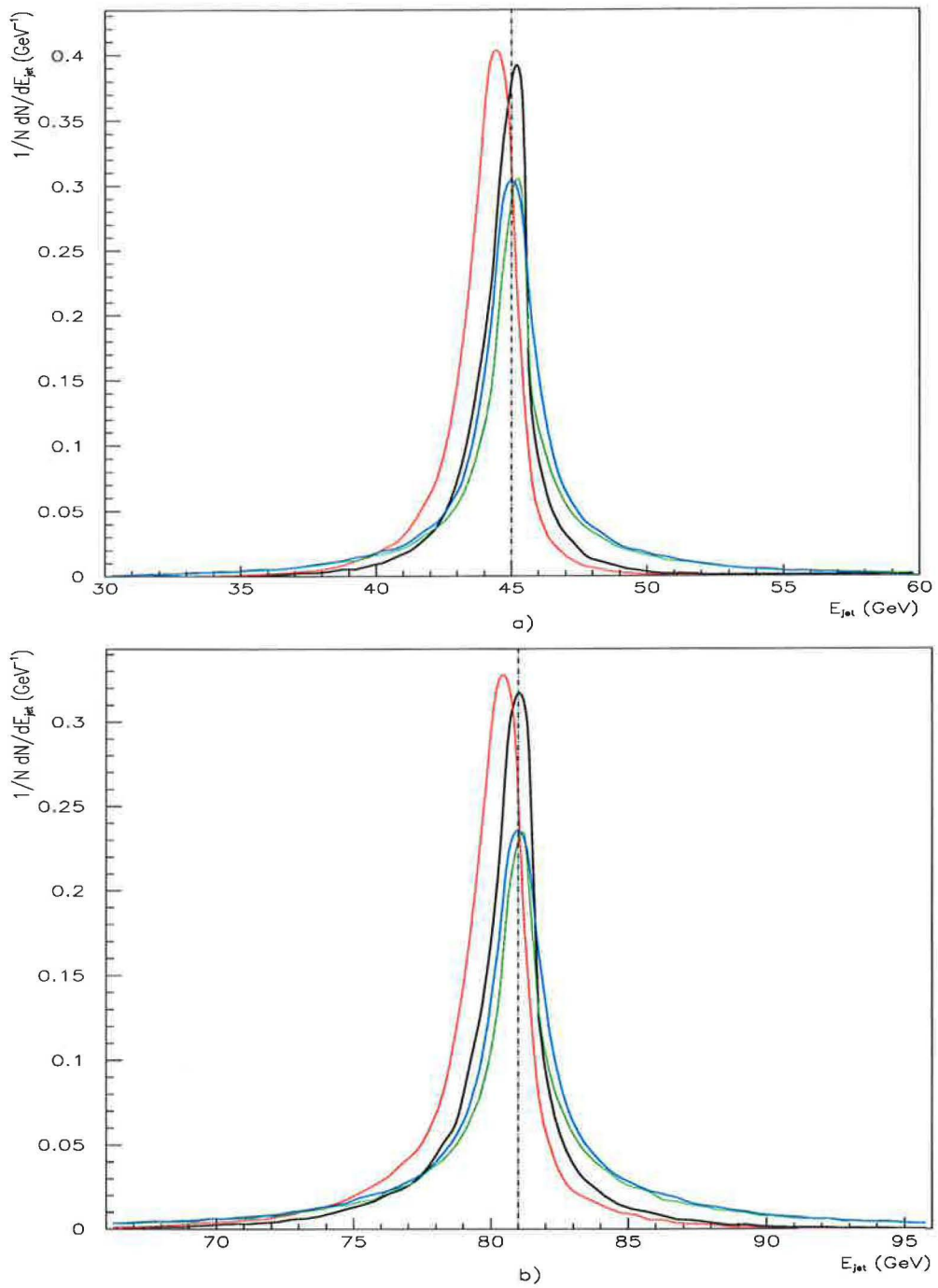
Pokud to všechno nyní shrneme, tak jsme zjistili, že jestliže se zabýváme pouze jety vzniklými v různých procesech se stejnou CMS energií a neklademe na ně žádné podmínky na jejich energii, tak tvary těchto jetů poměrně dosti závisí na druhu procesu, ve kterém vznikly. Pokud však budeme požadovat, aby jety měly stejnou energii jako kvarky a antikvarky, z kterých vznikly, tedy, aby byla co nejlepší korespondence mezi kvarkem a jetem, potom jsou tvary těchto jetů vzniklých v procesech  $e^+e^-$ ,  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  a  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  již velmi podobné. V těchto procesech vznikl výsledný  $q\bar{q}$  pár buď z fotonu nebo gluonu. To, zda se jednalo o foton nebo gluon, jak je vidět z výsledků, není příliš podstatné. Naproti tomu v případě srážky  $e$  s  $p$  v DIS byl kvark, z kterého potom vznikl jet, pouze vyražen vyměňovaným fotonem z protonu. Tento jet pak byl poměrně užší než jety v ostatních případech.

Dále jsme zjistili, že jety vzniklé ve srážkách s vyšší energií jsou užší než ty vzniklé ve srážkách s nižší energií a je u nich také menší rozdíl mezi tvary na partonové a hadronové úrovni. Což není překvapivé, protože hadronizace probíhá na energetické škále  $\sim 1$  GeV, a proto je pro větší energie více zanedbatelná.

Co se týče rozdílu mezi tvary jetů nalezených pomocí kuželového a klastrovacího algoritmu, tak můžeme říci, že pro  $e^+e^-$  a DIS jsou jety získané pomocí klastrovacího algoritmu širší než ty nalezené pomocí kuželového algoritmu. V případě  $p\bar{p}$  srážek je to přesně naopak. Pokud vybíráme jety se stejnou energií, jakou měly kvarky a antikvarky vzniklé v tvrdé srážce, pak jsou tvary jetů z klastrovacího a kuželového algoritmu velmi blízké. Horší korespondence je v tomto případě pro procesy z  $p\bar{p}$  srážek, kde jsou přítomny beam jety.

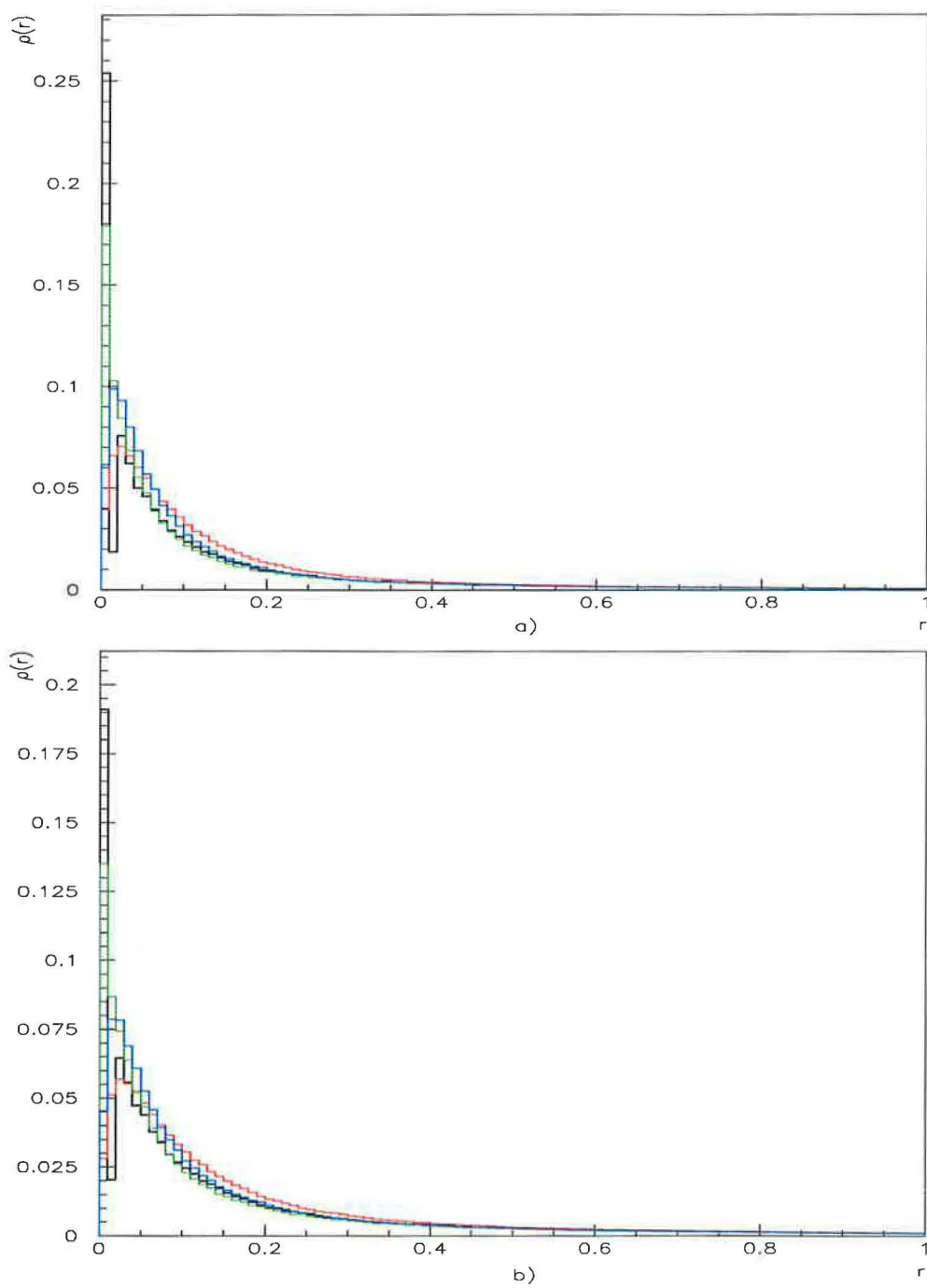
Vliv beam jetů na tvar ostatních jetů, by bylo vhodné studovat podrobněji, protože v případě  $e^+e^-$  a  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  sice můžeme kvalitativně zdůvodnit, proč jsou jety v  $e^+e^-$  pro klastrovací algoritmus širší než jety z procesu  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$ , tím, že u  $e^+e^-$  jsou, na rozdíl od  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$ , všechny částice (i ty vyzářené do velkých úhlů od směru jetu) přiřazeny do kvarkových jetů. Ale zdůvodnit proč jsou v případě  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  jety z klastrovacího algoritmu užší než ty z kuželového, které jsou navíc ještě širší než v případě  $e^+e^-$ , je již daleko obtížnější.

Další problém, kterým bylo vhodné se zabývat je ten, že jsme v případě  $p\bar{p}$  srážek, studovali srážku v partonovém CMS. Tento systém však experimentálně nemůžeme zjistit úplně přesně, protože jediné informace o tvrdé srážce získáváme pouze pomocí jetů. Experimentálně můžeme najít v našem případě 2-jetový CMS, který se však může mírně lišit od partonového CMS. Proto by bylo vhodné zjistit, jak tato skutečnost ovlivní tvary jetů.

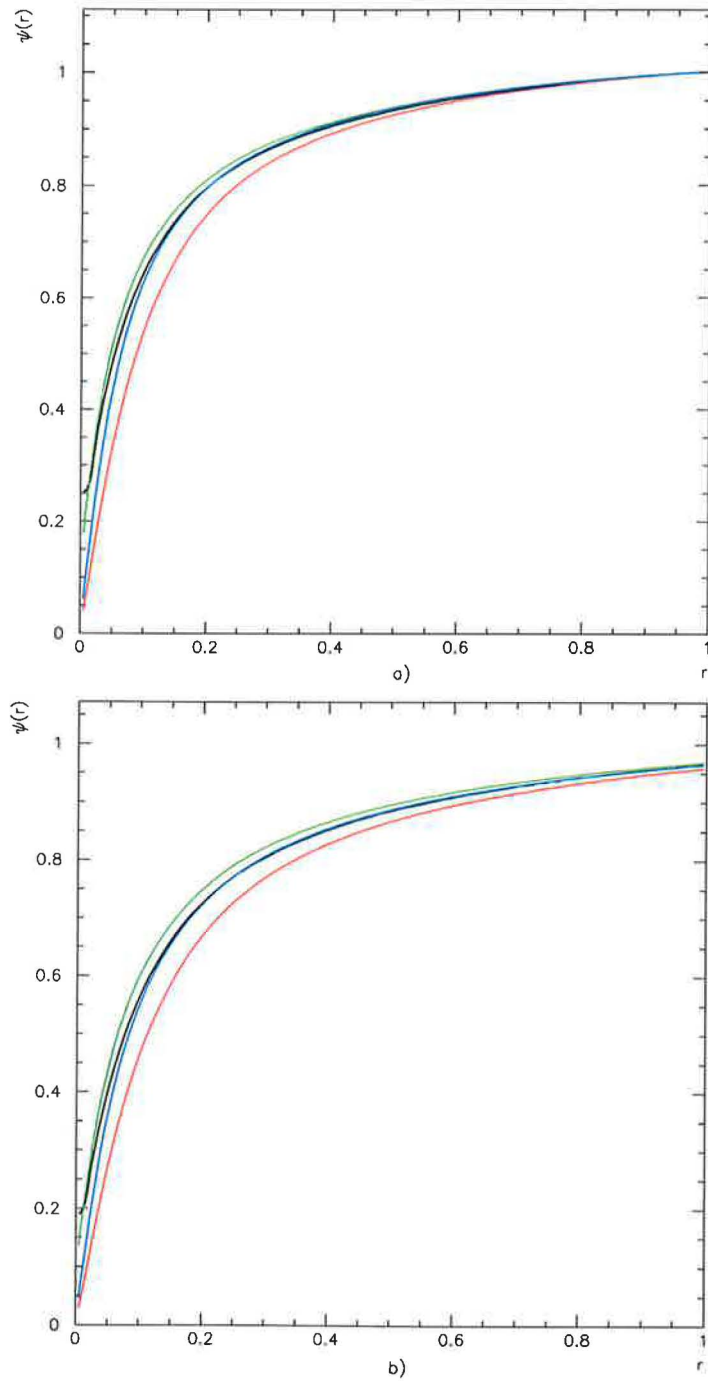


Obrázek 3.1: Rozložení energií jetů vzniklých v  $e^+e^-$  s a)  $\sqrt{s} = 90 \text{ GeV}$  a b)  $\sqrt{s} = 162 \text{ GeV}$ . Pro kuželový algoritmus je partonová úroveň znázorněna černě a hadronová červeně. Pro klastrovací algoritmus je partonová úroveň zelená a hadronová modrá.

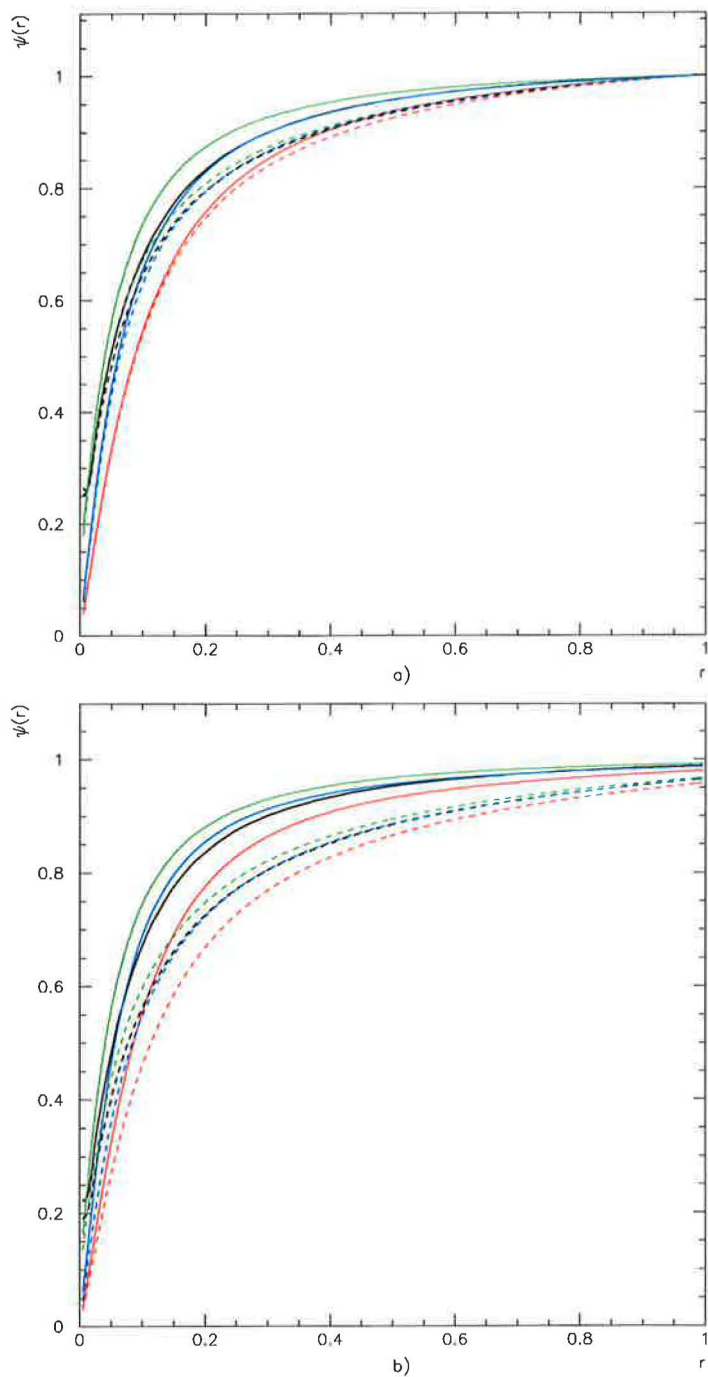




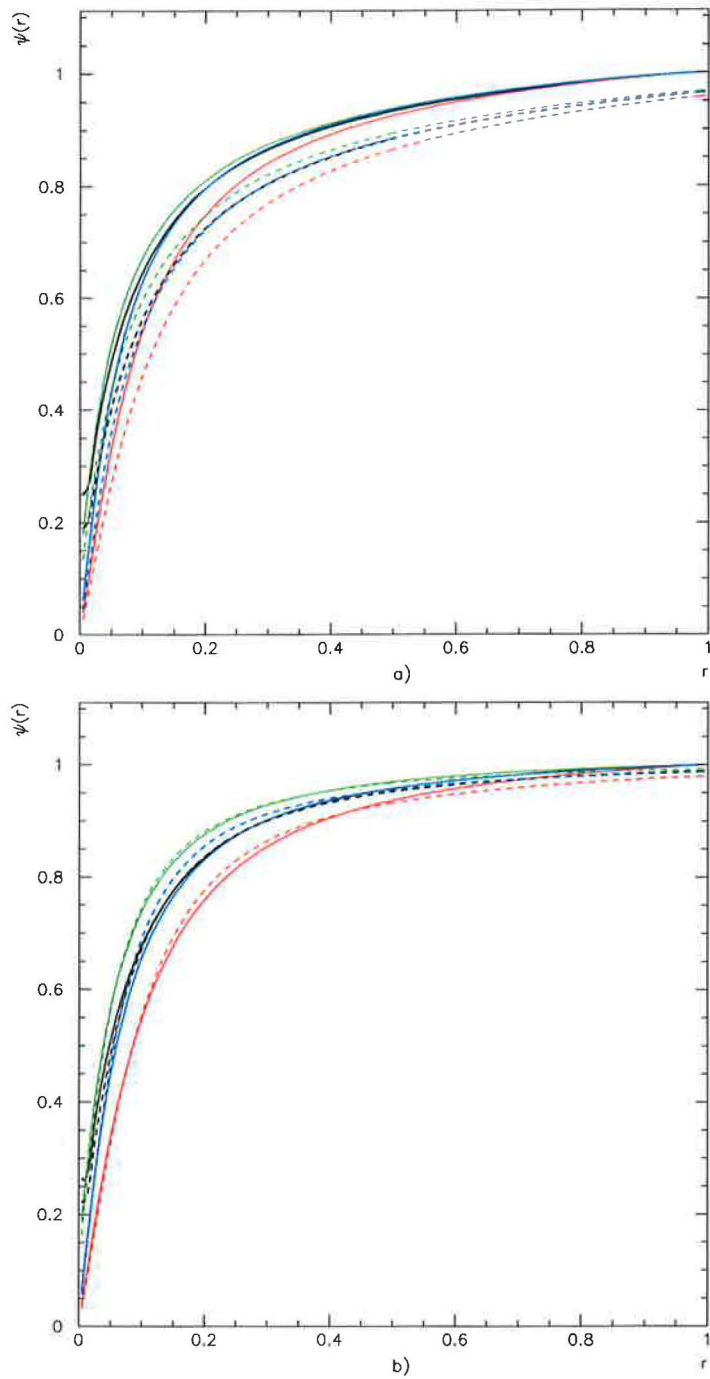
Obrázek 3.2: Diferenciální tvary jetů  $\rho(r)$  z  $e^+e^-$  anihilace pro kuželový a) a klastrovací b) algoritmus. Pro  $\sqrt{s} = 90$  GeV je partonová úroveň znázorněna černě a hadronová červeně. Pro  $\sqrt{s} = 162$  GeV je partonová úroveň zelená a hadronová modrá.



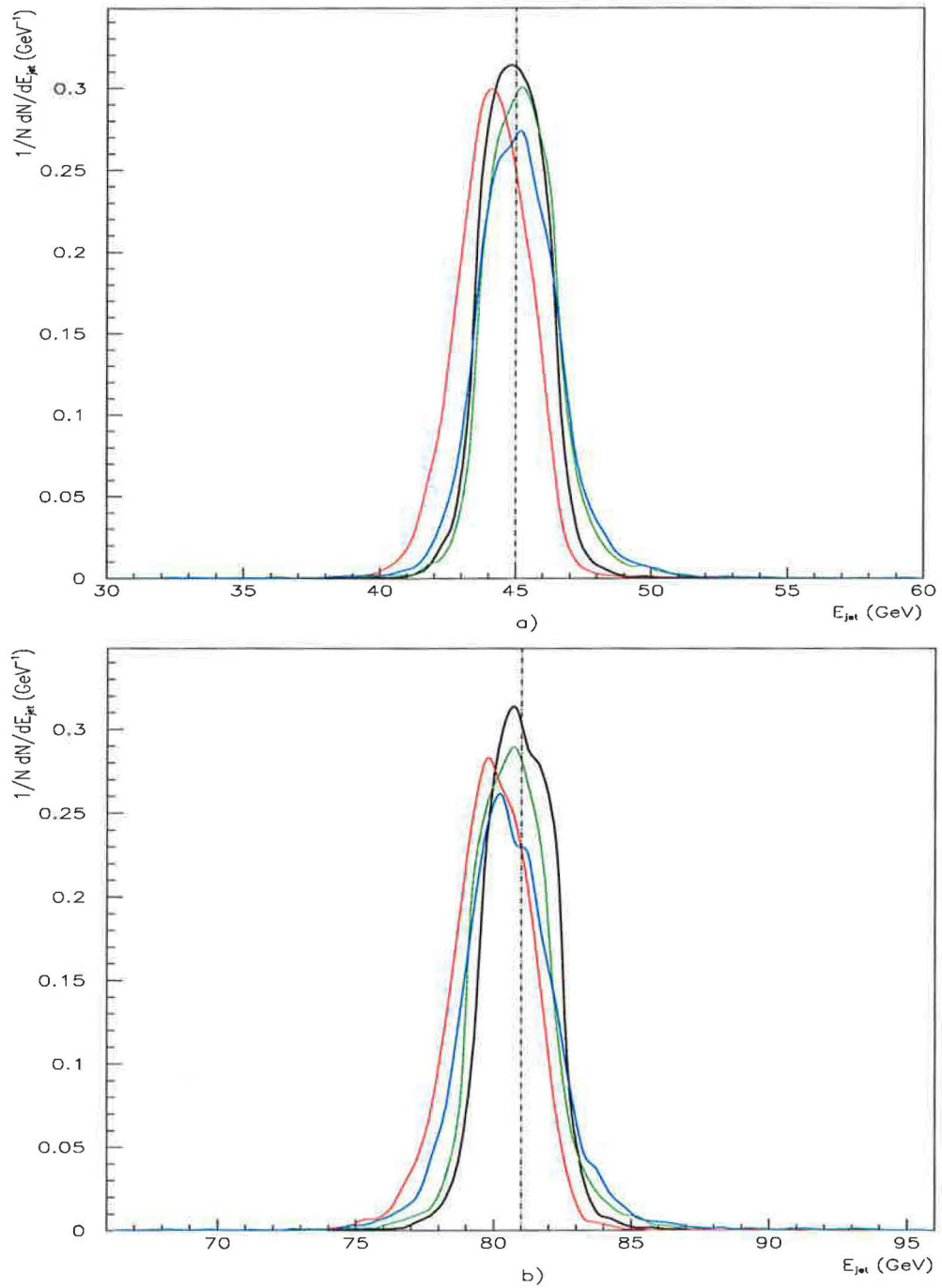
Obrázek 3.3: Integrální tvary jetů  $\Psi(r)$  z  $e^+e^-$  anihilace pro kuželový a) a klastrovací b) algoritmus. Pro  $\sqrt{s} = 90$  GeV je partonová úroveň znázorněna černě a hadronová červeně. Pro  $\sqrt{s} = 162$  GeV je partonová úroveň zelená a hadronová modrá.



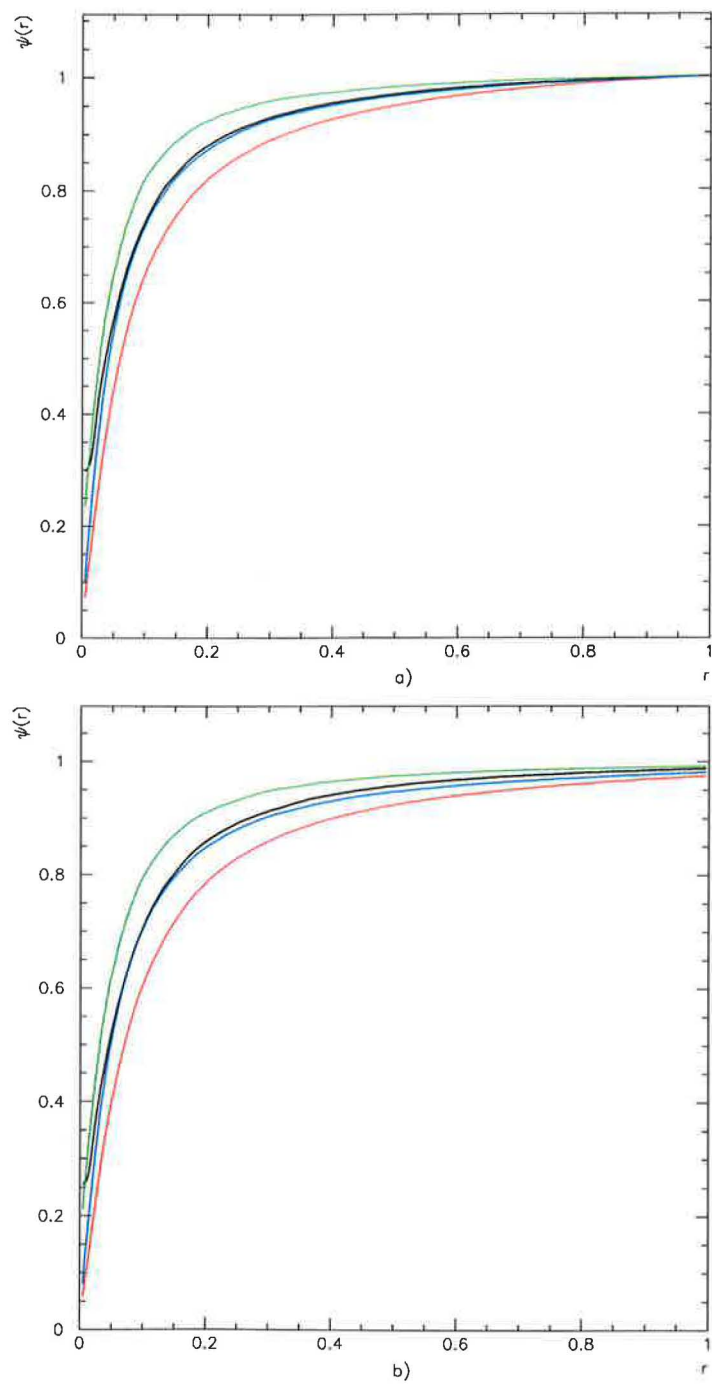
Obrázek 3.4: Tvary jetů z  $e^+e^-$  s danou energií pro kuželový a) a klastrovací b) algoritmus. Jety s energií  $(45 \pm 1.5)$  GeV jsou na partonové úrovni znázorněny černě a na hadronové červeně. Jety s energií  $(81 \pm 1.5)$  GeV jsou na partonové úrovni zelené a na hadronové modré. Čárkovaně jsou znázorněny tvary jetů nalezených bez podmínky na energii.



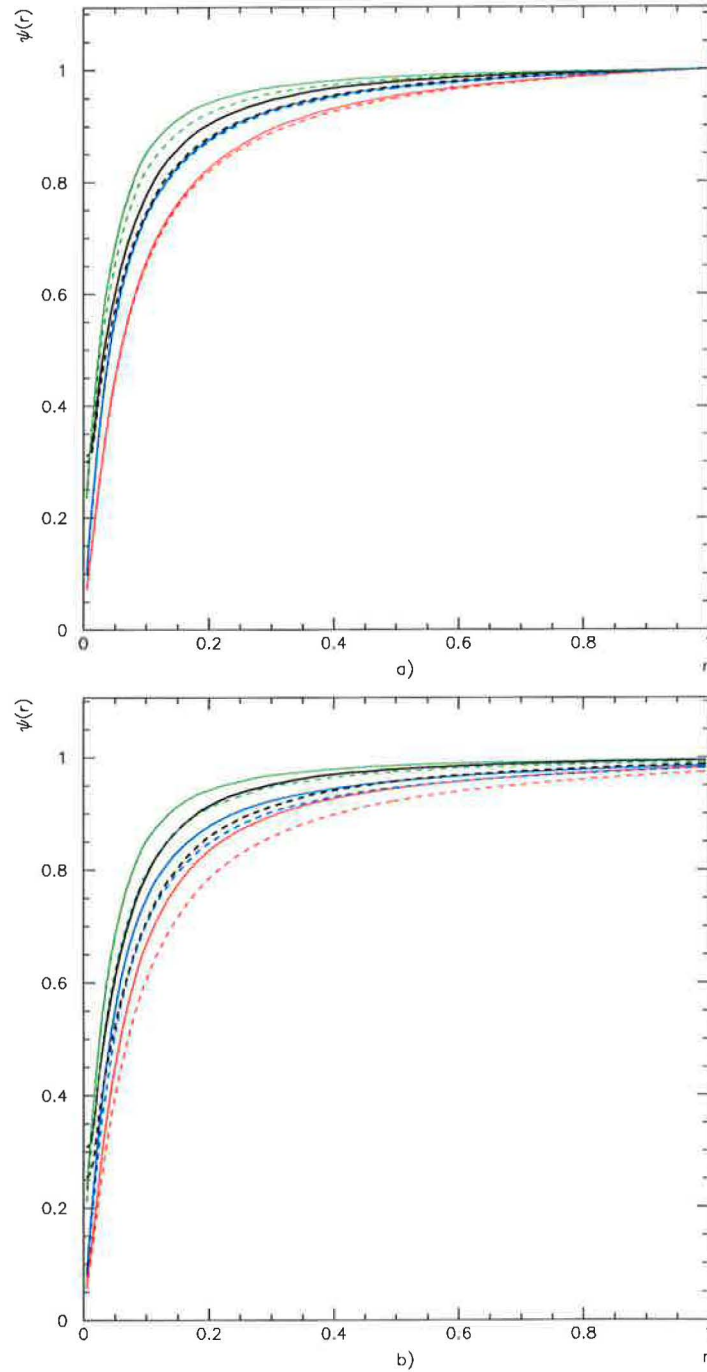
Obrázek 3.5: Srovnání tvarů jetů z  $e^+e^-$  nalezených pomocí kuželového (plně) a klastrovacího (čárkovaně) algoritmu. Jety nalezené bez podmínky na energii a) při  $\sqrt{s} = 90$  GeV jsou na partonové úrovni znázorněny černě a na hadronové červeně. Pro  $\sqrt{s} = 162$  GeV je partonová úroveň zelená a hadronová modrá. Obdobně za b) pro jety s energií  $(45 \pm 1.5)$  GeV resp.  $(81 \pm 1.5)$  GeV.



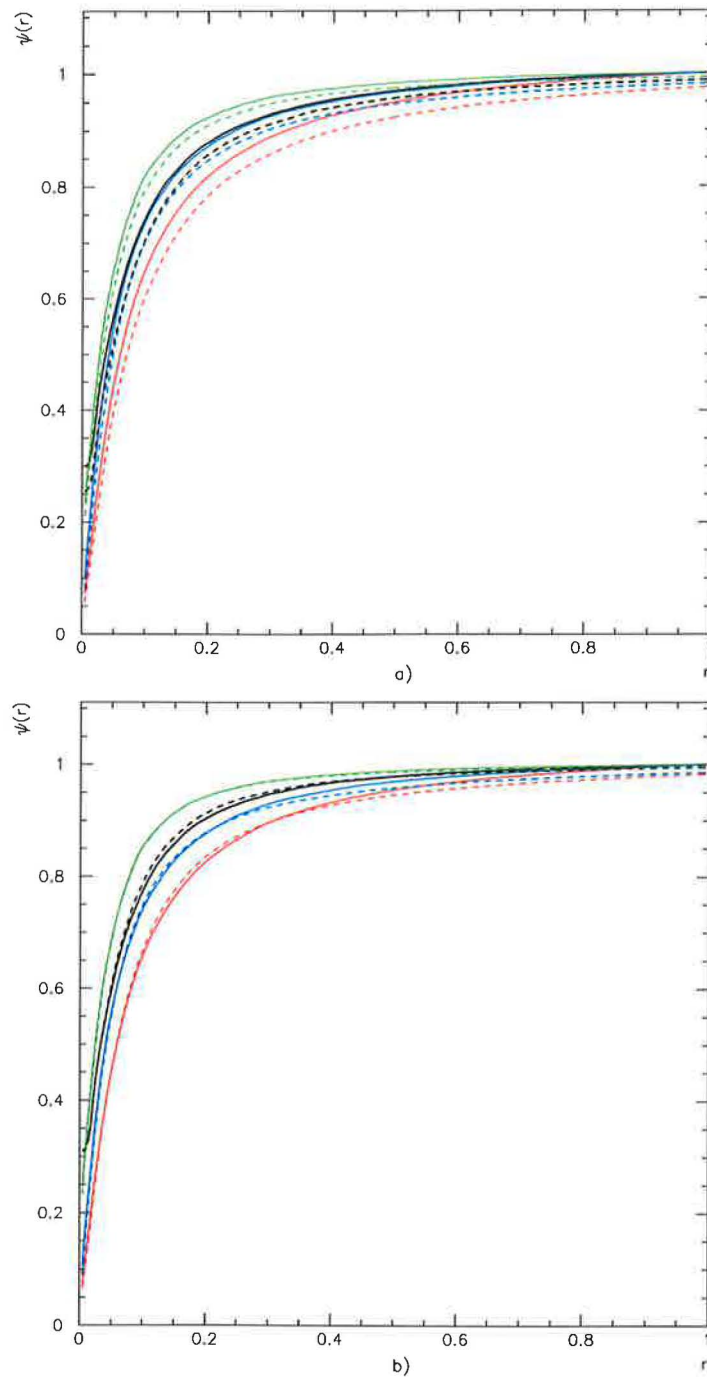
Obrázek 3.6: Rozložení energií jetů vzniklých v DIS s a)  $W = (90 \pm 3) \text{ GeV}$  a b)  $W = (162 \pm 3) \text{ GeV}$ . Pro kuželový algoritmus je partonová úroveň znázorněna černě a hadronová červeně. Pro klastrovací algoritmus je partonová úroveň zelená a hadronová modrá.



Obrázek 3.7: Integrální tvary jetů  $\Psi(r)$  z DIS pro kuželový a) a klastrovací b) algoritmus. Pro  $W = (90 \pm 3)$  GeV je partonová úroveň znázorněna černě a hadronová červeně. Pro  $W = (162 \pm 3)$  GeV je partonová úroveň zelená a hadronová modrá.

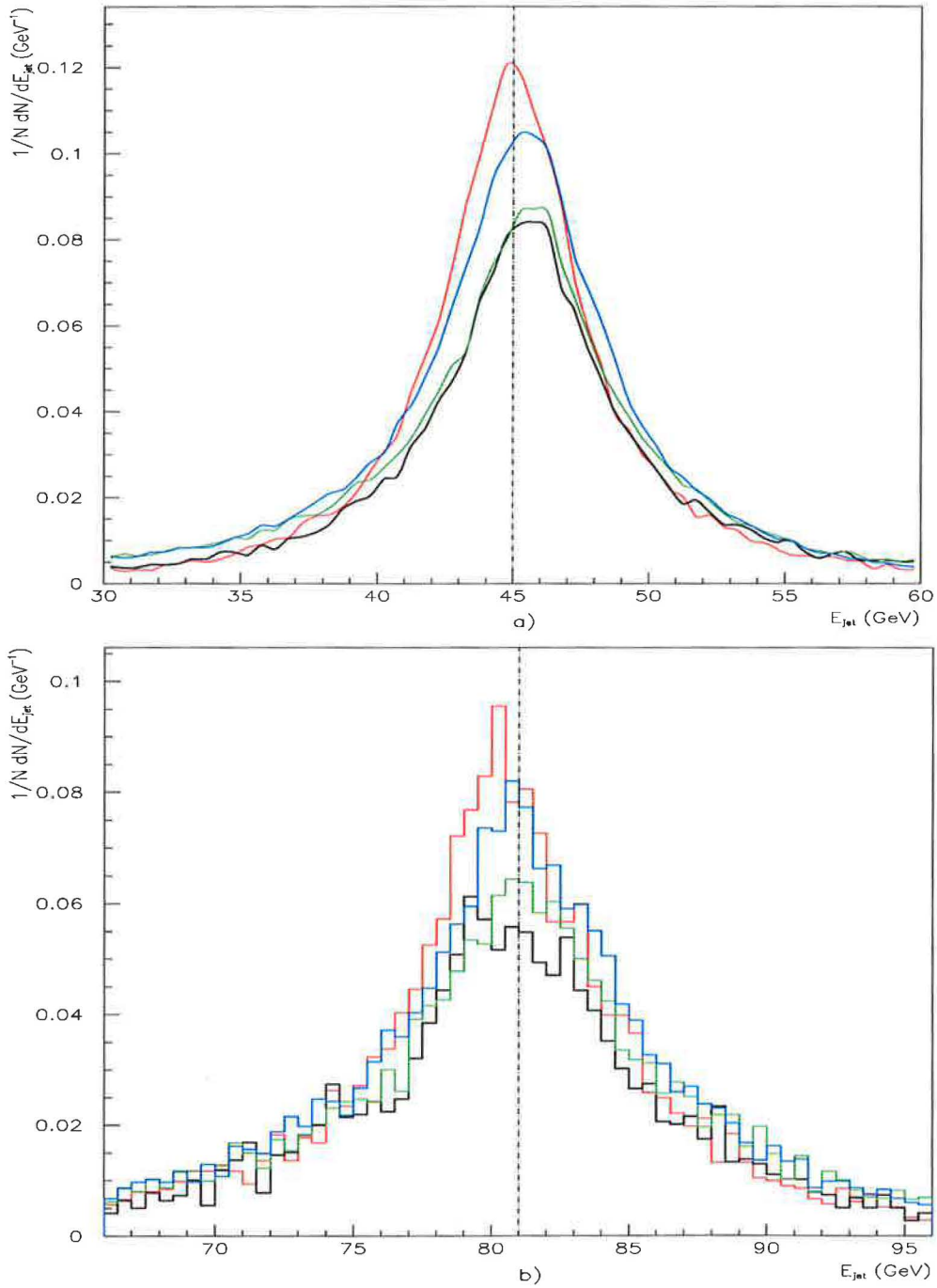


Obrázek 3.8: Tvary jetů z DIS s danou energií pro kuželový a) a klastrovací b) algoritmus. Jety s energií ( $45 \pm 1.5$ ) GeV jsou na partonové úrovni znázorněny černě a na hadronové červeně. Jety s energií ( $81 \pm 1.5$ ) GeV jsou na partonové úrovni zelené a na hadronové modré. Čárkovaně jsou znázorněny tvary jetů nalezených bez podmínky na energii.

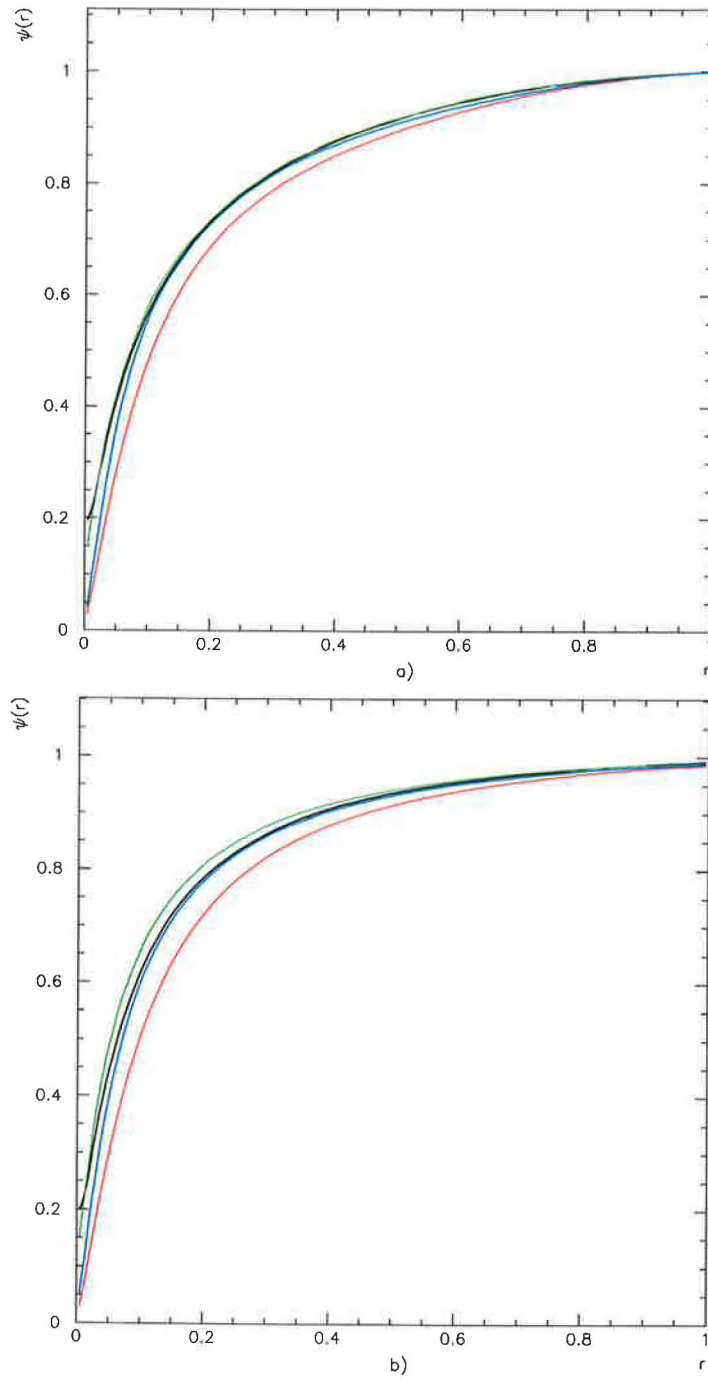


Obrázek 3.9: Srovnání tvarů jetů z DIS nalezených pomocí kuželového (plně) a klastrovacího (čárkovaně) algoritmu. Jety nalezené bez podmínky na energii a) při  $W = (90 \pm 3)$  GeV jsou na partonové úrovni znázorněny černě a na hadronové červeně. Pro  $W = (162 \pm 3)$  GeV je partonová úroveň zelená a hadronová modrá. Obdobně za b) pro jety s energií  $(45 \pm 1.5)$  GeV resp.  $(81 \pm 1.5)$  GeV.

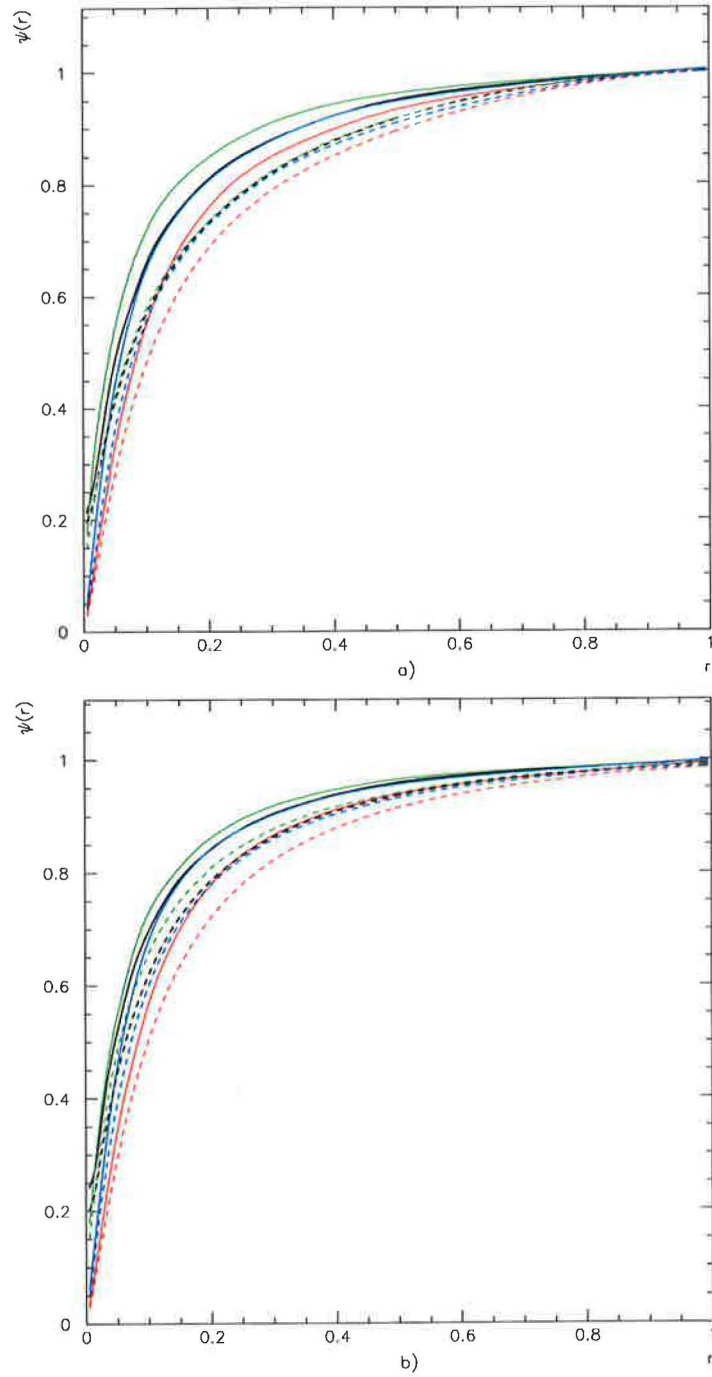




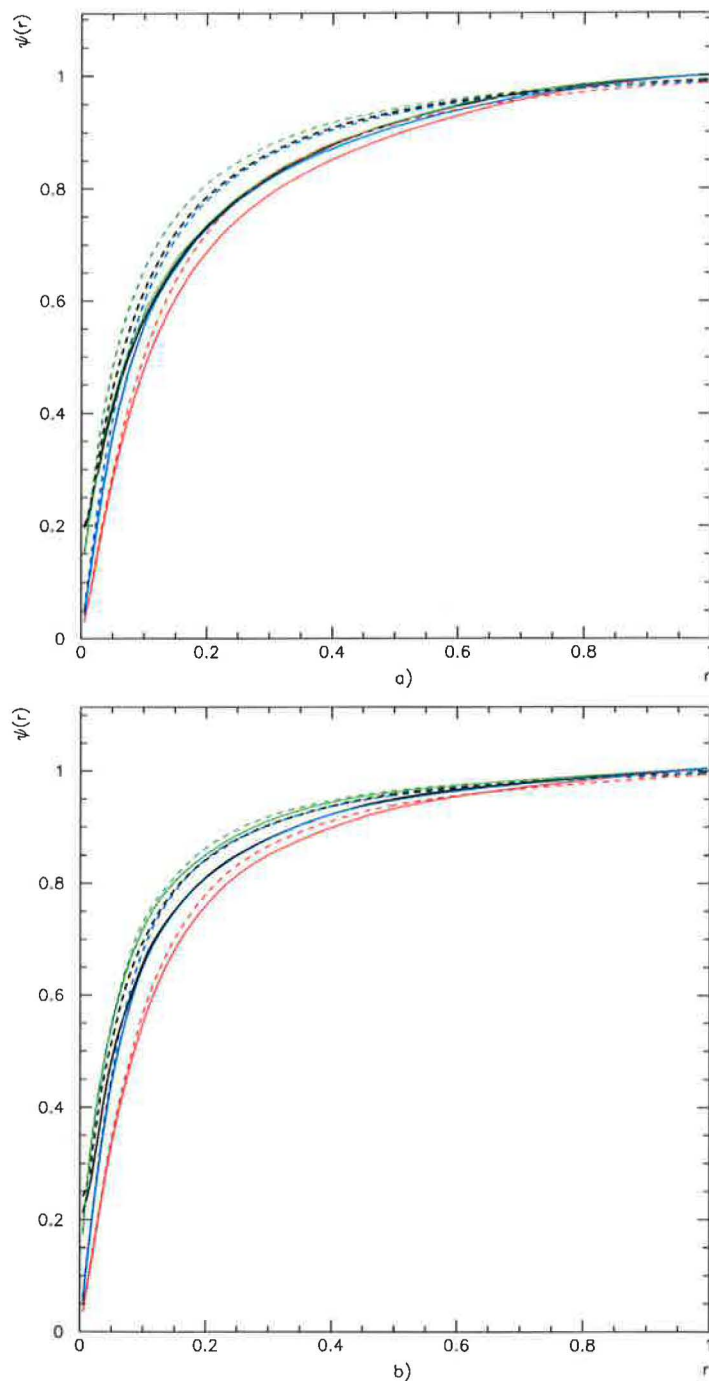
Obrázek 3.10: Rozložení energií jetů vzniklých v tvrdé srážce  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  s a)  $\sqrt{s} = 90 \text{ GeV}$  a b)  $\sqrt{s} = 162 \text{ GeV}$ . Pro kuželový algoritmus je partonová úroveň znázorněna černě a hadronová červeně. Pro klastrovací algoritmus je partonová úroveň zelená a hadronová modrá.



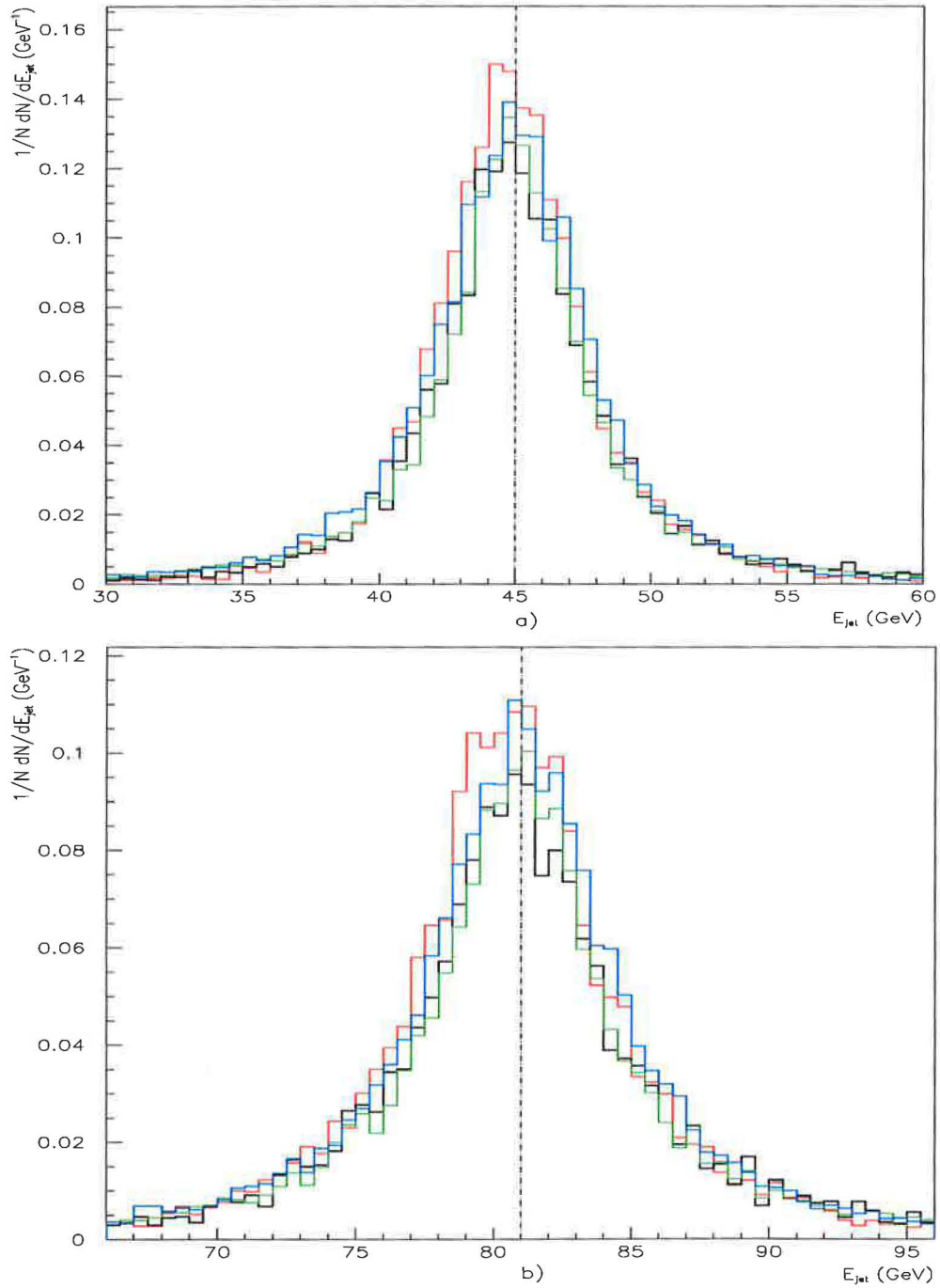
Obrázek 3.11: Integrální  $\Psi(r)$  tvary jetů vzniklých v tvrdé srážce  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  pro kuželový a) a klastrovací b) algoritmus. Pro  $\sqrt{s} = 90$  GeV je partonová úroveň znázorněna černě a hadronová červeně. Pro  $\sqrt{s} = 162$  GeV je partonová úroveň zelená a hadronová modrá.



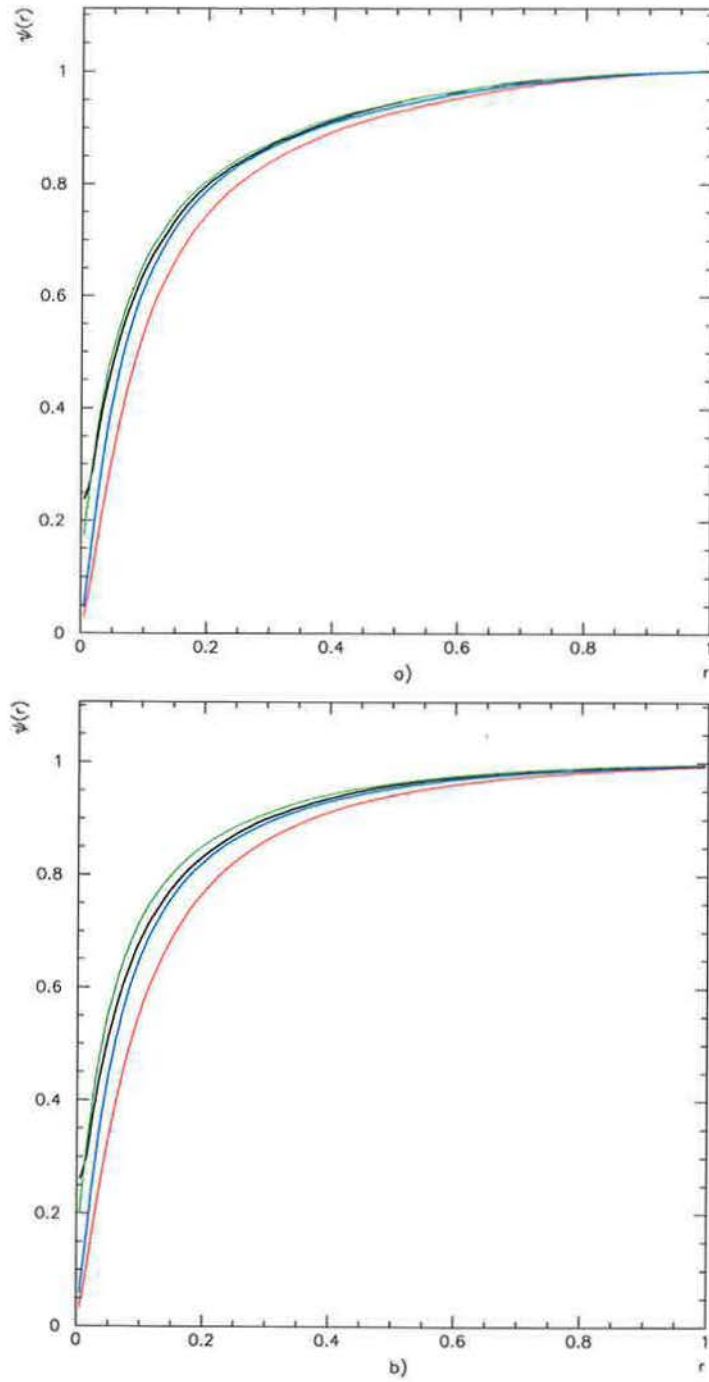
Obrázek 3.12: Tvary jetů z  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  s danou energií pro kuželový a) a klastrovací b) algoritmus. Jety s energií  $(45 \pm 1.5)$  GeV jsou na partonové úrovni znázorněny černě a na hadronové červeně. Jety s energií  $(81 \pm 1.5)$  GeV jsou na partonové úrovni zelené a na hadronové modré. Čárkované jsou znázorněny tvary jetů nalezených bez podmínky na energii.



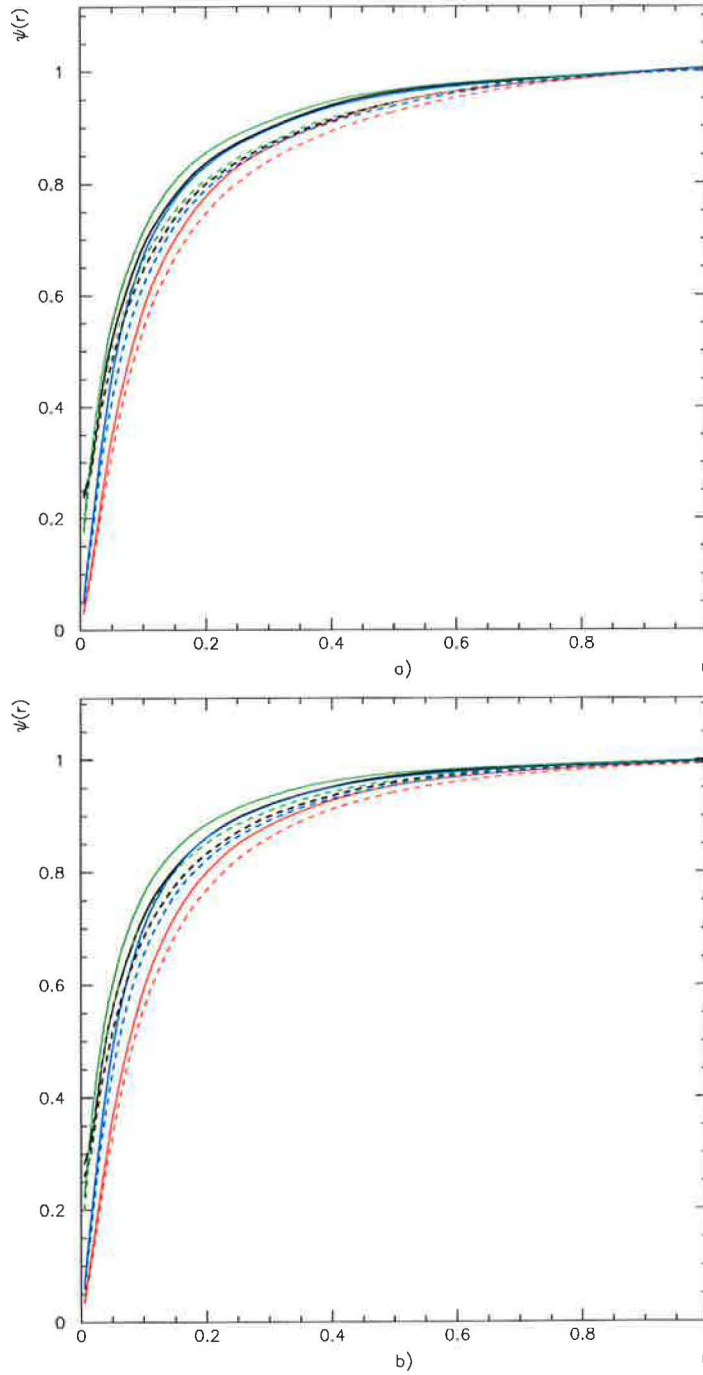
Obrázek 3.13: Srovnání tvarů jetů z  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  nalezených pomocí kuželového (plně) a klastrovacího (čárkovaně) algoritmu. Jety nalezené bez podmínky na energii a) při  $\sqrt{s} = (90 \pm 3)$  GeV jsou na partonové úrovni znázorněny černě a na hadronové červeně. Pro  $\sqrt{s} = (162 \pm 3)$  GeV je partonová úroveň zelená a hadronová modrá. Obdobně za b) pro jety s energií  $(45 \pm 1.5)$  GeV resp.  $(81 \pm 1.5)$  GeV.



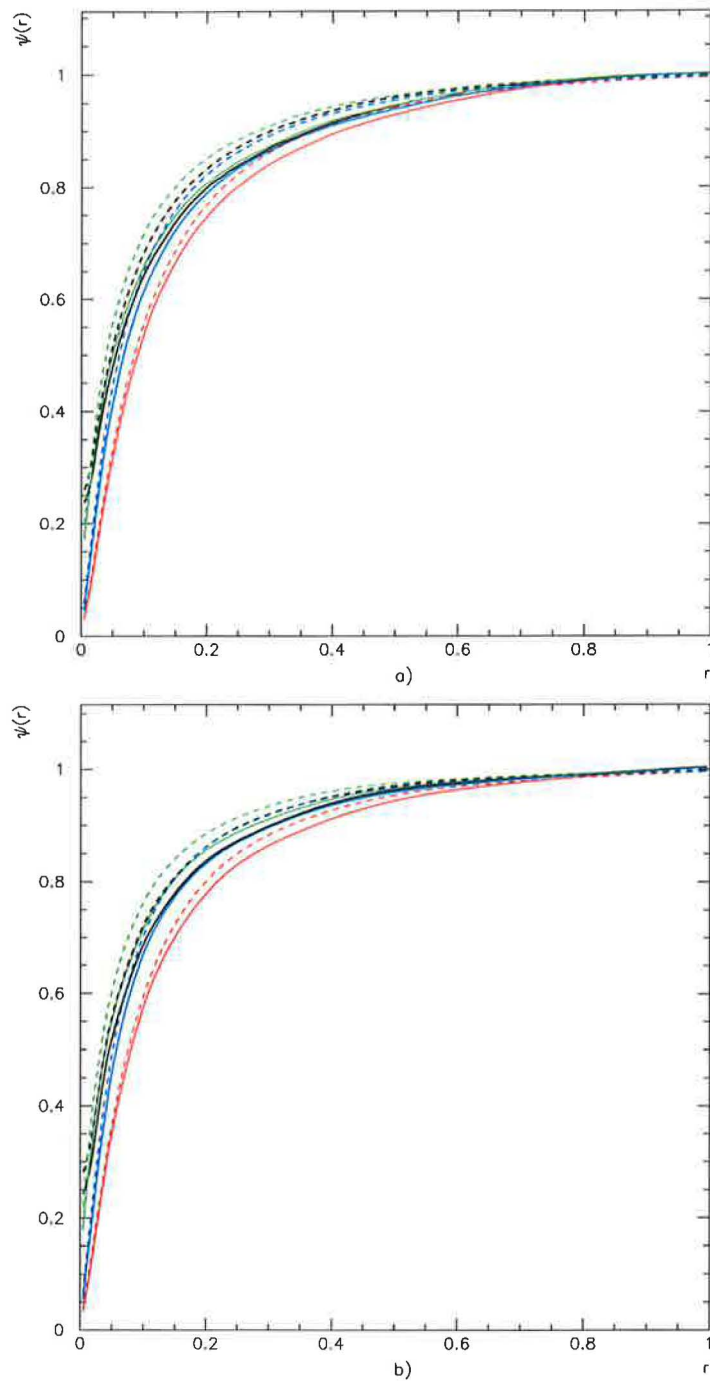
Obrázek 3.14: Rozložení energií jetů vzniklých v tvrdé srážce  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  s a)  $\sqrt{s} = 90 \text{ GeV}$  a b)  $\sqrt{s} = 162 \text{ GeV}$ . Pro kuželový algoritmus je partonová úroveň znázorněna černě a hadronová červeně. Pro klastrovací algoritmus je partonová úroveň zelená a hadronová modrá.



Obrázek 3.15: Integrální  $\Psi(r)$  tvary jetů vzniklých v tvrdé srážce  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  pro kuželový a) a klastrovací b) algoritmus. Pro  $\sqrt{s} = 90$  GeV je partonová úroveň znázorněna černě a hadronová červeně. Pro  $\sqrt{s} = 162$  GeV je partonová úroveň zelená a hadronová modrá.

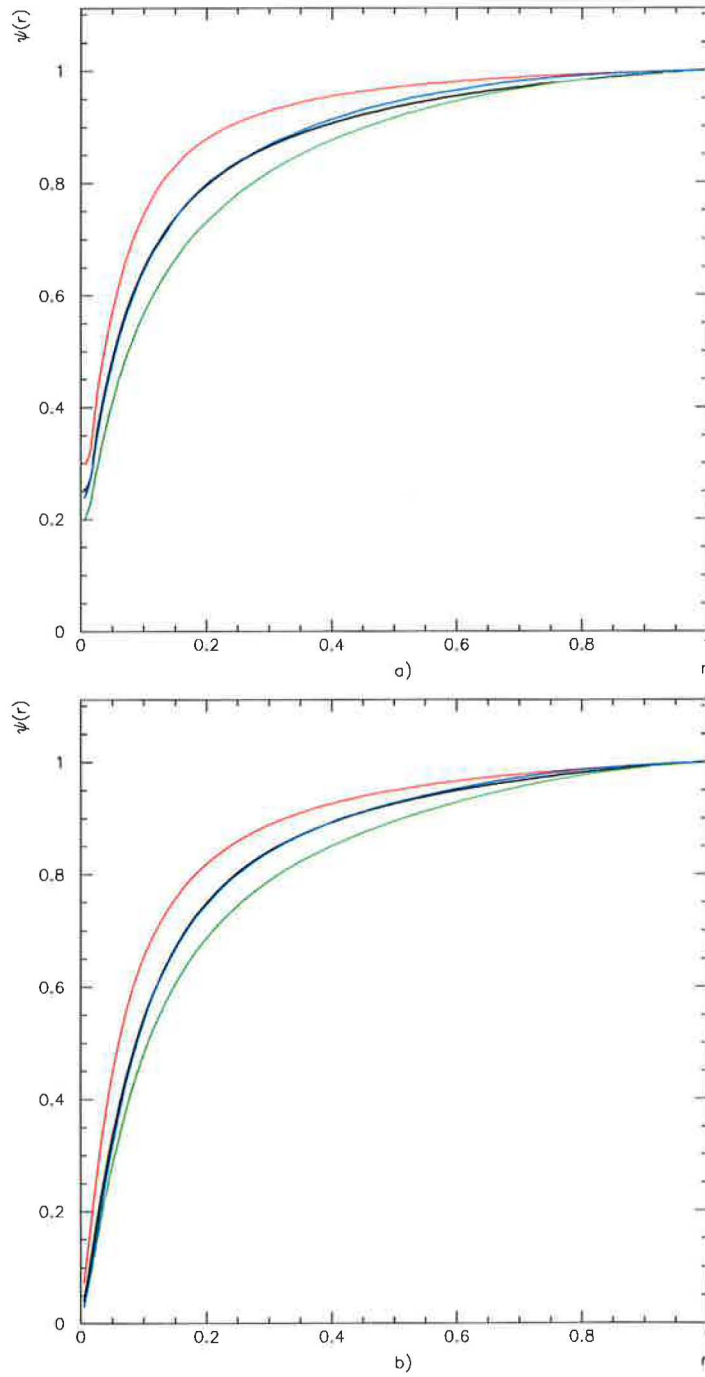


Obrázek 3.16: Tvary jetů z  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  s danou energií pro kuželový a) a klastrovací b) algoritmus. Jety s energií  $(45 \pm 1.5)$  GeV jsou na partonové úrovni znázorněny černě a na hadronové červeně. Jety s energií  $(81 \pm 1.5)$  GeV jsou na partonové úrovni zelené a na hadronové modré. Čárkovaně jsou znázorněny tvary jetů nalezených bez podmínky na energii.

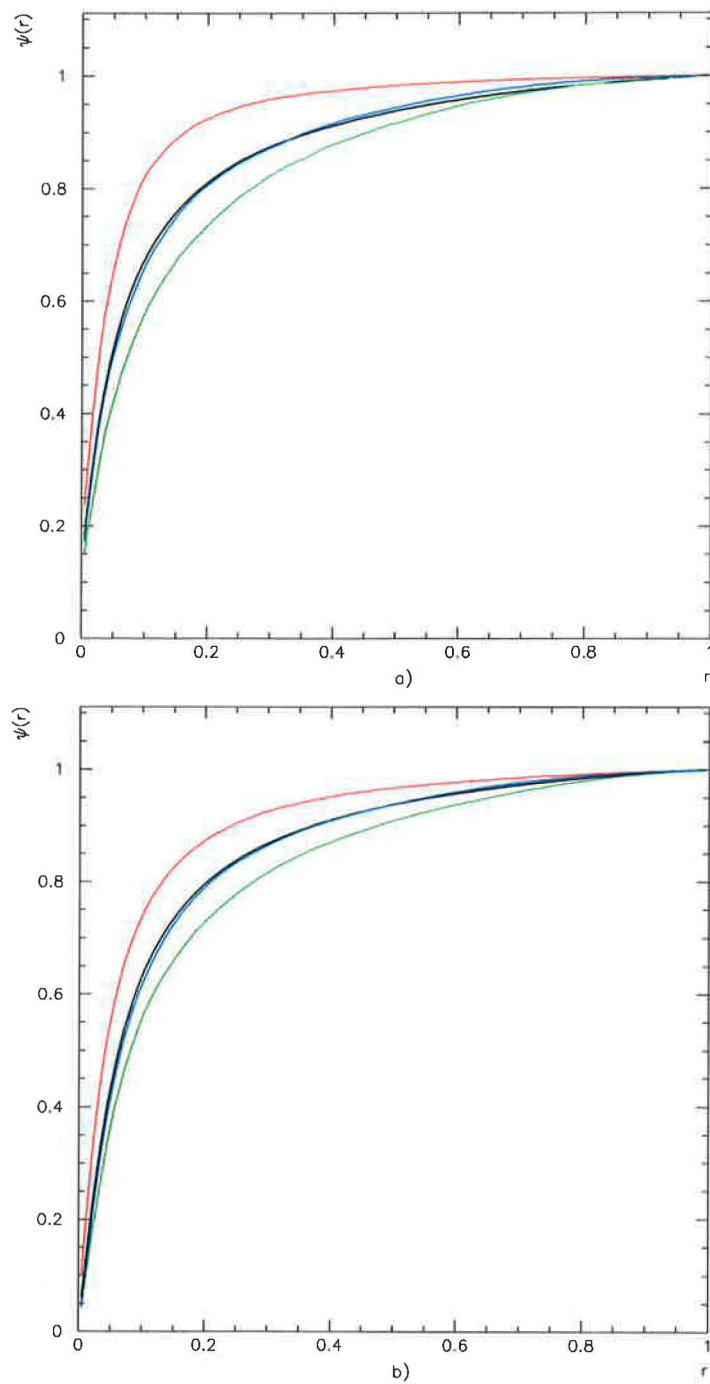


Obrázek 3.17: Srovnání tvarů jetů z  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  nalezených pomocí kuželového (plně) a klastrovacího (čárkovaně) algoritmu. Jety nalezené bez podmínky na energii a) při  $\sqrt{s} = (90 \pm 3)$  GeV jsou na partonové úrovni znázorněny černě a na hadronové červeně. Pro  $\sqrt{s} = (162 \pm 3)$  GeV je partonová úroveň zelená a hadronová modrá. Obdobně za b) pro jety s energií  $(45 \pm 1.5)$  GeV resp.  $(81 \pm 1.5)$  GeV.

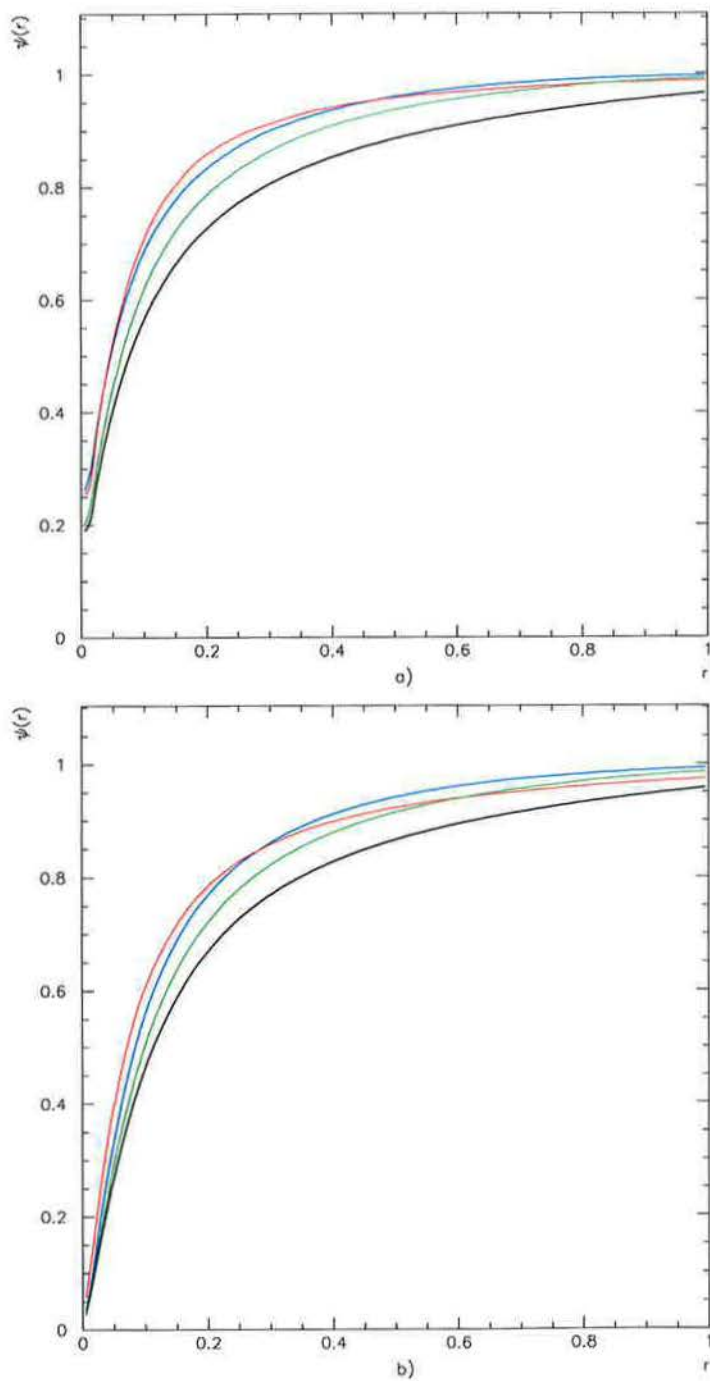




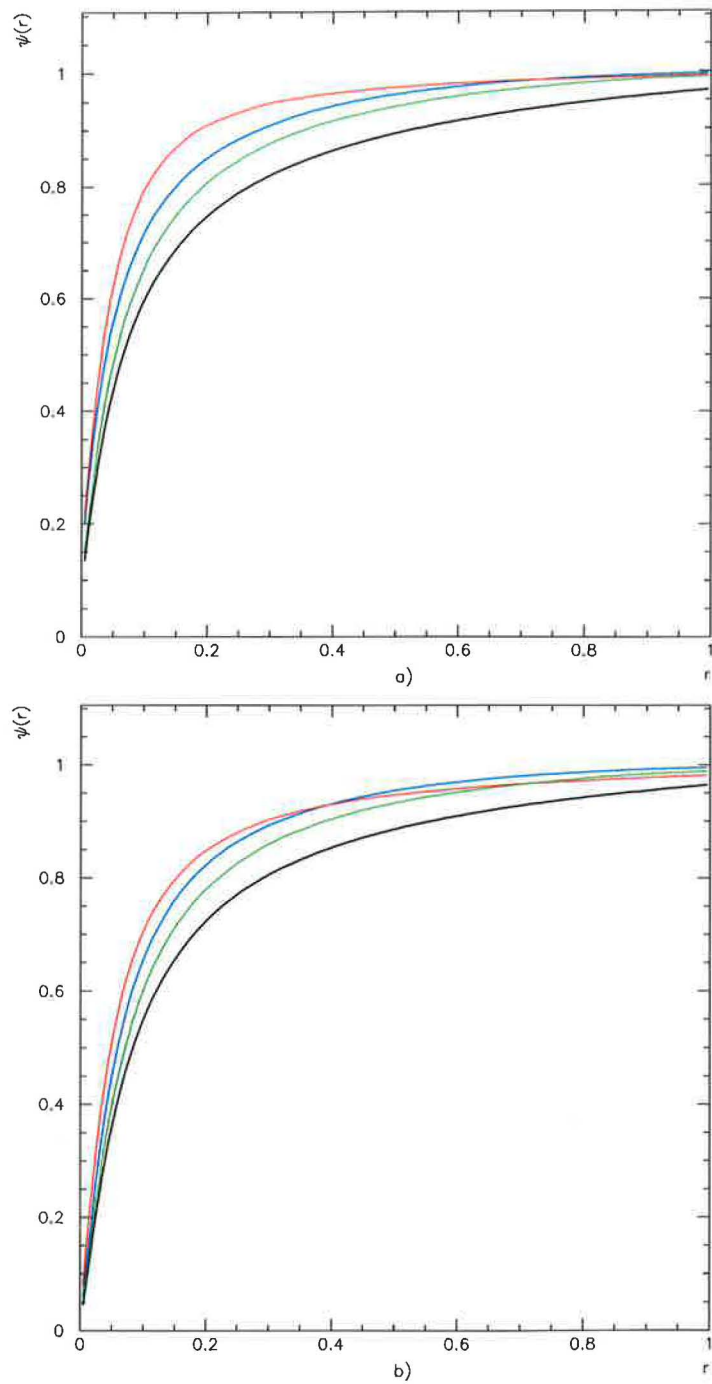
Obrázek 3.18: Srovnání tvarů jetů na partonové a) a hadronové b) úrovni vzniklých v  $e^+e^-$  (černá), DIS (červená),  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  (zelená) a  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  (modrá) a nalezených pomocí kuželového algoritmu při celkové CMS energii 90 GeV.



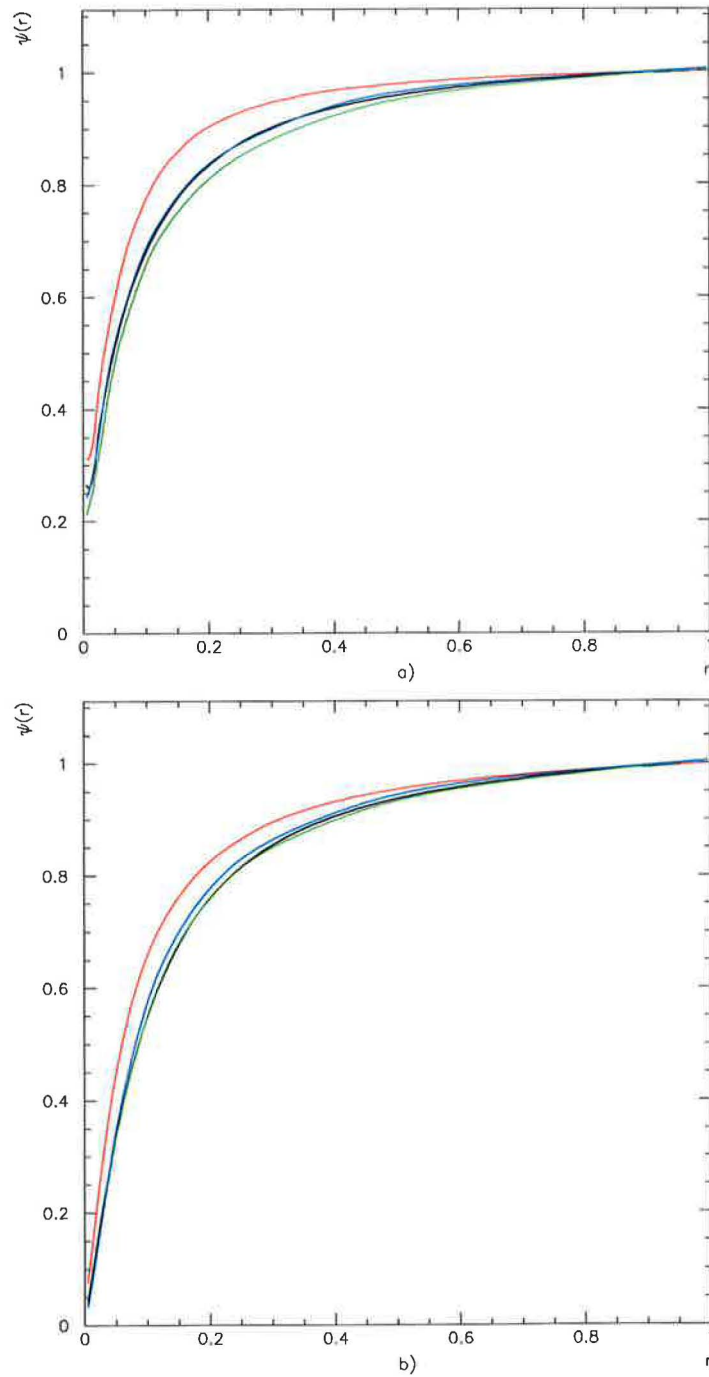
Obrázek 3.19: Srovnání tvarů jetů na partonové a) a hadronové b) úrovni vzniklých v  $e^+e^-$  (černá), DIS (červená),  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  (zelená) a  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  (modrá) a nalezených pomocí kuželového algoritmu při celková CMS energii 162 GeV.



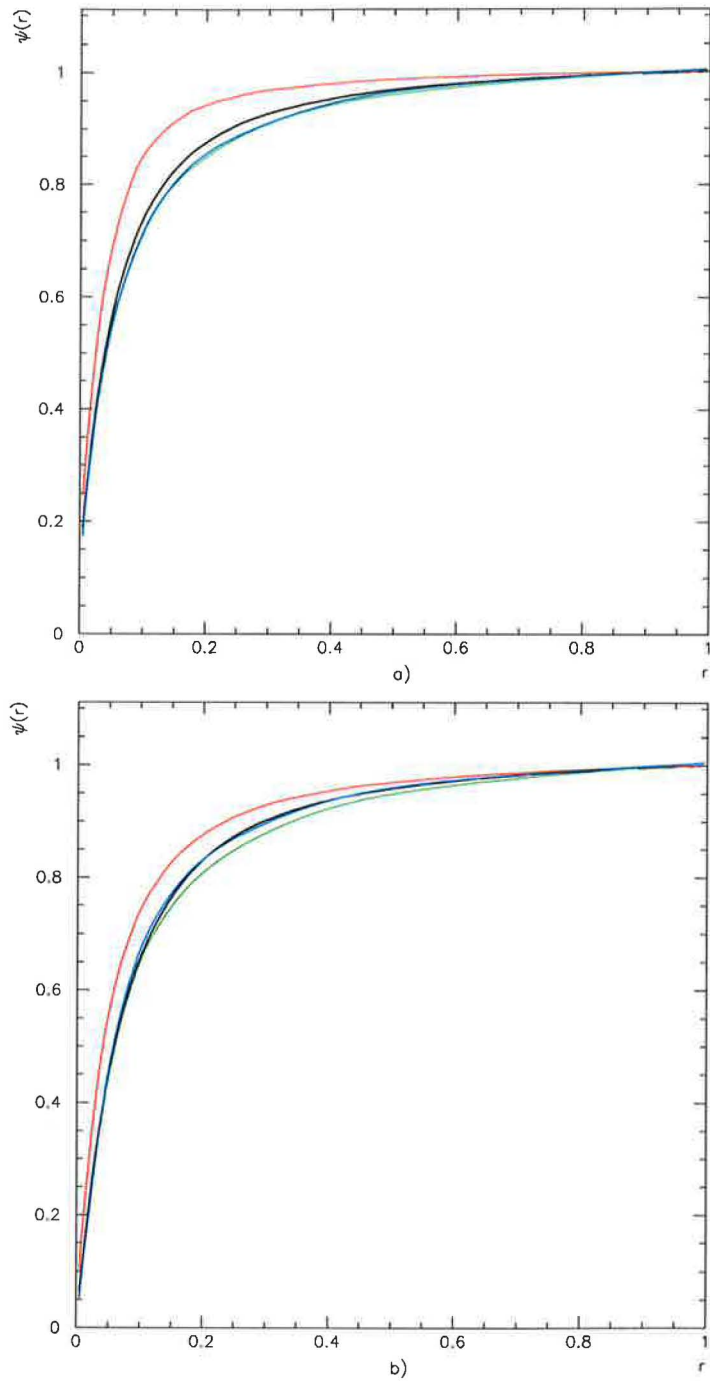
Obrázek 3.20: Srovnání tvarů jetů na partonové a) a hadronové b) úrovni vzniklých v  $e^+e^-$  (černá), DIS (červená),  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  (zelená) a  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  (modrá) a nalezených pomocí klastrovacího algoritmu při celkové CMS energii 90 GeV.



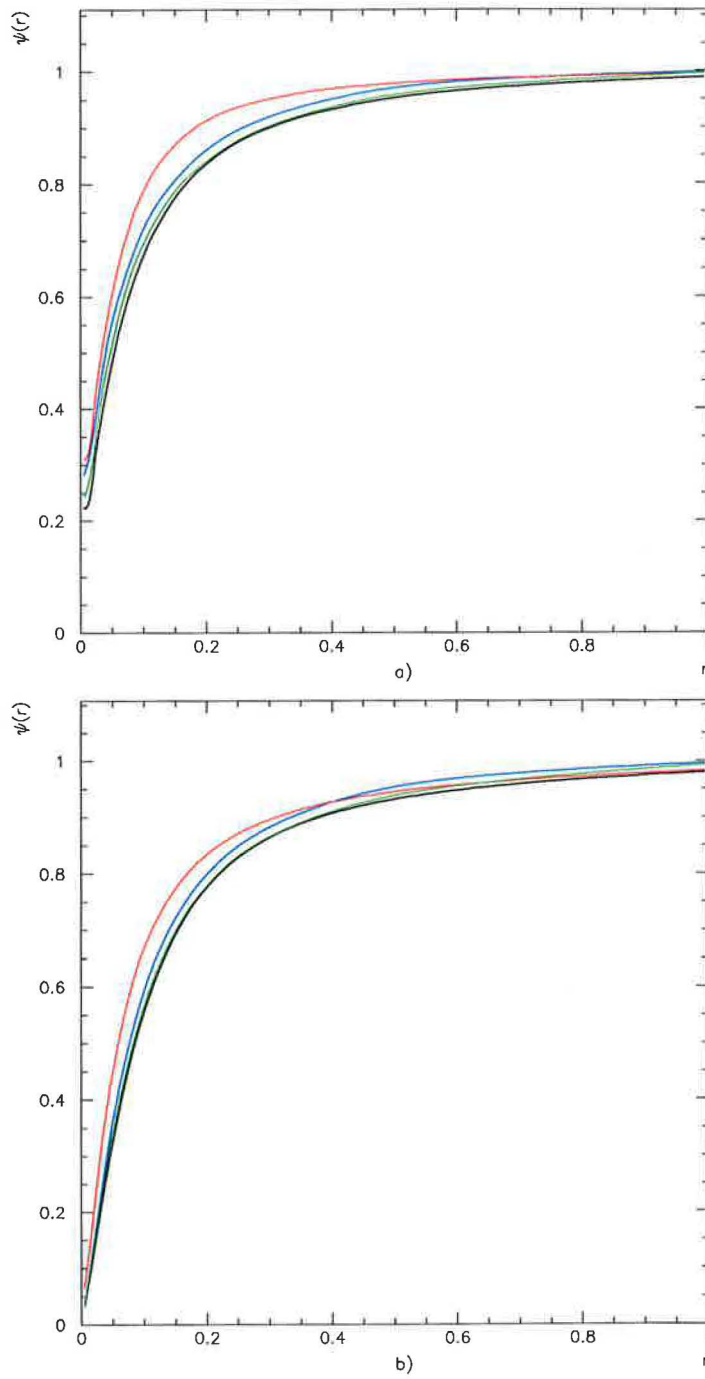
Obrázek 3.21: Srovnání tvarů jetů na partonové a) a hadronové b) úrovni vzniklých v  $e^+e^-$  (černá), DIS (červená),  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  (zelená) a  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  (modrá) a nalezených pomocí klastrovacího algoritmu při celkové CMS energii 162 GeV.



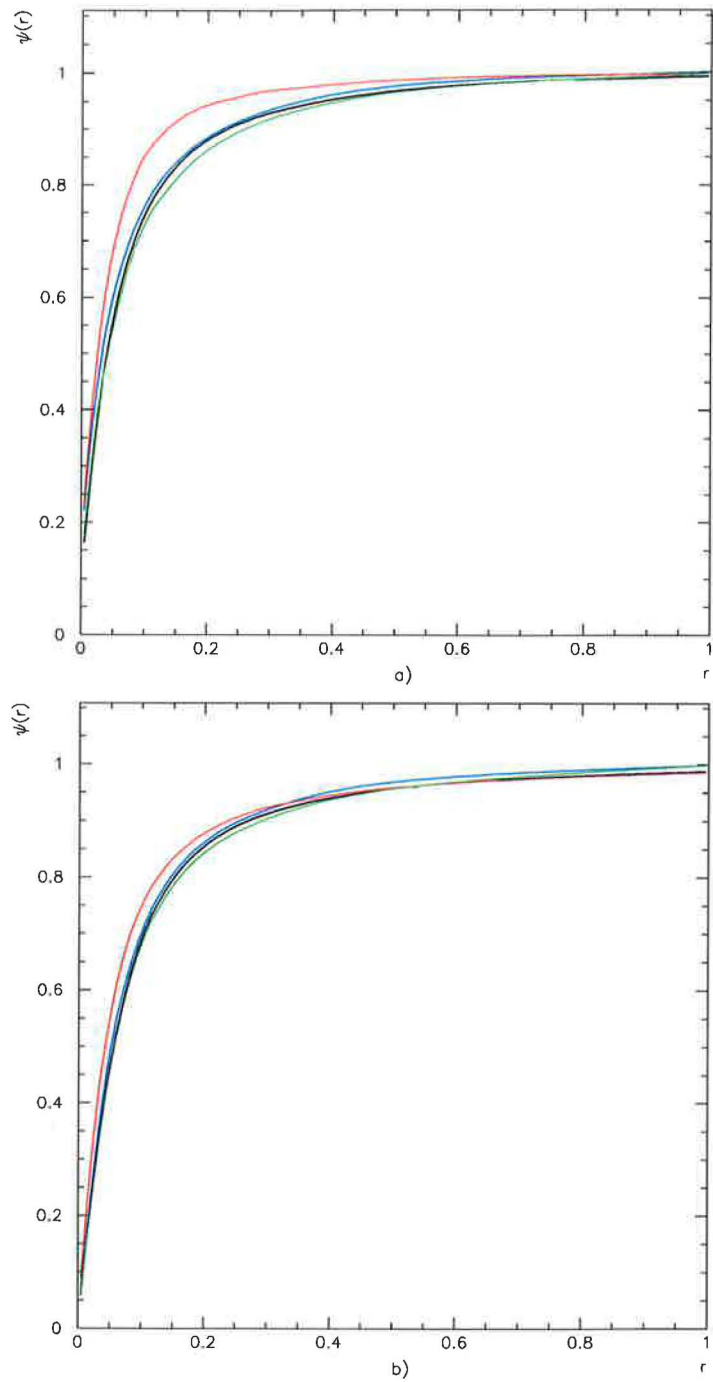
Obrázek 3.22: Srovnání tvarů jetů s energií  $(45 \pm 1.5)$  GeV na partonové a) a hadronové b) úrovni vzniklých v  $e^+e^-$  (černá), DIS (červená),  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  (zelená) a  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  (modrá) a nalezených pomocí kuželového algoritmu.



Obrázek 3.23: Srovnání tvarů jetů s energií  $(81 \pm 1.5)$  GeV na partonové a) a hadronové b) úrovni vzniklých v  $e^+e^-$  (černá), DIS (červená),  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  (zelená) a  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  (modrá) a nalezených pomocí kuželového algoritmu.



Obrázek 3.24: Srovnání tvarů jetů s energií  $(45 \pm 1.5)$  GeV na partonové a) a hadronové b) úrovni vzniklých v  $e^+e^-$  (černá), DIS (červená),  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  (zelená) a  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  (modrá) a nalezených pomocí klastrovacího algoritmu.



Obrázek 3.25: Srovnání tvarů jetů s energií  $(81 \pm 1.5)$  GeV na partonové a) a hadronové b) úrovni vzniklých v  $e^+e^-$  (černá), DIS (červená),  $q\bar{q} \xrightarrow{\gamma} q'\bar{q}'$  (zelená) a  $q\bar{q} \xrightarrow{g} q'\bar{q}'$  (modrá) a nalezených pomocí klastrovacího algoritmu.



# Literatura

- [1] J. Chýla, Quarks, Partons and Quantum Chromodynamics, <http://www-hep.fzu.cz/Theory/notes1.html>
- [2] G. Corcella, I.G. Knowles, G. Marchesini, S. Moretti, K. Odagiri, P. Richardson, M.H. Seymour, B.R. Webber, HERWIG 6: an event generator for Hadron Emission Reactions With Interfering Gluons, JHEP 0101:010, 2001, hep-ph/0011363
- [3] G.C. Fox, S. Wolfram, A Model for Parton Showers in QCD, Nucl. Phys. **B168:285**, 1980
- [4] T.D. Gottschalk, A New Model for Coherent Final State Parton Showers, UCLA SSC Workshop 1986
- [5] B.R. Webber, Hadronization, hep-ph/9411384
- [6] D. Amanti a G. Veneziano, Phys. Lett. **B83** (1979) 87; A. Bassetto, M. Ciafaloni a G. Marchesini, Phys. Lett. **B83** (1979) 207; G. Marchesini, L. Trentadue a G. Veneziano, Nucl. Phys. **B181** (1980) 335
- [7] A. Kupco, in Proc. Workshop on Monte Carlo Generators for HERA Physics, Hamburg, 1998, p.292 [hep-ph/9906412].
- [8] G.C. Blazey, J.R. Dittmann, S.D. Ellis, V.D. Elvira, K. Frame, S. Grinstein, R. Hirosky, R. Piegai, H. Schellman, R. Snihur, V. Sorin, D. Zepfenfeld, Run II Jet Physics, hep-ex/0005012