

## POSUDEK OPONENTA DIPLOMOVÉ PRÁCE

**Název:** Efficient scalable solvers for incompressible flow problems

**Autor:** Erik Mitro

### **Shrnutí obsahu práce**

Diplomová práce je věnována především implementaci předpodmíněných iteračních metod pro řešení sedlobodových soustav lineárních rovnic, které vznikají diskretizací Stokesových nebo Navier-Stokesových rovnic v úlohách nestlačitelného proudění tekutin. Motivací pro tuto práci je potřeba efektivního řešení těchto soustav v reálných aplikacích popisujících proudění krve v kariotidě a porovnání paralelní škálovatelnosti a robustnosti vybraných metod.

Samotná práce je rozdělena do tří přibližně stejně velkých částí. V první části práce autor podává stručný popis algebraických vlastností sedlobodových matic, uvádí přehled základních přímých a iteračních metod pro řešení lineárních soustav se sedlobodovou maticí včetně blokových předpodmíněných iteračních metod, které přímo využívají tuto speciální strukturu. Druhá část je věnována popisu rovnic nestlačitelného proudění v stacionárním a nestacionárním případě, slabé formulaci spojitého problému a diskretizaci pomocí metody konečných prvků, která vede na sedlobodovou soustavu a její řešení pomocí předpodmíněných iteračních metod založených na Krylovovských podprostorech. Numerické výsledky ve třetí části jsou věnovány porovnání zvolených metod na dvou modelových úlohách proudění v dutině (lid-driven cavity) a v okolí válce. Autor nejdříve uvažuje dvourozměrný stacionární Stokesův problém diskretizovaný Taylor-Hood konečnými prvky a řešení sedlobodové soustavy metodou MINRES předpodmíněnou blokově diagonálním předpodmíněním. Následuje řešení dvourozměrného a třírozměrného stacionárního a nestacionárního Navier-Stokesova problému, jejich diskretizace pomocí Taylor-Hood konečných prvků v prostoru a Crank-Nicholsonova schématu a řešení sedlobodové soustavy pomocí metody GMRES a blokově trojúhelníkového předpodmíněním. Ve všech případech autor porovnává výsledky nepředpodmíněného a předpodmíněného iteračního řešení s přímým řešením pomocí balíku MUMPS a soustřeďuje se na silnou a slabou paralelní škálovatelnost zmíněných postupů.

### **Celkové hodnocení práce**

Cílem práce bylo implementovat a porovnat robustnost již známých efektivních postupů pro řešení sedlobodových soustav pocházejících z modelových úloh proudění. V tomto smyslu práce neobsahuje nové teoretické výsledky. Práce vyžadovala nejenom dobrou schopnost použití a modifikace existujícího numerického software, ale i schopnost orientace v dané problematice. Autor se pokusil se svým způsobem o úvodní přehled dané problematiky s využitím dostupné literatury a prokázal schopnost získané poznatky prakticky využít k porovnání účinnosti vybraných postupů. Zadání diplomové práce bylo tedy splněno.

Nesamozřejmost zvládnutí tohoto tématu jej zřejmě vedla i k zpracování této práce v angličtině. Samotné zpracování textu v angličtině je celkem na dobré úrovni, není ovšem zcela bez chyb. Korektura textu na několika místech by jistě přispěla i k odstranění některých nepřesností a nejasností. Snaha sdělit čtenáři některé informace v krátkém textu poznámky vede v některých místech k jeho nesrozumitelnosti. V případě zájmu autora, je k dispozici okomentovaná kopie diplomové práce, kterou obdržel oponent.

### **Přípomínky a otázky**

Některá tvrzení nejsou úplně srozumitelná nebo jsou ne úplně správná. Příkladem je tvrzení, že když má předpodmíněná matice nějaký počet různých vlastních čísel, tak iterační metoda bude konvergovat nejvýše v daném počtu iterací. Mohl by autor upřesnit, jak to myslí v případě blokově diagonálního a blokově trojúhelníkového předpodmíněním sedlobodové matice? Dále by autor mohl vysvětlit co myslí tím když současně mluví o (iterační) metodě a řešiči nebo (Stokesovém) systému a problému. Relativně málo prostoru je v práci věnováno hodnocení účinnosti paralelních algoritmů, i když je to zdá se, jedním z hlavních výstupů této práce. Mohl by autor v krátkosti diskutovat danou problematiku?

## **Závěr**

Předložená práce splňuje požadavky kladené na diplomovou práci a její klady rozhodně převažují nad jejími nedostatky. Doporučuji ji uznat jako diplomovou práci pro ukončení magisterského studia autora.

*Návrh klasifikace vedoucí/oponent sdělí předsedovi zkušební (sub)komise.*

Jméno oponenta, podpis      Miroslav Rozložník

Pracoviště:    Matematický ústav AVČR, v.v.i.

Datum 1.9.2020