

Oponentský posudek na disertační práci RNDr. V. Kučery

Higher Order Methods for the Solution of Compressible Flows

Předložená disertační práce se zabývá nespojitou Galerkinovou metodou pro přibližné řešení úloh stlačitelného proudění. Hlavní důraz je kladen na odvození metod vysokého řádu aproximace.

V první kapitole se vyšetřuje nelineární a nestacionární skalární rovnice konvekce-difúze se zadanými počátečními podmínkami a se smíšenými okrajovými podmínkami Dirichletova a Neumannova typu na dvojrozměrné ohraničené oblasti. Předkládají se tři typy aproximace pomocí nespojitě Galerkinovy metody a též Gaussovy kvadrurní vzorce, které jsou přesné pro všechny kvintické polynomy. Na závěr kapitoly se uvádějí numerické výsledky pro všechny tři typy aproximace použité na nestacionární úlohu s nelineární Burgersovou rovnicí.

Nejvíce původních výsledků obsahuje druhá kapitola. V její úvodní části se dokazuje řada pomocných tvrzení, které se později využívají k získání odhadů chyby. Hlavní věta 2.3.1 udává postačující podmínky, za nichž aproximace u_h konvergují k hladkému řešení u rychlostí řádu h^{p+1} v normě L_∞ .

Vyšetřuje se i vliv numerické integrace na přibližná řešení. V. Kučera ukazuje, jak aproximovat dvourozměrné integrály přes jednotlivé prvky triangulace i jednorozměrné integrály přes části hranice. Přitom na každém prvku může mít integrační formulka obecně jiné koeficienty. Opět se vyslovuje obecná věta, která za dodatečných předpokladů na integrační vztahy zaručuje stejnou rychlost konvergence řádu h^{p+1} .

Třetí kapitola je věnována numerickému řešení Eulerovy rovnice pro nevazké stlačitelné proudění pomocí nespojitě Galerkinovy metody. Předkládají se různé možnosti aproximace toku. Dále se Václav Kučera zabývá otázkou aproximace křivočaré hranice. K tomuto účelu zavádí izoparametrické konečné prvky. Vyšetřuje explicitní a semiimplicitní časovou diskretizaci vyšetřované úlohy. Zavádí též umělou difuzi. Velké množství numerických výsledků ilustruje efektivitu použitých metod. Na každé časové vrstvě se příslušná soustava algebraických rovnic řeší iteračně pomocí restartované metody GMRES s předpodmíněním. Tato kapitola obsahuje i velké množství obrázků a grafů.

Poslední kapitola se zabývá nespojitou Galerkinovou metodou pro řešení stlačitelných Navierových-Stokesových rovnic. Je ukázáno, jak lze aproximovat členy obsahující viskozitu. Dále se vyšetřuje časová diskretizace úlohy a opět se předkládá velké množství numerických výsledků.

Práce obsahuje velké množství původních výsledků. Je napsána mimořádně pečlivě a dobře se čte. V. Kučera jednoznačně prokázal, že je erudovaným

vědeckým pracovníkem, má dobrý přehled o existující literatuře a že má velké zkušenosti s programováním.

V disertaci jsem nenalezl ani jediný překlep. Proto bych uvítal, kdyby se v průběhu obhajoby mohl vyjádřit k následujícím otázkám:

- 1) V kapitole 1.6 se uvažuje Burgersova rovnice (1.38). Co je známo o existenci a jednoznačnosti řešení této nelineární parciální diferenciální rovnice s nulovými Dirichletovými okrajovými podmínkami?
- 2) Jak by se aproximovala křivočará hranice trojrozměrných oblastí?
- 3) Jaké předpoklady je třeba klást na disjunktní části hranice, kde se předepisují Dirichletovy a Neumannovy okrajové podmínky v kapitole 2.3.1 pro $d = 3$?

Vřele doporučuji, aby Mgr. Václavu Kučerovi byla po úspěšné obhajobě udělena vědecká hodnost Ph.D.

1. listopadu 2007

Prof. RNDr. Michal Křížek, DrSc.
Matematický ústav
Akademie věd ČR, v. v. i.
Žitná 25, 115 67 Praha 1
Tel. 222 090 712
E-mail: krizek@math.cas.cz