DISERTAČNÍ PRÁCE

Jiří Vančura

Využití online platforem k zadávání a hodnocení práce žáků ve výuce matematiky na střední škole

Katedra didaktiky matematiky

Vedoucí disertační práce: doc. RNDr. Jarmila Robová, CSc.

Studijní program: Matematika

Studijní obor: Obecné otázky matematiky a informatiky

Praha 2020

Prohlašuji, že jsem tuto disertační práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne __________

____

podpis

Rád bych rád poděkoval doc. RNDr. Jarmile Robové za inspirativní vedení a věcné a užitečné připomínky, za velkou dávku trpělivosti a pečlivé korekce. Dále bych rád poděkoval žákům z Gymnázia PORG a Gymnázia Přípotoční, především pak čtyřiceti čtyřem žákům z Gymnázia Přípotoční, kteří se účastnili všech tří studií a jejichž učení tak mohlo být omezeno ve jménu objektivity a srovnatelnosti výzkumu. Závěrem děkuji Univerzitě Karlově za možnost provádět výzkum a vyjíždět na velmi kvalitní konference v rámci doktorského studia.

Název práce: Využití online platforem k zadávání a hodnocení práce žáků ve výuce matematiky na střední škole

Autor: Jiří Vančura

Katedra: Katedra didaktiky matematiky

Vedoucí disertační práce: doc. RNDr. Jarmila Robová, CSc., Katedra didaktiky matematiky

Abstrakt: Přes dlouhotrvající trend zapojování technologií do výuky matematiky neexistuje mnoho empirických výzkumů, které by dlouhodobě sledovaly vliv technologií na znalosti žáků. Tři studie, kterým se práce věnuje, zkoumají možné přínosy zapojení platformy Khan Academy jako nástroje pro zadávání a hodnocení domácích úkolů z matematiky na úrovni střední školy. Studie se zabývají třemi skupinami výzkumných otázek. Jaký je postoj žáků k zapojení Khan Academy a jaký přínos v online procvičování spatřují? Dokáží žáci přenést nabyté znalosti z prostředí Khan Academy do školního kontextu? Rozvijí Khan Academy kromě procedurálních znalostí i hlubší porozumění danému učivu? Autor práce byl v době provádění studií učitelem matematiky některých ze zúčastněných žáků. Na základě výsledků těchto studií jsou v závěru práce diskutovány důsledky a doporučení pro výuku matematiky na střední škole s využitím online platforem.

Klíčová slova: Khan Academy, postoje žáků, procedurální znalost, konceptuální znalost, Bloomova taxonomie

Title: Using online tools to assigns and assess the work of secondary school pupils in mathematics

Author: Jiří Vančura

Department: Department of Mathematics Education

Supervisor: doc. RNDr. Jarmila Robová, CSc., Department of Mathematics Education

Abstract: Despite the long-term trend of technology implementation in mathematics education, there is not much research that would empirically and long-term monitor the impact of technology on pupils' knowledge. The presented three studies examine the potential benefits of using Khan Academy as a tool for assigning and assessing homework in mathematics at upper secondary schools. The studies deal with three groups of research questions. What is the attitude of pupils towards the Khan Academy implementation, and what benefit do they see in the online practice? Can pupils transfer acquired knowledge from Khan Academy to the school context? In addition to procedural knowledge, does Khan Academy develop a deeper understanding of the underlying concepts? At the time of the research, the author was the mathematics teacher of some of the participating pupils. Based on the results of these studies, the consequences and recommendations for teaching mathematics at upper secondary schools using online platforms are discussed at the end of the thesis.

Keywords: Khan Academy, pupils' attitudes, procedural knowledge, conceptual knowledge, Bloom's Taxonomy

Obsah

Úvod

Pronikání technologií do výuky matematiky ale i dalších předmětů je dnes již ustáleným trendem. Již v roce 1997 a 1998 při vzniku odborné skupiny ERME[1] byla na první konferenci CERME[2] v roce 1999 v Osnabrücku v Německu jedna ze sedmi sekcí věnovaná technologiím ve výuce matematiky, což dokazuje jejich již tehdejší význam (Trgalová et al., 2018). Počet příspěvků v této sekci postupně narůstal, až došlo na osmé konferenci CERME 8 v roce 2013 k jejímu rozdělení na dvě samostatné sekce věnované technologiím. V České republice se od roku 2003 pravidelně koná samostatná konference Užití počítačů ve výuce matematiky věnovaná technologiím ve výuce matematiky pořádaná Jihočeskou univerzitou. Závěry z této první konference[3] doporučují větší zapojení technologií do výuky matematiky a navrhují například, aby učebnice matematiky obsahovaly příklady na řešení úloh s využitím matematického softwaru.

Rozmach technologií a jejich snadná dostupnost i snadná tvorba s sebou nese i rizika v podobě nekvalitního obsahu. Dokonce i na dlouhodobě fungujících, etablovaných a hojně využívaných portálech můžeme najít nepřesnosti a faktické chyby. Například na webu Matematika.cz, který funguje od roku 2008 a navštěvuje jej v průměru půl milionu uživatelů měsíčně[4], se můžeme v kapitole Přímka[5] dočíst mimo jiné následující:

... Pokud se vyskytujeme v rovině, můžeme přímku zapsat pomocí lineární funkce, jejímž grafem je vždy přímka. Bohužel tato metoda selhává v prostoru, neboť lineární funkcí neurčíte třetí rozměr. ... Předpis pro lineární funkci vypadá takhle: $y = ax + b$. Nejprve zjistíme b, absolutní člen. Nejjednodušeji ho zjistíme, pokud z grafu vyčteme, kde protíná přímka osu y, pokud je hodnota x rovna nule. Vidíme, že je to dva, proto bude $b = 2$. Je to proto, že když se bude ax rovnat nule, jediný způsob, jak dostat za y v předpise $y = ax + b$ dvojku je, že se absolutní člen bude rovnat dvěma.

[1] European Society for Research in Mathematics Education: mathematik.uni-dortmund.de/~erme/index.php?slab=visions-of-erme

[2] Conference of ERME: mathematik.uni-dortmund.de/~erme/index.php?slab=conferences

[3] Získáno 1. 1. 2020 z home.pf.jcu.cz/~upvvm/2005/zavery2003.htm

[4] Údaje z nástroje Similar Web: similarweb.com

[5] Získáno 1. 1. 2020 z matematika.cz/primka

Teď musíme přijít na to, čemu se bude rovnat a. Nyní bude pohodlnější, pokud na chvilku zrušíme absolutní člen a budeme předpokládat, že je nulový. Přímka se poté přemístí do počátku souřadnicového systému a my snadněji určíme a: …

Proto je důležité postupovat při zapojování technologií do výuky pečlivě a nezavádět zbrkle nejrůznější nástroje. Navíc stále chybí empirické kvantitativní studie, které by zkoumaly vliv použití konkrétních technologií na znalosti a dovednosti žáků, proto se v práci těmto otázkám věnujeme.

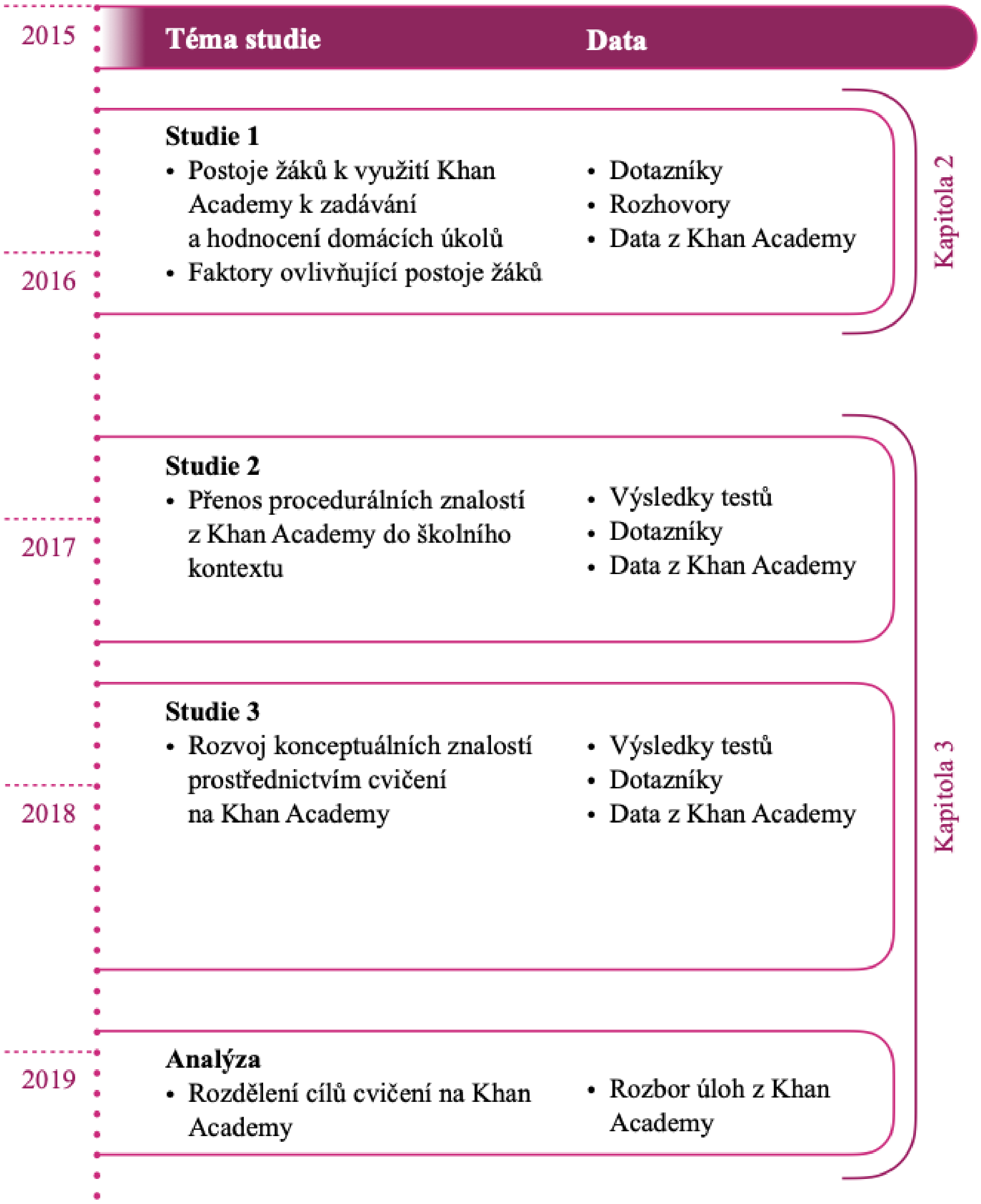
V našich studiích a této práci jsme se zaměřili na online platformy, které umožňují zadávání, sledování a hodnocení práce žáků v matematice. Výhodou online platforem je jejich snadnější zapojení, které zpravidla vyžaduje jen internetový prohlížeč. Uživatel nemusí aplikaci stahovat a instalovat, stačí se zaregistrovat a často s již existujícím účtem na Googlu nebo Facebooku. Oproti standardním online zdrojům, jako jsou například Wikipedie nebo Matematika.cz, nabízí zkoumané online platformy mnohem pestřejší metodické využití a skýtají tak lepší výzkumné příležitosti. V naší práci jsme se proto rozhodli podrobit studiím platformu Khan Academy (dále jen KA). Podrobněji jsou důvody volby KA uvedeny v kapitole 1.

Vzhledem k tomu, že autor výzkumu je učitelem matematiky na střední škole, přirozeně jsme si ke zkoumání zvolili výuku středoškolské matematiky. Dalším důvodem pro tuto volbu byla jazyková dostupnost KA, která v době přípravy výzkumu byla plně dostupná pouze v anglickém jazyce. Pro žáky základní školy by toto mohla být zásadní překážka pro efektivní využití KA.

Práce je s důrazem na maximální přehlednost dělena na kapitoly a podkapitoly do třetí úrovně. První kapitola představuje dvě online platformy, které byly v České republice hojně využívané v roce 2015 v době přípravy a plánování výzkumu, a zdůvodňuje volbu KA. Další kapitoly se již věnují konkrétním studiím. Na obr. 0.1 je zobrazen přehled studií v čase a je naznačeno zařazení těchto studií do kapitol 2 a 3. Pro přehlednost je toto schéma k dispozici i v příloze 1.

Druhá kapitola nejprve podrobně představuje KA, poté zavádí teoretický rámec, ze kterého vycházejí všechny naše studie, a následně představuje Studii 1 zaměřenou na postoje žáků k využití KA ve výuce matematiky.

Třetí kapitola pak představuje stěžejní Studii 2 a Studii 3 zaměřené na přínos cvičení na KA z hlediska znalostí a dovedností žáků. Kapitola nejprve doplní potřebný teoretický rámec, především revidovanou Bloomovu taxonomii, která se ve světle výsledků Studie 3 ukáže být velmi užitečnou. Poté kapitola představuje průběh a výsledky studií a diskutuje jejich závěry. V poslední podkapitole jsou pak uvedeny důsledky pro výuku matematiky, které z výzkumů vyplývají.



Obr. 0.1: Přehled kapitol studií na časové ose

1. Online platformy pro zadávání a hodnocení práce žáků

V roce 2015, kdy probíhalo plánování a příprava výzkumu, byly v České republice využívány převážně dvě online platformy pro výuku matematiky na středoškolské úrovni – Techambition a KA. Obě platformy byly využívány na řadě škol a prezentovány na českých konferencích, například na konferenci UPVM 2015[6]. O obou platformách jsme se také mohli dozvědět z médií[7]. Obě platformy umožňovaly vytvářet virtuální třídy a podrobně monitorovat práci a úspěšnost žáků při řešení úloh.

V této kapitole stručně představíme platformy, porovnáme a vysvětlíme důvody pro volbu KA pro náš výzkum. Podrobně je KA popsána v podkapitole 2.2.

1.1. Khan Academy

Od svého založení Salmanem Khanem v roce 2008 prošla KA rozsáhlým vývojem. Od počátku neziskový projekt nabízel výuková videa z různých oblastí matematiky. Dnes na americkém portálu KA najdeme jednak výuková videa z oblasti matematiky, fyziky, chemie, biologie, informatiky, historie, umění, ekonomie, jednak interaktivní sbírku úloh z matematiky, které se v tomto článku budeme věnovat podrobněji.

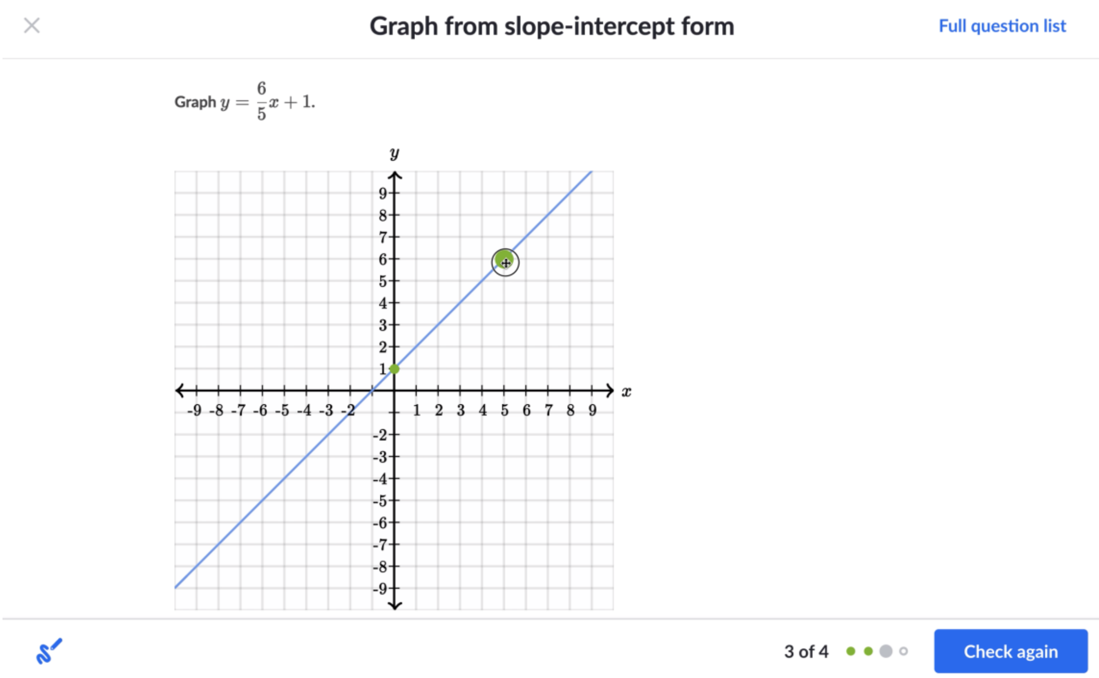
Interaktivní sbírka úloh se sestává z jednotlivých cvičení zaměřených na jednu úzkou znalost. Například cvičení *Graph from slope-intercept form* ověřuje schopnost žáka nakreslit graf lineární funkce na základě předpisu ve směrnicovém tvaru, viz obr. 1.1. Úkolem žáka je pomocí dvou pohyblivých bodů umístit přímku v soustavě souřadnic tak, aby odpovídala grafu zadané funkce.

V průběhu cvičení žák vyřeší čtyři až sedm analogických úloh. Pokud si žák s řešením neví rady, nebo odpoví chybně, je mu nabídnuta nápověda. Žák může zhlédnout výuková videa zaměřená na danou problematiku nebo si může zobrazit podrobný, komentovaný, krokovaný postup řešení dané úlohy. V případě, že si žák přehraje video, může se k řešení úlohy vrátit bez jakékoliv penalizace. Pokud si ale zobrazí, byť jen část vzorového postupu řešení, již nebude úloha započítána jako

[6] Užití počítačů ve výuce matematiky 2015, České Budějovice: home.pf.jcu.cz/~upvvm/2015/

[7] idnes.cz/zpravy/domaci/do-ceska-pronikla-popularni-vyukova-videa.A130226_111419_domaci_jj
ceskatelevize.cz/ivysilani/10659215431-online/316281381880220/obsah/454333-techambition

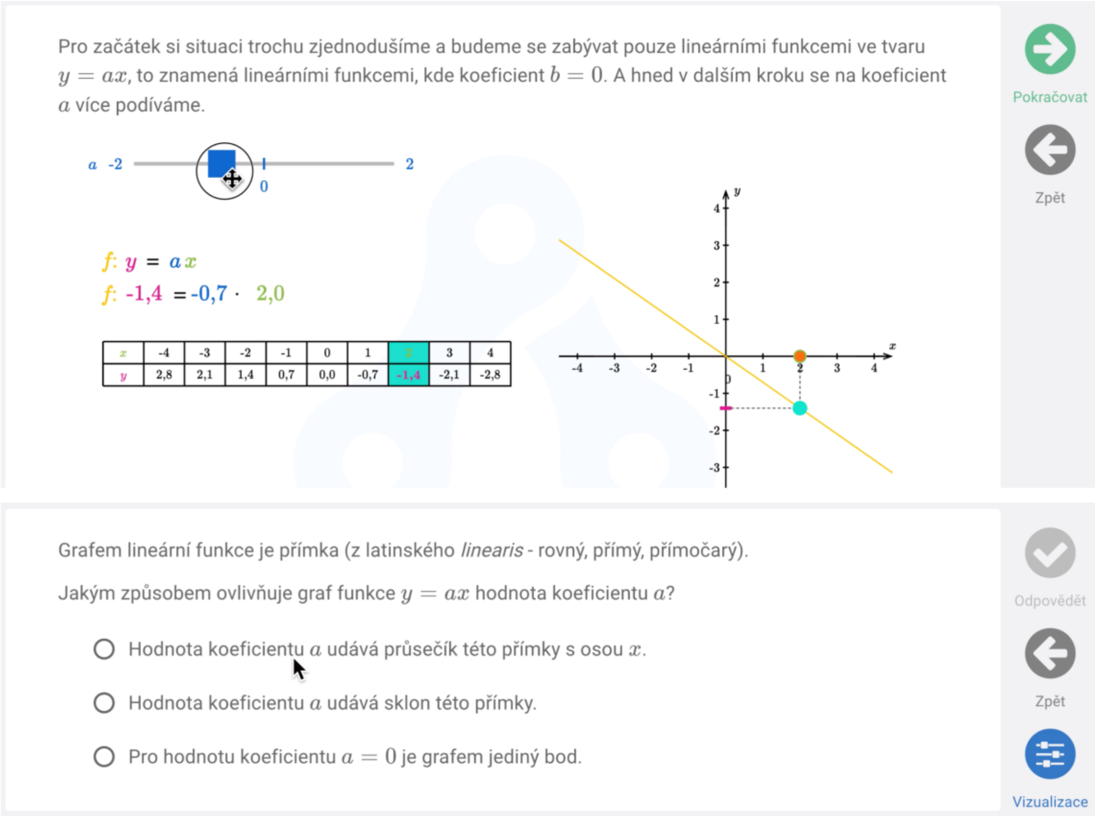
splněná. K úspěšnému dokončení cvičení musí žák vyřešit alespoň 70 % úloh napoprvé správně a bez zobrazení vzorového postupu řešení. Pokud žák takto nesplní 70 % úloh, musí cvičení opakovat s jinými, i když analogickými, úlohami.



Obr. 1.1: Screenshot cvičení na Khan Academy

1.2. Techambition

Techambition je českou platformou obsahující přibližně 400 lekcí z většiny oblastí středoškolské matematiky. Každá lekce obsahuje psaný výklad, často doplněný interaktivní vizualizací, a kontrolní otázky. Jako příklad uvedeme lekci Lineární funkce 1 opět zaměřenou na předpis a graf lineární funkce, viz obr. 1.2. Žák si nejprve projde výklad s interaktivní vizualizací, která mu umožňuje pozorovat vliv změny parametru a v předpisu $y = ax$ na graf. Následně žák odpovídá na kontrolní otázku ve spodní části obr. 1.2. Ať už žák odpoví správně, či chybně, je mu zobrazeno doplňující vysvětlení s vizualizací.



Obr. 1.2: Screenshot dvou obrazovek z lekce na webu Techambition

1.3. Porovnání platforem

Přejdeme ke srovnání představených platforem z hlediska ceny, jazykové bariéry, flexibility, pokrytí oblastí matematiky, zpětné vazby a didaktického zaměření.

Platforma KA je kompletně zdarma a nenabízí žádnou příplatkovou variantu. Česká platforma Techambition je zdarma pro učitele, který ji může použít v rámci svého výkladu, například k ukázce vizualizací. Pro žáky je ale Techambition zpoplatněn částkou 190 Kč za každého žáka za rok.

Výhodou Techambition z hlediska zapojení do výuky je kompletní dostupnost v českém jazyce. KA je plně dostupná pouze v anglickém jazyce. Česká nezisková organizace Khanova škola pracuje na kompletní české mutaci KA, která je dostupná na cs.khanacademy.org. Kompletní překlad matematického obsahu na úrovni základní a střední školy by měl být v rámci grantu[8] dokončen v roce 2021.

Co se týče flexibility, poskytují obě platformy volnost v podobě volby konkrétních cvičení či lekcí. Přesto možnost volby na KA je širší, neboť cvičení jsou

[8] Khan Academy pro střední školy česky - CZ.023.68/0.0/0.0/18_067/0012432

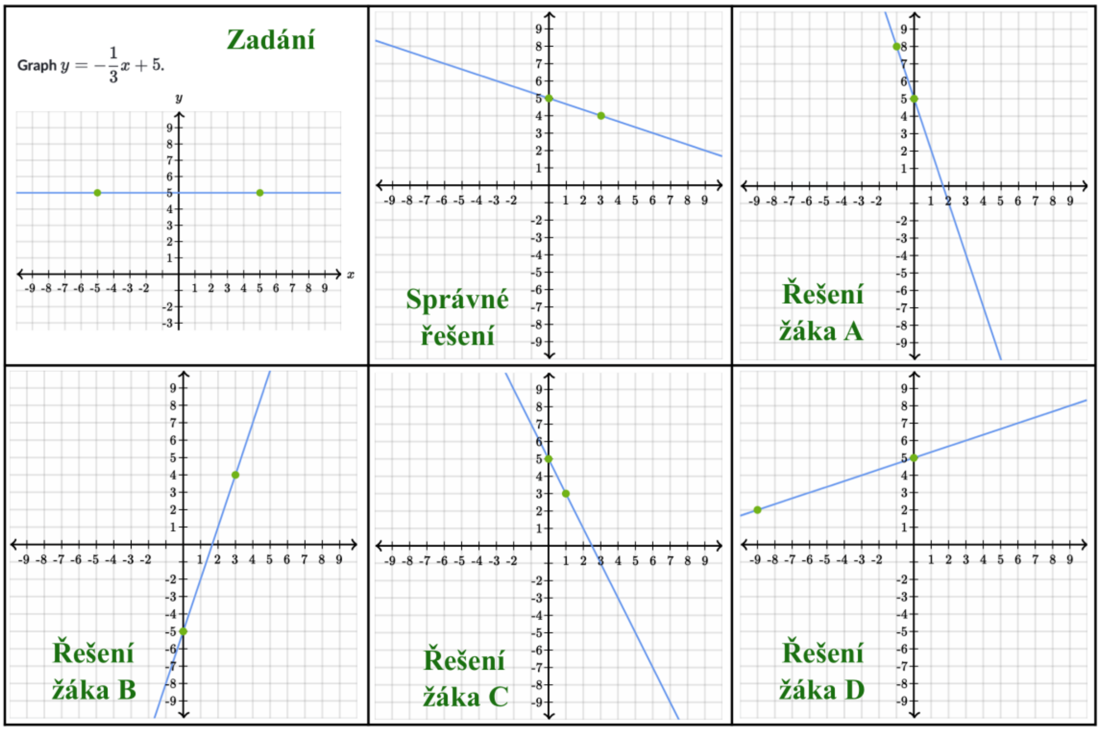
velmi úzce zaměřená a učitel tak může snadno zkombinovat cvičení dle požadovaných znalostí. Lekce Techambition jsou obsáhlejší a tedy více omezující z hlediska volby specifických témat.

V oblasti pokrytí rámcových vzdělávacích programů KA převyšuje Techambition. Na KA lze najít naprostou většinu výstupů požadovaných RVP ZV[9] a velkou část výstupů uvedených v RVP G[10]. Výjimku tvoří konstrukční úlohy, úlohy ze stereometrie a složitější úlohy zaměřené na úpravy výrazů a kombinatoriku, které na KA nenajdeme. Naopak oblast funkcí a statistiky je na KA pokryta nadstandardně. Cvičení jsou na KA řazena do kapitol, které odpovídají americkému kurikulu, což může být pro české učitele matoucí. Na druhou stranu, vznikající česká mutace je již řazena dle běžného českého kurikula. Na KA lze navíc efektivně fulltextově vyhledávat interaktivní cvičení i výuková videa. Techambition je zaměřen na matematiku střední školy, nelze hovořit přímo o pokrytí RVP G, ale ve většině oblastí najdeme stěžejní tematické celky. Bohužel jsou názvy a řazení lekcí poměrně nepřehledné, například v kapitole Lineární funkce najdeme následujících 26 lekcí: *Lineární funkce 1; Lineární funkce 2; Nepřímá úměrnost; Nepřímá úměrnost 2; Lineární lomená funkce 1; Lineární lomená funkce 2; Funkce y = ax + b; Funkce y = b; Lineární funkce určená dvěma body; Vliv koeficientů na lineární funkci; Lineární funkce - souhrn; Ověření pochopení lineární funkce; Graf lineární funkce; Předpis lineární funkce; Sestrojení grafu funkce z předpisu; Hodnota funkce v bodě; Průsečík grafu s osami; Předpis funkce ze dvou bodů; Přímá úměrnost; Souhrnné procvičování; Body ležící na přímce; Lineární funkce; Graf nepřímé úměrnosti; lineární lomená funkce - úloha; Převod Celsiových a Fahrenheitových stupňů; Konstrukce grafu lineární funkce.* Lekce nemají klíčová slova či anotace, proto jediný způsob, jak zjistit jejich obsah, je celé lekce projít.

Zpětná vazba a její forma je klíčovým prvkem při učení žáků, což je podrobně rozebráno v podkapitole 2.1. a specificky v podkapitolách 2.1.1. a 2.1.2. Obě platformy nabízejí zpětnou vazbu v podobě vyhodnocení správnosti odpovědi. Dále Techambition po zodpovězení otázky zobrazí doplňující vysvětlení, toto vysvětlení se

[9] Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání: nuv.cz/t/rvp-pro-zakladni-vzdelavani
[10] Rámcový vzdělávací program pro gymnázia: nuv.cz/t/rvp-pro-gymnazia

zobrazí bez ohledu na to, zda žák odpověděl správně, či chybně. Naopak KA nabídne nápovědu v případě, že žák nezodpověděl otázku správně.



Obr. 1.3: Zadání a žákovská řešení úlohy na Khan Academy

Přestože platformy nabízejí podobné funkce, didaktickým zaměřením se značně liší. Portál KA je nástrojem drilu, neboť žák musí procvičovat daný postup tak dlouho, dokud není schopen úlohy řešit bez nápovědy a napoprvé správně. Výhodou je velmi snadné vyhledávání, zadávání a kontrola plnění úkolů. Také diverzifikace zadání v rámci třídy pro učitele představuje jen malou časovou zátěž. KA může učiteli pomoci identifikovat žákovské miskoncepty, neboť zaznamenává všechny odpovědi žáků u jednotlivých úloh. Na obr. 1.3 vidíme zadání, správné řešení a čtyři různá chybná žákovská řešení jedné úlohy. KA také umožňuje seřadit úlohy podle úspěšnosti žáků a identifikovat tak problematická místa.

Autoři platformy Techambition cílí na podporu výkladu a skupinové výuky v hodině, kdy platforma dokáže automaticky na základě odpovědí žáků vytvořit, jak uvádějí autoři, vhodné týmy žáků pro následnou diskuzi a skupinovou výuku.

1.4. Volba platformy pro výzkum

Příprava a plánování výzkumu probíhalo v roce 2015, kdy bylo třeba vybrat platformu. Z následujících důvodů byla tehdy zvolena KA.

Velkou roli hrála při volbě bezplatnost KA. V případě použití platformy Techambition při ceně 190 Kč za žáka za rok by jen náklady na Studii 1, která pracovala se 160 žáky, činily 30 400 Kč.

Z hlediska zapojení do výuky je výhodou platformy Techambition kompletní obsah v českém jazyce. Na druhou stranu možné potíže s jazykovou bariérou v případě Khan Academy, která tehdy byla kompletně dostupná pouze v anglickém jazyce, nabízely další výzkumnou otázku.

V roce 2015 nenabízela platforma Techambition dostatečné pokrytí RVP G a i dnes za KA v mnohých oblastech zaostává. Zatímco KA již tehdy nabízela přes 1 400 úzce zaměřených cvičení, Techambition i dnes nabízí přibližně 400 lekcí, které se navíc často překrývají a díky podobným názvům není jednoduché určit jejich náplň. V roce 2015 nabízela KA i možnost tvorby vlastních cvičení, tato možnost ale již není po rozsáhlé aktualizaci k dispozici.

Dále hrál při výběru roli počet uživatelů obou platforem. V roce 2015 web KA navštěvovalo v České republice mnohonásobně více uživatelů než web platformy Techambition[11]. Navíc i dnes, v roce 2020, web KA navštíví v České republice v průměru 100 000 uživatelů měsíčně, zatímco Techambition jen 40 000[11]. Podobně KA byla v letech 2015–2019 na Googlu dvakrát více vyhledávaným pojmem než Techambition v České republice[12]. Zde se ukazuje, že zpoplatnění platformy Techambition má zásadní vliv na počet uživatelů, v minulém roce začal Královéhradecký kraj a hlavní město Praha svým středním školám proplácet licence Techambition a počet škol, které Techambition v těchto krajích využívají, vzrostl téměř desetinásobně[13].

Dalším argumentem pro KA byla udržitelnost a výhled do budoucna. Zatímco Techambition měl v roce 2015 statut začínajícího projektu, KA měla za sebou již sedm

[11] Údaje z nástroje Similar Web: similarweb.com

[12] Údaje z nástroje Google Trends: trends.google.com/trends/?geo=CZ

[13] Údaje prezentovány na kolokviu krajského metodického kabinetu v Praze 6.12.2019.

let fungování a finanční podporu firem Google[14] a AT&T[15], což bylo považováno za dostatečnou záruku dlouhodobého fungování.

V neposlední řadě hrálo roli didaktické zaměření obou platforem. Již v roce 2015 byla KA zaměřena na trénování specifických matematických dovedností formou interaktivních cvičení. Naproti tomu Techambition se v roce 2015 zaměřoval na poutavý výklad látky, od čehož částečně ustoupil a nyní míří spíše na podporu skupinové výuky. Z hlediska výzkumu tak byly a jsou i dnes cíl a zaměření KA jasnější a lépe uchopitelné.

[14] Získáno 1. 1. 2020 z googleblog.blogspot.com/2010/09/10-million-for-project-10100-winners.html

[15] Získáno 1. 1. 2020 z philanthropynewsdigest.org/news/at-t-awards-2.25-million-for-mobile-learning-platform

2. Domácí úkoly na Khan Academy

Tato kapitola je věnována Studii 1 z let 2015 a 2016, kdy jsme se zaměřili na žákovské postoje k využití KA ve výuce matematiky na střední škole. Kapitola je rozdělena do pěti podkapitol, které nejprve popisují výchozí teoretický rámec a prostředí KA, dále vymezují výzkumné otázky a metodiku Studie 1 a konečně představují výsledky a z nich plynoucí důsledky pro výuku matematiky.

2.1. Teoretický rámec

Ve všech našich studiích používáme online nástroj KA k zadávání a hodnocení domácích úkolů v matematice; úkoly mají formu interaktivních cvičení. V této podkapitole proto uvádíme výsledky výzkumů z oblasti domácích úkolů, procvičování, výukových videí a také jazykové bariéry, protože KA je kompletně dostupná pouze v anglickém jazyce. V dalším textu rozlišujeme pojmy žák, který označuje osobu vzdělávající se na základní nebo střední škole, a student, který označuje osobu vzdělávající se na vysoké nebo vyšší odborné škole.

2.1.1. Domácí úkoly

Domácí úkoly jsou běžnou složkou výuky matematiky na střední škole. Z řady studií vyplývá, že žáci úkolům věnují více úsilí, pokud je jejich práce pečlivě kontrolována (Strandberg, 2013). Pokud naopak učitel domácí úkoly nehodnotí a bez větší pozornosti je přechází, mají žáci pocit, že při plnění úkolu mrhají svým časem (Strandberg, 2013; Wilson & Rhodes, 2010). Z hlediska motivace žáků je přínosné, pokud jsou žáci přesvědčeni, že úkoly jsou smysluplné a že je jejich úsilí oceňováno (Bempechat et al., 2011).

Co se týče přínosu domácích úkolů pro znalosti a dovednosti žáků, studie se častěji přiklánějí k závěru, že žáci, kteří navštěvují školy s větším množstvím domácích úkolů, dosahují lepších výsledků (Fan et al., 2017). Existují ale i studie, které v některých případech prokazují negativní dopad domácích úkolů na výsledky žáků (Dettmers et al., 2009). Podrobnější metastudie odhalily některé závislosti z hlediska efektivity domácích úkolů. Nejsilnější pozitivní korelace mezi množstvím domácích úkolů a výsledky žáků je právě u matematiky (Fan et al., 2017; Trautwein

& Lüdtke, 2009). Například studie pracující se vzorkem přibližně 25 000 žáků v USA (Eren & Henderson, 2011) prokázala signifikantní souvislost mezi množstvím domácích úkolů a výsledky ve standardizovaných testech pouze u matematiky, v případě přírodních věd, anglického jazyka a historie nebyla souvislost signifikantní ani na hladině spolehlivosti 10 %. Tato i další studie poukazují na riziko většího množství domácích úkolů na prvním stupni základní školy. Pozitivní dopad na znalosti a dovednosti není prokázán, navíc u žáků prvního stupně může vlivem domácích úkolů dojít ke zhoršení postojů k danému předmětu a snížení motivace k učení v budoucnu (Eren & Henderson, 2011; Rudman 2014). Naopak u žáků střední školy se studie zpravidla shodují na pozitivním efektu domácích úkolů v matematice (Fan et al., 2017). Je dobré ještě doplnit, že žáci, kteří dosahují lepších výsledků, tráví plněním domácích úkolů méně času v rámci třídy, neboť úkoly nebývají diverzifikované, a tak tito žáci zvládnou zadaný úkol splnit rychleji (Dettmers et al., 2010).

Nedávná studie (Güven & Akçay, 2019) zkoumala vhodnou frekvenci zadávání domácích úkolů v matematice na základě dat z mezinárodních šetření TIMSS (2019). Díky rozsáhlému vzorku dospěla studie v některých parametrech ke statisticky významné korelaci mezi četností domácích úkolů a výsledky žáků v matematice. Nejsilnější souvislost byla prokázána v 8. ročníku základních škol v Singapuru v roce 2011, kde žáci, kteří dostávali úkoly každou hodinu, dosahovali lepších výsledků. Nicméně i zde četnost úkolů vysvětlovala pouze 9 % celkového výsledku žáků v testu TIMSS, ve většině ostatních případů se tato hodnota pohybovala pod 1 %.

Lze samozřejmě očekávat, že větší roli než frekvence hraje podoba a kvalita domácích úkolů. V této otázce nenabízejí dosavadní studie mnoho poznatků, nicméně se shodují, že žáci jsou více motivováni plnit domácí úkoly, pokud je považují za kvalitní a přínosné (Dettmers et al., 2010, 2011; Trautwein & Lüdtke, 2006, 2009; Trautwein et al., 2006). Vnímanou kvalitu úkolu lze zvýšit jasně formulovaným smyslem a cílem domácího úkolu a také jeho srozumitelným propojením s prací v hodině (Rosário et al., 2018; Epstein & Van Voorhis, 2001). Zřejmě kvůli nejednoznačnosti formulace kvalita domácího úkolu jsme nenalezli empirický výzkum, který by přinášel přesnější zásady návrhu domácího úkolu.

Často citovaná studie (Mueller & Dweck, 1998) ukázala, že pokud ve výuce oceňujeme inteligenci žáků, můžeme tím snížit jejich motivaci, výkon i sebevědomí.

Naopak, oceňujeme-li úsilí žáků, můžeme jejich motivaci i výkon zvýšit. Pokud dokážeme objektivně měřit úsilí, které žáci vynaložili při plnění domácích úkolů, dává nám to jako učiteli velmi účinný nástroj pro motivaci a hodnocení žáků.

Na základě výše uvedených poznatků jsme se tak ve zkoumání domácích úkolů zaměřili na středoškolskou matematiku, plnění úkolů žáky bylo v průběhu všech našich studií podrobně kontrolováno a žáci byli za plnění úkolů známkováni. Zadání úkolů na KA jsme vybírali tak, aby co nejvíce odpovídalo probírané látce, a často jsme v hodině také pracovali přímo s úlohami z domácích úkolů. Díky KA jsme mohli sledovat nejen splnění zadaných úkolů, ale také množství času, které žák strávil prací na zadaných cvičeních. S využitím těchto informací jsme při známkování mohli zohlednit nejen úspěšné splnění zadaných úkolů, ale také úsilí, které žák úkolu věnoval. Proto i žák, který nedokázal správně vyřešit všechna zadaná cvičení, mohl získat jedničku, pokud věnoval úkolu nadprůměrné množství času[16]. Co se týče četnosti zadávání úkolů, potřebovali jsme žáky z hlediska výzkumu vždy mezi domácími úkoly otestovat ve škole, proto jsme pracovali v týdenních cyklech.

2.1.2. Zpětná vazba při procvičování

Zpětná vazba tvoří klíčovou spojnici při učení žáka mezi jeho současnými a kýženými znalostmi a dovednostmi. Nejpřínosnější zpětnou vazbu dokáže žákovi poskytnout učitel s patřičným vzděláním a dostatkem zkušeností. Kvalitní zpětná vazba může nejen urychlit žákovo učení, ale také jej motivovat k dalšímu studiu. Bohužel takovou zpětnou vazbu není možné poskytovat vždy při výuce 30 žáků zároveň nebo při domácím úkolu. Proto se v posledních letech řada studií věnuje zkoumání zpětné vazby poskytované automaticky počítačovým programem. Výzkumy se většinou zaměřují na typ nebo načasování zpětné vazby (Attali & Kleij, 2017).

Nejčastěji jsou rozlišovány tři typy zpětné vazby:

- Vyhodnocení, kdy se žák dozví, zdali odpověděl správně;
- Správná odpověď, kdy se žák navíc dozví správnou odpověď;

[16] KA uvádí u každého žáka celkový čas strávený plněním daného cvičení.

- Podrobnější zpětná vazba, kdy jsou žákovi poskytnuty další informace, například vysvětlení postupu řešení úlohy.

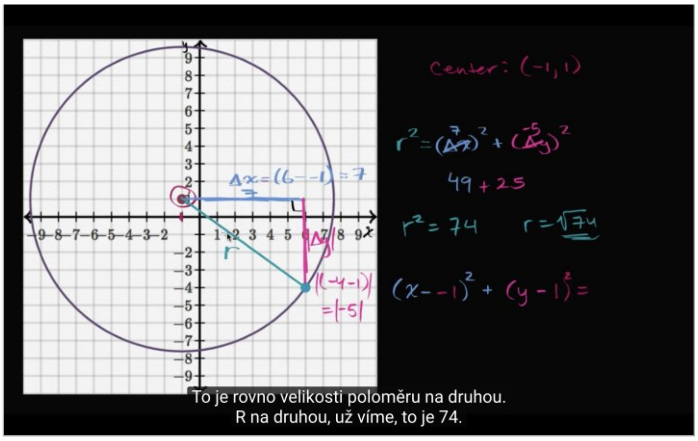
Ačkoliv výsledky nejsou vždy jednoznačné, většina studií dochází k závěru, že nejlepšího efektu dosahuje podrobnější zpětná vazba v kombinaci s vyhodnocením nebo správnou odpovědí (Kleij et al., 2015). Výraznější je přínos podrobnější zpětné vazby v matematice než v humanitních vědách. Studie naznačují, že pokud je vyžadováno hlubší porozumění látce, je účinnost podrobnější zpětné vazby vyšší (Attali & Kleij, 2017).

V případě načasování nejsou výsledky příliš jednoznačné, nicméně některé studie naznačují, že okamžitá zpětná vazba je lepší než odložená, zvláště pro úkoly nevyžadující hlubší porozumění. Okamžitou zpětnou vazbou je myšlena odezva ihned po zadání odpovědi. Pokud je zpětná vazba poskytnuta například až po dokončení celého testu, je již považována za odloženou (Kleij et. al, 2012). Pár studií dále naznačuje, že prostředí, které žákům umožňuje odpovídat opakovaně a poskytuje nápovědy při nesprávné první odpovědi, může vést k lepším výsledkům z hlediska učení žáků než prostředí, které žákům odhalí správnou odpověď bez možnosti opravy (Attali, 2015; Clarina & Koul, 2003). Tato forma samozřejmě vyžaduje okamžitou zpětnou vazbu. Na druhou stranu pokud žák odpoví správně, pak poskytování podrobného vysvětlení jej může spíše zmást a zhoršit jeho další výsledky (Attali & Kleij, 2017). Je tedy ideální, pokud je podrobné vysvětlení žákovi nabídnuto jen při nesprávné odpovědi.

2.1.3. Výuková videa

Výuková videa jsou dnes rozšířeným a díky internetu snadno dostupným zdrojem informací. Žáci mají často kladné postoje k využití výukových videí, považují je jednak za poutavou a motivující formu výkladu, jednak za efektivní nástroj učení (Kay, 2012). Na druhou stranu studie, které se věnovaly přínosu výukových videí ke znalostem žáků, došly jak k pozitivním výsledkům, tak k neutrálním, kdy výuková videa neměla signifikantní pozitivní dopad na znalosti žáků (Kay, 2012; Schneider & Blikstein, 2016). Výhodou oproti běžnému výkladu může být možnost video zastavit či přetočit zpět, pokud žák něčemu nerozuměl. Naopak na rozdíl od výkladu v hodině není možné při sledování výukového videa klást otázky přímo učiteli. Přestože se videa zdají být poutavá, stále se jedná o spíše pasivní příjem informací.

V posledních letech se objevila řada studií, které se zaměřily na faktory, činící výukové video poutavější, pro žáky a studenty zajímavější a z jejich pohledu přínosnější. Analýzy sledovanosti výukových videí v online kurzech na webu edX.org (Guo et al., 2014; Kim et al., 2014) pracovaly se vzorkem 6,9 milionu zhlédnutí a došly k mnoha signifikantním výsledkům. Nejsilnějším faktorem ovlivňujícím zhlédnutí celého videa byla jeho délka. Za optimální délku je považováno 6 až 9 minut, u delších videí docházelo nejen k poklesu procentuálního zhlédnutí videa, ale i celkového času, po které studenti video sledovali. U videí délky 6 až 9 minut byl medián času stráveného sledováním přibližně 6 minut, u videí délky 12 až 40 minut byl tento medián pouze lehce přes 3 minuty. Po kratších videích také větší procento studentů řešilo související úlohy. Autoři studií zde přidávají ještě doplňující vysvětlení, kdy přednes látky v kratším čase vyžaduje více příprav a pečlivé rozmyšlení výkladu, což se odrazí ve vyšší výukové kvalitě kratšího videa. Dalším důležitým faktorem byla forma a tempo výkladu, kdy rychlejší výklad okolo 200 slov za minutu dosahoval nejvyšší sledovanosti. Ke sledovanosti přispívá také méně formální jazyk výkladu a nadšení v hlasu. V oblasti grafického zpracování dosáhla nejvyšší sledovanosti videa, kde je obrazovka využita jako tabule, na kterou lektor v průběhu výkladu píše poznámky pomocí grafického tabletu (viz obr. 2.1). Komentované slajdy dosáhly nižší sledovanosti, ale bylo možno ji zvýšit, pokud bylo video prokládáno portrétem hovořícího lektora. Nejnižší sledovanosti dosáhly záznamy z přednášek. Zde je možné zvýšit poutavost videa rozplánováním přednášky a rozdělením celého záznamu do krátkých úseků o délce 6 až 9 minut. Studenti také různě interagovali s výkladovými videi a s videi, která ukazují řešení konkrétního problému (tzv. tutoriály). Na základě těchto rozdílů doporučují autoři studií výkladová videa optimalizovat pro co nejpoutavější první zhlédnutí a naopak tutoriály připravit tak, aby bylo snadné ve videu přeskočit na konkrétní krok v řešení. Studenti často oceňují právě tutoriály ve formě videí, kde mohou pozorovat postup řešení krok po kroku s výkladem, což není možné v běžné tištěné učebnici, která ukáže celý postup najednou bez podrobnějšího vysvětlení jednotlivých kroků (Kay & Kletskin, 2012).



Obr. 2.1: Screenshot výukového videa na Khan Academy

Jiný výzkum (ten Hove & van der Meij, 2015) se zaměřil na vliv technických aspektů YouTube videí na jejich sledovanost. Vyšší sledovanost vykazovala videa, která měla vyšší rozlišení a celkově vyšší kvalitu záznamu, více krátkých titulků a textů v obraze, více grafických prvků, častější doplnění hudbou na pozadí, méně rušivého hluku v pozadí a rychlejší výklad. Hudbu na pozadí naopak nedoporučuje jiná studie (Brame, 2016) z důvodu zbytečné kognitivní zátěže, kdy jakékoliv rušivé prvky zatěžují pozornost studenta a ten se tak nemůže plně soustředit na učení. Tato studie dále doporučuje využití výrazných vizuálních či verbálních signálů pro oddělení a identifikaci klíčových konceptů ve výkladu, například velkým titulkem, změnou slajdu či anotacemi na časové ose videa. Díky tomu bude video rozčleněno na kratší, lépe pochopitelné úseky látky a bude tak pro studenta srozumitelnější a přehlednější.

Nedávná studie (Shoufan, 2019) naopak pracovala s hodnocením, které napsali studenti k předloženým výukovým videím. Hlavní roli hrála ve studentském hodnocení kvalita výkladu. Studenti na videích oceňovali především dobré uvedení do tématu, postup od jednodušších příkladů ke složitějším, připomenutí předchozí látky a dobré navázání na ni, jasnou strukturu a logickou návaznost výkladu, řešení krok po kroku, nejen vysvětlení postupu, ale i jeho zdůvodnění. Studenti rovněž pozitivně hodnotili používání různých způsobů vysvětlení, užívání srozumitelného jazyka, podrobnost výkladu a shrnutí na konec. Naopak negativně byla videa hodnocena za chybějící propojení s předchozí lekcí, vysvětlování bez zavedení či připomenutí základních pojmů, přeskakování z jednoho tématu na druhé, nesrozumitelný výklad, ponechání příliš mnoha otázek bez odpovědi, příliš mnoho informací bez podrobného vysvětlení, předčítání slajdů, předkládání řešení bez vysvětlení volby daného postupu, absenci zápisu základních bodů, chybějící shrnutí. Dalším faktorem způsobujícím především negativní hodnocení byly technické nedostatky videí, například nízká kvalita obrazu či zvuku. Hodnocení také ovlivňoval obsah, kdy studenti oceňovali zařazení praktických příkladů použití dané látky, dále efektivita, kdy studenti pozitivně hodnotili stručnost a výstižnost, a dále projev lektora, na kterém studenti oceňovali sebejistotu, srozumitelnost a jednoduchost vyjadřování.

Co se týče souvislosti mezi výše zmíněnými atributy videa a dopady na znalosti žáků, nejsou nám známy takto rozsáhlé studie. Uvedeme proto jen dva závěry. Pokud video proložíme rychlým kvízem, zvýšíme tak zapojení studentů a dosáhneme lepších výsledků při následných testech (Schacter & Szpunar, 2015). Videa v oblasti fyzikálních miskonceptů, která v žácích zanechávala pocit zmatení a nejasnosti, vedla k lepším výsledkům v následných testech než videa, po kterých žákům připadala látka jasná, snadná a srozumitelná (Muller, 2008). Jedním z doporučení této disertace tak bylo konfrontovat žáky s častými miskoncepty již při výkladu. Rozsáhlejší studie, které empiricky hledaly souvislost mezi atributy výukových videí a jejich dopadem na znalosti žáků pomocí testů, nám nejsou známy.

2.1.4. Jazyková bariéra

Pro účely této práce definujeme jazykovou bariéru jako žákem subjektivně vnímanou překážku v učení, která je způsobena nedostatečnou znalostí cizího jazyka. Studie, které by zkoumaly souvislost mezi cizojazyčnými schopnostmi žáků a přínosem cizojazyčné výukové technologie, nám nejsou známy. Existuje ale řada výzkumů, které se zabývaly výukou matematiky a dalších předmětů metodou CLIL neboli Content and Language Integrated Learning, kdy je nejazykový předmět (např. matematika) vyučován v jiném než rodném jazyce žáků (Marsh, 1994). Rozlišujeme pak jazykové znalosti a předmětové nebo oborové (např. matematické) znalosti žáků.

Rozsáhlé rešerše docházejí k závěru, že žáci vyučovaní metodou CLIL dosahují oproti běžné výuce většího zlepšení jazykových znalostí a až na výjimky (Piesche et al., 2016) stejného nebo většího zlepšení oborových znalostí (Pérez-

Cañado, 2012; Cañado, 2018). Zlepšení jazykových schopností se týká především poslechu a čtení a dále mluvení. Naopak v oblasti psaní a gramatiky nedosahují žáci učení metodou CLIL takového jazykového zlepšení. To může být způsobeno tím, že učitel používající metodu CLIL často není odborníkem na cizí jazyk, ve kterém výuka probíhá, a ve výuce se tak nezaměřuje na gramatiku cizího jazyka. Některé studie poukazují na nutnost snížit tempo výkladu v cizím jazyce, kdy žáci měli problém se sledováním výkladu, výslovností učitele, neznámými cizími slovy a zapisováním poznámek (Admiraal et al., 2006). Především na vyšších stupních vzdělávání narážely CLIL lekce na problém s příliš velkým množstvím učiva, které kvůli jazykovým problémům nestíhali studenti sledovat (Dafouz et al., 2007; Lasagabaster, 2014). Při zavádění metody CLIL na základní a střední škole často dojde ke zvýšení hodinové dotace oborového předmětu na úkor cizího jazyka. Výsledné zlepšení oborových znalostí je pak často srovnatelné nebo lepší než u běžné výuky, ale za delší čas (Dallinger et al., 2016). V Čechách provedené studie dochází k analogickým závěrům, metoda CLIL nevede oproti běžné výuce k horším výsledkům žáků v matematice (Šulista 2012), nesnižuje motivaci k učení a nesnižuje akativitu žáků (Reslová, 2019) žáci věnují více pozornosti a času cizojazyčným slovním úlohám (Binterová et al., 2014).

V případě online prostředí KA, ve kterém žáci pracují doma, by nemělo tempo výkladu představovat výrazný problém, neboť video je možno zastavit či posunout zpět. Žáci prochází cvičení v libovolném tempu. Všechna výuková videa jsou navíc opatřena anglickými titulky, čímž odpadá případný problém s výslovností lektora. Můžeme tedy očekávat, že cvičení zaberou žákům více času, než kdyby byla zadána v českém jazyce, ale jazyková bariéra by dle výše uvedených výzkumů neměla vést k horšímu výsledku. Otázkou zůstává, zdali jazyková bariéra ovlivní postoje žáků ke KA.

2.2. Khan Academy – podrobný popis

KA je nezisková organizace, která provozuje stejnojmenný a rozsáhlý vzdělávací portál www.khanacademy.org. Veškerý obsah je na KA k dispozici zdarma v anglickém jazyce. KA patří mezi nejpoužívanější vzdělávací zdroje v anglicky mluvících zemích (Blomgren & Macpherson, 2018), portál navštíví každý měsíc v průměru 55 milionů uživatelů především ze Spojených států amerických (SimilarWeb, 2019), mobilní aplikace KA je nainstalována na více než 10 milionech zařízeních se systémem Android (Google Play, 2019), statistika pro zařízení se systémem iOS[17] bohužel není k dispozici.

Nejvíce pozornosti je v médiích věnováno výukovým videím, která KA nabízí od svého založení v roce 2008. Videa na KA jsou, dle našeho rozboru, převážně v souladu s poznatky uvedenými v podkapitole 2.1.3. Videa jsou zpracována ve formě rukopisu na obrazovku, jsou doplněna rychlým výkladem, který není příliš formální. Některá videa jsou ve světle výše uvedených poznatků příliš dlouhá (cca 20 minut) a můžeme tak očekávat, že je většina žáků nezhlédne celá. Vzhledem k tomu, že se jedná z velké části o tutoriály, bylo by dobré doplnit časovou osu videa záchytnými body, které by odpovídaly klíčovým krokům ve vysvětlovaném postupu. Zaujetí žáků by také mohlo být zvýšeno přidáním záběru na lektora v rohu obrazovky. Každé video umožňuje zobrazit anglické titulky a přepis celého komentáře. Některá videa jsou také opatřena českými titulky. Přes soulad podoby výukových videí s výsledky výzkumů je nepovažujeme za nejpřínosnější část KA, neboť se stále jedná o poměrně pasivní způsob příjmu informací.

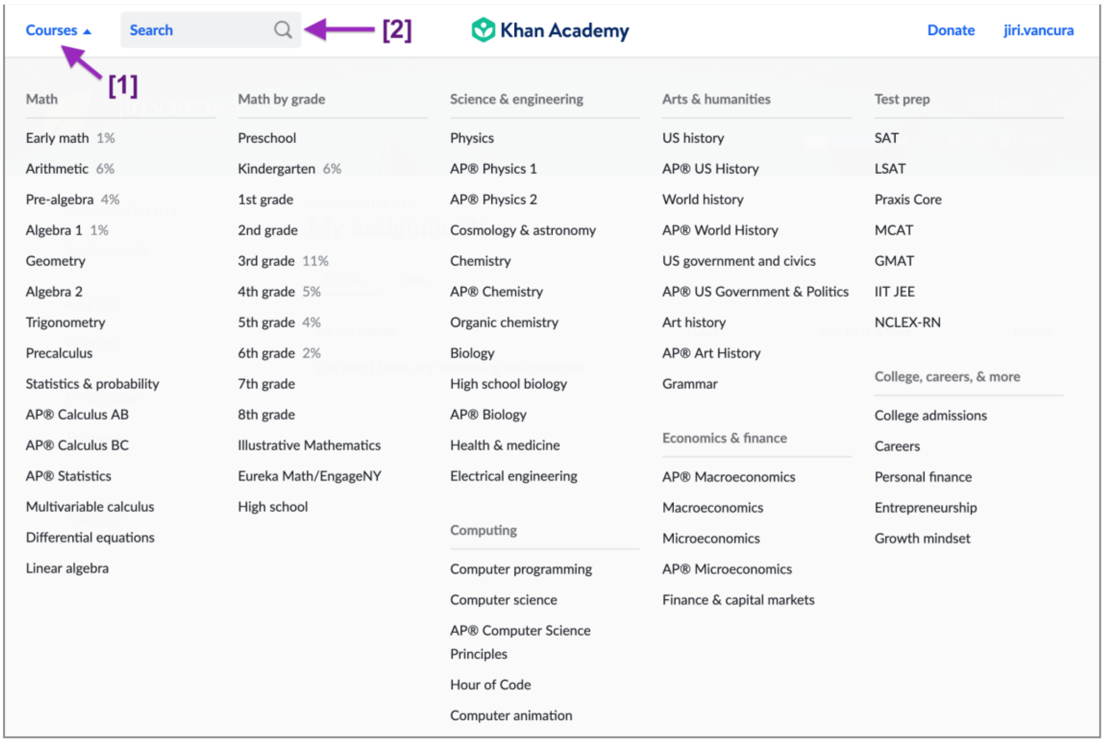
Jednotlivá videa jsou na KA prokládána krátkými, interaktivními cvičeními a právě těmto cvičením v našich výzkumech věnujeme nejvíce pozornosti. Cvičení z matematiky na KA pokrývají látku základní školy, většinu středoškolského učiva a několik oblastí z vyšší matematiky. Oproti českému kurikulu je věnována velká pozornost pravděpodobnosti a statistice, naopak v oblasti kombinatoriky a syntetické geometrie nabízí KA jen omezenou sbírku úloh. Českým učitelům budou pravděpodobně také chybět cvičení zaměřená na náročnější úpravy výrazů.

Nejprve představíme interaktivní sbírku úloh z pohledu žáka. Zprvu je vhodné se na KA zaregistrovat. Sbírku sice je možné využívat i bez registrace, ale přicházíme tak o některé její funkcionality. Díky registraci bude KA ukládat žákův postup učivem a učitel bude moci sledovat výsledky žáka.

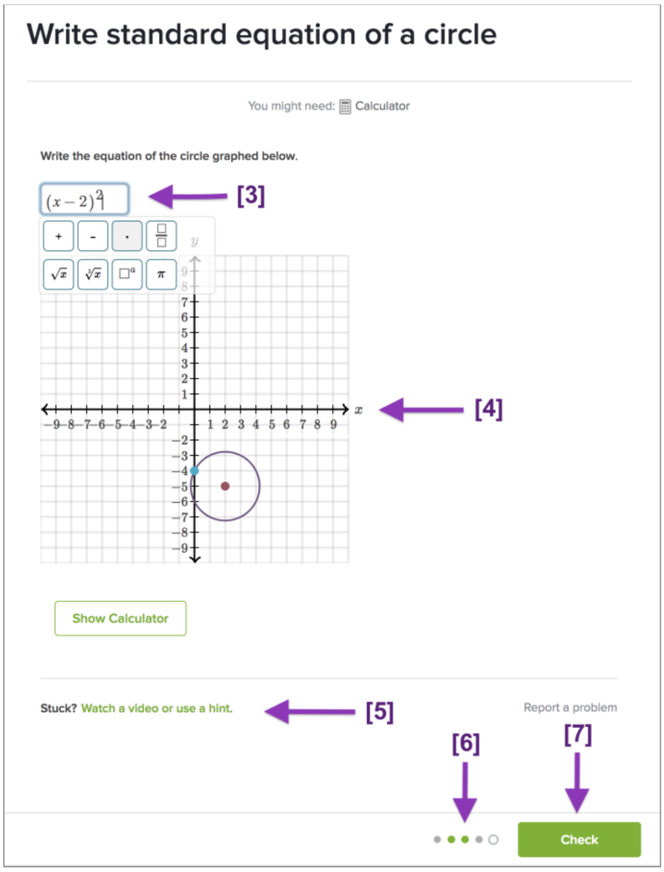
[17] Mobilní zařízení iPhone a iPad firmy Apple využívající operační systém iOS

Sbírku úloh najdeme po rozkliknutí panelu Subjects v levém horním rohu obrazovky (obr. 2.2 část označená [1]). Sbírka je rozdělena do patnácti kapitol dle témat a jedenácti kapitol dle ročníku. Každá kapitola (např. *Precalculus*) se pak dále dělí na několik podkapitol a každá podkapitola (např. *Conic sections*) obsahuje několik lekcí (např. *Standard equation of a circle*). Lekce představuje soubor několika výukových videí, která jsou proložena interaktivními cvičeními. Každé ze 1420 cvičení disponuje databází podobně zaměřených úloh, které jsou žákovi postupně předkládány. Cvičení je také možné vyhledávat pomocí pole Search [2] na horní liště.

Podívejme se nyní podrobněji na průběh cvičení. Jako ilustrační příklad použijeme cvičení Write standard equation of a circle (obr. 2.3) v již zmíněné lekci. Naším úkolem je zapsat středovou rovnici kružnice nakreslené na obrázku [4]. Rovnici je třeba napsat do textového pole [3], které je uzpůsobené k zadávání matematických vzorců. Odpověď žák potvrdí stiskem tlačítka Check [7]. V případě, že žák odpoví chybně, musí chybu napravit a zapsat rovnici správně, poté může pokračovat k další úloze, ale tato úloha již nebude započítána jako splněná. Pokud žák nedokáže chybu opravit nebo si s řešením vůbec neví rady, má dvě možnosti nápovědy, které zobrazí kliknutím na odkaz [5]. První možností je výukové video, které podrobně popisuje řešení podobného příkladu (obr. 2.1). Druhou možností je zobrazení podrobného vzorového postupu řešení dané úlohy (obr. 2.4), v tom případě ale úloha opět nebude započítána jako splněná. Na konci vzorového postupu žák najde správnou odpověď, přesto je třeba ji zadat do textového pole [3]. Tečky ve spodní části obrazovky [6] znázorňují žákovu úspěšnost. Úlohy, které vyřeší napoprvé a bez nápovědy správně, jsou započítány jako splněné a znázorněny zelenou tečkou, ostatní úlohy jsou pak znázorněny šedou tečkou. Po dokončení daného počtu (zpravidla 4–7) úloh ve cvičení se žákovi zobrazí shrnutí, které mimo jiné ukazuje jeho procentuální úspěšnost. Cvičení je započítáno jako splněné, pokud žák správně, napoprvé a bez nápovědy vyřešil alespoň 70 % úloh. V opačném případě musí cvičení opakovat s novými úlohami.



Obr. 2.2: Sbírka úloh Khan Academy



Obr. 2.3: Screenshot cvičení na Khan Academy

Ve sbírce na KA najdeme nejen cvičení, ve kterých žák zapisuje odpověď do textového pole, ale i cvičení, kde je třeba nakreslit graf či provést dané geometrické transformace. K dispozici jsou také cvičení s uzavřenými úlohami.

1 / 4 **The strategy**

The equation of a circle with center (h, k) and radius r is given below.

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$

From the graph, we can see that the circle is centered at $(2,-5)$.

We can also see that the circle passes through the point $(0,-4)$. Therefore, we can find the radius by calculating the distance between these points.

2 / 4 **Finding the radius**

Using the distance formula, we can calculate the distance, D, between $(2,-5)$ and $(0,-4)$ as follows.

$D=\sqrt{(2-0)^2+(-5-(-4))^2}=\sqrt{5}$

3 / 4 **Writing the equation of the circle**

We are given that the center of this circle is $C=(2,-5)$ and we have found that its radius is $\sqrt{5}$. Therefore, the standard equation of this circle can be written as follows.

$(x-2)^2+(y-(-5))^2=(\sqrt{5})^2$

We can simplify this equation by removing double negative signs and evaluating the expression on the right hand side of the equation.

$(x-2)^2+(y+5)^2=5$

[Got it, thanks!]

Unless otherwise specified, the equation of a circle can be written in any form. For example, we can rewrite $(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$ in the following equivalent forms.

- $x^2-2xh+h^2+y^2-2yk+k^2-r^2=0$
- $\frac{(x-h)^2}{r^2}+\frac{(y-k)^2}{r^2}=1$

We can also choose any other form, but the standard form is the easiest form to work with in most cases.

4 / 4 **Summary**

The equation of the graphed circle is given below.

$(x-2)^2+(y+5)^2=5$

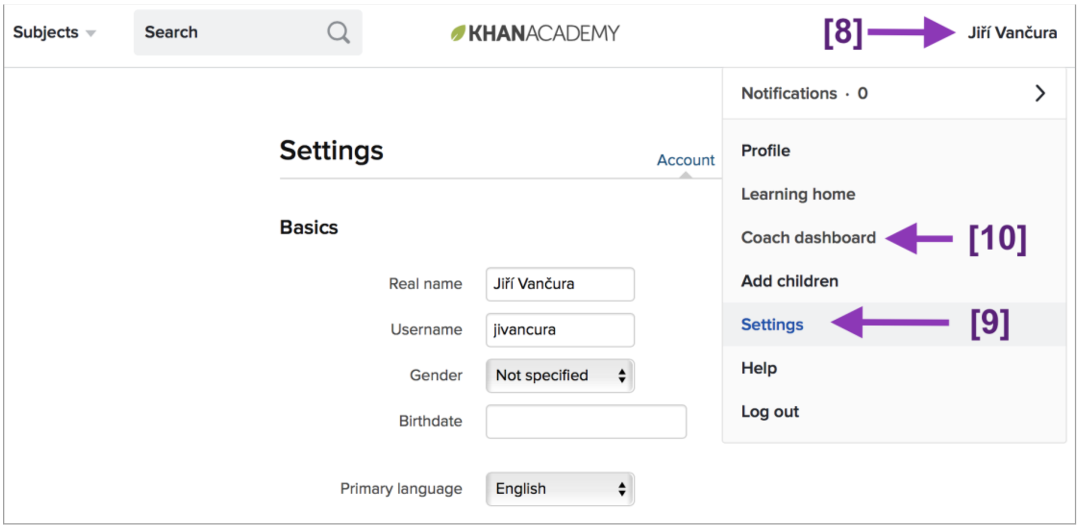
Obr. 2.4: Screenshot vzorového řešení úlohy z obr. 2.3

Popsaná interaktivní cvičení z matematiky, která KA nabízí, poskytují nejprve okamžité vyhodnocení odpovědi, poté pokud je odpověď chybná, může si žák zobrazit nápovědu ve formě postupně odhalovaného postupu řešení. Žák je povinen každou úlohu řešit, dokud nedojde ke správnému výsledku. Tato cvičení jsou tak v souladu s poznatky o zpětné vazbě uvedenými v podkapitole 2.1.2. Možnosti zlepšení zvláště v oblasti formativního hodnocení ukazuje například platforma Bettermarks[18], která dokáže odhadnout příčinu chyby a podat žákovi specifickou zpětnou vazbu (Stein, 2015). Například pokud žák vypočítá, že 4/3 + 5/2 = 9/5, systém Bettermarks ho upozorní, že při sčítání zlomků není možné postupovat sečtením čitatelů a jmenovatelů zvlášť.

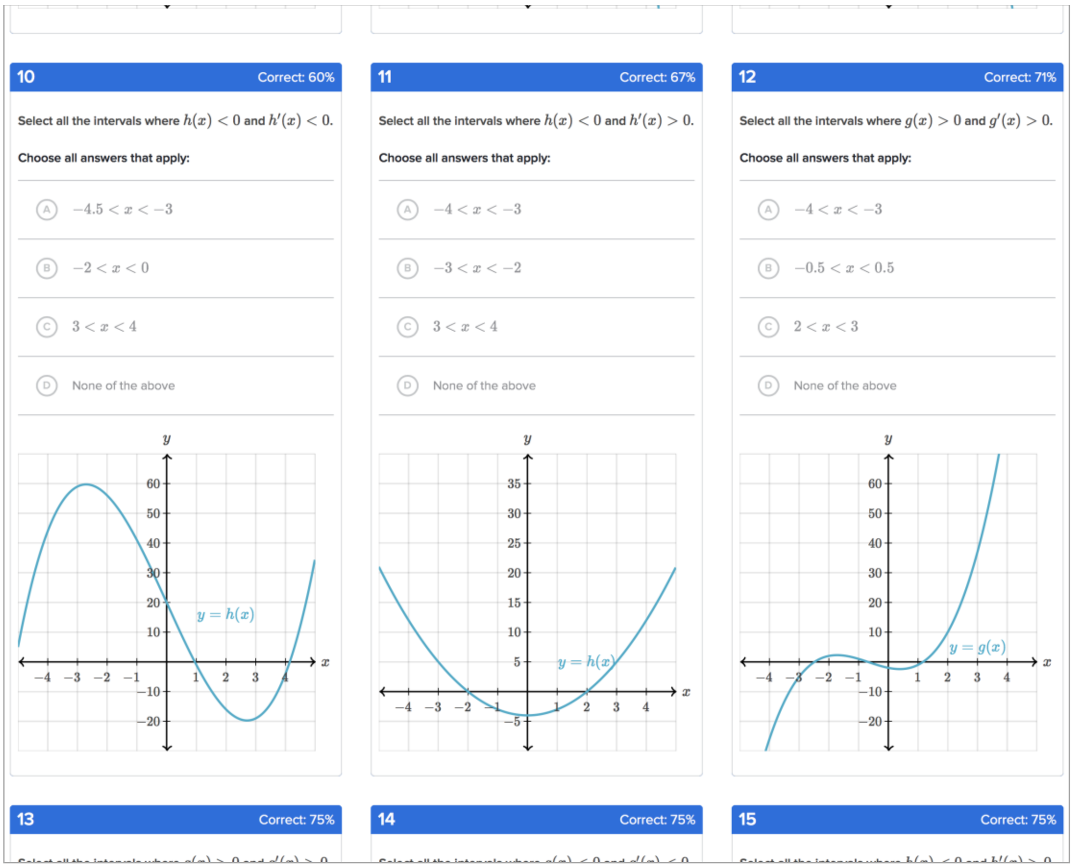
Nyní se zaměříme na možnosti učitelského profilu na KA. Po přihlášení a rozkliknutí odkazu se jménem uživatele na horní liště vpravo (obr. 2.5 [8]) se zobrazí základní navigace. V nastavení profilu [9] v sekci *Roles* je možné běžný žákovský účet přepnout na učitelský (*Teacher/Coach*). Poté lze na stránce *Coach dashboard* (obr. 2.5 [10]) zakládat virtuální třídy, do kterých se žáci zapíší pomocí odkazu nebo unikátního kódu. Žáky je také možno zapsat automaticky prostřednictvím Učebny Google. Po zapsání žáka virtuální třídy získá učitel kompletní přehled o činnosti žáka na KA. Učitel uvidí, kdy žák na KA pracuje, která videa sleduje, jaká cvičení řeší a jak je v nich úspěšný. KA učiteli nabízí také souhrnné statistiky za celou třídu, kde lze zobrazit aktivitu jednotlivých žáků, nebo je roztřídit podle úspěšnosti v jednotlivých cvičeních. Je také možno jednotlivým žákům nebo celým třídám zadávat cvičení, která mají splnit ve zvoleném termínu. Dále je možné zobrazit přehled úloh, které žáci řešili, a jaké průměrné úspěšnosti dosáhli u každé úlohy (obr. 2.6). Tento přehled učiteli umožňuje identifikovat problematické úlohy, kterým se pak může více věnovat při hodině.

Díky podrobným výstupům z KA lze, v souladu s výše uvedenými výsledky výzkumů, objektivněji hodnotit nejen úspěšnost žáků, ale i úsilí, které úkolu věnovali.

[18] Bettermarks je německá interaktivní online učebnice matematiky, která je dostupná také v angličtině. Učebnice pokrývá část učiva matematiky základní a střední školy. Učebnice je placená a k vyzkoušení na webu bettermarks.com.



Obr. 2.5: Nastavení uživatelského profilu



Obr. 2.6: Přehled úloh s úspěšností žáků

KA také obsahuje dva gamifikační prvky, kdy žáci za sledování videí a plnění cvičení získávají body a specifické odznaky. Za žádoucí chování, například za diskutování pod videi nebo za rychlé a správné řešení několika úloh v řadě, žáci získávají další odznaky. Za získané body si mohou žáci upravovat svůj profil, konkrétně pozadí na úvodní stránce a podobu svého avatara[19], který se zobrazuje v diskuzi u jejich jména.

2.2.1. Možnosti využití Khan Academy

Přes velkou oblibu KA přetrvává nedostatek studií, které by zkoumaly možnosti využití a její dopad na znalosti žáků v matematice.

Prvním, často zkoumaným a prosazovaným modelem použití KA posledních let je tzv. model převrácené třídy (flipped classroom), který není omezen jen na KA, ale KA je častým nástrojem při realizaci převrácené třídy ve výuce matematiky. V modelu převrácené třídy žáci nejprve doma projdou výuková videa a další materiály, které jim poskytnou úvod do problematiky a základní definice, a následně v hodině procvičují dané dovednosti a diskutují s učitelem i mezi sebou o problematických místech. Důraz je kladen na aktivizaci žáků v hodině (Lo et al., 2017). Dvě rozsáhlé rešeršní studie (Lo et al., 2017; Akçayır & Akçayır, 2018) zkoumaly 61, resp. 71 výzkumů, které se zaměřily na přínos modelu převrácené třídy, nikoliv výhradně s využitím KA. Většina studií dospěla k pozitivním výsledkům, kdy žáci a studenti v experimentální skupině dosáhli lepších výsledků než žáci v kontrolní skupině, která nepracovala metodou převrácené třídy. Mezi hlavními uváděnými výhodami modelu převrácené třídy je mimo lepších výsledků také větší zapojení žáků při výuce, lepší porozumění učivu a pozitivnější postoje k předmětu. Obě studie zmiňují také řadu slabin tohoto modelu. Problém nastává ve chvíli, kdy si žáci neprojdou zadané materiály nebo jim nerozumí. Častou výhradou žáků i studentů je také nemožnost klást při výkladu z výukového videa dotazy a porozumět tak předkládané látce. Je třeba uvést, že naprostá většina studií pracovala se studenty vysokých škol a univerzit, pouze 13 %, resp. 16 % výzkumů v těchto rešerních studiích se odehrávalo na základní nebo střední škole a z těchto jen přibližně polovina dospěla ke statisticky významným rozdílům mezi experimentální a kontrolní skupinou. Někteří autoři také zpochybňují významný přínos modelu převrácené třídy a argumentují, že příčinou tohoto zlepšení nemusí být převrácení třídy, ale spíše důraz na aktivizaci žáků při hodině (Akçayır & Akçayır,

[19] Avatar je virtuální postava, která reprezentuje žákův profil a zobrazuje se u jeho jména v diskuzích a dalších stránkách na KA.

2018). Většina studií totiž porovnávala model převrácené třídy s tradičním modelem frontálního výkladu v hodině. V nedávné studii (Jensen et al., 2015) byla porovnána výuka metodou převrácené třídy s výukou zaměřenou na aktivizaci žáků a nebyl pozorován rozdíl ve výsledcích žáků. Zajímavý je také bližší pohled na komentáře studentů, kteří si na modelu převrácené třídy často nejvíce pochvalují právě aktivizační metody ve výuce, např. krátký formativní kvíz na začátku hodiny nebo interaktivní, dynamické vizualizace matematických konceptů (Cabi, 2018; Zengin, 2017). Na základě těchto poznatků jsme při našich výzkumech na střední škole nezvolili model převrácené třídy.

Druhou možností je pracovat s KA jako s platformou pro procvičování již probrané látky. Tento model je na základní a střední škole využíván častěji a existuje několik studií, které jej zkoumaly. Doposud největší publikovaná studie (Murphy et al., 2014) zkoumala možnosti využití KA ve výuce matematiky na 20 základních a středních školách mezi přibližně 4 000 žáky a jejich učiteli. Již tehdy byl model převrácené třídy poměrně populární a propagovaný, nicméně naprostá většina učitelů nepoužila videa z KA pro výklad nové látky. Navíc pouze 45 % žáků uvedlo, že je schopno se pomocí KA naučit nové znalosti a dovednosti. Nejčastěji tak učitelé zadávali žákům cvičení z interaktivní sbírky úloh. Další studie ukazují, že žáci považují výuková videa a cvičení na KA za přínosná a že zapojení KA zvyšuje jejich aktivitu v hodině (Triantafyllou et al., 2015; Light & Pierson, 2014). Na videích studenti a žáci nejčastěji oceňují srozumitelný a dobře pochopitelný výklad. Výhodou využití KA pouze jako doplňkové platformy pro zadávání úloh je její snazší integrace do výuky, kdy učitel nemusí příliš měnit své metody (Gray et al., 2017). Za přínosnou také považujeme možnost individualizace cvičení. Žáci mají přístup k velkému množství příkladů a mohou se zaměřit právě na ty úlohy, které jim nejdou. Učitel navíc může různým žákům zadávat různě obtížné úkoly, aniž by mu to přidělávalo mnoho práce. Nevýhodou z pohledu českého učitele může být uspořádání učiva, které na KA kopíruje americké Common Core State Standards[20] a neodpovídá tak většině školních vzdělávacích programů v České republice. Jak jsme již zmínili výše, českým učitelům

[20] Common Core State Standards definují dovednosti v matematice a anglickém jazyce, které by měli žáci v USA zvládat na konci každého ročníku školní docházky od předškolního vzdělávání po střední školu. (http://www.corestandards.org/Math/)

budou na KA chybět především cvičení z kombinatoriky, syntetické geometrie, stereometrie a složitější příklady na úpravy výrazů.

Na základě výše uvedeného jsme se v našich výzkumech rozhodli využít a zkoumat KA jako platformu pro zadávání a hodnocení domácích úkolů. Mohli bychom KA použít i k nabízení dobrovolných cvičení pro zájemce z řad žáků, ale z dostupných studií jak na úrovni základní či střední školy, tak na úrovni vysoké školy vyplývá, že žáci se budou cvičením výrazněji věnovat pouze, pokud budou nedílnou a povinnou součástí výuky (Gray et al., 2017; Lindstrøm, 2015; Kelly & Rutherford 2017).

2.3. Metodika Studie 1

V rámci Studie 1 v oblasti žákovských postojů jsme se v letech 2015 a 2016 zaměřili na následující výzkumné otázky.

2.3.1. Výzkumné otázky Studie 1

i) Jaké jsou postoje žáků k výukovým videím a interaktivní sbírce úloh na KA a jejich preference domácích úkolů na KA ve srovnání s běžnou sbírkou?

ii) Jaké jsou výhody a nevýhody KA dle vnímání žáků?

iii) Jak jazyková bariéra ovlivňuje postoje žáků ke KA a jejímu využití ve výuce matematiky?

Ke zodpovězení otázek jsme provedli dvě dotazníková šetření a strukturované rozhovory s žáky ve školním roce 2015/16.

2.3.2. Výzkumný vzorek Studie 1

V rámci Studie 1 byla provedena dvě dotazníková šetření. Celkem se šetření účastnilo 160 žáků, z toho 46 % chlapců a 54 % dívek ze dvou pražských gymnázií (Gymnázium Přípotoční, Praha 10 a Gymnázium PORG, Praha 8). Prvního šetření se zúčastnilo 141 žáků ze 7 tříd obou gymnázií, druhého šetření pak pouze 83 žáků z 5 z původních 7 tříd, z toho 64 žáků se zúčastnilo obou šetření. Angličtina byla pro všechny zúčastněné žáky cizím jazykem, který ale ovládali na úrovni alespoň B1 dle

Cambridge Assessment[21]. Všichni žáci s interaktivní sbírkou úloh na KA pracovali pravidelně od září či října 2015, tedy po dobu alespoň dvou měsíců před účastí v našem prvním šetření. Zúčastnění žáci byli ve věku 15 až 20 let, pocházeli ze 7 různých tříd, které byly vyučovány třemi různými učiteli matematiky. Autor výzkumu byl v době šetření učitelem ve dvou zúčastněných třídách Gymnázia Přípotoční. Při zpracování výsledků jsme tak prověřovali i rozdíl v postojích mezi žáky, kteří byli vyučováni autorem výzkumu a ostatními žáky.

Žáci i jejich zákonní zástupci byli seznámeni s povahou a využitím dat shromažďovaných v průběhu šetření a písemně s výzkumem souhlasili.

2.3.3. Sběr dat Studie 1

Vycházeli jsme z dotazníku, který využili výzkumníci v rozsáhlé studii institutu SRI (Murphy et al., 2015). Vytvořili jsme dotazník (viz Příloha 2) se 78 uzavřenými položkami typu pětistupňové Likertovy škály (Likert, 1932), kde dotazovaný vyjadřuje míru souhlasu či nesouhlasu s daným tvrzením, a třemi otevřenými otázkami. Z uzavřených otázek bylo 11 zaměřeno na motivaci žáků, 27 na jejich postoj k matematice, 17 na postoj žáků k práci s videi a interaktivními cvičeními na KA včetně jejich jazykové bariéry, 4 na gamifikační prvky KA a 9 na vliv KA na postoj žáka k matematice. Otevřené otázky se zaměřily na výhody a nevýhody KA a na další libovolné připomínky k využití KA. Oproti dotazníku institutu SRI jsme vynechali některé položky, které nesouvisely s našimi výzkumnými otázkami, a naopak zařadili několik položek navíc především kvůli zjišťování jazykové bariéry a jejímu vlivu na žákovské postoje.

Ke spolehlivému zachycení jednotlivých faktorů je zapotřebí tím vyšší množství otázek, čím implicitnější daný faktor je. Například na zjištění věku žáka stačí jediná otázka, neboť žák svůj věk objektivně zná. Naopak ke zjištění obliby matematiky u daného žáka jsme využili sedm otázek s Likertovou škálou. Pro ilustraci uvádíme dva příklady uzavřených otázek. Ke zjištění preference KA před běžnou sbírkou jsme

[21] Cambridge Assessment Group je oddělením University of Cambridge, které se věnuje testování a certifikacím. Charakteristika jednotlivých zkoušek je k dispozici na adrese univercambridgeenglish.org/exams-and-tests/.

použili mimo jiné tvrzení „Raději počítám příklady z běžné sbírky úloh než z Khan Academy." s Likertovou škálou. Ke zjišťování jazykové bariéry jsme použili (mimo jiné) tvrzení „Nízká znalost angličtiny mi brání v efektivním používání Khan Academy." V dotazníku je samostatná sekce věnovaná jazykové bariéře s pouze dvěma otázkami, ale otázky zjišťující jazykovou bariéru se nacházejí i v dalších sekcích věnovaných KA, například sedmá otázka v sekci 2.2. Abychom odhalili případně bezmyšlenkovitě vyplněné dotazníky, zařadili jsme kontrolní dvojice analogických, protikladně formulovaných položek s Likertovou škálou, např. „Body a odznaky mě motivují k většímu úsilí." a „Body ani odznaky mě nezajímají."

První šetření jsme provedli v prosinci 2015, druhé se stejným dotazníkem pak v červnu 2016. Abychom mohli sledovat vývoj výsledků mezi jednotlivými šetřeními, nebyl dotazník anonymní.

Na základě výsledků těchto šetření jsme vybrali dvě skupiny po 9 žácích k polostrukturovaným rozhovorům. Nejprve jsme o rozhovor požádali skupinu žáků, kteří KA používají alespoň průměrně často, ale v dotazníku vyjádřili silnou preferenci běžné sbírky oproti KA nebo částečně souhlasili či souhlasili s tvrzením „Od doby, kdy používám Khan Academy, se na hodiny matematiky těším méně." U těchto žáků nás zajímaly především příčiny jejich negativního postoje ke KA a dále vliv KA na jejich postoj k matematice, kdy jsme chtěli zjistit, zdali je KA nemůže odrazovat od matematiky jako takové. Dále jsme zjišťovali, zdali považují práci na KA za smysluplnou. Druhou dotazovanou skupinu tvořili naopak žáci s výraznou preferencí KA oproti běžné sbírce, žáci, kteří považují výuková videa za přínosnější než výklad svého učitele. V tomto případě nás zajímaly klíčové vlastnosti KA, které u těchto žáků stojí za její oblibou. Rozhovory probíhaly v červnu 2016, žáci se jich účastnili individuálně nebo ve dvojicích tak, abychom v daném čase vše stihli. Všechny rozhovory byly se souhlasem žáků i jejich zákonných zástupců zaznamenány na diktafon.

V roce 2018 jsme již prováděli Studii 3 zaměřenou na jiné výzkumné otázky, do závěrečného dotazníku jsme ale v dubnu 2018 zařadili ještě otázky zjišťující preferenci KA před běžnou sbírkou, abychom získali tento údaj po třech letech pravidelné práce s KA. Jedná se však o informaci s nižší váhou, neboť tohoto šetření se účastnilo pouze 40 žáků z Gymnázia Přípotoční. Jednalo se nicméně o žáky, kteří se účastnili obou šetření Studie 1 v letech 2015 a 2016. Je tak možné sledovat dlouhodobý vývoj jejich postojů.

U žáků z Gymnázia Přípotoční jsme měli také k dispozici jejich známky na vysvědčení z matematiky a anglického jazyka.

2.3.4. Analýza dat Studie 1

Nejprve jsme pomocí kontrolních dvojic otázek identifikovali dotazníky, které mohly být vyplněny bezmyšlenkovitě, a vyloučili ty, kde si odpovědi opakovaně odporovaly. Tyto dotazníky jsme z dalších analýz vyřadili. Výsledky prvního dotazníkového šetření jsme podrobili faktorové analýze, abychom ověřili příslušnost jednotlivých otázek k zamýšleným faktorům (např. jazykové bariéry). Reliabilitu jednotlivých faktorů jsme následně v obou šetřeních ověřili výpočtem Cronbachova alfa a požadovali hodnotu alespoň 0,7.

V celé Studii 1 jsme při vyhodnocování korelací mezi jednotlivými faktory pracovali s hladinou významnosti 5 % (oboustrannou). Statistickou významnost jsme vždy požadovali v obou šetřeních zároveň. Dále jsme se zaměřili na změnu mezi prvním a druhým šetřením především v otázce preference KA před běžnou sbírkou, kde jsme očekávali pokles obliby KA s tím, jak vyprchá její přitažlivost jako nového nástroje. V odpovědích na otevřené otázky a v záznamech ze strukturovaných rozhovorů jsme identifikovali nejčastější typy odpovědí.

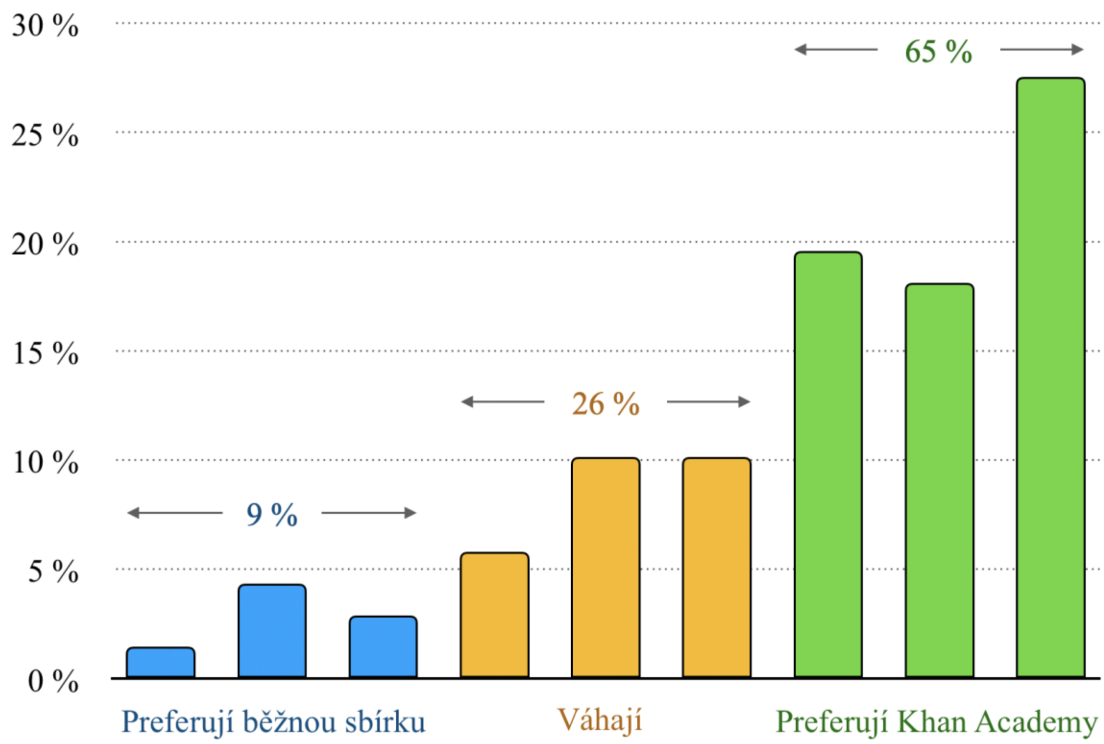
2.4. Výsledky Studie 1 a diskuze

Pomocí výše uvedených kontrolních kritérií jsme vyloučili 7 dotazníků a z celkového počtu 224 tak zůstalo 217 dotazníků (136 z prvního a 81 z druhého dotazníku) pro další analýzu. Motivační a postojové faktory převzaté z dotazníku studie SRI (Murphy et al., 2014), byly potvrzeny faktorovou analýzou, byť některým položkám byla přiřazena poměrně nízká váha, a obstály v testu pomocí Cronbachova alfa. Tato podkapitola je rozdělena na tři podkapitoly, které odpovídají na jednotlivé výzkumné otázky.

2.4.1. Žákovské preference a postoje ke Khan Academy

V první podkapitole se zaměříme na výzkumnou otázku *i) Jaké jsou postoje žáků k výukovým videím a interaktivní sbírce úloh na KA a jejich preference domácích úkolů na KA ve srovnání s běžnou sbírkou?*

Nejprve se podíváme na žákovské preference KA oproti běžné sbírce. Vzhledem k tomu, že volba mezi KA a běžnou sbírkou je poměrně explicitní záležitost, postačily na její změření dvě položky v dotazníku. Jejich součtem vzniklo přehledné, diskrétní rozdělení preferencí na škále 0–8, kde hodnoty v rozmezí 0–2 značí preferenci běžné sbírky, hodnoty 3–5 nevyhraněný postoj a hodnoty 6–8 preferenci KA. V prvním dotazníkovém šetření, tedy po dvou měsících pravidelného používání, žáci výrazně preferovali KA před běžnou sbírkou, kdy KA jako platformu pro zadávání domácích úkolů preferovalo 65 % žáků, viz obr. 2.7.

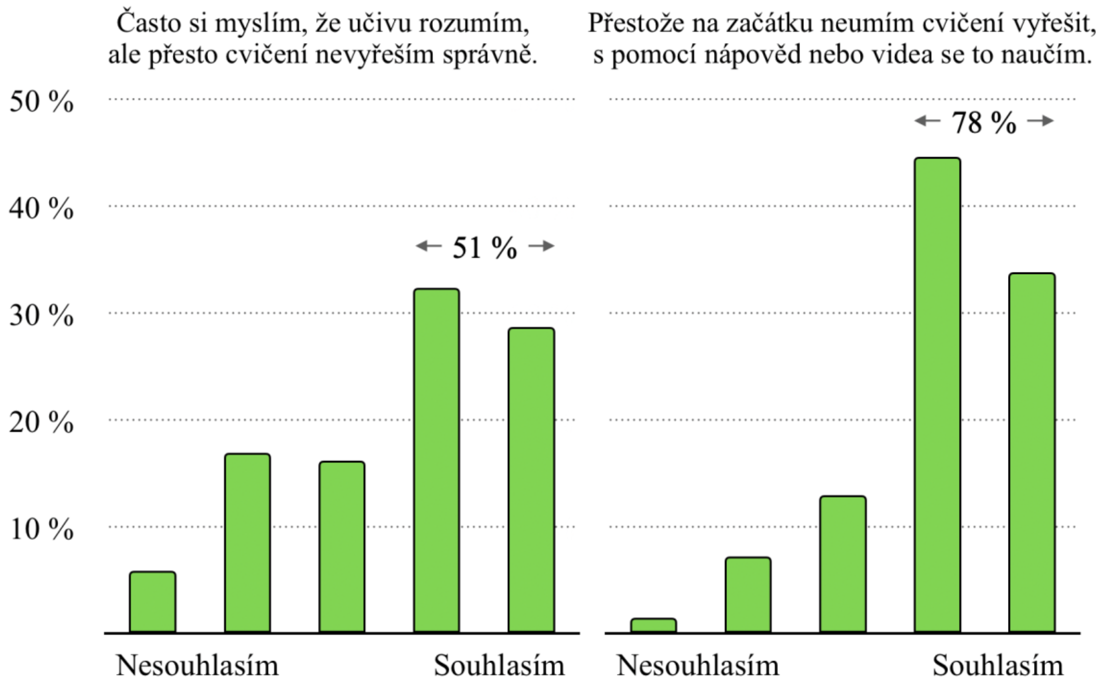


Obr. 2.7: Graf rozdělení preference KA oproti běžné sbírce všech žáků z prvního šetření

Při druhém šetření byla KA stále většinově preferovanou variantou zadávání domácích úkolů, i když došlo ke značnému poklesu, kdy v červnu 2016 již KA preferovalo jen 51 % žáků oproti 65 % v prosinci 2015. Preference většiny žáků (54 %)

zůstaly nezměněny, další největší skupinu tvořili žáci, kteří svou preferenci upravili mírně ve prospěch běžné sbírky (27 %). Tento pokles preference KA nebyl způsoben změnou vzorku žáků, zaznamenali jsme jej stejně i u žáků, kteří se účastnili obou šetření.

Přestože se kapitola týká pouze výsledků Studie 1, zmíníme zde ještě výsledky z dotazníkového šetření Studie 3 provedené tři roky po Studii 1. Toto šetření se sekundárně věnovalo preferenci KA, stejně jako Studie 1. Po třech letech práce s KA již nebyla převaha KA jednoznačná. Stále více žáků sice preferovalo KA před běžnou sbírkou, ale největší část (45 %) byla na vážkách. Připomeňme, že se ale jednalo o malý vzorek 40 žáků, kdy jsme již prováděli výzkum s jiným zaměřením popsaný ve třetí kapitole disertační práce.



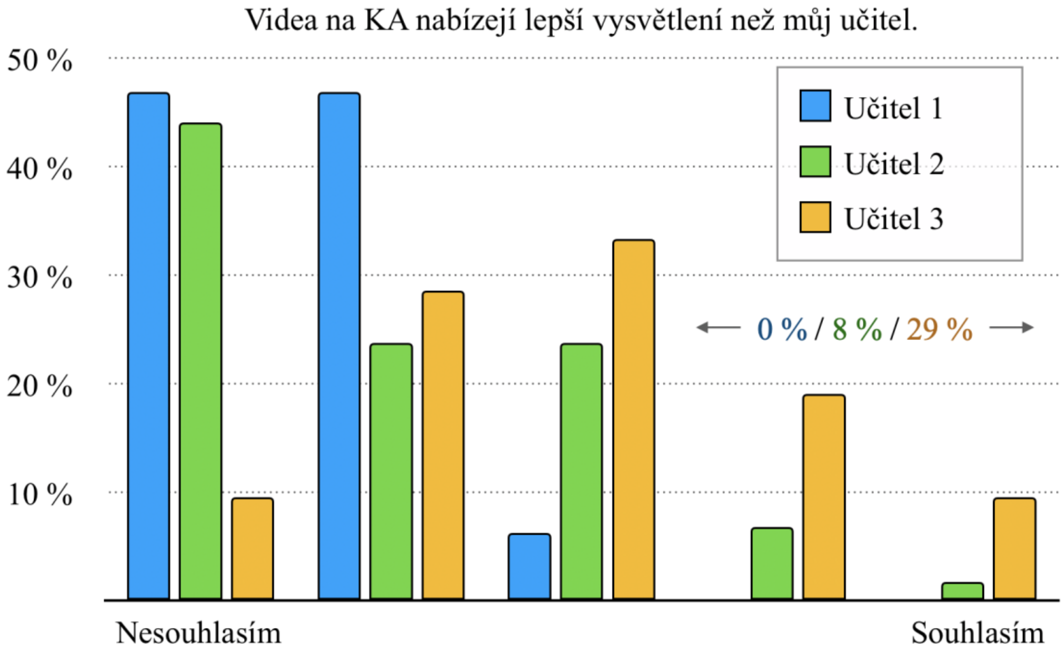
Obr. 2.8: Grafy rozdělení míry souhlasu u dvou položek z dotazníku z prvního šetření

Postupné snižování preference KA není překvapivé, můžeme jej vysvětlit počáteční novostí, která žáky zaujme a postupně vyprchává. Stejný jev pozorovala i jiná studie (Firssova et al., 2014), kdy nejrychleji vyprchává právě vnější motivace často podporovaná gamifikačními prvky. Toto lze doložit následující citací z našeho polostrukturovaného rozhovoru se žákem, který řekl: „Hecnul jsem se získat druhou úroveň avatara, ale víc ne.“[22]

Podívejme se nyní na výsledky některých jednotlivých položek z prvního šetření, které dokreslují postoje žáků ke KA. Jednou z výhod procvičování na KA je, že žák neukončí procvičování ve chvíli, kdy se domnívá, že látce rozumí, ale skutečně až ve chvíli, kdy je schopen úlohy řešit samostatně a bez nápovědy. Toto potvrzují i výsledky z dotazníku (viz obr. 2.8). Polovina (51 %) žáků často zažívá situaci, kdy si myslí, že učivu rozumí, ale stejně nejsou schopni danou úlohu samostatně vyřešit. Většina žáků (78 %) také uvádí, že jsou schopni se řešení daného typu úloh na KA naučit. Obě rozdělení zůstala na podobných úrovních i při druhém šetření na jaře 2016.

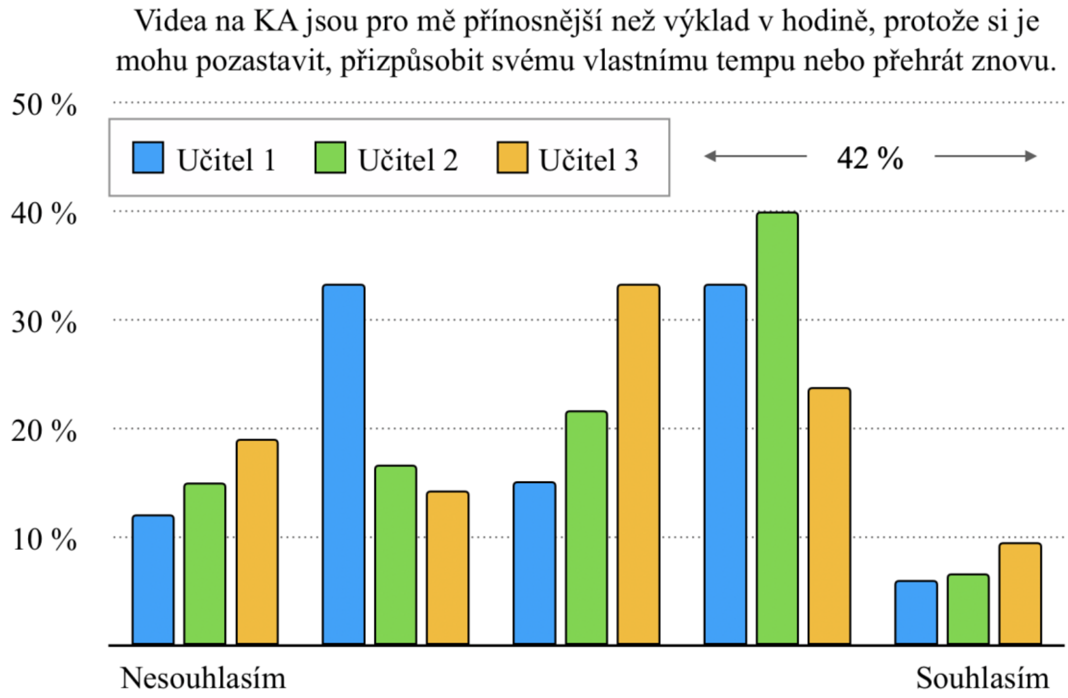
Dále uvedené položky z prvního šetření srovnávají výklad ve škole a na KA. Pouze malá část žáků z celkového vzorku považuje dle dotazníku výklad z výukových videí na KA za přínosnější než výklad svého učitele, ale rozdělení se velmi liší pro jednotlivé učitele (viz obr. 2.9). V případě učitele 3 poskytují výuková videa lepší vysvětlení dle 29 % žáků. Zde je třeba připomenout, že dotazník nebyl anonymní a žáci tak pravděpodobně tuto položku nezodpověděli zcela upřímně, zvláště ti žáci, jejichž učitel je zároveň autorem výzkumu. Můžeme se tedy domnívat, že skutečné procento žáků, kteří považují výklad ve výukových videích za přínosnější, je spíše vyšší. V druhém jarním šetření se rozdělení mírně změnilo ve prospěch výkladu učitele.

[22] Získání druhé úrovně avatara vyžaduje přibližně tři hodiny soustavné práce na KA.



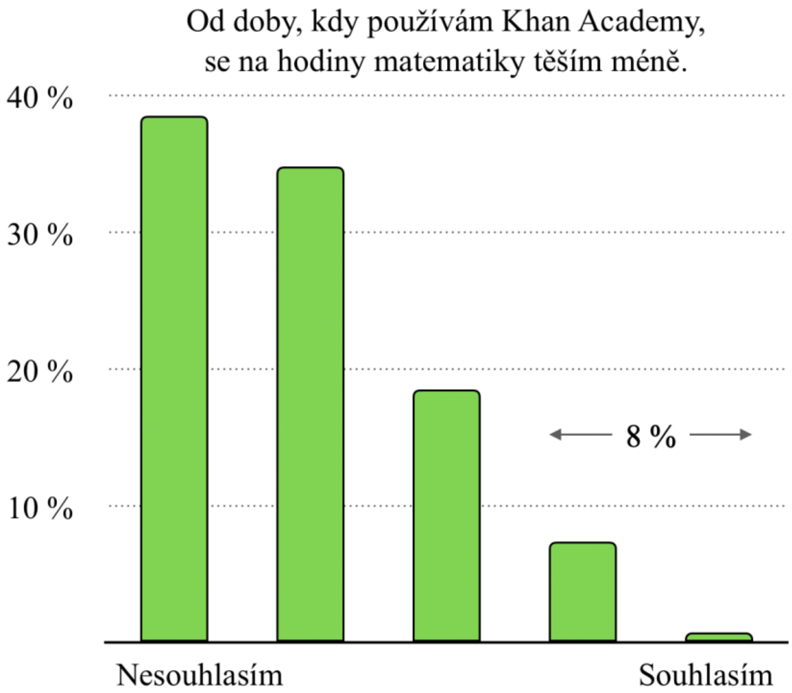
Obr. 2.9: Rozdělení míry souhlasu s daným tvrzením pro jednotlivé učitele z prvního šetření

Na rozdíl od výkladu ve třídě je možné výuková videa pozastavit, přetočit či přehrát znovu. S přihlédnutím k těmto výhodám již v prvním šetření považovalo 42 % žáků výuková videa za přínosnější než výklad v hodině (viz obr. 2.10). V jarním šetření se takto vyjádřilo již jen 32 % žáků, což je ale stále značná část. Navíc vidíme, že zde již nejsou tak značné rozdíly mezi žáky různých učitelů a stejně tak, jako další studie dospíváme k závěru, že výuková videa mohou být vhodným a motivujícím doplňkovým zdrojem (Kay & Kletskin, 2012).



Obr. 2.10: Rozdělení míry souhlasu s daným tvrzením pro jednotlivé učitele z prvního šetření

Stejně jako autoři rozsáhlé studie v USA (Murphy et al., 2014) jsme zkoumali také studijní autonomii žáků, tedy otázku, zdali jsou schopni se na KA naučit nové znalosti a koncepty bez pomoci učitele. Dospěli jsme k podobným výsledkům, v zahraniční studii autonomii připouštělo 45 % žáků, v našem prvním šetření to bylo 46 % žáků a v druhém jarním šetření jen 32 % žáků. Pokles může souviset jednak s celkově se snižující preferencí KA a také se změnou probírané látky, která mohla být na jaře náročnější na pochopení. Je nicméně zřejmé, že většina žáků se nedomnívá, že by byla schopna se na KA samostatně učit nové dovednosti. Pokles pozorujeme také u tvrzení „Práce na KA mě baví.“, se kterým souhlasilo v našem prvním dotazníku 63 % žáků, zatímco ve druhém, jarním, již jen 37 %.



Obr. 2.11: Rozdělení míry souhlasu s daným tvrzením z prvního šetření

Poslední položka, kterou v této podkapitole uvedeme, se týká vlivu použití KA na postoj žáka k matematice. V dotazníku možný negativní vliv připustilo pouze 8 % žáků (viz obr. 2.11). S většinou těchto žáků jsme následně provedli polostrukturované rozhovory, kdy žáci možný negativní vliv KA na jejich postoj k matematice odmítli. Faktor obliby matematiky se mezi podzimním a jarním šetřením významně nezměnil. Můžeme tedy učinit závěr, že ani postoj k matematice žáků, kteří KA nepovažují za přínosný nástroj, není zapojením KA negativně ovlivněn. Naopak 31 % žáků v prvním šetření uvedlo, že má matematiku raději od doby, kdy používají KA. Jedná se o údaj srovnatelný s výsledky studie z USA (Murphy et al., 2014), kde toto uvedlo 32 % žáků. Naše druhé šetření v této položce opět zaznamenalo značný pokles k hodnotě 11 %.

Z výše uvedených porovnání je vidět, že při zkoumání inovativních výukových metod je k objektivnímu srovnání nezbytné prověřovat metody dlouhodobě, neboť prvotní nadšení, které často změna výuky přináší, postupem času vyprchává. Z počátku tak může leckterá inovace vykazovat zvýšení motivace i zlepšení postoje žáků, ale až použití po dobu několika měsíců či let skutečně ukáže, zdali je metoda přínosná.

2.4.2. Výhody a nevýhody Khan Academy dle vnímání žáků

Ve druhé podkapitole se věnujeme výzkumné otázce *ii) Jaké jsou výhody a nevýhody KA dle vnímání žáků?*

Výhody a nevýhody KA jsme zjišťovali jednak otevřenými otázkami v dotaznících, jednak při polostrukturovaných rozhovorech. Následující tabulky uvádějí žáky nejčastěji zmiňované výhody a nevýhody KA. Tabulka vždy ukazuje, kolik procent žáků v prvním šetření zmínilo danou výhodu či nevýhodu a souhrnně ji ilustruje reprezentativním tvrzením. Celkový součet nedosahuje 100 %, neboť někteří žáci uvedli jiné výhody či nevýhody a byli ve svém názoru osamoceni, nebo na danou otázku neodpověděli.

30 %	Výuková videa – Díky videím snáze a rychleji pochopím látku.
22 %	Gamifikace – Body, odznaky a avataři mě motivují k většímu úsilí.
16 %	Nápovědy – Nápovědy mi pomáhají s pochopením dané látky.
15 %	Autonomie – Mohu se doučit látku, kterou jsem zmeškal či nepochopil.
11 %	Dostupnost – KA je online, proto mohu cvičit kdekoliv, kdykoliv.
10 %	Angličtina – Při používání KA si zároveň procvičuji angličtinu.

Tab. 2.12: Výhody Khan Academy dle písemných odpovědí žáků z prvního šetření

Nejvíce žáků uvedlo jako výhodu KA výuková videa, přesto sledováním videí žáci strávili jen necelých 5 % času práce na KA. Za první rok používání KA strávil průměrný žák z celého vzorku obou šetření 25 minut sledováním videí a 500 minut řešením cvičení, navíc jen 20 % žáků věnovalo videím více než 25 minut. Je tedy zřejmé, že videa považují za velmi přínosná i žáci, kteří je téměř nesledují. Za zmínku stojí ještě dva sporné faktory, které jsou považovány některými žáky za výhody a některými za nevýhody. Jedná se o angličtinu a online dostupnost. Zatímco někteří žáci oceňují spojení matematiky a angličtiny a považují to za další příležitost k učení, jiní toto považují za překážku. Více se jazykové bariéře věnujeme v následující podkapitole. Obdobně někteří žáci považují online dostupnost KA za výhodu, protože jim umožňuje díky mobilnímu připojení k internetu plnit úkoly kdykoliv a kdekoliv. Naopak žáci, kteří nemají tak snadný a spolehlivý přístup k internetu, toto často považují za nevýhodu. Nedostatečnou dostupnost internetu v domácnostech uváděli také učitelé v USA (Murphy et al., 2014), proto většina z nich nepoužila KA k zadání domácího úkolu. S výpadky internetu také souvisí technické potíže, na které si často stěžovali žáci při rozhovorech, uváděli, že se stránka KA nenačítá, nebo je velmi pomalá. Tyto problémy jsme v prvních letech výzkumu skutečně pozorovali, ale nyní je již web velmi stabilní a rychlý. V rozhovorech si žáci dále stěžovali na nesouvislost látky probrané a testované ve škole a látky zadané za domácí úkol na KA, tito žáci pak cvičení na KA považovali za zbytečné a nesouvisející se školní matematikou.

Více než pětina žáků v dotazníku uvedla jako nevýhodu nutnost vyřešit ke splnění cvičení pět úloh v řadě bez chyby. Od tohoto systému již KA ustoupila a nahradila jej podmínkou vyřešení alespoň 70 % úloh bez chyby, proto jsme tuto nevýhodu v tabulce neuvedli.

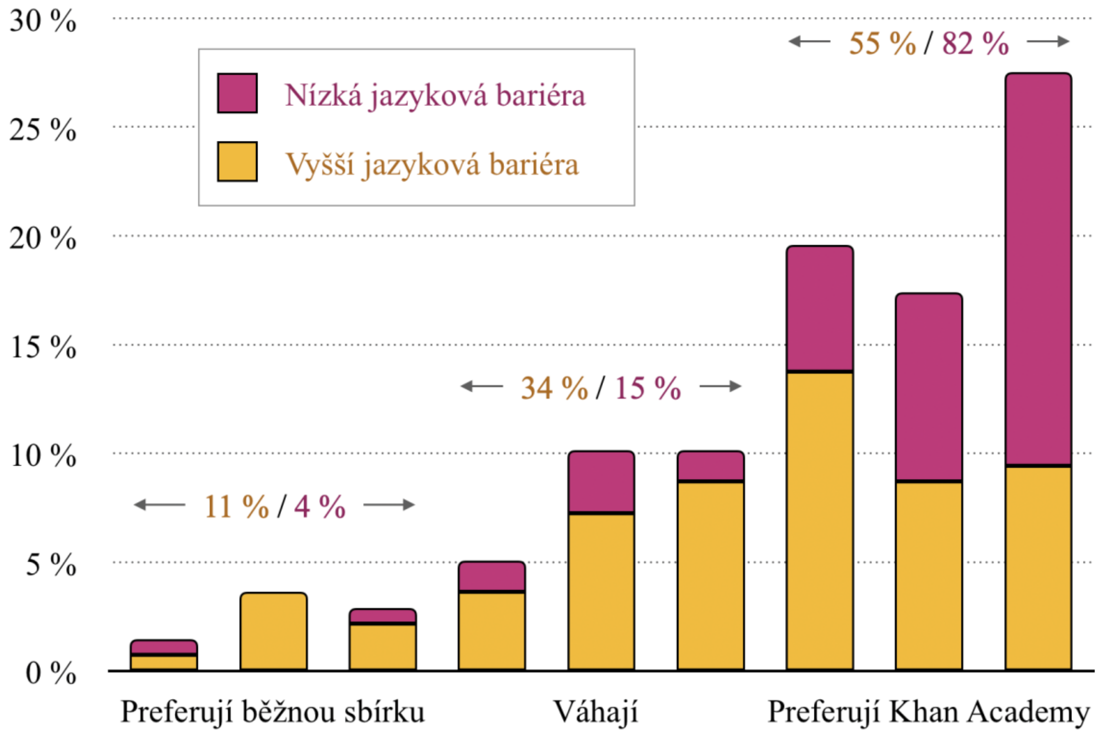
22 %	Angličtina – Občas nerozumím zadání, nápovědám nebo videím.
14 %	Internet – Pokud vypadne internet, nedostanu se na KA.
8 %	Nepřehlednost – Je složité přihlásit se do virtuální třídy a najít cvičení.

Tab. 2.13: Nevýhody Khan Academy dle písemných odpovědí žáků z prvního šetření

2.4.3. Jazyková bariéra a faktory korelující s postoji ke Khan Academy

V poslední podkapitole odpovídáme na otázku *iii) Jak jazyková bariéra ovlivňuje postoje žáků ke KA a jejímu využití ve výuce matematiky?* Uvádíme také další faktory, které dle výzkumu korelují s preferencí KA oproti běžné sbírce a s dalšími postoji ke KA.

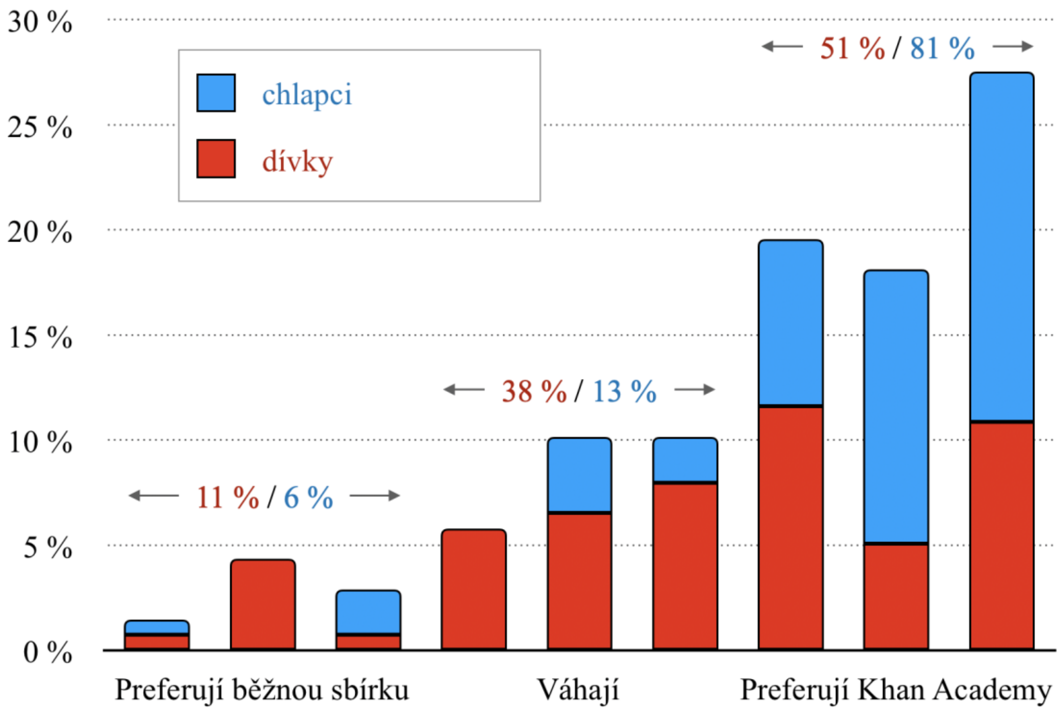
Připomeňme, že v našem výzkumu pracujeme se subjektivně vnímanou jazykovou bariérou žáků, která byla zjišťována v rámci dotazníkového šetření. Graf na obr. 2.14 rozděluje žákovské preference z obr 2.7 dle jazykové bariéry žáků z prvního šetření. Žáci byli dle zjištěné jazykové bariéry rozděleni do dvou skupin (60 žáků s nízkou jazykovou bariérou a 76 žáků s vyšší jazykovou bariérou). Procentuální hodnoty uváděné v grafu jsou pak vztaženy k dané skupině. Například 49 žáků s nízkou jazykovou bariérou v dotazníku uvedlo preferenci KA oproti běžné sbírce, proto je v grafu uvedena hodnota 82 % (≈ 49 : 60).



Obr. 2.14: Graf rozdělení faktoru preference dle jazykové bariéry žáků z prvního šetření

Jazyková bariéra významně koreluje nejen s preferencí KA oproti běžné sbírce, ale i s dalšími položkami. Žáci s nižší jazykovou bariérou považují videa a cvičení na KA za přínosnější (korelace 0,18–0,45), uvádí vyšší autonomii při učení se novým dovednostem na KA (korelace 0,17–0,28) a dále uvádí vyšší přínos pro jejich porozumění látce (korelace 0,22–0,29). Je také zajímavé, že dívky mají z anglického jazyka v průměru lepší známky, ale uvádí v průměru vyšší jazykovou bariéru než chlapci. Oproti očekávání také jazyková bariéra neklesá s věkem, toto pozorování může ale být nepoměrně ovlivněno tím, že se průzkumu účastnili žáci kvarty z Gymnázia PORG, kteří jsou nejmladší z celého průzkumu a uvádí velmi nízkou jazykovou bariéru. Dle odpovědí žáků se zdá, že jazyková bariéra má negativní vliv nejen na oblibu samotného nástroje, ale také na jeho efektivitu a přínos z hlediska učení žáka, což není v souladu s většinou výzkumů metody CLIL (Piesche et al., 2016), kdy nedochází k negativnímu vlivu na znalosti žáků v předmětu. Proto jsme tuto souvislost prověřovali v našich dalších Studiích 2 a 3 popsaných ve třetí kapitole práce.

S věkem korelují další faktory. Starší žáci považují matematiku za méně užitečnou a uvádí v průměru nižší poznávací i sociální motivaci ke studiu matematiky. Právě poznávací motivace pozitivně koreluje s postojem ke KA. Motivovanější žáky práce na KA více baví a také je více zajímají gamifikační prvky KA. Nepotvrdila se tak popsaná obava (Monterrat et al., 2015), kdy gamifikační prvky zaměřené na vnější motivaci mohou dobře vnitřně motivované žáky naopak odradit a demotivovat.



Obr. 2.15: Graf rozdělení faktoru preference dle pohlaví žáků z prvního šetření

Na závěr zmiňme rozdělení žáků dle jejich pohlaví. Chlapci v obou dotazníkových šetřeních uváděli vyšší preferenci KA oproti běžné sbírce než dívky. Tento rozdíl ilustruje graf na obr. 2.15, jenž rozděluje žákovské preference z obr. 2.7, tentokrát dle pohlaví žáků (ve zobrazeném vzorku bylo 63 chlapců a 73 dívek).

2.4.4. Limity Studie 1

Ve srovnatelných položkách, jako jsou preference KA a (ne)schopnost autonomního studie matematiky na KA, dospíváme k podobným výsledkům jako podstatně rozsáhlejší výzkum z USA (Murphy et al., 2014), nicméně vzorek naší studie není reprezentativní pro celou škálu škol a stupňů vzdělávání. Studie probíhala na výběrových gymnáziích v Praze se žáky ve věku 15–20 let a není tedy možné výsledky zobecnit dále. Velikost vzorku také neumožnila odhalit jemnější korelace, které, přestože mohou existovat, nedosáhly statistické významnosti.

Studie se opírala téměř výhradně o názory žáků, které nemusí přesně odrážet skutečnost. Žákovo přesvědčení, že látku díky výukovému videu pochopil, nemusí znamenat, že tomu tak skutečně je. Proto se v dalších studích zaměřujeme na testování znalostí žáků před a po cvičení na KA, abychom mohli zjistit skutečný přínos KA.

2.5. Důsledky Studie 1 pro výuku

Na základě výše představené Studie 1 a dalších výzkumů (Murphy et al., 2014; Attali, 2015; Clarina & Koul, 2003) můžeme doporučit použití KA k procvičení probrané látky ať už ve škole nebo za domácí úkol. Výhodou této formy je podrobný přehled učitele o činnosti žáků. Učitel může snadno identifikovat žáky, kteří mají s látkou problém a cvičení s žákem projít, nebo požádat jiného žáka, který naopak cvičení zvládl, aby spolužákovi pomohl. Učitel vidí nejen výsledné skóre z každého cvičení, ale i žákovy odpovědi na jednotlivé úlohy ve cvičení a souhrnné statistiky celé třídy. Učitel tak může vybrat úlohy, které činily potíže větší části žáků a vysvětlit je u tabule, nebo je nechat vysvětlit žáky, kteří úlohy zvládli. Díky podrobnému přehledu o činnosti žáků může učitel hodnotit nejen samotné splnění zadaných cvičení, ale i objektivní úsilí žáků, což je na základě výše uvedených studií pro žáky motivující a žádoucí. Za vhodné také považujeme diverzifikovat cvičení, kdy talentovanější žáci mohou dostávat náročnější cvičení nebo cvičení navíc.

Při zavádění KA je vhodné vybírat cvičení, která co nejvíce souvisí s probíranou látkou, a jejich plnění hodnotit, jinak mohou žáci považovat cvičení za zbytečná a nevěnovat jim mnoho času. Zde může český učitel na střední škole narazit na problém s pokrytím učiva matematiky na KA, především geometrie a kombinatoriky, kde KA nenabízí mnoho cvičení. Látka je navíc uspořádána dle plánů používaných v USA a český učitel tak může mít problém s orientací a výběrem vhodných cvičení.

Dále je dobré při zadávání domácích úkolů zvážit technické zázemí žáků a jejich přístup na internet. V neposlední řadě je třeba zvážit také jazykové schopnosti žáků.

Pokud žáci nezvládají anglický jazyk na dostatečné úrovni, mohou pro ně být cvičení nesrozumitelná, v takovém případě je lepší používat KA při hodinách, kdy je k dispozici učitel nebo jazykově schopnější spolužák, který může s porozuměním pomoci. Zmiňme, že v současné době vzniká kompletní česká mutace KA[23], která je postupně doplňována.

Nedoporučujeme používat metodu převrácené třídy na základních a středních školách ve výuce matematiky, neboť většina žáků se nedomnívá, že je schopna na KA samostatně porozumět nové látce, a ani studie z oblasti převrácené třídy na základních nebo středních školách nepřinášejí přesvědčivé závěry.

[23] Česká mutace Khan Academy je dostupná na https://cs.khanacademy.org

3. Vliv procvičování na Khan Academy na znalosti žáků

V této kapitole představujeme naše výzkumy z let 2016–2018, kdy jsme se zaměřili na přenos dovedností získaných na KA do školního kontextu a na rozvoj konceptuálních znalostí pomocí procvičování na KA. Tato kapitola je oproti předchozí rozdělena jen do čtyř podkapitol, neboť není třeba znovu podrobně popisovat vlastnosti a využití KA pro výuku matematiky.

Mezi odborníky dlouhodobě převládá názor, že dobré porozumění matematickým konceptům, podporuje procedurální dovednosti. Otázkou zůstává, zda i naopak osvojení procedurálních dovedností podporuje konceptuální znalost (Allock et al., 2016). Některé články se přiklánějí k exitenci i tohoto opačného vztahu, nicméně empirických podkladů pro tento závěr není mnoho. Proto jsme se na tuto otázku také zaměřili.

Vhodným a velmi populárním nástrojem k získávání procedurálních dovedností je Khan Academy (dále jen KA) a její interaktivní sbírka matematických úloh. Navíc zavádění digitálních technologií do výuky matematiky je trendem posledních let. Přes velkou popularitu KA chybí empirické výzkumy o jejím vlivu na znalosti žáků. Cílem našich studií bylo prověřit jednak přínos procvičování na Khan Academy v oblasti procedurálních znalostí žáků, na které KA prvoplánově cílí, a následně zjistit, zdali procedurální zvládnutí úloh podporuje i konceptuální znalosti. Sekundárně jsme se zaměřili na žákovské vnímání přínosů KA pro jejich znalosti a dovednosti.

KA je koncipována spíše k samostudiu, proto ji v našich studiích využíváme k domácímu procvičování, které je ve vhodné formě dle výzkumů přínosem především při výuce matematiky na střední škole, viz podkapitola 2.3. Interaktivní sbírka na KA je z hlediska domácího procvičování v souladu s výzkumy a představuje tak ideální nástroj k nalezení odpovědi na naše výzkumné otázky.

Vzhledem k omezenému vzorku 44 žáků v naší Studii 2 a Studii 3 jsme zvolili netradiční design, kdy jsme opakovaně pretestovali a posttestovali žáky v symetrickém vzorci. Z organizačních důvodů také nebylo možné vyčlenit kontrolní skupinu, proto každý žák byl vždy buď pretestován, nebo posttestován. Takto jsme získali dostatečné množství relevantních dat, které jsme následně podrobili testování hypotéz s hladinou spolehlivosti 5 %.

V souladu s rozsáhlou implementační studií z USA (Murphy et al., 2014) a s naší předchozí Studií 1, popsanou v druhé kapitole práce, se žáci na KA neučili nové dovednosti, ale opět procvičovali řešení již probraných typů úloh.

3.1. Teoretický rámec Studie 2 a Studie 3

Teoreticky vychází tato kapitola také z poznatků popsaných v podkapitole 2.1., především z podkapitol 2.1.1. a 2.1.2. V této podkapitole k teorii doplníme stěžejní pojmy procedurální a konceptuální znalost a představíme revidovanou Bloomovu taxonomii.

3.1.1. Procedurální a konceptuální znalost

Mezi odbornou veřejností panuje jednoznačnější shoda na pojmu procedurální znalosti, který označuje schopnost provádět dané procedury či postupy k řešení známých problémů. Definice pojmu konceptuální znalosti není v odborné veřejnosti ustálená, obecně se jedná o znalost faktů, principů a konceptů, které jsou spíše abstraktní (Rittle-Johnson & Schneider, 2016). Pro účely kvantitativní, empirické studie jsou stěžejní metody ověřování, které nám také lépe ilustrují rozdíly mezi oběma skupinami znalostí.

Stejně jako samotná definice jsou i metody ověřování procedurálních znalostí jasněji vymezené. Testové úlohy téměř vždy vyžadují řešení typově známého problému s využitím známé procedury. Měřena je pak zpravidla správnost a přesnost výsledků či procedur (Rittle-Johnson & Schneider, 2016). Občas výzkumníci do procedurální znalosti zahrnují i schopnost použít známou proceduru v neznámém kontextu nebo schopnost ji mírně upravit pro účely nového problému (Rittle-Johnson, 2006; Renkl et al., 1998).

Metody ověřování konceptuálních znalostí jsou, stejně jako definice, pestřejší a zahrnují mnoho různých typů úloh. Testové úlohy by měly být pro žáky nové, aby žák musel řešení odvodit z převážně abstraktních, konceptuálních znalostí (Rittle-Johnson & Schneider, 2016). Obecně zde najdeme úlohy vyžadující vysvětlování, ilustrování na příkladech, rozřazování do kategorií, vytváření definic nebo hypotéz, apod. Konceptuální znalost je ověřována například úlohami, kde má žák zhodnotit správnost předloženého řešení (Dixon et al., 2001; Star & Rottle-Johnoson, 2009), uspořádat příklady do daných kategorií (Lavigne, 2005), vybrat nebo vytvořit definici daného konceptu (Knuth et al., 2006) či vysvětlit, proč daný postup funguje (Berthold & Renkl, 2009).

Vzhledem k tomu že mezi odborníky nepanuje shoda na definici pojmu konceptuální znalost, rozhodli jsme se pro ověřování použít revidovanou Bloomovu taxonomii, která je naopak dobře ukotvená a stále hojně využívaná k ověřování znalostí žáků. V Bloomově taxonomii najdeme úlohy ověřující procedurální znalosti v matematice téměř výhradně ve skupině 3 (aplikovat) dimenze kognitivního procesu, zatímco úlohy ověřující konceptuální znalosti v matematice najdeme převážně v ostatních skupinách mimo skupiny 1 (zapamatovat), viz následující podkapitola 3.1.2.

Z výzkumů je zřejmé, že konceptuální a procedurální znalosti spolu souvisí (Rittle-Johnson & Schneider, 2016) a existuje řada studií, které ukazují, že rozvoj konceptuálních znalostí zlepšuje i znalosti procedurální. Evidence pro opačný vztah již není tak silná (Rittle-Johnson et al., 2015), existují studie, dle kterých rozvoj procedurálních znalostí zlepšuje i konceptuální znalosti, tak studie, které nezjistily významné zlepšení konceptuálních znalostí (Kamii & Dominick, 1997). Proto se v našich studiích zaměřujeme i na tuto otázku.

3.1.2. Revidovaná Bloomova taxonomie

Původní Bloomova taxonomie, definovaná v roce 1956 (Bloom, 1956), rozlišovala 6 úrovní kognitivních dovedností. Úrovně byly navíc hierarchické, kdy dosažení dané úrovně vyžadovalo zvládnutí všech nižších úrovní. O půl století později vznikla revidovaná Bloomova taxonomie (Anderson and Krathwohl, 2001), která jednak mírně upravila a podrobněji rozpracovala dimenzi kognitivních dovedností (procesů), zrušila jejich hierarchii s výjimkou úrovně 1, a jednak zavedla druhou, znalostní dimenzi. Výhodou Bloomovy taxonomie oproti obecné teorii konceptuálních a procedurálních znalostí je jasnější klasifikace vzdělávacích cílů a především jednoznačný seznam typů úloh určených k ověřování jednotlivých vzdělávacích cílů.

Dimenze kognitivního procesu / Znalostní dimenze	1) Zapamatovat	2) Rozumět	3) Aplikovat	4) Analyzovat	5) Hodnotit	6) Tvořit
I) Znalost faktů						
II) Konceptuální znalost						
III) Procedurální znalost						
IV) Metakognitivní znalost						

Tab. 3.1: Revidovaná Bloomova taxonomie s naznačenou výzkumnou otázkou ii)

V revidované taxonomii reprezentované tabulkou 3.1 označuje každá buňka tabulky jednu kategorii vzdělávacích cílů, které mají po revizi dvě dimenze. Vodorovná dimenze odpovídá původní Bloomově taxonomii a nazývá se Dimenze kognitivního procesu. V této dimenzi najdeme šest hlavních úrovní, které se dále dělí na užší podúrovně. Například úroveň 2 (rozumět) se dále dělí na dovednosti 2.a – interpretovat, 2.b – ilustrovat na příkladech, 2.c – klasifikovat, 2.d – sumarizovat, 2.e – vyvozovat, 2.f – porovnávat, 2.g – vysvětlovat. Podrobný popis všech úrovní a podúrovní dimenze kognitivního procesu je uveden v Příloze 3. Dle revidované taxonomie se již nejedná o taxonomii v pravém slova smyslu, tedy žák může dosáhnout vyšších úrovní, aniž by si osvojil úrovně nižší s výjimkou úrovně 1, která je nutným předpokladem pro všechny další úrovně. Žáci mohou například aplikovat, aby zlepšili svou schopnost rozumět (Anderson, 2005). Vyššími kognitivními dovednostmi nebo procesy označujeme dovednosti od úrovně 2 výš.

Znalostní dimenze byla přidána s cílem sjednotit Bloomovu taxonomii napříč předměty, kdy původní taxonomie byla vždy upravována pro potřeby konkrétního předmětu či výukové oblasti (Anderson, 2005). Úrovně II a III této dimenze ne zcela odpovídají procedurální a konceptuální znalosti z předchozí podkapitoly, zde se jedná o obsahové vymezení vzdělávacího cíle a tvoří jen jednu z jeho dvou složek. Znalost faktů zahrnuje především terminologii a základní pojmy nezbytné pro orientaci v předmětu. Konceptuální znalost obsahuje klasifikaci a kategorie faktů, principy, teorie, modely a struktury a také souvislosti mezi nimi. Procedurální znalost sestává z postupů, metod a algoritmů, které řeší daný typ problémů. Konečně metakognitivní znalost zahrnuje znalost svých vlastních schopností a limitů, znalost strategií a možností seberegulace, obecně znalost o kognici. Podrobný popis všech úrovní znalostní dimenze je uveden v Příloze 4.

Vzdělávací cíl tak sestává ze dvou složek, například cíl „Žák používá doplnění na čtverec k vyřešení kvadratické rovnice." spadá do úrovně 3 dimenze kognitivních procesů a úrovně III dimenze znalostní. Vzdělávací cíle nejsou rovnoměrně rozprostřeny napříč celou tabulkou revidované taxonomie a toto rozdělení se pro jednotlivé vzdělávací oblasti velmi liší. Například v matematice se většina vyučování a často i výzkumu zaměřuje právě na buňku 3-III, neboli aplikování procedurálních znalostí (Crompton et al., 2018).

Procedurální znalost vymezenou v předchozí podkapitole najdeme především ve zmíněné buňce 3-III. Konceptuální znalost z minulé podkapitoly je rozprostřena převážně ve druhém řádku revidované taxonomie, ale najdeme ji i v buňce 5-III, kam spadá například hodnocení předloženého řešení úlohy.

Ve Studii 3 se nezaměřujeme na všechny úrovně odpovídající konceptuálním znalostem, ale vybíráme jen dvě kategorie vzdělávacích cílů – 2.b-II (ilustrace konceptů na příkladech) a 5.a-III (kontrola správnosti předloženého postupu řešení), jak ukazuje tabulka 3.1 a podorbně popisují tabulky v Příloze 3 a Příloze 4. Tyto kategorie jsme zvolili, protože je na rozdíl od mnohých dalších možné vytvářet mnoho testových úloh, které je ověřují téměř v každé oblasti středoškolské matematiky. Lze je tak spolehlivě a opakovaně testovat a navíc se dají dobře navázat na úlohy z KA. Testové úlohy zaměřené na kategorii 5.a-III předkládají postup řešení matematické úlohy a vyžadují od žáka ověření správnosti tohoto postupu. V návrhu testových úloh kategorie 5.a-III vycházíme z postupů, které žáci procvičovali, a vkládáme do nich chybné kroky. Testové úlohy kategorie 2.b-II pracují s koncepty, které žáci procvičovali, a vyžadují uvedení příkladů podobných těm, se kterými již žáci pracovali, např. graf funkce rostoucí na intervalu (-3; 3). Jiné, vyšší kognitivní dovednosti jsme netestovali, neboť jsme s ohledem na menší výzkumný vzorek nechtěli Studii 3 příliš roztříštit a omezit tak možnou signifikantnost výsledků.

Konkrétní příklady úloh z procvičování a souvisejících testových úloh jsou uvedeny v podkapitole 3.3.1.

3.2. Metodika Studie 2 a Studie 3

V rámci Studie 2 a Studie 3 ve školních letech 2016/17 a 2017/18 a následných analýzách jsme se zaměřili na níže uvedené výzkumné otázky. Aby nedošlo k záměně výzkumných otázek, pokračujeme v číslování z druhé kapitoly práce.

3.2.1. Výzkumné otázky Studie 2 a Studie 3

iv) Umí žáci procedurální znalosti v oblasti analytické geometrie a komplex-ních čísel získané při procvičování na Khan Academy použít v českém školním kontextu?

v) Rozvíjí procvičování na Khan Academy konceptuální znalosti, konkrétně vyšší kognitivní dovednosti 2.b-II – ilustrování konceptů na vhodných příkladech a 5.a-III – kontrolování předloženého postupu dle revidované Bloomovy taxonomie v oblasti diferenciálního a integrálního počtu (tab. 3.1)?

vi) Jak přínosné je procvičování na Khan Academy z hlediska znalostí žáků dle vnímání žáků?

vii) Na jaké cíle dle revidované Bloomovy taxonomie jsou zaměřena cvičení na Khan Academy?

K zodpovězení otázek jsme provedli dvě kvantitativní Studie 2 a 3 ve školních letech 2016/17 a 2017/18. Studie 2 se zaměřila na výzkumnou otázku iv), Studie 3 na otázku v). Otázce vi) se sekundárně věnovaly obě zmíněné studie. Obě studie měly také obdobnou metodiku, proto je budeme popisovat společně. S cílem dosáhnout přesnější odpovědi na otázku vi) jsme na konci Studie 3, v roce 2018, provedli mezi 40 zúčastněnými žáky (4 žáci z původního vzorku již nebyli přítomni) doplňkové dotazníkové šetření. Dotazník je k dispozici v Příloze 6. K zodpovězení poslední otázky vii) jsme provedli analýzu úloh ve cvičení na KA ze dvou tematických celků.

Nejprve představíme metodiku Studie 2 a Studie 3 zaměřených na otázky iv), v) a vi). Poté v podkapitole 3.2.8. popíšeme doplňkové dotazníkové šetření z roku 2018 a v podkapitole 3.2.9. představíme analýzu úloh na KA z hlediska revidované Bloomovy taxonomie.

V průběhu obou zmíněných studií zaměřených na otázky iv), v), vi) byla vždy látka probrána v hodině, poté byla jedna polovina žáků ve škole pretestována na danou znalost. Dále za domácí úkol všichni žáci procvičovali zadané úlohy na KA a poté byla ve škole druhá polovina žáků posttestována. Rozdělení žáků do pretestovaných a posttestovaných skupin se každý týden měnilo v symetrickém vzorci, podrobně je tento postup popsán v podkapitole 3.2.3.

Studie 2 z roku 2016/17 rozlišovala dva různé kontexty testování – kontext Khan Academy, kdy žáci řešili jednu úlohu ve formě screenshotu úlohy z KA, a český kontext, kdy žáci řešili jednu do češtiny přeloženou úlohu z KA bez grafických prvků KA jako jsou tlačítka, menu apod. Studie 3 z roku 2017/18 nerozlišovala různé kontexty, žáci vždy řešili jednu českou úlohu zaměřenou buď na kategorii 2.b-II (ilustrace na příkladech), nebo 5.a-III (kontrola správnosti) revidované Bloomovy taxonomie. Podrobně je návrh testových úloh popsán v podkapitole 3.2.4.

3.2.2. Výzkumný vzorek Studie 2 a Studie 3

Obě studie probíhaly ve školních letech 2016/17 a 2017/18 na Gymnáziu Přípotoční v Praze. Účastníky studií byli stejní žáci dvou paralelních tříd, označme je A, B. Tito žáci se účastnili i Sstudie 1 popsané v druhé kapitole práce. Žáci obou tříd pracovali v hodinách matematiky stejně, studie nepracovaly s experimentální a kontrolní skupinou. V roce 2016/17 se jednalo o žáky třetího ročníky střední školy, v následujícím roce o maturitní ročníky. Celkem se studií zúčastnilo $n = 44$ žáků ve věku od 17 do 19 let. Rodným jazykem žáků byla čeština, proto jedním z faktorů, který by mohl omezovat přínos procvičování na KA, byla jazyková bariéra. Dodejme, že všichni žáci se ve škole učili anglický jazyk nejméně 9 let před začátkem studie. Většina z nich v době studie zvládala angličtinu na úrovni B2 nebo lépe, což dokládaly certifikáty B2 First nebo C1 Advanced dle Cambridge Assessment (2019). Ve vzorku nebyl žádný žák se speciálními vzdělávacími potřebami dle §16 zákona č. 561/2004

Sb. Na čtyřletém Gymnáziu Přípotoční měli žáci v průběhu celého studia čtyři povinné hodiny matematiky týdně a od druhého ročníku měla polovina každé třídy jednu hodinu týdně matematiky navíc, kde se probírala témata nad rámec povinných hodin. Žáci byli dobře obeznámeni s prostředím interaktivních cvičení na KA, neboť s nimi pracovali pravidelně od roku 2015, kdy probíhala naše Studie 1 ohledně postojů žáků ke KA a jejich jazykové bariéry, popsané ve druhé kapitole této práce. Autor práce byl v době provádění obou Studií 2 a 3 zároveň učitelem matematiky v obou třídách.

Žáci i jejich zákonní zástupci byli seznámeni s povahou a využitím dat shromažďovaných v průběhu obou studií a písemně se studií souhlasili.

3.2.3. Sběr dat Studie 2 a Studie 3

Těžištěm výzkumných dat obou studií jsou výsledky žáků v testech před a po procvičení na KA. S pouhými 44 žáky ve Studii 2 i Studii 3 by jedno kolo pretestů a posttestů nepřineslo dostatečně robustní data, proto jsme zvolili vícekolový rozvrh testování. Další překážkou byla nemožnost vyčlenit kontrolní skupinu, proto se každý žák účastnil vždy jen pretestu nebo jen posttestu v každém kole.

Žáci každé třídy (A, B) byli rozděleni do čtyř skupin (A1, A2, A3, A4, B1, B2, B3, B4). Záměrem bylo vytvořit skupiny se srovnatelnými matematickými znalostmi, jedinou dostupnou metrikou byly známky žáků. Vytvořili jsme proto skupiny, mezi kterými byly co nejmenší rozdíly v průměru známek žáků z matematiky na vysvědčeních ze 2. pololetí 2. ročníku gymnázia. Vznikly tak skupiny, ve kterých se průměr známek na vysvědčení pohyboval mezi 2,9 a 3,3. V každé skupině bylo pět až šest žáků.

Studie 3 měla oproti první Studii 2 jednodušší schéma (viz Příloha 5), proto jím začneme. Látka byla nejprve probrána ve škole, následně měli žáci za domácí úkol každý týden splnit tři až čtyři zadaná cvičení, tj. soubory úloh na KA. Čtyři z osmi skupin byly vždy testovány před procvičením a čtyři skupiny po domácím procvičení na KA. Připomeňme, že žáci nebyli rozděleni na kontrolní a experimentální skupinu, všichni procvičovali stejné matematické znalosti na KA. Pretestové a posttestové úlohy byly kvůli srovnatelnosti totožné a každá skupina byla v daném týdnu vždy jen pretestována nebo posttestována. Polovina testů byla zaměřena na kategorii 2.b-II (ilustrace na příkladech) a druhá polovina testů byla zaměřena na kategorii 5.a-III (kontrola správnosti). Role skupin i kategorie testů byla v pravidelném vzoru obměňována tak, že z celkového počtu deseti kol testování byla každá skupina pětkrát pretestována a pětkrát posttestována a také 4–6krát testována na kategorii 2.b-II a 4–6krát testována na kategorii 5.a-III.

Například při testování 2 ve Studii 3 (Příloha 5) byly skupiny A1 a B2 testovány na dovednost ilustrovat na příkladech konkrétní koncept 3.1 (interní označení) před procvičením na KA; skupiny A2 a B1 byly také pretestovány také v kategorii 2.b-II, ale pro koncept 3.2 (interní označení); skupiny A3 a B3 byly testovány na dovednost kontrolovat předložený postup úlohy typu 2.1 (interní označení) po procvičení na KA a konečně skupiny A4 a B4 byly také posttestovány, ale v kategorii 2.b-II pro koncept 2.2 (interní označení).

Studie 2 ve školním roce 2016/17 měla podobný průběh, ale byla složitější, neboť jsme u každé znalosti rozlišovali a sledovali dva různé kontexty (kontext Khan Academy a český kontext). Schéma studie je taktéž zobrazeno v Příloze 5. Na druhou stranu příprava testů byla jednodušší, neboť se jednalo přímo o úlohy, které studenti procvičovali na KA.

Například při testování 3 byla skupina A1 posttestována v českém kontextu na znalost 3.2; skupina A2 byla posttestována v kontextu Khan Academy na znalost 3.1; skupina A3 byla pretestována v českém kontextu na znalost 4.2, atd. Vzhledem k dvojnásobnému počtu různých testových variant byla každá skupina v jiné situaci a bylo třeba provést celkem 16 kol testování, abychom získali dostatek dat.

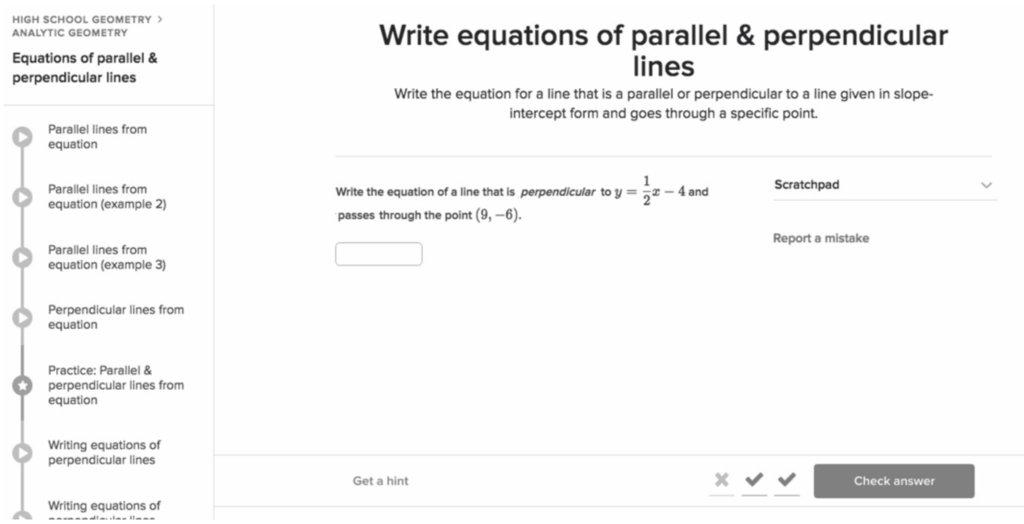
V případě obou studií probíhaly pretesty, domácí procvičování a posttesty až v době, kdy byla daná látka ve škole probrána. Po pretestech jsme se již snažili dané látce ve škole nevěnovat, abychom tak v co největší míře posttestem zjišťovali pouze přínos procvičování na KA. V případě obou studií obsahoval každý test vždy jednu testovou úlohu zaměřenou na zkoumanou znalost.

V průběhu obou studií byli žáci známkováni za plnění zadaných cvičení. Do známky jsme zahrnuli nejen nejlepší dosažené výsledky žáka v cvičeních, ale i úsilí, které domácímu úkolu věnoval, tedy i žák, který nesplnil všechna zadaná cvičení na 100 %, mohl dostat jedničku, pokud se snažil cvičení opravit a věnoval úkolu nadprůměrné množství času v rámci třídy. Abychom dále zvýšili motivaci žáků k pečlivému řešení testových úloh ve škole, měli žáci možnost získat za správné řešení úlohy známku z matematiky.

V souladu s našimi závěry ze Studie 1 popsanými v druhé kapitole práce a v souladu se zahraniční studií (Murphy, 2014) se žáci na KA neučili nové koncepty a postupy, ale procvičovali znalosti dříve probrané ve škole.

3.2.4. Návrh testových úloh

Obsahem matematiky ve školním roce 2016/17 ve třetím ročníku byla stereometrie, analytická geometrie a komplexní čísla. Vzhledem k tomu, že téma stereometrie není na Khan Academy dostatečně zpracováno, pracovala Studie 2 s tématy analytické geometrie a komplexních čísel. Tato studie primárně řešila výzkumnou otázku iv) neboli přenos znalostí získaných v prostředí KA do českého školního kontextu. Tomu odpovídal i návrh testových úloh. Žáci testovaní v kontextu KA řešili úlohu v podobě screenshotu cvičení z KA (viz obr. 3.2), jednalo se o cvičení, která byla zadaná v rámci domácího úkolu. Žáci testovaní v českém kontextu řešili analogickou úlohu přeloženou do českého jazyka bez grafiky KA (viz obr. 3.3). Při každém testování řešili žáci jednu úlohu, která byla obsahem buď následného domácího úkolu v případě pretestů, nebo předchozího domácího úkolu v případě posttestů.

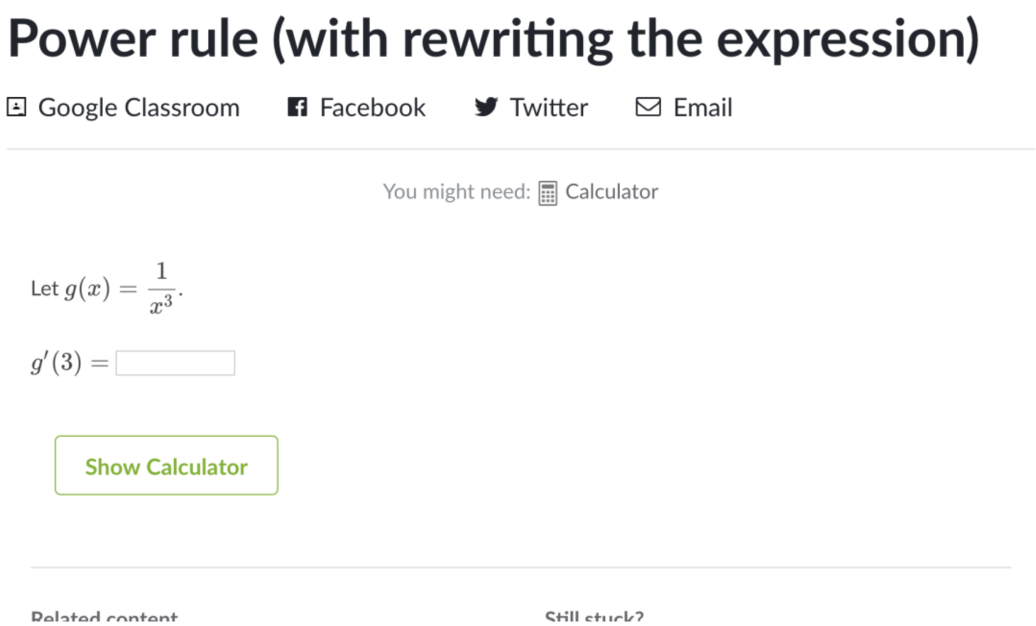


Obr. 3.2: Screenshot úlohy na Khan Academy

Je dána přímka $p: y = -\frac{1}{2}x + 2$. Napište rovnici přímky q, která je kolmá na přímku p a prochází bodem $Q = [5, -7]$.

Obr. 3.3: Analogická úloha v českém kontextu.

V následujícím Studii 3 ve školním roce 2017/18 jsme se primárně zabývali otázkou v), tedy rozvojem konceptuální znalosti. Záměrně jsme se zaměřili pouze na dovednosti 2.b-II (ilustrace na příkladech) a 5.a-III (kontrola správnosti) Bloomovy taxonomie, neboť je lze spolehlivě a opakovaně testovat a také se dají velmi dobře navázat na úlohy z KA. Tématem hodin matematiky i Studie 3 byly limity, derivace a integrály, které skýtají širokou škálu matematických konceptů a poskytly tak vhodnou půdu pro testování konceptuálních znalostí. Vždy jsme se snažili testové úlohy co nejvíce propojit s příslušnými cvičeními na KA tak, abychom v maximální míře testovali vždy pouze přínos procvičování z posledního domácího úkolu. Dále pro ilustraci uvádíme příklady cvičení z KA, která žáci řešili v rámci domácích úkolů, a také příklady testových úloh, které z těchto cvičení vycházejí.



Obr. 3.4: Screenshot úlohy z domácího úkolu na KA zaměřeném na derivaci mocnin

1 / 5 **The strategy**

We can first rewrite $g(x)$ as a negative power of x.

Then, the derivative of g can be found using **the power rule**:

$$\frac{d}{dx}(x^n) = n \cdot x^{n-1}$$

(Remember that this applies even when n is negative.)

Once we have $g'(x)$, we can plug $x = 3$ into it to find $g'(3)$.

2 / 5 **Rewriting the fraction as a negative power**

$$g(x) = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$$

3 / 5 **Differentiating using the power rule**

$$\begin{aligned} & g'(x) \\ &= \frac{d}{dx}\left(x^{-3}\right) \\ &= -3x^{-3-1} && \text{The power rule} \\ &= -3x^{-4} \end{aligned}$$

4 / 5 **Evaluating $g'(x)$**

So we found that $g'(x) = -3x^{-4}$, which can also be written as $-\frac{3}{x^4}$.

Now let's plug $x = 3$:

$$\begin{aligned} -\frac{3}{(3)^4} &= -\frac{3}{81} \\ &= -\frac{1}{27} \end{aligned}$$

5 / 5 In conclusion, $g'(3) = -\frac{1}{27}$.

Obr. 3.5: Vzorový postup řešení úlohy na Khan Academy z obr. 3.4

Abel řešil následující úlohu:

Určete derivaci funkce $f(x) = \dfrac{4}{x^4}$ v bodě $x = \dfrac{1}{2}$.

Zde je jeho řešení:

$$h(x) = \frac{4}{x^{4}} \ldots \text{o } 1 \text{ zmenšit}$$

$$h'(x) = \frac{\cancel{4}}{\cancel{4}x^3} = \frac{1}{x^3}$$

$$h'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = \frac{1}{\frac{1}{8}} = \underline{\underline{8}}$$

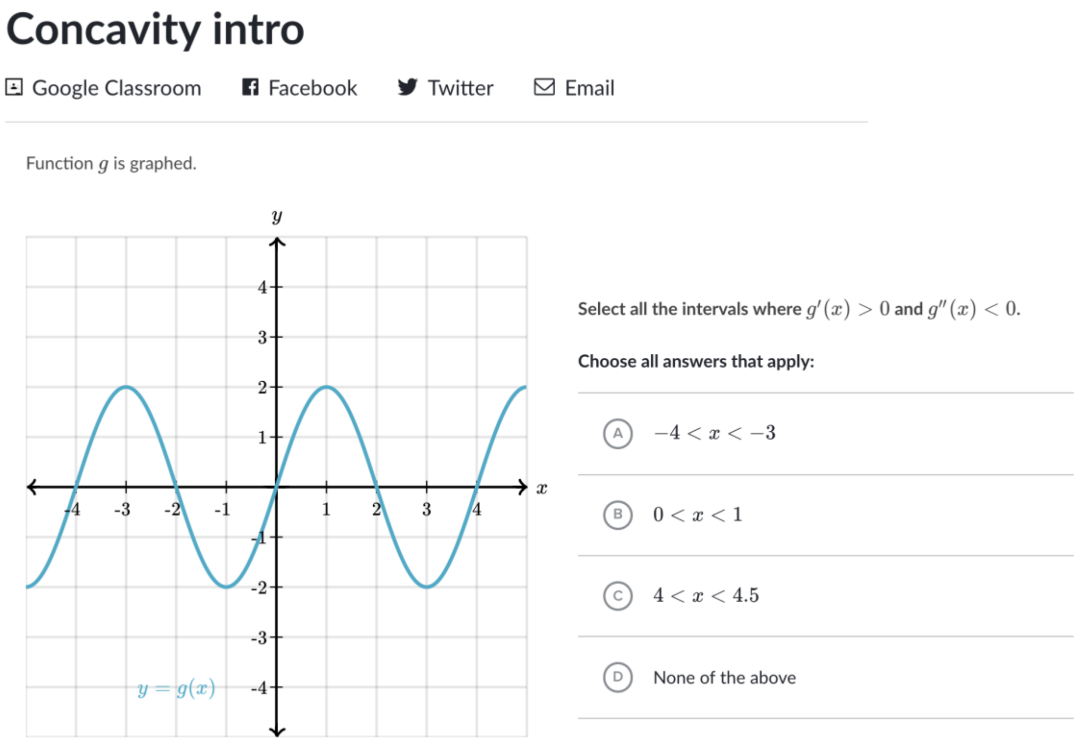
Je tento výsledek správný?

Postupoval Abel korektně?

Podrobně vysvětlete a opravte jeho případné chyby.

Obr. 3.6: Testová úloha zaměřená na dovednost 5.a-III Bloomovy taxonomie

S cvičením na obr. 3.4 jsme spojili testovou úlohu na obr. 3.6, která testuje dovednost zhodnotit správnost předloženého postupu. Pro úplnost ještě obr. 3.5 ukazuje vzorový postup řešení z KA. Na cvičení na obr. 3.7 jsme navázali testovou úlohou na obr. 3.8, která ověřuje dovednost, spadající do kategorie 2.b-II (vytvořit příklad s danými vlastnostmi). Konečně přínos cvičení na obr. 3.9 a 3.10 jsme testovali pomocí úlohy na obr. 3.11, která také spadá do kategorie 2.b-II a ověřuje dovednost generovat vhodné protipříklady.

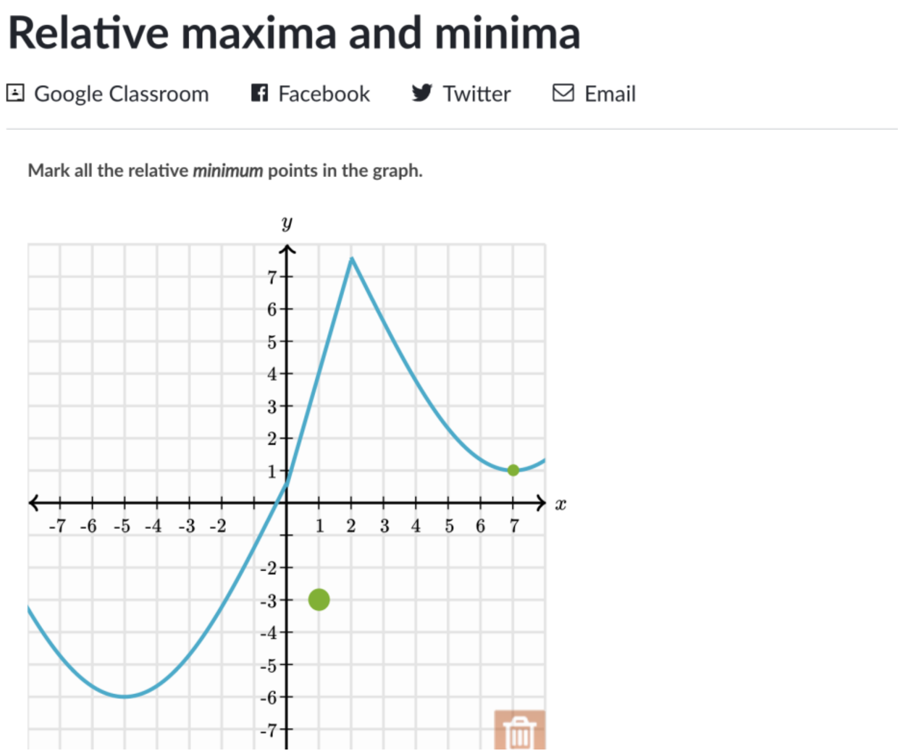


Obr. 3.7: Screenshot cvičení na KA zaměřeného na geometrický význam derivací

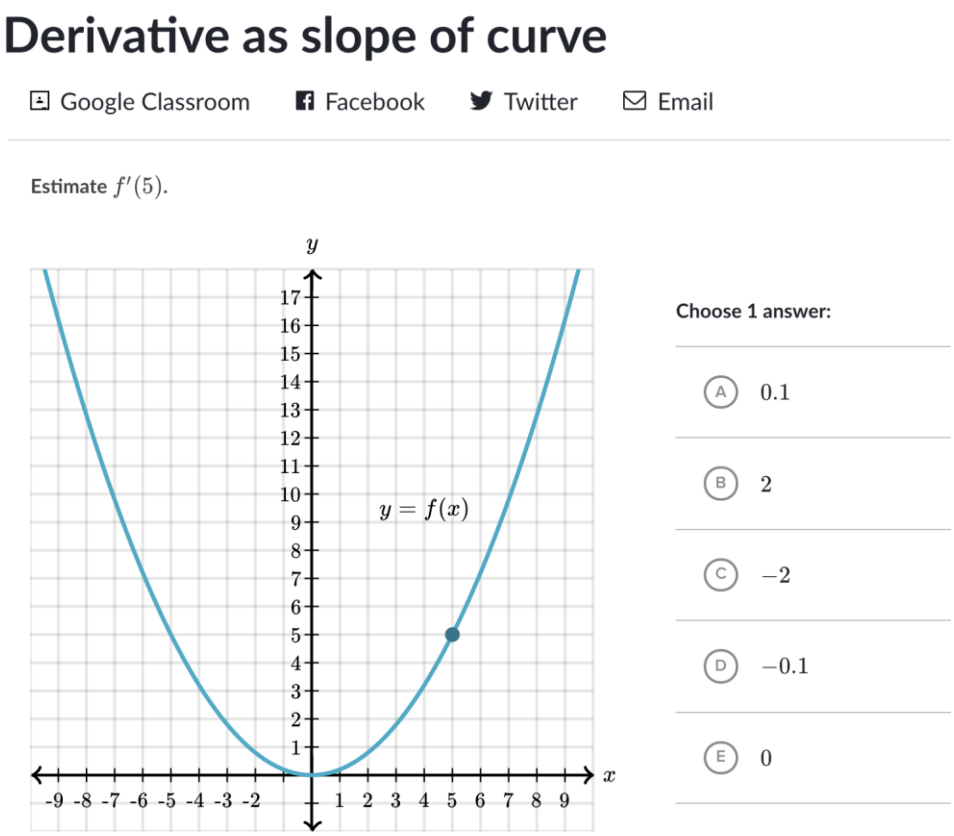
Načrtněte graf libovolné funkce f tak, aby zároveň platilo:

- $f'(x) > 0,\ f''(x) > 0$ na intervalu $x \in (-4; -2)$
- $f'(x) > 0,\ f''(x) < 0$ na intervalu $x \in (-2; 0)$
- $f'(x) < 0,\ f''(x) < 0$ na intervalu $x \in (0; 2)$
- $f'(x) > 0,\ f''(x) > 0$ na intervalu $x \in (2; 4)$

Obr. 3.8: Testová úloha zaměřená na dovednost 2.b-II Bloomovy taxonomie



Obr. 3.9: Screenshot cvičení na KA zaměřeného na hledání lokálních extrémů



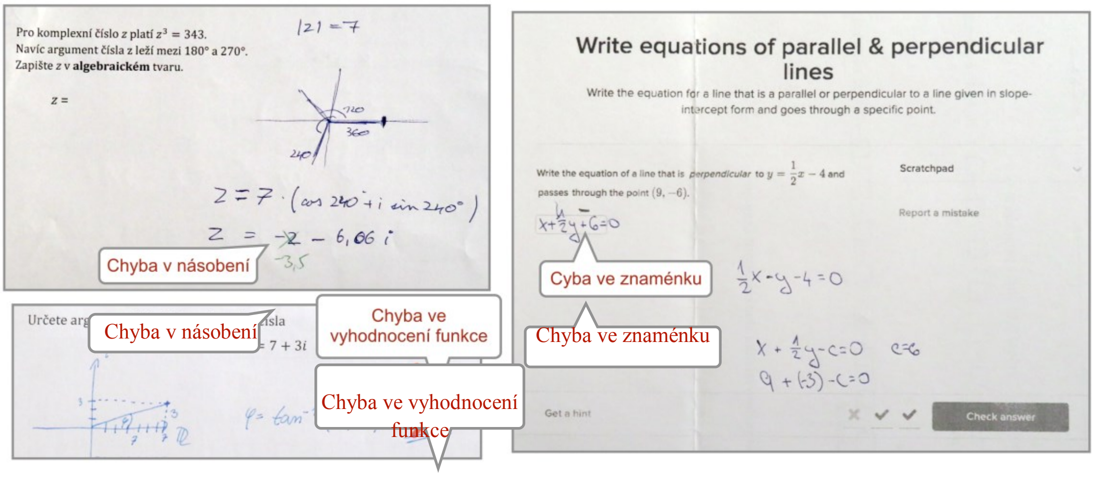
Obr. 3.10: Screenshot cvičení na KA zaměřeného na geometrický význam derivace

Standa si myslí, že pokud má funkce v nějakém bodě nulovou derivaci, musí v něm mít lokální maximum nebo minimum.
Uveďte vhodný příklad, který tuto mylnou domněnku vyvrátí.

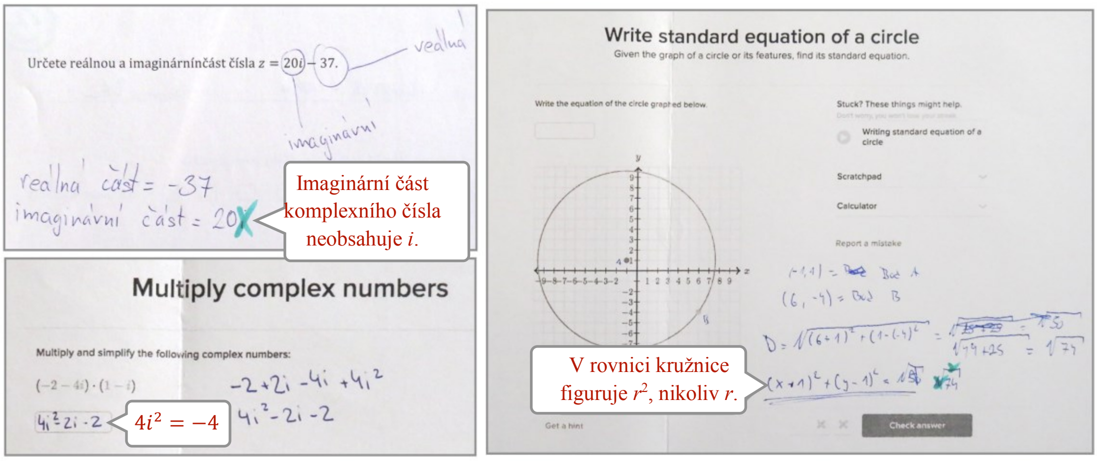
Obr. 3.11: Testová úloha zaměřená na dovednost 2.b-II Bloomovy taxonomie

3.2.5. Hodnocení testů

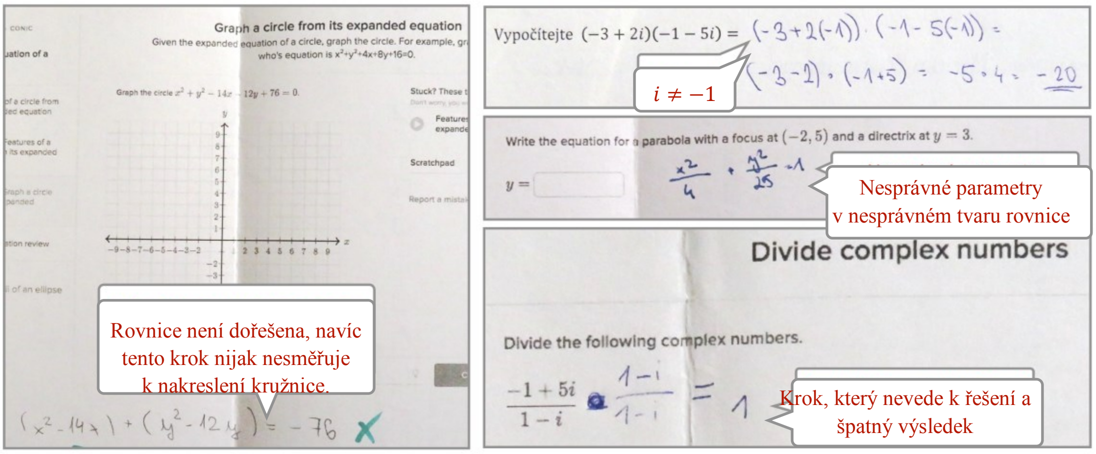
V obou studiích (2 a 3) obsahovaly testy vždy jednu úlohu, proto bylo možné je hodnotit jednoduše známkou na stupnici 1 až 5 následovně. Bezchybná řešení získala známku 1, řešení konceptuálně správná s numerickou chybou byla hodnocena 2 (obr. 3.12), známku 3 nebo 4 dostala řešení, která jsou částečně správně, ale obsahují konceptuální chyby (obr. 3.13). Známku 5 dostaly testy, které buď neobsahovaly žádné řešení, nebo bylo řešení konceptuálně zcela chybné (obr. 3.14). V případě nejistoty ohledně hodnocení testu vždy proběhla porada s dalším učitelem matematiky na témže gymnáziu. Díky tomu, že každý test obsahoval jen jednu úlohu a žáci měli na její řešení dostatek času, byla drtivá většina testů (89,75 %) hodnocena známkou 1, nebo 5.



Obr. 3.12: Testy hodnocené známkou 2



Obr. 3.13: Testy hodnocené známkou 3 nebo 4



Obr. 3.14: Testy hodnocené známkou 5

3.2.6. Žákovské dotazníky v průběhu Studií 2 a 3

Obě studie také zkoumaly otázku iii) Jak přínosné je procvičování na Khan Academy dle vnímání žáků z hlediska jejich znalostí? Proto jsme na konec každého testu zařadili jednoduchý dotazník s jednou otázkou, která se žáků ptala, kde získali znalosti potřebné pro řešení testové úlohy. Žáci odpovídali na pětibodové škále, kdy na jedné straně byla možnost „výhradně ve škole“ a na druhé straně možnost „výhradně na Khan Academy“. Z každého testu jsme tak kromě známky získali názor žáka na převažující zdroj jeho znalostí potřebných k řešení testové úlohy.

3.2.7. Analýza dat Studie 2 a Studie 3

Než jsme podrobili známky z testů datové analýze, odstranili jsme, v každé studii samostatně, data od žáků, kteří v průběhu studie splnili méně než 50 % zadaných domácích úkolů na KA. Ve Studii 2 z roku 2016/17 nám tak z původních 604 zůstalo 510 známek. Ve Studii 3 z roku 2017/18 nám z původních 310 zbylo 248 známek.

Vzhledem k tomu, že máme vždy dvě množiny známek – před a po procvičení, mohl by být vhodným nástrojem další analýzy dvouvýběrový t-test. Bohužel ale jednotlivé známky nejsou vzájemně nezávislé, neboť jsme opakovaně testovali stále stejnou skupinu 44 žáků. Proto jsme u každého žáka vypočítali tzv. skór zlepšení a provedli běžný Studentův t-test následujícím způsobem.

Označme X_i průměr známek i-tého žáka před procvičením a Y_i průměr známek i-tého žáka po procvičení. Skór zlepšení i-tého žáka definujeme jako $Z_i = Y_i - X_i$. Testujeme alternativní hypotézu, že průměrný skór zlepšení všech žáků není nulový proti nulové hypotéze, že tento průměrný skór nulové je. Vypočítáme testovou statistiku

$$T_n = \sqrt{n} \cdot \frac{Z_n - 0}{SZ},$$

kde n = 34 je počet žáků, jejichž data zůstala ve vzorku po odstranění dat žáků, kteří nedostatečně plnili domácí úkoly (v obou Studiích 2 a 3 zbyl stejný počet žáků, i když to nebyli zcela titíž žáci), Z_n označuje průměrný skór zlepšení všech žáků a SZ je výběrová směrodatná odchylka skórů zlepšení. Studentův t-test požaduje normalitu vzorku. Přestože původní známky mají výrazně bimodální rozdělení, kdy většina známek je 1, nebo 5, skór zlepšení již tímto nedostatkem netrpí, neboť se jedná o hodnoty vypočtené z průměrů známek každého žáka. Navíc je počet skórů vyšší než 30, což je obecně považováno za dostatečný počet pro zanedbání požadavku normality.

Použili jsme oboustranný Studentův t-test s hladinou spolehlivosti $\alpha = 0{,}05$. Dále jsme vypočítali intervaly spolehlivosti pro lepší představu o hodnotě průměrných skórů zlepšení. Celkem jsme provedli tři testy. Dva testy pro data ze Studie 2 z roku 2016/17, kdy jsme zvlášť testovali zlepšení v kontextu KA a v českém školním kontextu, a jeden test pro data ze Studie 3 z roku 2017/18. Dále jsme prověřili rozdíly mezi chlapci a dívkami, mezi žáky s nízkou a vyšší jazykovou bariérou a také mezi žáky s volitelnou hodinou matematiky navíc a ostatními žáky. Dále jsme ve druhé studii prověřili rozdíly v přínosu mezi úlohami ověřujícími dovednost 2.b-II (ilustrace na příkladech) a úlohami ověřujícími dovednost 5.a-III (kontrola správnosti) revidované Bloomovy taxonomie.

Data z žákovských dotazníků jsme analyzovali jednoduchým výpočtem průměrné hodnoty a vizualizací v podobě histogramu.

3.2.8. Doplňkové dotazníkové šetření

Pro získání přesnější odpovědi na výzkumnou otázku vi) *Jak přínosné je procvičování na Khan Academy dle vnímání žáků z hlediska jejich znalostí?* jsme na konci kvantitativní Studie 3 v roce 2018 provedli doplňkové dotazníkové šetření (dotazník je k dispozici v Příloze 6). Šetření bylo zaměřené primárně na přínos KA z hlediska konceptuální znalosti dané látky. Dotazník pomocí sedmi uzavřených otázek typu Likertovy škály zjišťoval, zdali se žáci domnívají, že práce na KA jim přináší lepší porozumění látce, nebo zdali se domnívají, že jde o dril bez hlubšího porozumění. Jedna z položek zjišťovala souhlas žáků s tvrzením „Často nerozumím tomu, co na Khan Academy dělám, pouze opakuji naučený postup.“ Většina položek byla zaměřena spíše na otázku bezmyšlenkovitého drilu než na konceptuální porozumění, neboť se domníváme, že takto formulované položky jsou pro žáky srozumitelnější.

Dotazník také obsahoval otevřenou otázku, kde žáci uváděli příčiny neschopnosti přenést získanou dovednost z prostředí KA do českého školního kontextu. Sekundárně se dotazník zaměřil na otázku preference KA oproti běžné sbírce, tento výsledek byl již popsán v druhé kapitole práce (viz podkapitola 2.4.1.). Dále dotazník zjišťoval postoje žáků k otázkám známkování práce na KA a diverzifikace domácích úkolů, tedy metodu, kdy žáci s lepšími výsledky dostávají náročnější domácí úkoly.

Dotazníku se z organizačních důvodů neúčastnilo všech 44 žáků zapojených ve Studii 2 a Studii 3, ale jen 40 z těchto žáků. Vzhledem k velmi malému vzorku jsme neprováděli podrobné kvantitativní analýzy, výsledky jen doplňují stěžejní, kvantitativní studie a přinášejí jistý kvalitativní vhled.

3.2.9. Analýza úloh na Khan Academy

Ke zodpovězení poslední výzkumné otázky vii) *Na jaké cíle dle revidované Bloomovy taxonomie jsou zaměřeny cvičení na Khan Academy?* jsme provedli analýzu úloh ve cvičeních na KA ve dvou tematických celcích z hlediska revidované Bloomovy taxonomie. Rozsáhlejší tematický celek AP Calculus AB[24], který pokrývá základy vyšší matematiky, obsahoval v době analýzy, tedy na jaře 2019, celkem 164 cvičení. Užší tematický celek *Complex numbers*[25] obsahoval v době analýzy 19 cvičení. Khan Academy umožňuje v rámci učitelského profilu zobrazit všechny úlohy daného cvičení. Díky tomu jsme mohli zhodnotit úlohy každého cvičení a zařadit je do příslušné úrovně jak ve znalostní dimenzi, tak v dimenzi kognitivních procesů. Následně jsme určili procentuální zastoupení jednotlivých cílů v každém z tematických celků.

3.3. Výsledky Studie 2 a Studie 3

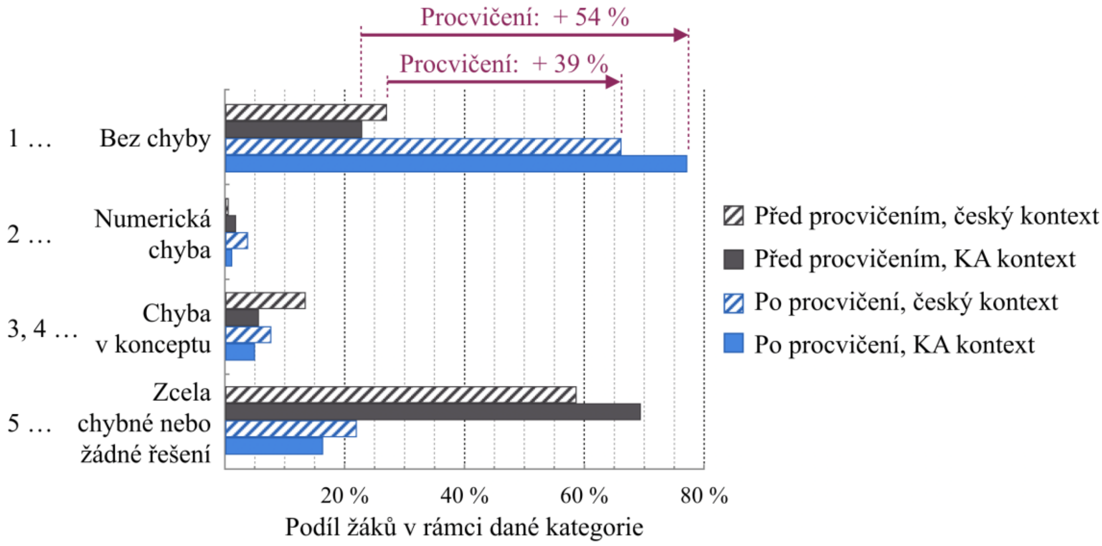
V zájmu přehlednosti je podkapitola opět rozdělena na podkapitoly, které odpovídají jednotlivým výzkumným otázkám.

3.3.1. Přenos procedurálních znalostí

V této podkapitole se zaměříme na výzkumnou otázku iv) *Umí žáci procedurální znalosti v oblasti analytické geometrie a komplexních čísel získané při procvičování na Khan Academy použít v českém školním kontextu?*, kterou zkoumala Studie 2 ve školním roce 2016/17. Graf na obr. 3.15 ukazuje rozdělení známek v rámci čtyř testovacích kategorií, například 77 % testů v kontextu KA, které žáci psali až po procvičení bylo hodnoceno známkou 1, tedy bez chyby.

---

[24] Celek *AP Calculus AB* je dostupný na https://www.khanacademy.org/math/ap-calculus-ab
[25] Celek *Complex numbers* je dostupný na https://www.khanacademy.org/math/precalculus/x9e81a4f98389efdf:complex



Obr. 3.15: Rozdělení známek z testů ze Studie 2 z roku 2016/17

Výsledky žáků se po procvičení statisticky i didakticky významně zlepšily. Odpověď na výzkumnou otázku iv) tak zní ano, žáci z výzkumného vzorku přenesli procedurální znalosti získané procvičováním na KA do českého školního kontextu v oblasti analytické geometrie a komplexních čísel. Průměr známek z testů před procvičením činil 3,56 v českém kontextu a 3,76 v kontextu KA na škále od 1 do 5. Průměr známek z testů po procvičení činil 2,02 v českém kontextu a 1,83 v kontextu KA. Intervaly spolehlivosti jsou uvedeny v následující podkapitole. Vidíme, že k výraznějšímu zlepšení došlo v kontextu KA, kde před procvičením bylo méně testů hodnoceno známkou 1 a po procvičení bylo v kontextu KA naopak hodnoceno více testů známkou 1 než v českém kontextu. Tento rozdíl je statisticky významný.

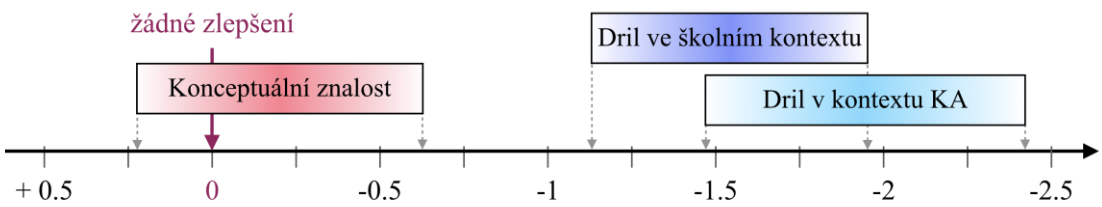
Ve většině případů jsou žáci schopni přenést získané dovednosti z KA do českého školního kontextu. Při podrobnějším zkoumání se ukázalo, že rozdíl mezi šrafovaným modrým a plným modrým sloupcem v grafu na obr. 2.15 není způsoben nahodilým, rovnoměrným nezdarem u většiny žáků, ale že šest žáků mělo opakovaně problém po úspěšném procvičení na KA správně vyřešit testovou úlohu v českém kontextu. Dva z těchto šesti žáků měli problémy i s úlohami v kontextu KA a je tedy možné, že úkoly neplnili samostatně. Zbývající čtyři žáci ale pravidelně bezchybně řešili úlohy v kontextu KA a pravidelně chybně řešili úlohy v českém kontextu.

Statisticky významné rozdíly mezi chlapci a dívkami, žáky s vyšší a nižší jazykovou bariérou, ani mezi žáky s volitelnou hodinou matematiky navíc a bez ní nebyly zjištěny.

3.3.2. Rozvoj konceptuálních znalostí

Tato podkapitola odpovídá na otázku v) *Rozvíjí procvičování na Khan Academy konceptuální znalosti, konkrétně vyšší kognitivní dovednosti 2.b-II – ilustrování konceptů na vhodných příkladech a 5.a-III – kontrolování předloženého postupu dle revidované Bloomovy taxonomie v oblasti diferenciálního a integrálního počtu (tab. 3.1)?* a dává ji do souvislosti s otázkou iv) popsanou v předchozí podkapitole.

Zatímco předchozí Studie 2 z roku 2016/17 prokázala schopnost žáků přenést získané procedurální dovednosti, v případě Studie 3 z roku 2017/18, zabývající se výzkumnou otázkou iv), nebyla nulová hypotéza zamítnuta. Obr. 3.16 ukazuje intervaly spolehlivosti průměrných skórů zlepšení z obou studií. Modré intervaly spolehlivosti odpovídají Studii 2 z roku 2016/17 a ukazují jasné zlepšení výsledků po procvičení. Ve Studii 3 z roku 2018/18 dosáhl průměrný skór zlepšení pouze hodnoty $Z_n = -0{,}20$ a hranice intervalu spolehlivosti jsou +0,23 a –0,64. Můžeme tedy konstatovat, že procvičování na KA v oblasti diferenciálního a integrálního počtu významně nerozvíjí ani dovednost kontrolovat předložený postup, ani dovednost ilustrovat dané koncepty na vhodných příkladech či protipříkladech. Mezi zlepšením těchto dvou dovedností nebyl pozorován rozdíl. Jednou z možných příčin malého zlepšení by mohly být dobré výsledky již v pretestech, což ale nebyl tento případ. Průměrná známka z pretestu byla 3,89 a z posttestu 3,69 na stupnici od 1 do 5.

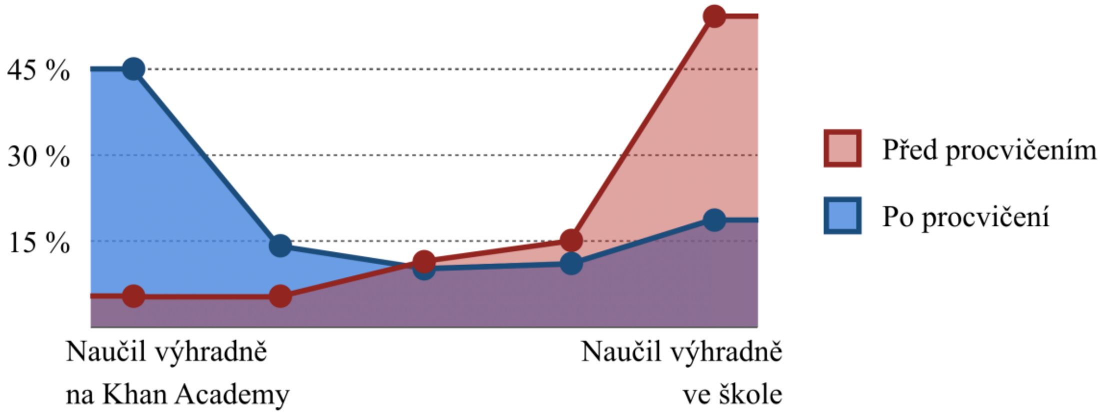


Obr. 3.16: Intervaly spolehlivosti pro průměrné skóry zlepšení ve Studii 2 (modře) a Studii 3 (červeně)

Při zkoumání rozdílů mezi chlapci a dívkami, ani mezi žáky s volitelnou hodinou matematiky navíc a ostatními žáky, ani mezi žáky s vyšší a nižší jazykovou bariérou jsme neodhalili statisticky významné rozdíly. Stejně tak jsme nezaznamenali rozdíl v úspěšnosti mezi úlohami zaměřenými na dovednost 2.b-II a úlohami zaměřenými na dovednost 5.a-III revidované Bloomovy taxonomie.

3.3.3. Přínos Khan Academy dle vnímání žáků

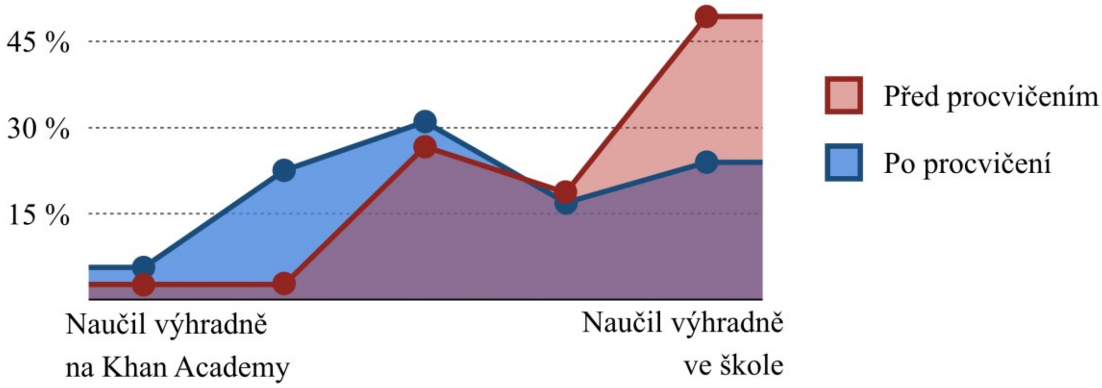
Podívejme se nyní na otázku vi) *Jak přínosné je procvičování na Khan Academy z hlediska znalostí žáků dle vnímání žáků?* Této otázce se sekundárně věnovaly kvantitativní Studie 2 a 3 z let 2016/17 i 2017/18. Ukázalo se, že žáci ve Studii 2 vnímali pozitivní přínos KA ve shodě s výsledky testů. Ve Studii 3 žáci přisuzovali KA menší přínos než v případě Studie 2, ale stále nenulový, což se již odchyluje od výsledků testů ve Studii 3. Grafy na obr. 3.17 a 3.18 ukazují rozdělení odpovědí žáků na otázku, kde podle jejich názoru získali potřebné znalosti pro řešení dané úlohy u obou studií. Žáci volili odpověď na tuto otázku v rámci každého testování. Grafy zobrazují vždy dva histogramy, červený histogram zobrazuje rozdělení odpovědí žáků před procvičením na KA, modrý histogram zobrazuje odpovědi po procvičení.



Obr. 3.17: Rozdělení názorů žáků, kde získali potřebné znalosti ve Studii 2

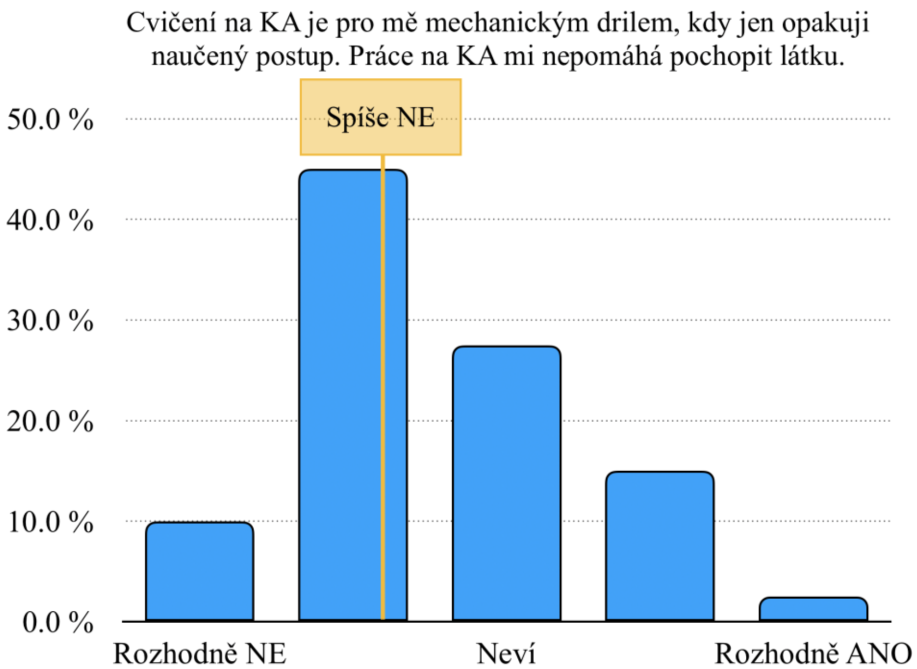
Vidíme, že v případě Studie 2 z roku 2016/17 došlo mezi pretestem a posttestem k výraznému posunu ve prospěch KA, kdy před procvičením 55 % žáků tvrdilo, že potřebné znalosti získali výhradně ve škole, zatímco po procvičení tvrdilo 45 % žáků, že potřebné znalosti získali výhradně na KA. Naopak v případě Studie 3 z roku

2017/18 již není rozdíl tak markantní a i po procvičení žáci považují školu za dominantní zdroj potřebných znalostí.



Obr. 3.18: Rozdělení názorů žáků, kde získali potřebné znalosti ve Studii 3

Na výzkumnou otázku vi) bylo zaměřeno i závěrečné dotazníkové šetření v rámci Studie 3 v roce 2018 (viz Příloha 6). Výsledky uvádíme spíše na okraj, neboť dotazník nebyl anonymní a výzkumník byl učitelem matematiky dotazovaných žáků, proto je validita dotazníku diskutabilní. Na rozdíl od výše zmíněných položek vyplněných bezprostředně po každém testu, žáci s odstupem přisuzují cvičením na KA větší přínos z hlediska konceptuálního porozumění látce. Následující graf (obr. 3.19) zachycuje rozdělení indexu žákovských postojů k procvičování na KA. Graf zachycuje celkový index, složený ze sedmi položek, zaměřený na přenos a rozvoj porozumění látce. Celkový index mohl u každého žáka nabývat hodnot od -14 do +14, tuto škálu jsme rozdělili na pět intervalů, které odpovídají různé míře souhlasu, zachycených v grafu.

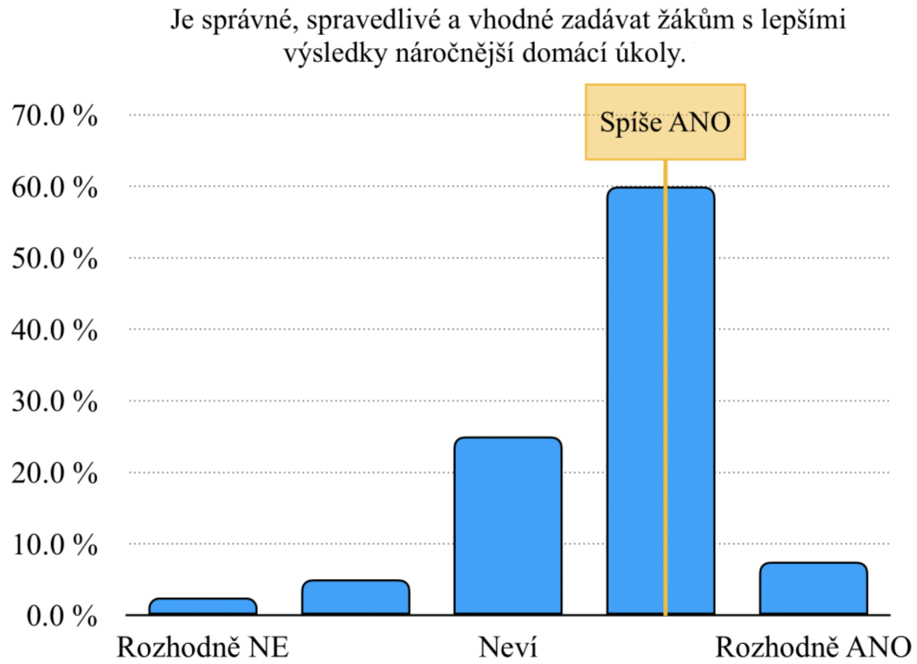


Obr. 3.19: Rozdělení názorů žáků na přínos KA z hlediska porozumění látce

Jak bylo uvedeno v podkapitole 3.2.8., položky indexu byly zaměřeny spíše na mechanický dril a škála je tedy překlopena. Převažující nesouhlas znamená, že žáci se spíše domnívají, že procvičování na KA rozvíjí jejich konceptuální porozumění látce.

V otevřené otázce žáci uváděli možné příčiny neschopnosti přenést znalosti z KA do školního kontextu. Zde 30 % žáků uvedlo, že na KA mohou první cvičení vyřešit s nápovědou a pak už jen mechanicky opakovat naučený postup, což při jedné testové úloze ve škole není možné. Dále 15 % žáků uvedlo, že je zmate mírně odlišné zadání, 13 % žáků uvedlo, že občas znalosti zapomenou a 10 % žáků zmínilo využití aplikací (Wolfram Alpha a Cymath[26]), které úlohy vyřeší za ně.

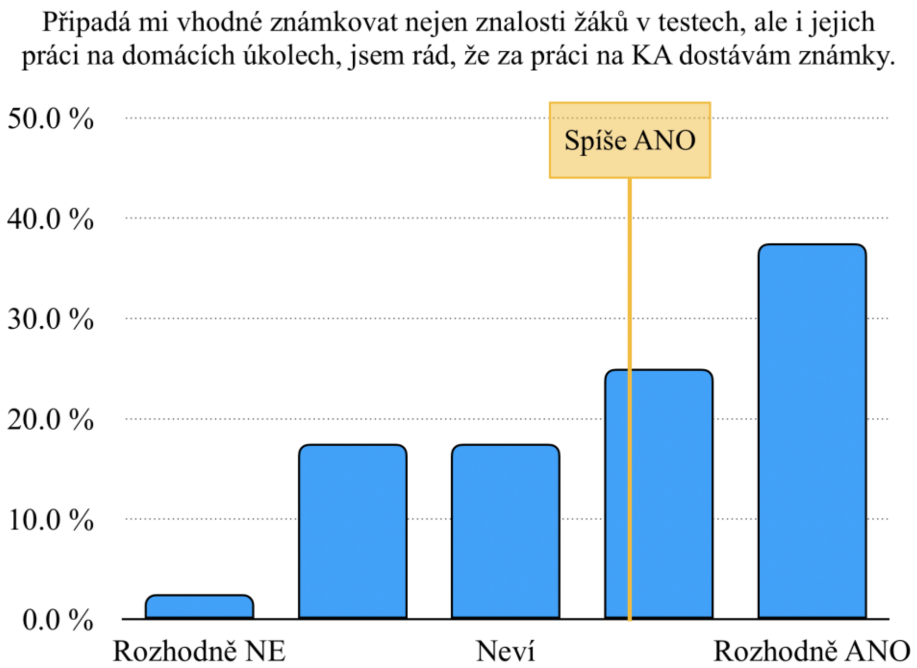
[26] WolframAlpha a Cymath jsou online nástroje a mobilní aplikace určené k řešení matematických úloh, dostupné na wolframalpha.com a cymath.com.



Obr. 3.20: Rozdělení názorů žáků na diverzifikaci domácích úkolů na KA

Zmiňme ještě dva faktory využití KA, u kterých dotazník zjišťoval žákovské postoje. Graf na obr. 3.20 ukazuje, že žáci v převážné většině souhlasí s tím, aby obtížnost domácího úkolu byla přizpůsobena znalostem každého žáka individuálně. Není překvapením, že nesouhlas zde projevili žáci, které bychom mohli charakterizovat jako talentované, ale nepříliš pilné. Naopak pilní žáci s nadprůměrnými jsou výrazně pro diferenciaci domácích úkolů.

Graf na obr. 3.21 ukazuje, že většina žáků je pro známkování domácí práce na KA, ačkoliv zde již není souhlas tak výrazný jako u diverzifikace domácích úkolů.



Obr. 3.21: Rozdělení názorů žáků na známkování domácích úkolů na KA

3.3.4. Zaměření úloh na Khan Academy dle Bloomovy taxonomie

Naše analýza ukázala, že většina úloh z obou tematických celků je zaměřena na cíl 2.a-III revidované Bloomovy taxonomie neboli provedení naučeného postupu ve známém kontextu. Při analýze jsme zkoumali nejen samotné zadání úlohy, ale i vzorová řešení, která mají žáky naučit danou úlohu řešit. Příslušná rozdělení v obou tematických celcích ukazují tabulky 3.22 a 3.23. Mezi úlohami z oblasti komplexních čísel, které jsme využívali v naší Studii 2 v roce 2016/17, není dokonce žádná úloha s odlišným zaměřením. Úlohy z oblasti kalkulu jsou mírně pestřejší.

	1)	2)	3)	4)	5)	6)
I)	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
II)	0 %	13 %	6 %	0 %	0 %	0 %
III)	0 %	1 %	**76 %**	0 %	3 %	0 %
IV)	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %

Tab. 3.22: Rozdělení zaměření cvičení z oblasti kalkulu na KA dle revidované Bloomovy taxonomie

	1)	2)	3)	4)	5)	6)
I)	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
II)	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %
III)	0 %	0 %	**100 %**	0 %	0 %	0 %
IV)	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %	0 %

Tab. 3.23: Rozdělení zaměření cvičení z oblasti komplexních čísel na KA dle revidované Bloomovy taxonomie

Uvedeme čtyři příklady úloh s odlišným zaměřením, nebo se snahou o odlišné zaměření. Úlohy ve cvičení *Analyzing related rates problems: equations*[27] (viz obr. 3.24) jsou dle revidované Bloomovy taxonomie zaměřeny na cíl 2.a-II čili interpretaci konceptu. V tomto případě je úkolem žáka vybrat rovnici, která popisuje zadaný

[27] Dostupné na khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-diff-contextual-applications-new/ab-4-4/e/analyzing-related-rates-problems-equations

problém. Název cvičení však napovídá, že cvičení cílí na úroveň 4) – analyzovat, ale k dosažení této úrovně by úloha musela obsahovat více údajů a žák by musel nejprve rozlišit podstatné od nepodstatného (úroveň 4.a), nebo by úloha musela vyžadovat například čtení mezi řádky či odhalení postojů autora (úroveň 4.c), což ale v matematice není obvyklé.

Sarah was given this problem:

The base $b(t)$ of a triangle is decreasing at a rate of 13 millimeters per minute and the height $h(t)$ of the triangle is increasing at a rate of 6 millimeters per minute. At a certain instant t_0, the base is 5 millimeters and the height is 1 millimeter. What is the rate of change of the area $A(t)$ of the triangle at that instant (in square millimeters per minute)?

Which equation should Sarah use to solve the problem?

Choose 1 answer:

(A) $A(t) = \frac{b(t) \cdot h(t)}{2}$

(B) $A(t) = b(t) \cdot h(t)$

(C) $A(t) + b(t) + h(t) = 180$

(D) $[A(t)]^2 = [b(t)]^2 + [h(t)]^2$

Anjali was given this problem:

A person stands at a distance of 12 meters east of an intersection and watches a car driving away from the intersection to the north at 4 meters per second. At a certain instant t_0, the car is at distance $n(t_0)$ of 9 meters from the intersection. What is the rate of change of the distance $d(t)$ between the car and the person at that instant?

Which equation should Anjali use to solve the problem?

Choose 1 answer:

(A) $\tan[d(t)] = \frac{n(t)}{12}$

(B) $d(t) = \frac{12 \cdot n(t)}{2}$

(C) $d(t) + 12 + n(t) = 180$

(D) $[d(t)]^2 = 12^2 + [n(t)]^2$

Lea was given this problem:

A 20-meter ladder is sliding down a vertical wall so the distance $y(t)$ between the top of the ladder and the ground is decreasing at 8 meters per minute. At a certain instant t_0, the top of the ladder is 12 meters from the ground. What is the rate of change of the distance $x(t)$ between the bottom of the ladder and the wall at that instant?

Which equation should Lea use to solve the problem?

Choose 1 answer:

(A) $\sin[20] = \frac{y(t)}{x(t)}$

(B) $20 = \frac{x(t) \cdot y(t)}{2}$

(C) $20 + x(t) + y(t) = 180$

(D) $20^2 = [x(t)]^2 + [y(t)]^2$

Obr. 3.24: Screenshot tří úloh ze cvičení Analyzing related rates problems: equations

Obr. 3.25 zobrazuje tři úlohy ze cvičení *Classify discontinuities*[28] zaměřeného na cíl 2.c-II, tedy klasifikaci konceptu. Zde je název cvičení ve shodě s revidovanou Bloomovou taxonomií, úkolem žáků je v grafu rozpoznat a klasifikovat různé typy bodů nespojitosti funkce.

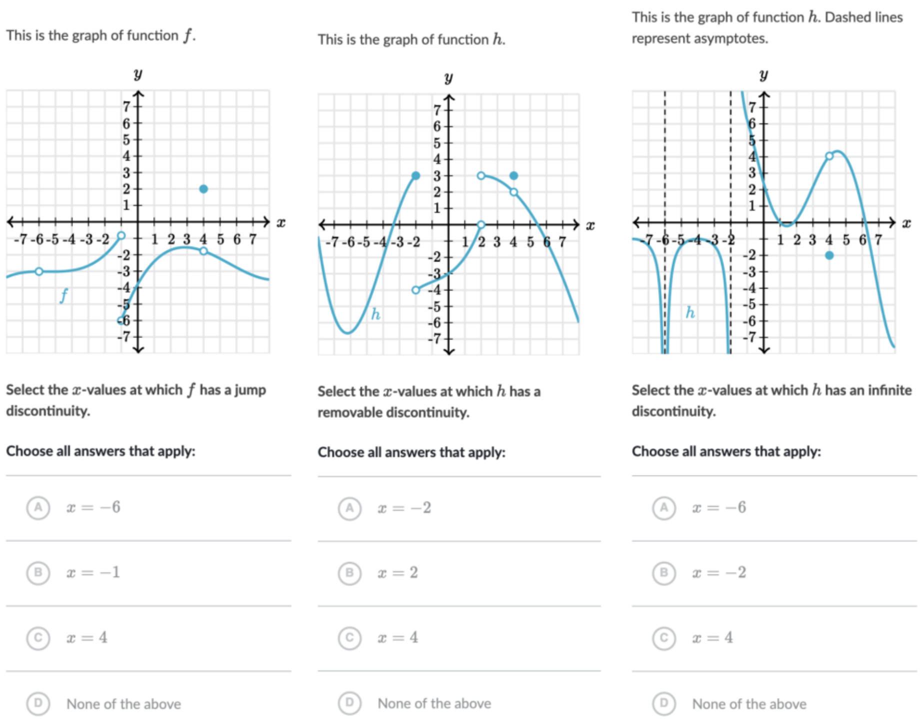
Další cvičení *Basic derivative rules: find the error*[29] (viz obr. 3.26) je zaměřené na cíl 5.a-III neboli kontrolu procedurální znalosti. Úkolem žáka je označit chybný

[28] Dostupné na khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-limits-new/ab-1-10/e/analyzing-discontinuities-graphical

[29] Dostupné na khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-differentiation-1-new/ab-2-6a/e/differentiating-linear-functions

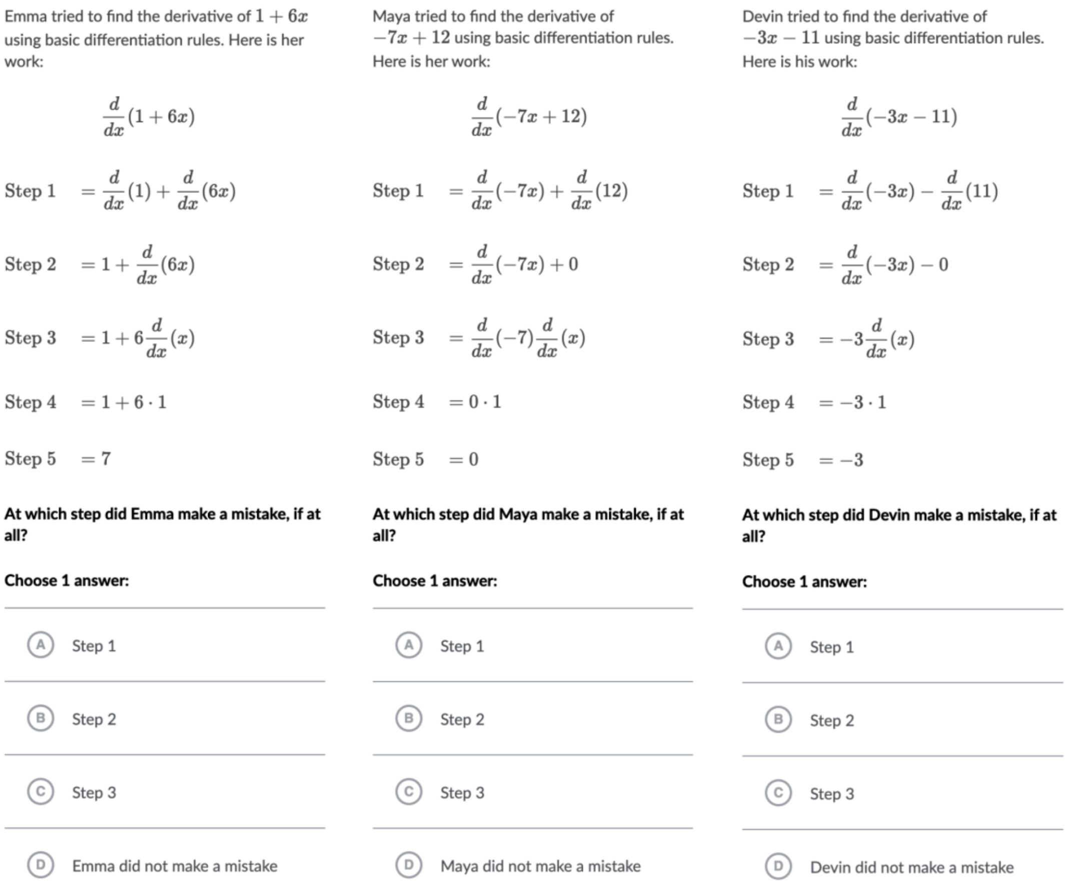
krok v předloženém výpočtu derivace, případně označit výpočet za bezchybný. Také zde je záměr autorů úlohy pravděpodobně ve shodě s revidovanou Bloomovou taxonomií.

Zaměření posledního cvičení *Optimization*[30] (viz obr. 3.27) jsme zařadili do kategorie 3.b-III. Žáci zde řeší slovní úlohy na hledání extrémů. Cvičení sice obsahuje omezené množství typů úloh, které se tak opakují, ale žáci musí propojit více konceptů dohromady způsobem, který se v rámci KA explicitně neučili. Cvičení uvádíme hlavně proto, že naprostá většina cvičení zaměřených na cíl 3-III spadá do podúrovně 3.a.

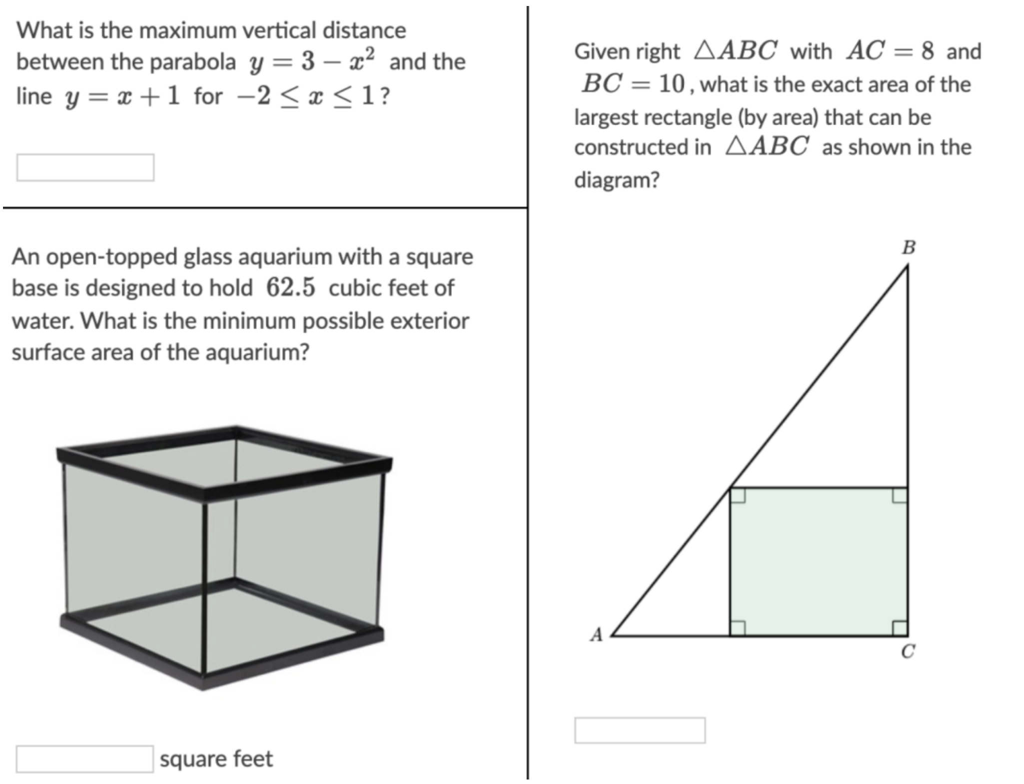


Obr. 3.25: Screenshot tří úloh ze cvičení Classify discontinuities

[30] Dostupné na khanacademy.org/math/ap-calculus-ab/ab-diff-analytical-applications-new/ab-5-11/e/optimization



Obr. 3.26: Screenshot tří úloh ze cvičení Basic derivative rules: find the error



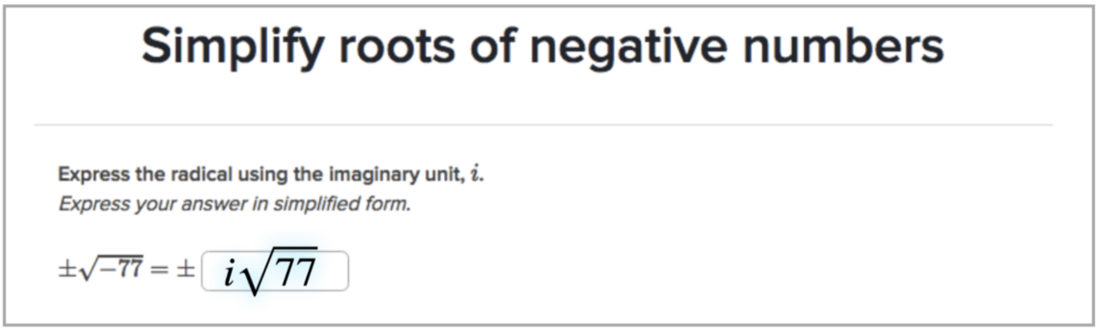
Obr. 3.27: Screenshot tří úloh ze cvičení Optimization

3.4. Diskuze výsledků Studie 2 a Studie 3

Z výsledků Studie 2 z roku 2016/17 vyplývá, že žáci dokáží provést nacvičené procedurální znalosti nejen v prostředí, ve kterém je získali, ale v převážné většině je i dokáží přenést do analogických úloh v českém školním kontextu. Žáci jsou svým vnímáním ve shodě s empirickými výsledky testů, kdy většina žáků považuje KA za hlavní zdroj svých znalostí, které byly třeba pro řešení testů. Neplatí to ale plošně pro všechny žáky, ani pro všechna cvičení na KA.

Někteří žáci byli schopni vyřešit po procvičení úlohy v kontextu KA, ale opakovaně nebyli schopni, ani po procvičení, vyřešit testové úlohy v českém kontextu. Jednou z příčin by mohla být jazyková bariéra těchto žáků, která má vliv na postoje ke KA, to se ale nepotvrdilo. Mezi žáky, kteří nebyli schopni procvičenou znalost přenést do českého kontextu, byli jak žáci s jistou jazykovou bariérou, tak žáci bez ní. Bohužel se celkem jednalo o jednotky žáků a je tedy možné, že při rozsáhlejší studii by se vliv jazykové bariéry projevil. Naopak někteří žáci uměli úlohy řešit již v pretestech a neměli tak prostor pro zlepšení. Tito žáci pak často uváděli školu za hlavní zdroj svých znalostí a to i po procvičení na KA. V dotaznících u posttestů 19 % žáků označilo školu za výhradní zdroj svých znalostí. Těmto žákům by pravděpodobně více prospěl domácí úkol zaměřený na pokročilejší látku. Pro účely Studie 2 nebylo možné úkoly pro jednotlivé žáky diferencovat, nicméně KA toto umožňuje.

Zmiňme také, že na KA najdeme cvičení, u kterých většina žáků má problém s přenosem do českého školního kontextu. Příklad takového cvičení vidíme na obr. 3.28. Jedná se zpravidla o velmi mechanická cvičení, kde žák nemusí rozumět souvisejícím konceptům, ale stačí opakovat jednoduchou symbolickou operaci. Zde například stačí smazat minus pod odmocninou a před odmocninu napsat i, což lze provádět bez jakéhokoliv porozumění symbolu i. Cvičení bychom proto měli vybírat pečlivě, abychom se vyhnuli příliš mechanickým cvičením, které je možno splnit bez základního pochopení procvičované látky.



Obr. 3.28: Screenshot úlohy ze cvičení na KA s vyznačeným řešením

Výsledky Studie 3 z roku 2017/18 naopak neukazují na velký přínos procvičování na KA z hlediska rozvoje konceptuálních znalostí. Cvičení na KA jsou v souladu s výsledky výzkumů v oblasti procvičování, žáci dostávají okamžitou zpětnou vazbu, mají k dispozici výuková videa a musejí cvičení opakovat, dokud nedosáhnou úspěšnosti alespoň 70 %. Přesto z výsledků studie vyplývá, že procvičování na KA nezlepšuje (alespoň ne statisticky významně) vybrané vyšší kognitivní dovednosti žáků. Bloomova taxonomie zde nabízí vysvětlení. Většina cvičení (76 %) v kapitole *Calculus* věnované derivacím a integrálům spadá do kategorie 3-III (Provádění) Bloomovy taxonomie. Z nich naprostá většina spadá do podúrovně 3.a, tedy cvičení, kde žák provádí danou proceduru známým způsobem na známých typech příkladů, například řeší kvadratické rovnice pomocí vzorce a dochází pouze ke změně parametrů jinak stejné rovnice. Původní verze (Bloom, 1956) byla postavena taxonomicky, kdy ke zvládnutí vyšších dovedností je nezbytné zvládnutí dovedností z předchozích úrovní. Naše studie ukazuje, že se nejedná v pravém slova smyslu o taxonomii, neboť žáci většinou dosáhli úrovně 3.a, aniž by se jim zlepšily dovednosti na úrovni 2.b. V novější verzi Bloomovy taxonomie (Anderson and Krathwohl, 2001) již autoři uvádějí, že mezi jednotlivými úrovněmi neexistuje jasná hierarchie, takže je možné zvládnout dovednosti na úrovni 3 bez zvládnutí dovedností na úrovni 2. Naše studie ukazuje, že prosté procvičování úloh zaměřených na úroveň 3 nemusí mít vliv ani na úroveň 2 (porozumění), ale ani na schopnost kontrolovat správnost předloženého postupu.

Ve srovnání s dalšími výzkumy se jedná o poměrně extrémní výsledek. Procedurální a konceptuální znalost bývá často propojena, ale ne vždy se jedná o symetrický vztah (Rittle-Johnson et al., 2015). Existují studie, kde rozvoj konceptuálních znalostí má větší přínos pro procedurální znalosti než naopak (Hecht & Vagi, 2010), ale není nám znám výzkum s takto jednoznačným negativním výsledkem v oblasti rozvoje konceptuální znalosti skrze rozvoj procedurální znalosti. Většího přínosu pro konceptuální znalost dosahuje takové vyučování zaměřené na procedurální znalost, které odhaluje související matematické koncepty, například tím, že vybízí žáky ke zobecňování prováděných procedur (Rittle-Johnson & Schneider, 2016).

Na rozdíl od Studie 2 zaměřené na přenos procedurálních znalostí zde již žáci nejsou svým vnímáním v takové shodě s empirickými výsledky testů. Zatímco při hodnocení přínosu bezprostředně po testu většina žáků nepovažuje KA za hlavní zdroj svých znalostí ani po procvičování, s odstupem času se žáci v dotazníku přikláněli k názoru, že procvičování na KA rozvíjí i konceptuální znalost.

Projděme ještě faktory, které mohly ovlivnit výsledky Studie 3 z roku 2017/18. Za prvé, žáci mohli ztratit získané znalosti v čase mezi procvičením na KA a testováním ve škole. Většina žáků plnila zadaná cvičení o víkendu a byla testována hned v pondělí, není proto pravděpodobné, že by o získané znalosti žáci zcela přišli, navíc v předchozí Studii 2 z roku 2016/17 se tento efekt výrazně neprojevil. Za druhé, porozumění matematickým konceptům není izolovaná znalost a je možné, že žáci nabývali lepšího porozumění postupně, což se neprojevilo při testování na týdenní bázi. Také tento faktor nepovažujeme za významný. Jednak jsme se snažili vytvářet testové úlohy úzce zaměřené na jednotlivé koncepty (např. geometrický význam derivace) nebo algoritmy (derivace polynomů), které žáci v daném týdnu procvičovali, jednak jsme tento faktor nezaznamenali v předchozí Studii 2 z roku 2016/17, kde jsme pracovali s obdobnou metodikou rozvrhu testování a se stejnými žáky. Za třetí, žáci mohli testovaným konceptům dobře rozumět již před procvičením, čímž by nezbyl prostor pro zlepšení. Tento faktor jsme již ale vyloučili v minulé podkapitole. Před procvičením činila průměrná známka z testu 3,89, po procvičení pak 3,69 na stupnici od 1 do 5. Konečně za čtvrté mohl za žáky řešit domácí úkol někdo jiný. Tento postup by byl ale pro jiné řešitele časově stejně náročný, neboť každý žák dostává na KA v rámci stejného cvičení jiné, byť analogické úlohy. Není tedy možné jednoduše vyřešit spolužákův úkol opsáním svých výsledků. Tento faktor je dále marginalizován delším časovým rámcem studie. Navíc ani tento faktor se v předchozí studii neprojevil. Poslední příčinou by mohlo být používání pomocných aplikací Cymath nebo WolframAlpha při řešení domácích úkolů, na které upozornilo 10 % žáků v dotazníku. Zde je třeba dodat, že žáci v dotaznících často hovořili nikoliv o sobě, ale o spolužácích. Jeden žák například uvedl: „Když to natřískají do wolframu nebo někomu dají, nic se nenaučí.“ Jiný žák uvedl: „Spousta lidí to zadává do wolframu nebo Cymath. Způsob zadání se může lišit, když člověk dělá jedno cvičení pořád dokola, začne to potom psát automaticky a ani nemusí vědět, co přesně dělá. Když pak dostane stejný příklad, nemusí vědět, co to znamená.“

U nástrojů podobných KA, které jsou v souladu s výzkumy v oblasti procvičování a zpětné vazby (Attali, 2015; Clarina and Koul, 2003), můžeme očekávat na znalosti žáků obdobný efekt, kdy žáci jsou schopni provádět nacvičené početní procedury v různých kontextech, ale nezískávají lepší porozumění matematickým konceptům. V tomto ohledu by mohlo pomoci pestřejší zaměření úloh z hlediska cílů revidované Bloomovy taxonomie. Zdaleka ne všechny digitální nástroje určené pro procvičování ale nabízejí vhodné prostředí.

3.4.1. Limity Studie 2 a Studie 3

Výsledky studie 2 z roku 2016/17 zaměřené na přenos procedurálních znalostí jsou sice statisticky významné, jednalo se ale o malou skupinu 44 žáků z jednoho pražského gymnázia, proto není možné výsledky jednoduše zobecnit a bude třeba dalších výzkumů. Výsledky mohou také záviset na zvolených oblastech matematiky, ve kterých testování probíhalo. Studie 3 z roku 2017/18 nedospěla ke statisticky významným výsledkům a má stejné limity jako Studie 2, nicméně může sloužit jako varování proti příliš zbrklému a rozsáhlému zavádění technologií, které nejsou podepřeny robustním výzkumem, do výuky matematiky. Rozdíl mezi výsledky studií mohl být také způsoben rozdílnými matematickými tématy, kdy oblast diferenciálního a integrálního počtu mohla být pro žáky výrazně náročnější než oblast analytické geometrie a komplexních čísel. Na druhou stranu naše analýza ukázala, že cvičení z oblasti kalkulu obsahovala rozmanitěji zaměřené úlohy, včetně úloh zaměřených na testovaný cíl 5.a-III (kontrola správnosti).

3.5. Důsledky Studie 2 a Studie 3 pro výuku

Studie 2 z roku 2016/17 ukazuje, že KA umožní učiteli zadávat a kontrolovat plnění úkolů v tématu analytické geometrie a komplexních čísel, které významně zlepšují procedurální znalosti žáků. Podobný efekt můžeme očekávat u dalších nástrojů, které jsou v souladu s výsledky výzkumů v oblasti procvičování a zpětné vazby. Studie 3 z roku 2017/18 nepopírá přínos KA jako nástroje drilu, ale ukazuje, že KA není vhodným nástrojem k rozvoji konceptuálních znalostí v oblasti diferenciálního a integrálního počtu. Tento jednoznačně negativní výsledek se odlišuje od podobně zaměřených studií (Rittle-Johnson et al., 2015), ale není příliš překvapivý z hlediska Bloomovy taxonomie, neboť drtivá většina cvičení na KA je zaměřena na úroveň 3.a-III revidované Bloomovy taxonomie čili provedení dané početní procedury ve známém kontextu. Revidovaná Bloomova taxonomie se tak zde ukazuje jako velmi vhodná teorie pro sladění cílů, metod výuky a způsobů ověřování. Pokud bychom chtěli rozvíjet jiné úrovně dovedností, měli bychom použít jiné typy úloh specificky zaměřených na kýžené dovednosti. Bloomova taxonomie nabízí řadu typů vhodných úloh a cvičení pro každou kategorii dovedností. Nicméně nástroj KA lze v současné době doporučit jako nástroj k upevňování procedurálních znalostí.

V poslední době se objevují digitální nástroje a studie pracující s komplexnějšími a méně rutinními úlohami. Mezi odborníky převažuje názor, že rozvoj dobrého porozumění a hlubokého učení vyžaduje vždy nové a neobvyklé prostředí a kontext. Vyvolání cíleného kognitivního konfliktu pomocí nestandardních úloh je přínosný přístup k návrhu testů; žáci by neměli dostávat standardizované otázky (Bokhove and Drijvers, 2012). Úlohy, kde žáci v digitálním prostředí vytvářejí předpovědi pomocí vhodných matematických modelů, mohou rozvíjet jejich schopnost uvažování a argumentace (Brunström and Fahlgren, 2015). Přínos digitálních technologií spočívá mimo jiné ve schopnosti zobrazovat matematické koncepty efektivně a podnětně. Proto při snaze podpořit žákovské porozumění můžeme začít navrhovat úlohy a učební procesy s využitím digitálních technologií tak, abychom propojovali výpočetní techniky s matematickým porozuměním (Jupri, Drijvers, and van den Heuvel-Panhuizen, 2016).

Novější digitální nástroje, které nabízejí komplexnější úlohy, zatím ale nepokrývají tolik oblastí jako KA, nenabízejí obdobnou podporu pro učitele a uživatelskou přívětivost jako KA a také nejsou empiricky prozkoumány jejich přínosy pro znalosti a dovednosti žáků.

Závěr

V práci byla nejprve představena platforma KA, která v našich třech studiích sloužila k zadávání a hodnocení domácích úkolů v matematice pro žáky čtyřletého gymnázia. Současné výzkumy dokládají, že platforma KA je v souladu s aktuálními poznatky v oblasti procvičování a zpětné vazby. Prostor pro zlepšení je v oblasti variabilnějších nápověd, kdy na základě konkrétní chybné odpovědi žáka by se platforma mohla snažit odhalit příčinu jeho chyby a poskytnout specifičtější zpětnou vazbu. Například jako platforma Bettermarks, podrobněji o této problematice pojednává podkapitola 2.2. Dále práce představuje tři studie zaměřené na využití KA.

Studie 1 byla zaměřena na žákovské postoje k využití KA jako nástroje pro zadávání a hodnocení domácích úkolů. Ukázalo se, že žáci ze začátku výrazně preferují KA oproti běžné sbírce. Žáci na KA oceňují výuková videa, která jsou některými žáky považována za přínosnější než výklad učitele, mimo jiné proto, že si je mohou pustit kdykoliv, pozastavit je či přehrát opakovaně. Ze začátku žáci také oceňují gamifikační prvky, které je motivují k většímu úsilí. Dále žáci považují za výhodnou online dostupnost KA, která jim umožňuje učit se kdykoliv a kdekoliv, například cestou do školy. Výrazný pozitivní postoj s časem vyprchává a slábne, což není specifikum KA, ale opadávání počátečního nadšení pozorují i další výzkumy. Přesto zůstala mezi žáky i po třech letech KA preferovaným způsobem zadávání domácích úkolů. Nevýhody spatřovali žáci především v technických potížích s přihlášením či nefunkčností webu. Nicméně v posledních letech je dle našich zkušeností web KA velmi stabilní. Žáci byli rozděleni v názorech na cizojazyčnost KA. Někteří žáci považovali angličtinu za výhodu KA, neboť si tak kromě matematiky zlepšují i své jazykové dovednosti, jiní naopak považovali angličtinu za slabinu KA. Ukázalo se, že jazyková bariéra může značně ovlivnit postoj žáka ke KA a snížit jeho celkovou motivaci k práci na KA. Dle našich zkušeností z výuky může údajná jazyková bariéra poskytnout žákům užitečnou výmluvu k neplnění úkolů na KA. Nicméně problémy s jazykovou bariérou při využití KA budou zanedlouho bezpředmětné, neboť bude dokončen kompletní překlad středoškolského matematického obsahu do českého jazyka. Podrobně jsou výsledky Studie 1 diskutovány v podkapitole 2.4.

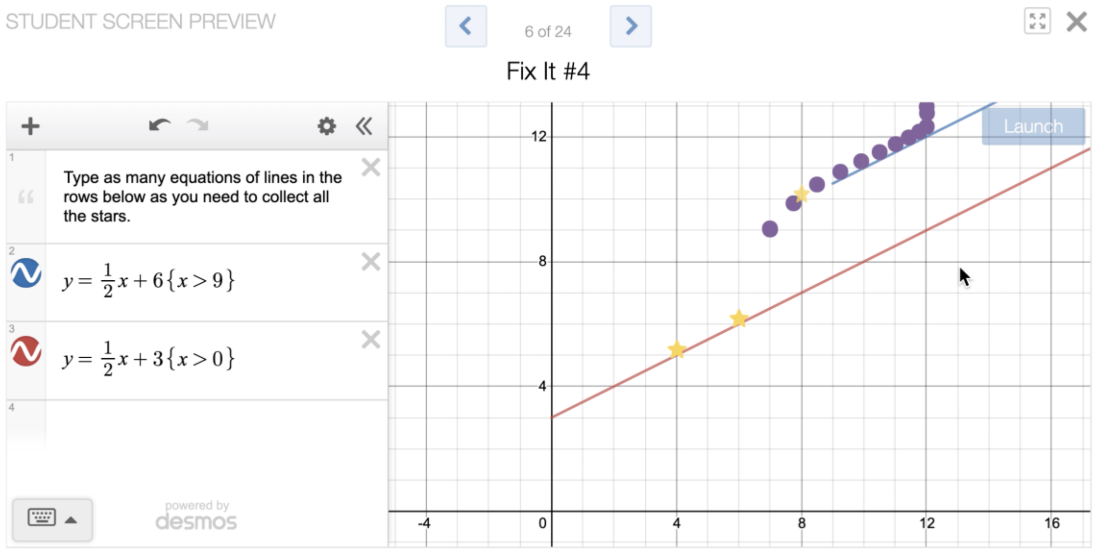
Studie 2 zkoumala schopnost žáků přenést získané procedurální znalosti z prostředí KA do školního kontextu v oblasti analytické geometrie a komplexních čísel. Výsledky naznačují, že většina žáků dokáže získané znalosti přenést do analogických úloh. Existuje však malá skupina žáků, kteří tohoto přenosu nejsou schopni, příčiny jejich potíží nám nejsou známy a mohou být předmětem dalšího zkoumání. Celkově však můžeme tvrdit, že KA je účinným nástrojem drilu. Tato platforma navíc umožňuje jednoduše diverzifikovat úlohy pro jednotlivé žáky. Zajímavý je také zkoumaný vliv jazykové bariéry na schopnost přenosu. Ukazuje se, že přestože mohou mít žáci s jazykovou bariérou negativnější postoje ke KA, jejich učení a schopnost přenosu nejsou jazykovou bariérou výrazně dotčeny. Tento závěr je důležitý i v případě kompletního přeložení KA do českého jazyka, neboť v anglickém jazyce je dostupná mnohem pestřejší a rozsáhlejší paleta výukových zdrojů než v jazyce českém. Podobný výsledek totiž můžeme očekávat i u dalších výukových zdrojů v matematice. Nedomníváme se, že je možné tento závěr zobecnit na další vzdělávací oblasti, které mohou klást jiné nároky na zvládnutí cizího jazyka než matematika.

Problém s repetitivní podobou cvičení na KA odhalila Studie 3, která zkoumala rozvoj konceptuálních znalostí pomocí procvičování na KA v oblasti diferenciálního a integrálního počtu. Tato studie ukázala, že navzdory očekáváním založených na výsledcích předchozích Studií 1 a 2 v případě KA zvládnutí procedurální znalosti nijak nepřispělo ke konceptuální znalosti žáků. Zde se ukázala být revidovaná Bloomova taxonomie užitečnou teorií, ze které tento výsledek jednak vyplývá a jednak je možné vyvodit řešení tohoto problému. Pokud chceme směřovat k rozvoji konceptuální znalosti, měli bychom zvolit úlohy a metody výuky spadající do příslušných kategorií revidované Bloomovy taxonomie. Konceptuální znalost není možné rozvíjet repetitivními a typově stejnými úlohami, žákům je třeba předkládat úlohy komplexnější, jejichž řešení vyžaduje propojení více konceptů, úpravu známých procedur či použití známého nástroje v novém kontextu. Například platforma Techambition představená v podkapitole 1.2. by díky komplexnějšímu pojetí lekcí mohla více přispívat ke konceptuálnímu porozumění žáků. Podrobně jsou výsledky Studií 2 a 3 představeny v podkapitole 3.3. a diskutovány v podkapitole 3.4.

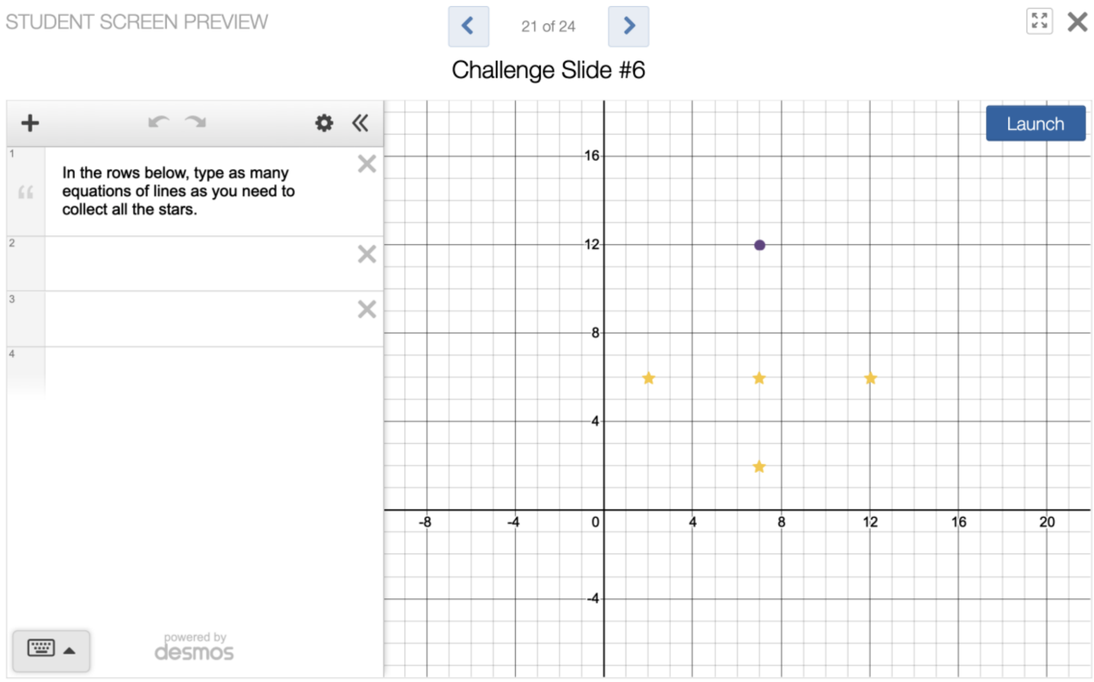
Je třeba zdůraznit, že přestože jsou uvedené výsledky statisticky významné, probíhaly studie na omezeném vzorku žáků z pražského gymnázia a není tedy možné je přímočaře zobecnit.

V uplynulých letech se objevily platformy, které žákům předkládají komplexnější problémy vyžadující více porozumění. Například americký portál Desmos, který bezplatně nabízí vzdělávací obsah v oblasti matematiky. Zaměření vzdělávacích aktivit na Desmos se od KA značně liší, Desmos nabízí interaktivní učební prostředí, které žákům představuje zvolený matematický koncept. Například aktivita *Marbleslides: Lines* je zaměřená na podobné učivo jako cvičení *Graph from slope-intercept form* na KA uvedené v podkapitole 1.1., ale koncepce je zcela odlišná. V tomto případě žáci pomocí zadávání předpisů lineárních funkcí a omezování definičního oboru konstruují virtuální trať pro kuličky, které mají projet skrze dané hvězdy, viz obr. 4.1.

Dále žáci v aktivitě předpovídají, jak změna daného parametru v předpisu ovlivní graf funkce. Na závěr aktivity žáci opět sestavují trať, tentokrát pro složitější případy, viz obr. 4.2. Jiné aktivity jsou určeny nejen pro jednotlivé žáky, ale i pro skupiny, kdy žáci interagují mezi sebou například vymýšlením nových zadání. Žák není při plnění aktivity přímo hodnocen ani penalizován, zpětnou vazbu poskytuje virtuální prostředí přirozeně.

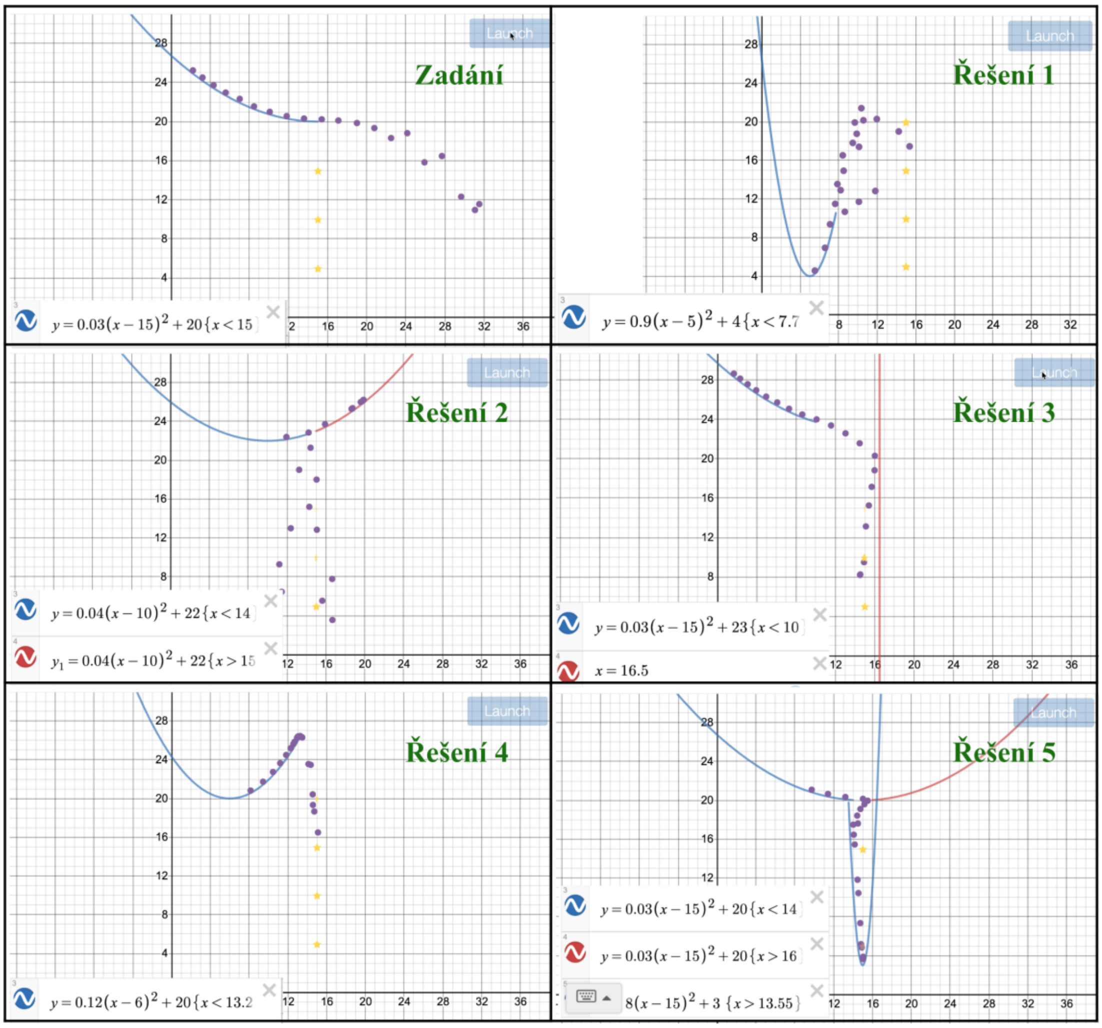


Obr. 4.1: Screenshot aktivity na portálu Desmos



Obr. 4.2: Screenshot závěru téže aktivity na portálu Desmos

Platforma Desmos svými široce otevřenými úlohami a interaktivním prostředím nabízí vhodný prostor pro badatelsky orientované vyučování. Úlohy jsou zadané tak, že je poměrně jednoduché začít s nimi experimentovat. Otevřené úlohy mají často mnoho různých správných řešení. Na obr. 4.3 vidíme úlohu zaměřenou na předpis a graf kvadratické funkce a pět různých správných řešení, které žáci navrhli.



Obr. 4.3: Různá žákovská řešení stejné úlohy v prostředí Desmos

Tyto teoretické přednosti oproti KA je však třeba ověřit empiricky, platformy jako Desmos tak poskytují příležitost pro další výzkum zaměřený na rozvoj konceptuálních znalostí žáků. Častou nevýhodou nových platforem včetně Desmosu je nedostatečné pokrytí učiva, zde však Desmos nabízí možnost tvorby vlastních aktivit.

Stále tak zůstává otevřená otázka vhodných technologií a metod výuky sloužících k rozvoji konceptuálních znalostí žáků.

Seznam použité literatury

Admiraal, W., Westhoff, G., & Bot, K. D. (2006). Evaluation of bilingual secondary education in the Netherlands: Students language proficiency in English. *Educational Research and Evaluation*, 12(1), 75–93. doi:10.1080/13803610500392160

Akçayır, G., & Akçayır, M. (2018). The flipped classroom: A review of its advantages and challenges. *Computers & Education*, 126, 334–345. doi:10.1016/j.compedu.2018.07.021

Anderson, L. W. & Krathwohl, D. R. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. New York: Longman.

Attali, Y. (2015). Effects of multiple-try feedback and question type during mathematics problem solving on performance in similar problems. *Computers & Education*, 86, pp.260–267. doi: 10.1016/j.compedu.2015.08.011

Attali, Y., & Kleij, F. V. (2017). Effects of feedback elaboration and feedback timing during computer-based practice in mathematics problem solving. *Computers & Education*, 110, 154–169. doi:10.1016/j.compedu.2017.03.012

Bempechat, J., Li, J., Neier, S. M., Gillis, C. A. & Holloway S. D. (2011). The homework experience: Perceptions of low-income youth. *Journal of Advanced Academic*s, 22(2), 250–278. doi: 10.1177/1932202X1102200204

Berthold, K. & Renkl, A. (2009). Instructional aids to support a conceptual understanding of multiple representations. *Journal of Educational Psychology*, 101(1), 70–87. doi: 10.1037/a0013247

Binterová H., Petrášková V., Komínková, O. (2014) The CLIL method versus pupils' results in solving mathematical word problems. *The New Educational Review* 38(4), 238–249.

Blomgren, C., & Macpherson, I. (2018). Scoping the nascent: An analysis of K–12 OER research 2012–2017. Open Praxis, 10(4), 359. doi:10.5944/openpraxis.10.4.905

Bloom, B. S. (1956). *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals*. New York: Longmans, Green. doi: 10.1177/001316445601600310

Bokhove, C. & Drijvers, P. (2012). Effects of a digital intervention on the development of algebraic expertise. *Computers & Education*, 58(1), 197–208. doi: 10.1016/j.compedu.2011.08.010

Brame, C. J. (2016). Effective educational videos: Principles and guidelines for maximizing student learning from video content. *CBE—Life Sciences Education*, 15(4), es6. doi:10.1187/cbe.16-03-0125

Brunström, M. & Fahlgren, M. (2015). Designing prediction tasks in a mathematics software environment. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 22(1), 3–18.

Cabi, E. (2018). The Impact of the Flipped Classroom Model on Students Academic Achievement. *The International Review of Research in Open and Distributed Learning*, 19(3). doi:10.19173/irrodl.v19i3.3482

Cañado, M. L. P. (2018). The effects of CLIL on L1 and content learning: Updated empirical evidence from monolingual contexts. *Learning and Instruction*, 57, 18–33. doi:10.1016/j.learninstruc.2017.12.002

Clarina, R. & Koul, R. (2003). Multiple-try feedback and higher-order learning outcomes. *International Journal of Instructional Media*, 32(3), 239–245.

Crompton, H., Burke, D., & Lin, Y. C. (2019). Mobile learning and student cognition: A systematic review of PK-12 research using Bloom's Taxonomy. *British Journal of Educational Technology*, *50*(2), 684–701. doi: 10.1111/bjet.12674

Dafouz, E., Nuñez, B., Sancho, C. & Foran, D. (2007). 'Integrating CLIL at the tertiary level: Teachers' and students' reactions'. In D. Wolff & D. Marsh (Eds.), *Diverse Contexts–Converging Goals. CLIL in Europe (pp. 91–101).* Frankfurt: Peter Lang.

Dallinger, S., Jonkmann, K., Hollm, J., & Fiege, C. (2016). The effect of content and language integrated learning on students English and history competences – Killing two birds with one stone? *Learning and Instruction*, 41, 23–31. doi:10.1016/j.learninstruc.2015.09.003

Desmos, získáno 8. 5. 2019 z https://teacher.desmos.com

Dettmers, S., Trautwein, U., & Ludtke, O. (2009). The Relationship between Homework Time and Achievement is not Universal: Evidence from Multilevel

Analyses in 40 Countries, *School Effectiveness and School Improvement*, 20, 375–405. doi:10.1080/0924345090 2904601

Dettmers, S., Trautwein, U., Lüdtke, O., Kunter, M. & Baumert, J. (2010). Homework Works if Homework Quality Is High: Using Multilevel Modeling to Predict the Development of Achievement in Mathematics. *Journal of Educational Psychology*, 102, 467–482. doi: 10.1037/a0018453

Dettmers, S., Trautwein, U., Lüdtke, O., Goetz, T., Frenzel, A. C., & Pekrun, R. (2011). Students’ emotions during homework in mathematics: Testing a theoretical model of antecedents and achievement outcomes. Contemporary Educational Psychology, 36(1), 25–35. doi: 10.1016/j.cedpsych.2010.10.001

Dixon, J. A., Deets, J. K. & Bangert, A. (2001). The representations of the arithmetic operations include functional relationships. *Memory and Cognition*, 29(3), 462–477

Epstein, J. L., & Van Voorhis, F. L. (2001). More than minutes: Teachers' roles in designing homework. Educational Psychologist, 36(3), 181–193. doi:10.1207/S15326985EP3603_4

Eren, O., & Henderson, D. J. (2011). Are we wasting our childrens time by giving them more homework? *Economics of Education Review*, 30(5), 950–961. doi:10.1016/j.econedurev.2011.03.011

Fan, H., Xu, J., Cai, Z., He, J. & Fan, X. (2017). Homework and students' achievement in math and science: A 30-year meta-analysis, 1986–2015. *Educational Research Review*, 20, 35–54. doi: 10.1016/j.edurev.2016.11.003

Firssova, O., Kalz, M., Börner, D., Prinsen, F., Rusman, E., Ternier, S., & Specht, M. (2014). Mobile Inquiry-Based Learning with Sensor-Data in the School: Effects on Student Motivation. *Open Learning and Teaching in Educational Communities Lecture Notes in Computer Science*, 112–124. doi:10.1007/978-3-319-11200-8_9

Google Play, získáno 31.7.2019 z https://play.google.com/store/apps/details?id=org.khanacademy.android&hl=en

Gray, J., Lindstrøm, C., Vestli, K. (2017). Khan Academy as a resource for pre-service teachers: A controlled study. Dooley, T. & Gueudet, G. (Eds.), *CERME 10 - Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2571–2578). Dublin, Ireland. DCU Institute of Education; ERME

Guo, P. J., Kim, J., & Rubin, R. (2014). How video production affects student engagement. *Proceedings of the First ACM Conference on Learning @ Scale Conference - L@S 14*. doi:10.1145/2556325.2566239

Güven, U., & Akçay, A. O. (2019). Trends of Homework in Mathematics: Comparative Research Based on TIMSS Study. *International Journal of Instruction*, 12(1), 1367–1382. doi:10.29333/iji.2019.12187a

Hecht, S. A., & Vagi, K. J. (2010). Sources of group and individual differences in emerging fraction skills. *Journal of Educational Psychology*, 102(4), 843–859. doi: 10.1037/a0019824

Hellekjær, G. O. (2010). Assessing lecture comprehension in Norwegian English-medium higher education. In C. Dalton-Puffer, T. Nikula & U. Smit (Eds.), *Language use and language learning in CLIL classrooms (pp. 233–258)*. Amsterdam: John Benjamins Publishing Company.

ten Hove, P., & van der Meij, H. (2015). Like It or Not. What Characterizes YouTube's More Popular Instructional Videos? *Technical communication*, 62(1), 48–62.

Jupri, A., Drijvers, P. and van den Heuvel-Panhuizen, M. (2016). An instrumentation theory view on students’ use of an applet for algebraic substitution. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 23(2), 63–80.

Kamii, C., & Dominick, A. (1997). To teach or not to teach algorithms. *The Journal of Mathematical Behavior*, 16(1), 51–61. doi: 10.1016/S0732-3123(97)90007-9

Kay, R. H. (2012). Exploring the use of video podcasts in education: A comprehensive review of the literature. *Computers in Human Behavior*, 28, 820–831. doi:10.1016/j.chb.2012.01.011

Kay, R. H., & Kletskin, I. (2012). Evaluating the use of problem-based video podcasts to teach mathematics in higher education. *Computers & Education*, 59(2), 619–627. doi:10.1016/j.compedu.2012.03.007

Kelly, D. P., & Rutherford, T. (2017). Khan Academy as Supplemental Instruction: A Controlled Study of a Computer-Based Mathematics Intervention. *The International Review of Research in Open and Distributed Learning*, 18(4). doi:10.19173/irrodl.v18i4.2984

Khan Academy, získáno 7. 12. 2018 z www.khanacademy.org

Kim, J., Guo, P. J., Seaton, D. T., Mitros, P., Gajos, K. Z., & Miller, R. C. (2014). Understanding in-video dropouts and interaction peaks inonline lecture videos.

Proceedings of the First ACM Conference on Learning @ Scale Conference - L@S 14. doi:10.1145/2556325.2566237

Kleij, F. M., Eggen, T. J., Timmers, C. F., & Veldkamp, B. P. (2012). Effects of feedback in a computer-based assessment for learning. *Computers & Education*, 58(1), 263–272. doi:10.1016/j.compedu.2011.07.020

Kleij, F. M., Feskens, R. C., & Eggen, T. J. (2015). Effects of Feedback in a Computer-Based Learning Environment on Students' Learning Outcomes. *Review of Educational Research*, 85(4), 475–511. doi:10.3102/0034654314564881

Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M. & Alibali, M. W. (2006). Does understanding the equal sign matter? Evidence from solving equations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 37(4), 297–312.

Lasagabaster, D. (2014). Chapter eight: Content versus language teacher: How are CLIL students affected?. *Utrecht Studies in Language & Communication*, 28. doi:10.1163/9789401210614_009

Lavigne, N. C. (2005). Mutually informative measures of knowledge: concept maps plus problem sorts in statistics. *Educational Assessment*, 10(1), 39–71. doi: 10.1207/s15326977ea1001_3

Light, D. & Pierson, E. (2014). Increasing Student Engagement in Math: The Use of Khan Academy in Chilean Classrooms. *International Journal of Education and Development using Information and Communication Technology (IJEDICT)*, 10(2), 103–119

Likert, R. (1932), *A technique for the measurement of attitudes*. (Doctoral dissertation). New York: The Science Press, Columbia University.

Lindstrøm, C. (2015), Using Khan Academy to support students' mathematical skill development in a physics course. Paper presented at *2015 ASEE Annual Conference & Exposition*, Seattle, Washington. doi: 10.18260/p.25005

Lo, C. K., Hew, K. F., & Chen, G. (2017). Toward a set of design principles for mathematics flipped classrooms: A synthesis of research in mathematics education. *Educational Research Review*, 22, 50–73. doi:10.1016/j.edurev.2017.08.002

Marsh, D. (1994). Bilingual education & content and language integrated learning. International Association for Cross-cultural Communication (Eds.), *Language Teaching in the Member States of the European Union*. Paris: University of Sorbonne.

Monterrat, B., Lavoué, É, & George, S. (2015). Toward an Adaptive Gamification System for Learning Environments. *Communications in Computer and Information Science Computer Supported Education*, 115–129. doi:10.1007/978-3-319-25768-6_8

Mueller, C. M. & Dweck, C. S. (1998). Praise for intelligence can undermine children's motivation and performance. *Journal of Personality and Social Psychology*, 75(1), 33–52 doi: 10.1037/0022-3514.75.1.33

Muller, D. A. (2008). *Designing effective multimedia for physics education* (Doctoral dissertation). Sydney: University of Sydney.

Murphy, R. et al. (2014). *Research on the Use of Khan Academy in Schools*. Menlo Park, CA: SRI Education. získáno 11.11.2019 z https://www.sri.com/publication/research-on-the-use-of-khan-academy-in-schools-implementation-report/

Mustaffa, N., Ismail, Z., Said, M. N. H. M. and Tasir, Z. (2017). A Review on the Development of Algebraic Thinking Through Technology. *Advanced Science Letters,* 23, 2951–2953. doi: 10.1166/asl.2017.7615

Pérez-Cañado, M. L. (2012). CLIL research in Europe: Past, present, and future. *International Journal of Bilingual Education and Bilingualism*, 15(3), 315–341. doi:10.1080/13670050.2011.630064

Piesche, N., Jonkmann, K., Fiege , F., Keßler, J.-U. (2016) CLIL for all? A randomised controlled field experiment with sixth- grade students on the effects of content and language integrated science learning. *Learning and Instruction* 44, 108–116. doi:10.1016/j.learninstruc.2016.04.001

Rámcový vzdělávací program pro gymnázia: RVP G. Praha: Výzkumný ústav pedagogický v Praze, 2007. ISBN 978-80-87000-11-3.
Získáno 11.11.2019 z http://www.nuv.cz/t/rvp-pro-gymnazia

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání: RVP ZV. Řídicí výbor k inkluzi MŠMT, Praha, 2017.
Získáno 11.11.2019 z nuv.cz/t/rvp-pro-zakladni-vzdelavani

Reslová, H. (2019). *Využití metody CLIL ve vyučování matematice na 2. stupni ZŠ* (Diplomová práce). Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta, Katedra matematiky a didaktiky matematiky

Rittle-Johnson, B. (2006). Promoting transfer: effects of self-explanation and direct instruction. *Child Development*, 77(1), 1–15. doi: 10.1111/j.1467-8624.2006.00852.x

Rittle-Johnson, B. & Schneider, M. (2016). Developing conceptual and procedural knowledge of mathematics. In The Oxford handbook of numerical cognition (pp. 1102–1118). Oxford, United Kingdom: Oxford University Press. doi: 10.1093/oxfordhb/9780199642342.013.014

Rittle-Johnson, B., Schneider, M. & Star, J. R. (2015). Not a One-Way Street: Bidirectional Relations Between Procedural and Conceptual Knowledge of Mathematics. *Educational Psychology Review, 27*(4), 587–597. doi: 10.1007/s10648-015-9302-x

Rosário, P., Núñez, J. C., Vallejo, G., Nunes, T., Cunha, J., Fuentes, S., & Valle, A. (2018). Homework purposes, homework behaviors, and academic achievement. Examining the mediating role of students' perceived homework quality. Contemporary Educational Psychology, 53, 168–180. doi: 10.1016/j.cedpsych.2018.04.001

Rudman, N. P. (2014). A Review of Homework Literature as a Precursor to Practitioner-Led Doctoral Research in a Primary School. *Research in Education*, 91(1), 12–29. doi:10.7227/rie.91.1.2

Schacter, D. L., & Szpunar, K. K. (2015). Enhancing attention and memory during video-recorded lectures. *Scholarship of Teaching and Learning in Psychology*, 1(1), 60–71. doi:10.1037/stl0000011

Schneider, B., & Blikstein, P. (2016). Flipping the flipped classroom: A study of the effectiveness of video lectures versus constructivist exploration using tangible user interfaces. *IEEE transactions on learning technologies*, 9, 5–17. doi:10.1109/TLT.2015.2448093

Shoufan, A. (2019). What motivates university students to like or dislike an educational online video? A sentimental framework. *Computers & Education*, 134, 132–144. doi:10.1016/j.compedu.2019.02.008

SimilarWeb, získáno 31. 7. 2019 z www.similarweb.com/website/khanacademy.org

Star, J. R. & Rittle-Johnson, B. (2009). It pays to compare: an experimental study on computational estimation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 102(2), 408–426. doi: 10.1016/j.jecp.2008.11.004

Stein, M. (2015). Online platforms for practising mathematics in German and English speaking countries – a systematic comparison. In Krainer, K & Vondrova, N (Eds.), *CERME 9 - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2573–2579). Prague, Czech Republic. Charles University in Prague, Faculty of Education; ERME.

Strandberg, M. (2013). Homework – is there a connection with classroom assessment? A review from Sweden. *Educational Research*, 55(4), 325–346. doi: 10.1080/00131881.2013.844936

Šulista, M. (2012). *CLIL implementation in mathematics lessons research evaluation*. Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing.

TIMSS, získáno 11.7.2019 z https://timssandpirls.bc.edu/timss-landing.html

Trgalová, J., Clark-Wilson, A., Weigand H. G. (2018). ERME book, Chapter 11: Technology and resources in mathematics education. Dublin, Ireland. Získáno 30.12.2019 z http://cerme10.org/scientific-activities/erme-book-chapters/

Trautwein, U., Lüdtke, O., Schnyder, I., & Niggli, A. (2006). Predicting homework effort: Support for a domain-specific, multilevel homework model. Journal of Educational Psychology, 98(2), 438–456. doi: 10.1037/0022-0663.98.2.438

Trautwein, U., Lüdtke, O. (2009). Predicting homework motivation and homework effort in six school subjects: The role of person and family characteristics, classroom factors, and school track. *Learning and Instruction*, 19, 243–258. doi: 10.1016/j.learninstruc.2008.05.001

Triantafyllou, E. & Timcenko, O. (2015). Student perceptions on learning with online resources in a flipped mathematics classroom. In Krainer, K & Vondrova, N (Eds.), *CERME 9 - Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2573–2579). Prague, Czech Republic. Charles University in Prague, Faculty of Education; ERME.

Weber, K. (2016). Challenges in mathematical cognition: A collaboratively-derived research agenda. *Journal of Numerical Cognition*, 2(1), 20–41. doi:10.5964/jnc.v2i1.10

Wilson, J., & Rhodes, J. (2010). Student perspectives on homework. *Education*, 131(2), 351–358.

Zákon č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním, vyšším odborném a jiném vzdělávání, školský zákon. (2004). Praha: Tiskárna Ministerstva vnitra.

Zengin, Y. (2017). Investigating the Use of the Khan Academy and Mathematics Software with a Flipped Classroom Approach in Mathematics Teaching. *Educational Technology & Society*, 20 (2), 89–100.

Seznam tabulek

Seznam použitých zkratek

CLIL	Content and Language Integrated Learning
KA	Khan Academy
RVP G	Rámcový vzdělávací program pro gymnázia
RVP ZV	Rámcový vzdělávácí program pro základní vzdělávíní

Seznam Příloh

1. Přehled kapitol disertační práce a studií na časové ose
2. Žákovský dotazník ze Studie 1
3. Revidovaná Bloomova taxonomie – dimenze kognitivních procesů
4. Revidovaná Bloomova taxonomie – znalostní dimenze
5. Schéma Studie 2 a Studie 3
6. Závěrečný dotazník ze Studie 3

Seznam Publikací

2016 - a) Vančura, J. Využití webového nástroje Khan Academy ve výuce matematiky na střední škole. *Dva dny s didaktikou matematiky 2016*. Praha: Univerzita Karlova, Pedagogická fakulta. ISBN 978-80-7290-894-3.

2016 - b) Vančura, J. Khan Academy as a mathematics homework platform at non-English speaking high schools. *8th YERME Summer School 2016*. Poděbrady: European Researchers in Mathematics Education.

2016 - c) Vančura, J. Využití Khan Academy pro výuku matematiky na střední škole. *Setkání Učitelů Matematiky Všech Typů a Stupňů Škol 2016*. Srní: SUMA JČMF.

2017 - a) Vančura, J. Research on the language barriers of students who use Khan Academy as a mathematics homework platform. *CERME 10 Proceedings*, 2660–2667, Dublin.

2017 - b) Vančura, J. Khan Academy na střední škole. *Užití počítačů ve výuce matematiky 2017.* České Budějovice: Jihočeská univerzita. ISBN 978-80-7394-677-7.

2018 - a) Vančura, J. Can students transfer their mathematical skills gained from their Khan Academy homework to other contexts? *INTED2018 Proceedings*, 2707–2714 Valencia. doi: 10.21125/inted.2018

2018 - b) Vančura, J. Využití Khan Academy pro zadávání a hodnocení domácích úkolů. *Matematika, fyzika, informatika*, 28(3), 169–180.

2018 - c) Vančura, J. Aktivity, hlavolamy a hry pro výuku zobrazení. *Cesty k matematice 2018*. Praha: Matematicko-fyzikální fakulta UK

2018 - d) Vančura, J. Logo ve 3D - spojení stereometrie a programování. *Setkání Učitelů Matematiky Všech Typů a Stupňů Škol 2018*. Srní: SUMA JČMF.

2019 - a) Vančura, J. Srovnání tří online platforem pro zadávání a hodnocení úkolů. *Užití počítačů ve výuce matematiky 2017.* České Budějovice: Jihočeská univerzita.

2019 - b) Vančura, J. Vliv procvičování na Khan Academy na znalosti a dovednosti žáků v matematice. *Scientia in Educatione*, 10(2), 103–126. doi: 10.14712/18047106.1520