

Posudek diplomové práce Davida Pelikána ”Vzájemná srovnání axiomatických systémů modálních logik”

Předložená práce se zabývá srovnáním modálních výrokových logik jakožto axiomatických systémů z hlediska jejich síly. Soustředí se na standardní modální axiomy K , D , T , 4 , B a 5 , pro něž se snaží ukázat adekvátní sémantickou charakterizaci (jimi charakterizované třídy kripkovských rámců), a na některé systémy jimi definované, tedy modální logiky K , D , T , $S4$ a $S5$. Ty následně porovnává z hlediska jejich síly, o něco podrobněji se pak věnuje logikám $S4$ a $S5$ a prostoru mezi nimi.

Volba **tématu práce** spolu s metodou zpracování je podle mého názoru největším problémem této práce. Téma je problematické tím, že se jedná o standardní materiál přehledně pojednaný ve většině základních knih zabývajících se modální logikou, a který není po absolvování základního kurzu modálních logik nikterak obtížný. Navíc autor porovnává systémů jen několik (zdaleka ne všechny standardně uvažované) a to těch, které lze z hlediska síly uspořádat lineárně. To však o modálních logikách nepodává dostatečně charakteristickou informaci. Již prozkoumáním webu, doporučeného v zadání práce, lze získat obrázek o komplikovanějších vztazích mezi modálními logikami. Nicméně ke cti autora je zde třeba říci, že naprostou většinu důkazů i protipříkladů pravděpodobně vypracoval sám, což jistě dává studentu samému dobrý smysl. Kombinace dobře známého materiálu s ne zcela zdařilým vlastním zpracováním však vzbuzuje jisté pochyby o smysluplnosti takto pojaté diplomové práce. Jak upřesním později, autor se v první části práce nevyhnul chybám, které se nepřímou týkají i hlavní části práce.

Po bližším prozkoumání zadání práce jsem došla k názoru, že původním záměrem mohlo být srovnání Lewisových systémů $S1$ až $S5$, tedy slabých modálních logik, které se tolik nestudují, což by bylo jistě zajímavější.

Byla bych ráda, kdyby se k tomuto bodu autor vyjádřil při obhajobě.

Práce je zřetelně a smysluplně strukturovaná, drobnou výhradu mám k trochu nadbytečnému a zbytečně dlouhému (vzhledem ke zbytku práce) úvodu historickému. Trochu zvláštní je pak to, že práce téměř necituje použitou literaturu, což je jistě dáno tím, že student většinu důkazů stvořil sám. Citování a odkazy na literaturu, kde je problematika zpracována, jsou ovšem pro vědecký text nepominutelné.

Více pozornosti bylo třeba věnovat značení, to je mnohdy matoucí. Některé potřebné definice pak zcela chybí.

Důkazy jsou však prezentovány přehledně a celkově je možno pochválit zdařilou sazbu.

K **obsahu práce** mám následující dvě kritické poznámky:

- **Kapitola 2.2:** problémem práce je systematické matení pojmů ”model” a ”rámec”. Kripkovský rámec je (libovolná) dvojice (W, R) , kripkovský

model (nad rámcem (W, R)) je trojice (W, R, V) . Autor nedefinuje, co to znamená, že modální formule platí v modelu, v rámci, ve třídě modelů či ve třídě rámců. V poznámce 2 pod čarou má pak správně být: "Formule je v rámci splněna (platí), pokud je splněna každým ohodnocením (tedy v každém modelu nad daným rámcem)". Na závěr kapitoly pak autor nazývá kripkovským rámcem třídu modelů definovanou modálním axiomem, což je chybné (nebo přinejmenším nestandardní). Rámec (W, R) můžeme možná chápat jako třídu modelů $\{(W, R, V) : V \text{ je valuace}\}$, ale ne jen pokud je definován modální formulí. Navíc modální formulí jsou v případě, který je zde uvažován, definovány třídy rámců a nikoli rámce samotné (např. třída všech reflexivních rámců je definována schematem T).

- **Kapitola 3** Modálními axiomům odpovídají třídy rámců. Tedy například schematem T je definována třída reflexivních rámců. To znamená, že pro každý rámec $F = (W, R)$ platí: v F platí schema T právě když R je reflexivní. To, co je třeba dokázat tedy je, že třída rámců, kde platí T, je rovna třídě rámců s reflexivní relací dosažitelnosti. První problém zde je, že definovatelnost tříd modelů je směřována s definovatelností tříd rámců. Přitom např. třída reflexivních modelů není definovatelná modální formulí, zatímco třída reflexivních rámců ano.

K celkovému zmatení přispívá i značení M , kde není zřejmé, jedná-li se o model či o třídu modelů. Zaměníme-li v práci v tomto bodě modely za rámce, museli bychom ukázat, ve značení použitém v práci, že $M = \overline{M}$. Autor ale vyslovuje slabší tvrzení, totiž, že obě třídy rámců splňují stejné modální formule. Inkluze $M \subseteq \overline{M}$ je v důkazech demonstrována, opačná inkluze nikoli.

To, že demonstrované tvrzení je slabší, lze nahlédnout z následujícího protipříkladu: uvážíme třídu rámců F_{\leq} , kde R je částečné neostré uspořádání, a třídu rámců $F_{T,4}$, ve kterých platí schemata T a 4. Nyní $F_{\leq} \subset F_{T,4}$, přitom ale pro každou modální formuli φ platí $F_{\leq} \models \varphi$ iff $F_{T,4} \models \varphi$. Totiž $\{\varphi | F_{\leq} \models \varphi\} = \{\varphi | F_{T,4} \models \varphi\} = \mathbf{S4}$.

Byla bych ráda, kdyby se k těmto dvěma bodům autor vyjádřil při obhajobě.

Pro shrnutí: práce obsahuje materiál, který lze snadno vyčíst v literatuře, ovšem student ho zpracoval sám. Nevyhnul se přitom však přinejmenším jedné podstatnější chybě.

Student prokázal schopnost samostatné práce, která bohužel zůstala na půli cesty, i určitou sběhlost v práci s axiomatickými systémy modálních logik a jejich sémantikou.

Podle mého názoru předložená práce splňuje formální náležitosti diplomové práce a v podstatě naplňuje i obsahové požadavky na diplomovou práci kladené. Protože mé výhrady se vztahují k volbě tématu a povaze jeho zpracování, tedy k otázkám týkajícím se už zadání diplomové práce, navrhuji, pokud se toto uspokojivě vysvětlí v rámci obhajoby, přistoupit k hodnocení "velmi dobře".

Méně důležité poznámky a překlepy:

- v kapitole 3 by bylo lépe vlastnosti relace R definovat sentencí (tedy ve všech případech přidat $\forall w$)
- str. 23, poznámka pod čarou: takto modalizovaná věta o dedukci platí pouze pro systémy nad logikou $S4$, pro slabší logiky je komplikovanější. Zde by se právě hodila nějaká citace.
- str. 24 M bude raději třída všech kripkovských modelů
- str. 25 dole, "Inkuze" má být "Inkluze" a "enkvivalence" "ekvivalence"
- kap. 5, a dále v kap. 6.3: co znamená "zvolme atom $a \in (u \cap v)$ "? u, v jsou přece prvky W .
- str. 28 nahore: v důkazu nezávislosti 4 a B na 5 by mělo být zmíněno, že v modelu M platí 5.
- kapitola 6.3 autor uvádí, že přidáním uvažovaných formulí k $S4$ vznikne systém slabší, než $S5$. To by bylo dobré ukázat.

V Praze dne 11.1.2008



Marta Bílková (oponent)