

POSUDEK VEDOUcíHO BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Vliv okrajových podmínek na profil časově periodického proudění v trubce

Autor: Jan Hrůza

Shrnutí obsahu práce

Práce se zabývá prouděním nestlačitelné homogenní Newtonovské tekutiny v trubce, kde jsou okrajové podmínky na stěně trubky popsány tzv. dynamickým skluzem. Jedná se o velice aktuální téma a předložená bakalářská práce vychází z výsledků dizertační práce Eriky Maringové, která byla obhájena na MFF UK v roce 2019.

Hlavním cílem práce bylo studovat proudění, které je hnáno periodicky se měnícím tlakem a kde všechny neznámé jsou funkcí času a vzdálenosti od středu trubky. V této jednoduché geometrii se systém rovnic redukuje pouze na jednoduchou parabolickou rovnici v jedné prostorové dimenzi, jak je naznačeno v první části práce. Řešení je dále hledáno Fourierovou metodou a hlavní myšlenka je opět naznačena v první části práce. Tato první část lze chápat jako motivační a neklade důraz na rigorózní zdůvodnění všech kroků.

Zbývající a podstatná část práce je pak věnována rigoróznímu důkazu existence klasického řešení dané úlohy. Řešení je hledáno ve tvaru Fourierových řad. Nejdříve se student zabývá vlastnostmi Besselových funkcí a odvodí potřebné vlastnosti a asymptotické chování vlastních čísel obyčejné diferenciální rovnice druhého řádu s nestandardními okrajovými podmínkami. Poté je formálně vyjádřena příslušná řada a jsou zkoumány její konvergenční vlastnosti. Je ukázáno, že řada i její první parciální derivace konverguje stejnoměrně. Nicméně je také ukázáno, že druhé prostorové derivace nemohou konvergovat stejnoměrně. Proto je k dokončení důkazu potřeba zdůvodnit limitní přechod ve „slabé“ formulaci, a potom ukázat, že výsledná řada je skutečně klasické řešení. Práce je pak doplněna i několika obrázky, které popisují závislost řešení na zvolených parametrech.

Nedílnou součástí práce je i Příloha, kde je ukázána existence vhodného úplného ortogonálního systému, který je tvořen vlastními funkcemi dané rovnice.

Celkové hodnocení práce

Téma práce. Díky zjednodušené geometrii, se problém redukuje na úlohu, která je zvládnutelná nástroji a metodami, které znají studenti 3. ročníku. Student musel aplikovat znalosti z teorie obyčejných diferenciálních rovnic, mocninných řad a Lebesgueova integrálu. Navíc se musel student seznámit se základy teorie Besselových funkcí. Dle mého názoru bylo téma zpracováno velice pečlivě a úroveň práce převyšuje požadavky na bakalářskou práci.

Vlastní příspěvek. Práce vychází z dizertační práce E. Maringové, kde je ale studována jiná geometrie. První vlastní příspěvek autora je tak vhodné přepsání a vyřešení rovnic v jiné geometrii. Jako hlavní vlastní výsledek práce však vidím to, že v předložené bakalářské práci je vše rigorózně dokázáno bez použití hlubokých nástrojů funkcionální analýzy a teorie Sobolevovských funkcí, jako je tomu ve zmiňované dizertační práci. Zejména pak důkaz existence vhodné báze bez znalosti slabé zdola polospojivosti konvexních funkcionálů stojí za pozornost. Navíc celá práce tvoří naprosto ucelený text bez nutnosti odkazovat se na hluboká tvrzení. Jediná hlubší vlastnost, která není v práci dokázána, je asymptotické rozložení kořenů Besselovy funkce, což by však neúměrně prodloužilo bakalářskou práci.

Matematická úroveň. Práce splňuje nejvyšší nároky na rigorózní text. Všechny kroky jsou pečlivě zdůvodněny a nejsem si vědom žádných věcných chyb. Navíc je práce sepsána velmi elegantně, a přestože je velice technická, čte se velmi plynule a příjemně.

Práce se zdroji. Práce je zcela originální a všechny zdroje jsou ocitovány.

Formální úprava. Práce je velice pečlivě sepsána a nedostatků je zcela minimum

Připomínky

1. Dle mého názoru mohlo v práci více zaznít, co je vlastní přínos autora. Zejména pak to, že důkaz je založen pouze na standardních metodách a nevyužívá hlubších vlastností prostorů

funkcí a reflexivních prostorů, jako je tomu v původní práci E. Maringové. Nicméně k tomu student nejspíše potřebuje určitý nadhled a ocenění to až ve vyšších ročnících.

Závěr

Práci považuji za vynikající a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

Návrh klasifikace vedoucí/oponent sdělí předsedovi zkušební (sub)komise.

Jméno vedoucího: RNDr. Miroslav Bulíček, Ph.D.

Pracoviště: MÚ UK, MFF

Datum: 24.6.2020