

## POSUDEK OPONENTA BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

**Název:** Vliv okrajových podmínek na profil časově periodického proudění v trubce

**Autor:** Jan Hrůza

### **Shrnutí obsahu práce**

Práce se zabývá zajímavým tématem: hledáním *periodických* řešení pro proudění Navier-Stokesovy nestlačitelné tekutiny v trubce s nestandardními okrajovými podmínkami, kde periodicitu je generována předepsaným časově periodickým tlakovým polem. Problém je relevantní zkoumání vlastností proudění v aortách (viz J. R. Womersley. Method for the calculation of velocity, rate of flow and viscous drag in arteries when the pressure gradient is known. J. Physiol. 127 (1955), 553–563.). Aktuálnost tématu lze dokumentovat také nedávnou prací P.G. Galdi, C.R. Grisanti, Womersley flow of generalized Newtonian liquid, Proc. Roy. Soc. Edinburgh Sect. A, 146 (2016) 671-692. Bakalářská práce přináší nové původní výsledky, neboť je zaměřena na vliv nového typu tzv. dynamických okrajových podmínek na charakter periodických proudění, což dle mých informací doposud nikdo nezkoumal. Navíc řešení problému vyžaduje netriviální modifikaci matematických metod. Východiskem a hlavním zdrojem práce je nedávno obhájená doktorská dizertace Eriky Maringové. V dizertaci E. Maringové jsou studovány matematické vlastnosti úloh s dynamickými okrajovými podmínkami v obecných oblastech a také zde jsou hledána řešení ve tvaru smykového proudění pro proudění tekutiny v rovinném nekonečně dlouhém kanálu.

Po krátkém úvodu, kde je zformulována studovaná matematická úloha, je bakalářská práce rozdělena do čtyř hlavních sekcí, doplněných o přehled použitých vět, závěr a přílohu, kterou lze rovněž zařadit mezi výsledky bakalářské práce. V sekci 1 je uveden formální postup, jak řešení dané úlohy nalézt Fourierovou metodou (přechodem od obecné úlohy k proudění závislém jen na čase a poloměru, přechodem od „slabé“ formulace v kartézských souřadnicích do formulace v souřadnicích polárních, rozkladem úlohy na nestandardní úlohu na vlastní čísla a na obyčejnou diferenciální rovnici pro časově závislé Fourierovy koeficienty). Sekce 2 a příloha jsou zaměřeny na vlastnosti vlastních čísel (viz Věta 2) a vlastních funkcí (viz Tvzení 16 v Příloze A). Nalezené řešení je ve tvaru řady funkcí. V sekci 3 je nejdříve vyšetřena stejnoměrná konvergence řady a záměnnost řady a prvních derivací vzhledem k času a radiální proměnné. Existence a spojitost druhých derivací vzhledem k radiální proměnné je pak ukázána pomocí konvergence v Lebesgueových prostorech. V sekci 4 jsou nalezená řešení ilustrována graficky.

### **Celkové hodnocení práce**

**Téma práce.** Jak ukazuje výsledná práce, téma je vhodné pro studenty bakalářského studia; autor si při bádání „vyzkoušel“ velké množství známých metod k řešení doposud nestudovaného problému. Práce přináší původní výsledky, je pěkně strukturovaná, dobře se čte a autorovi se podařilo naplnit zadání práce.

**Vlastní příspěvek.** Práce je původní neboť začíná s neřešenou úlohou a vede na nové dílčí podproblémy. Ty jsou sice lineární, ale obsahují nestandardní okrajové podmínky. Autor využil nástroje, které se učil během bakalářského studia (mocinné řady, abstraktní Fourierovy řady, stejnoměrná konvergence), některé partie si prohloubil (spektrální teorie, Besselovy funkce).

**Matematická úroveň.** Práce je velmi pěkně napsaná, a vyjma sekce 1, kde jsou explicitně uvedeny formální úvahy, jsou ostatní hlavní části práce rigorózně a korektně formulovány.

**Formální úprava.** Práce se velmi pěkně čte, občas nejsou matematické symboly vysázeny v matematickém módu. Některé definované pojmy jako projekce vektoru do tečné nadroviny či divergence vektorové funkce by si zasloužily upřesnění. Tyto nedostatky jsou však nepodstatné vzhledem k celkovému rozsahu práce.

### **Připomínky a otázky**

1. Jsou v teoretické části omezení na parametry alfa a beta? Nebo to mohou být libovolná

nezáporná čísla, jak je uvedeno v sekci 1?

2. Nejsem si vědom, že by periodická řešení byla studována pro statické skluzové podmínky. Hledal jste v tomto směru zdroje v literatuře?
3. Můžete vykreslit řešení pro nulový parametr beta? Jaký je grafický rozdíl v řešeních pro nulové beta a  $\alpha=30$  respektive  $\alpha=1000$  respektive  $\alpha$  tak velké, že aproximuje podmínku ulpívání na stěně?

### **Závěr**

Práci považuji za vynikající a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

*Návrh klasifikace vedoucí/oponent sdělí předsedovi zkušební (sub)komise.*

prof. RNDr. Josef Málek, CSc.

Pracoviště: MÚ MFF UK

Datum: 24.6. 2020