Posudek práce

předložené na Matematicko-fyzikální fakultě
Univerzity Karlovy

❑ posudek vedoucího ☒ posudek oponenta
☒ bakalářské práce ❑ diplomové práce

Autor: Matúš Papajčík
Název práce: Regulární zdroje prostoročasů se singularitami
Studijní program a obor: Obecná fyzika
Rok odevzdání: 2019

Jméno a tituly oponenta: Martin Žofka
Pracoviště: ÚTF MFF UK
Kontaktní e-mail: zofka@mbox.troja.mff.cuni.cz

Odborná úroveň práce:
❑ vynikající ☒ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Věcné chyby:
☒ téměř žádné ❑ vzhledem k rozsahu přiměřený počet ❑ méně podstatné četné ❑ závažné

Výsledky:
❑ originální ☒ původní i převzaté ❑ netriviální kompilace ❑ citované z literatury ❑ opsané

Rozsah práce:
❑ veliký ❑ standardní ☒ dostatečný ❑ nedostatečný

Grafická, jazyková a formální úroveň:
❑ vynikající ❑ velmi dobrá ☒ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Tiskové chyby:
❑ téměř žádné ☒ vzhledem k rozsahu a tématu přiměřený počet ❑ četné

Celková úroveň práce:
❑ vynikající ☒ velmi dobrá ❑ průměrná ❑ podprůměrná ❑ nevyhovující

Slovní vyjádření, komentáře a připomínky oponenta:

Přesná řešení Einsteinových rovnic často obsahují singularity, v jejichž okolí selhává popis pomocí obecné relativity – kvantovou teorii gravitace však dosud nemáme k dispozici. Jednou z možností jak se divergencí zbavit a obsahem této práce je regularizace prostoročasu nahrazením problematické části novou nesingulární oblastí, kterou na zbytek řešení dostatečně hladce navážeme. Hmotu budící výsledné pole potom přímočaře spočítáme z polních rovnic prostým diferencováním zvoleného nesingulárního pole.
Autor nejprve tuto metodu demonstruje na newtonovském případu jednoho a dvou hmotných bodů a poté ji použije na Schwarzschildovo řešení ve Schwarzschildových, izotropních a Weylových souřadnicích.
Práce se věnuje i důležité otázce nejkompaktnějšího možného tělesa tvořeného hmotou splňující energetické podmínky – nejmenší nalezený poloměr sféry je a=9/4 M, tedy těsně nad Schwarzschildovým poloměrem.
Součástí práce je i detailní odvození TOV řešení, které představuje zdroj Schwarzschildova řešení v podobě nestlačitelné ideální tekutiny, a diskuze energetických podmínek.
Textu by výrazně prospělo, použil-li by autor automatickou kontrolu pravopisu.

Str. 2: Existují důležitá nevakuová řešení Einsteinových rovnic: Reissnerův-Nordströmův prostoročas s elektromagnetickým polem byl objeven téhož roku jako Schwarzschildovo řešení. Kosmologická řešení z 20. let minulého století obsahují ideální tekutinu.

- Co se myslí tvrzením, že „hmota pri takýchto riešeniach Einsteinových rovníc je zdánlivo sústredená do oblastí, ktoré predstavujú singulárne miesta riešenia“? Jde přece o vakuová řešení.
- Statická ideální tekutina může též tvořit nekonečný válec.

Str. 4: Bez ohledu na název kapitoly 1.1 by asi stálo za zdůraznění, že potenciál (1.3) platí pouze pro sféricky symetrický případ a M je zde celková hmotnost hmoty uzavřené koulí o poloměru r. Tato funkce v počátku obecně singulární není – viz případ hmotné kulové slupky.

Str. 5: „…bez toho aby sme Poissonovu rovnicu riešili“ – ano, ale není dopředu jasné, zda půjde o výsledek totožný s řešením Poissonovy rovnice.

V grafech 1.2 a 2.3 s výslednou hustotou a tlakem je možná zbytečné uvádět konstantní (a normovanou) hustotu. Tato křivka totiž snižuje rozlišení zajímavějšího průběhu tlaku.

Str. 9: Autor zřejmě používá bezrozměrné souřadnice přeškálované vzdáleností obou hmotných bodů. V tom případě je přeškálovaný i potenciál (1.21).

Str. 12: Jde o hustotu normalizovanou na střední hodnotu? Osy jsou stejné jako v předchozím grafu? Je vidět, že původní rozložení hmoty není vystiženo příliš dobře: zde jsou maxima okolo pólů. Bi-Laplaceova úloha pracuje na množině funkcí C^4, ale výchozí přesné řešení v této třídě není, takže se k němu rozvoj nemusí přiblížit. Totéž by vyšlo i v případě hladkého řešení daného součtem dvou kuliček o konečném poloměru a konstantní hustotě, jejichž vnější pole je totožné s diskutovaným případem.

Str. 13: „Jednoduchšie je nájsť riešenie vákuové, teda s nulovou pravou stranou, ktoré taktiež predstavuje časopriestor mimo zdrojov.“ – ve sférické symetrii ano, obecné vakuové řešení ale nepředstavuje prostoročas vně zdrojů.

Str. 18: „…v okolí tohto bodu nebudú splnené dominantné energetické podmienky…“ – proč ne jen v tomto bodě? „…rozumné hodnoty tlaku sú v okolí bodu a = 2.3M…“ – proč ne kdekoli na této větvi řešení? Chvíli se zde pracuje v bezrozměrných veličinách, ale vzápětí je a opět uváděno v násobcích M.

Str. 21: Není předpoklad polynomiálního charakteru funkcí f(r) a g(r) příliš silný (totéž i (2.64) a (2.69))? Navíc by se možná již zde mělo stručně uvést, že nemáme dostatečnou volnost pro splnění všech podmínek kladených na řešení (viz kapitola 2.4). „Bolo zistené… Explicitne sa nepodarila…“ – není jasné, které výsledky jsou původní a které převzaté ze [7].

Str. 28: Hustota se v obou uvedených grafech chová zvláštně – směrem od centra roste. Ve druhém případě jsou navíc tlaky záporné, hmota je tedy pod napětím. Radiální tlak navíc vymizí na dvou poloměrech – proč není povrch tělesa na menším r?

Str. 29: Mělo by být uvedeno, že jde o řešení statická.

Str. 32: „ktorá vyžaduje aby funkcia $k(r, \theta)$…“ – co je $k(r, \theta)$? Co je vyneseno v grafu 3.1?

Str. 33: Proč není volen řez $\theta = \pi/4$?

Případné otázky při obhajobě a náměty do diskuze:
Mají v nějakém smyslu zde uvažovaná řešení vystihovat fyzikální vlastnosti příslušného přesného řešení Einsteinových rovnic?
Může autor blíže objasnit, proč v newtonovském případě používal k navazování řešení bi-Laplaceovy rovnice, která extremalizují integrál z kvadrátu hustoty hmoty? Proč mají být dobrou aproximací zkoumaných řešení Laplaceovy rovnice, která jsou sice vakuová, ale obsahují singularitu, takže nepatří do $C^4(\Omega)$?
Proč byl zvolen pro rozvoj Schwarzschilda ve Weylových souřadnicích právě tvar (3.26) a (3.27)? Nefungovala by libovolná řada v mocninách $\cos\theta$ s dvěma konstantami pro každý řád?
Práce názorně dokládá, o jak nejednoznačný problém jde – různé použité souřadnice a regularizační řešení dávají výrazně odlišné výsledky. Autor v závěru naznačuje, že by bylo zapotřebí používat kovariantní přístup. Navazovací podmínky vnitřního a vnějšího řešení lze formulovat pomocí invariantů, ale jak vybrat nejvhodnější vnitřní řešení?

Práci
☒ doporučuji
☐ nedoporučuji
uznat jako bakalářskou.

Navrhuji hodnocení stupněm:
☒ výborně ☐ velmi dobře ☐ dobře ☐ neprospěl/a

Místo, datum a podpis oponenta: Praha, 2.9.2019

Martin Žofka