

**Univerzita Karlova v Praze
Pedagogická fakulta**

AKTIVITY DĚTÍ PŘI VYTVÁŘENÍ POJMU PŘIROZENÉ ČÍSLO

Dizertační práce

Mgr. Šárka Pěchoučková
FPE ZČU Plzeň

Doc. PhDr. Jiří Divíšek, CSc.
školitel

Plzeň, 2007

Prohlášení

Prohlašuji, že jsem předkládanou dizertační práci vypracovala sama za použití zdrojů a literatury v ní uvedených.

30. března 2007

Šárka Pěchoučková

Obsah

1 ÚVOD	1
1.1 Motivace	1
1.2 Projekt	1
1.3 Cíle práce	1
2 PŘEDVÝZKUM	2
2.1 Cíle předvýzkumu	2
2.2 Volba výzkumných nástrojů	2
2.3 První experimenty	2
2.3.1 Úvod	2
2.3.2 Realizace	2
2.3.3 Výsledky	2
2.4 Druhý experiment	2
2.4.1 Úvod	2
2.4.2 Realizace	2
2.4.3 Schéma	2
2.4.4 Správa	2
2.4.5 Správa	2
2.5 Třetí experiment	2
2.5.1 Úvod	2
2.5.2 Realizace	2
2.5.3 Výsledky	2

Poděkování

Chtěla bych poděkovat všem, kdo přispěli ke vzniku této práce.

Panu doc. PhDr. Jiřímu Divíškovi, CSc. za pomoc při vypracování.

Panu prof. RNDr. Milanu Hejnému, CSc. za kritické připomínky a cenné náměty.

Všem kolegům doktorandům za dobré nápady.

Celé své rodině za podporu a trpělivost, se kterou přistupovala k mému studiu.

Obsah

1 ÚVOD	6
1.1 Intuitivní interpretace přirozených čísel	6
1.2 Projekt výzkumu	7
1.3 Cíle výzkumu	7
2 PŘEDVÝZKUM	9
2.1 Cíle předvýzkumu	9
2.2 Volba výzkumných nástrojů	10
2.3 První experiment	11
2.3.1 Úkol 1	11
2.3.2 Realizace a analýza experimentu	11
2.3.3 Sebereflexe	15
2.4 Druhý experiment	16
2.4.1 Úkol 2	16
2.4.2 Úkol 3	16
2.4.3 Realizace a analýza experimentu	16
2.4.4 Sebereflexe	24
2.4.5 Shrnutí výsledků prvního a druhého experimentu	24
2.5 Třetí experiment	28
2.5.1 Úkol 4	28
2.5.2 Realizace a analýza experimentu	28
2.5.3 Sebereflexe	43
3. VÝZKUM, ANALÝZA JEDNOTLIVÝCH EXPERIMENTŮ	44
3.1 Teoretická část	44
3.2 Metodologická část	46
3.2.1 Předmět výzkumu a cíle experimentů	46
3.2.2 Podmínky experimentu	47
3.2.2.1 Podmínky experimentu a použité metody	47
3.2.2.2 Čtvrtý experiment – úkol 5	48
3.2.2.3 Pátý experiment – úkol 6	49
3.2.2.4 Šestý experiment – úkol 7	50
3.2.2.5 Sedmý experiment – úkol 8	50
3.2.2.6 Osmý experiment – úkol 9	51

3.3 Experimentální část	51
3.3.1 Výzkumný soubor a jeho charakteristika	51
3.3.2 Realizace experimentů a jejich analýza	52
3.3.2.1 Strategie používané při reprezentaci čísla	74
3.3.2.2 Chápání čísla jako proces, koncept nebo procept	82
3.3.2.3 Separované a generické modely čísel	86
3.3.2.4 Soubor kognitivních fenoménů	92
3.3.2.5 Matematické závislosti	97
3.4. Aplikace fenoménů	104
4. ZÁVĚR	106
4.1. Hlavní výsledky a přínos práce	106
4.2 Sebereflexe	106
4.3 Plán výzkumů v budoucnosti	107
5. POUŽITÉ CITACE OBRÁZKŮ	109
6. SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	110

PŘÍLOHY

Příloha 1 – Protokol 1. experimentu	114
Příloha 2 – Protokol 2. experimentu	116
Příloha 3 – Protokol 3. experimentu	123
Příloha 4 – Charakteristiky dětí uvedených v ilustracích	132
Příloha 5 – Protokol 4. experimentu	134
Příloha 6 – Protokol 5. experimentu	140
Příloha 7 – Protokol 6. experimentu	145
Příloha 8 – Protokol 7. experimentu	152
Příloha 9 – Protokol 8. experimentu	160
Příloha 10 – Návrhy témat diplomových prací	166
Příloha 11 – Aktivity vedoucí k představě čísla 9 jako proceptu	167
Příloha 12 – Ukázky ze starých učebnic matematiky	169

1 Úvod

1.1 Intuitivní interpretace přirozených čísel

Přirozené číslo jako všechny abstraktní pojmy nemůžeme vnímat svými smysly. Víme pouze, že číslo zastupují jeho reprezentanti. Pět kamenů reprezentuje přirozené číslo „pět“ právě tak jako pět kroků. Tento počet můžeme vyjádřit slovem „pět“ v mluvené podobě nebo v podobě psané, a to pomocí písma či matematických symbolů.

Pythagoras považoval přirozené číslo za jednotící koncept nezbytný pro pochopení všeho od pohybu planet až po hudební harmonii (Encyclopædia Britannica). Z tohoto pohledu nepřekvapí, že pythagorejci přisuzovali jistým číslům kvaziracionální vlastnosti. Číslo 1 nebylo chápáno jako číslo, ale jako stavební kámen aritmetiky, základní jednotka číselného množství. Jak uvádí Das Lexikon der Zahlen (Wells, 1990), čísla dělitelná čtyřmi nazývali sudá-sudá a z tohoto důvodu číslo 4 spojovali s představou spravedlnosti a harmonie. Číslo 5 se pojilo s představou svatby, neboť je rovno součtu prvního sudého ženského čísla 2 a prvního lichého mužského čísla 3. Pythagorova věta byla příležitostně označována jako svatební věta, neboť nejmenší pravoúhlý trojúhelník, jehož délky stran jsou přirozená čísla (tzv. pythagorejský trojúhelník), má délky odvěsen 3 a 4 (tato čísla představují muže a ženu) a délku přepony 5 (toto číslo představuje potomky). Číslo 6 spojovali pythagorejci s představou svatby a zdraví, protože je součinem sudého čísla (představovalo ženu) a lichého čísla (představovalo muže). Číslo 6 bylo také symbolem rovnováhy a bylo znázorňováno dvěma trojúhelníky, které se dotýkaly svými základnami.

Euklides definoval čísla jako „mnohosti složené z jednotek“ (Encyclopædia Britannica), přičemž za nejmenší číslo považoval číslo 2.

Ve Slovníku školské matematiky (Sedláček a kol., 1981) jsou za přirozená čísla považována čísla 0, 1, 2, 3, 4... Tato čísla vznikla jako prostředek k označení počtu předmětů, osob a v současné matematice se definují zpravidla jako mohutnosti konečných množin. Každé přirozené číslo má jediného následovníka a každé přirozené číslo kromě nuly má jediného předchůdce. Mezi přirozená čísla se někdy nepočítá nula.

V Encyklopedickém slovníku z roku 1993 je pojem přirozené číslo charakterizován jako „celé kladné číslo“. Pojem číslo je zde vysvětlován následovně: „Číslo – jeden ze základních matematických pojmů, původně počet předmětů, později byla tato tzv. přirozená čísla 1, 2, 3 atd. zobecněna na čísla celá, racionální, reálná, komplexní.“ (s. 203)

V Ottově encyklopedii obecných vědomostí se pojem přirozené číslo nevyskytuje. Číslo je zde vysvětlováno následovně: „Číslo vyznačuje pojem kolikosti stejnorodých věcí, jejichž jednotlivé díme jednotka.“

Encyklopedie Wikipedie uvádí následující charakteristiku: „Přirozeným číslem se v matematice rozumí nezáporné celé číslo. Tato čísla se označují jako přirozená, neboť se dají používat pro počet nějakých předmětů nebo vyjadřování pořadí. Jsou také nejjednodušší na pochopení, takže výuka matematiky obvykle začíná u přirozených čísel.“

Uvedená vymezení vycházejí z budování oboru přirozených čísel tzv. shora, tedy z pohledu matematiky jako vědního oboru. Na přirozená čísla lze pohlížet i z pozice historického vývoje, tedy zdola. Obdobně se totiž vyvíjí i představa dítěte o číslech.

„Před deseti tisíci lety neznali primitivní lovci čísla a nedokázali ani počítat. Dokázali však již poznat, čeho je 'méně', čeho je 'více' a znali také pojem 'stejně'. Člověk si postupně začal uvědomovat, že pět oštěpů, pět lovců a pět prstů mají něco společného a že tento počet je

nezávislý na tom, o jaké předměty se jedná. Tím člověk došel k abstrakci a zrodilo se číslo.“ (Mrázek, 1986, s. 30)

Ve výše uvedeném textu jsou přirozená čísla interpretována pouze intuitivně. Matematika jako vědní disciplína se nemůže s tímto historicko-intuitivním přístupem spokojit, i když již vyvolává představu potenciálně nekonečné množiny, a existenci množiny všech přirozených čísel považuje za nutné zajistit axiomaticky. Tento princip není možné při práci s dětmi demonstrovat, proto se víc o něm zmiňovat nebudeme.

1.2 Projekt výzkumu

Jako absolventka studia učitelství všeobecně vzdělávacích předmětů (aprobace: matematika – fyzika) Pedagogické fakulty v Plzni jsem po nástupu na katedru matematiky a fyziky téže fakulty do funkce odborné asistentky zaměřené na výuku matematiky studentů učitelství pro 1. stupeň základní školy neměla téměř žádné zkušenosti s vyučováním matematiky malých dětí. Po roce 1989 došlo na naší katedře ke změně koncepce přípravy budoucích učitelů 1. stupně. Odborná matematika již nebyla oddělena od didaktiky matematiky, ale obě tyto disciplíny se začaly vyučovat v návaznosti v rámci předmětu Matematika s didaktikou. Abych načerpala praktické poznatky a dovednosti, které bych mohla předávat svým studentům, začala jsem pravidelně vyučovat matematiku v 1. ročníku základní školy. Při práci s dětmi jsem si stále více uvědomovala, že při osvojování pojmu číslo si žáci pomáhají manipulací s předměty, a chtěla jsem tuto činnost prozkoumat.

Studiem literatury jsem zjistila, že manipulace s předměty zaujímá důležité místo v poznávacím procesu žáka. Jednotlivé etapy procesu vytváření pojmu přirozené číslo jsou popsány v publikacích autorů M. Hejného (1989), M. Hejného a F. Kuřiny (2001), M. Hejného a N. Stehlíkové (1999), M. Hejného a A. Michalcové (2001). Strategiemi počítání a chápáním čísla jako proces, koncept či procept se zabývají nejen uvedení autoři, ale zejména E. M. Gray (1991, 1994, 1995). Při svých zkoumáních se opírali především o způsob řešení početních spojů nebo slovních úloh. V naší ani v zahraniční literatuře jsem nenašla mnoho výzkumů, které by se při zkoumání procesu vytváření pojmu přirozené číslo opíraly o manipulativní činnost dětí. To vše bylo impulsem k tomu, abych se touto činností zabývala podrobněji a systematictěji v rámci vlastního výzkumu a snažila se prostřednictvím manipulace dítěte s předměty hledat určité aktivity provázející proces vytváření pojmu přirozené číslo.

Na počátku byly předmětem mého výzkumu strategie, které se projevují při počítání prostřednictvím manipulace s předměty. Chtěla jsem zjistit, které strategie využívané k pamětnému počítání používají děti také při manipulativní činnosti a které se objevují nově. Nastudovala jsem potřebnou literaturu, připravila a realizovala první experiment. Při jeho analýze jsem zjistila, že se objevily nové fenomény a je třeba prostudovat další literaturu, abych mohla provést druhý experiment. Tento postup hledání a objevování je popsán v textu kapitoly 2. V dizertační práci nejsou přesně odděleny části teoretická, metodologická a experimentální, ale u jednotlivých experimentů jsou uvedeny teoretické poznatky tak, jak jsem je postupně čerpala pro plnění cílů zkoumání a analýzu. Každý experiment přinesl něco nového, co bylo třeba teoreticky i prakticky prozkoumat a popsat. V sebereflexi následující po jednotlivých experimentech jsou stanoveny dílčí úkoly následujícího experimentu.

1.3 Cíle výzkumu

Výzkum začal v roce 2000 a v různé intenzitě probíhá dosud. Je zaměřen na problematiku budování představ žáka o přirozeném čísle v průběhu 1. ročníku prvního stupně ZŠ. Od svého počátku byl koncipován převážně jako výzkum kvalitativní. Při provádění výzkumu jsem

použila standardizované pozorování doplněné v některých případech formativním rozhovorem.

V Psychologickém slovníku (Hartl, Hartlová, 2000) je pozorování označováno za nejstarší psychologickou metodu založenou na sledování chování jiných jedinců zaměřenou na určité jejich činnosti. Autoři Pedagogického slovníku (Průcha, Walterová, Mareš, 2004) považují pozorování za sledování smyslově vnímatelných jevů, zejména chování osob, průběhu dějů apod. Standardizovaným pozorováním rozumějí "činnost pozorovatele spočívající v záměrném, cílevědomém, systematickém a relativně objektivním sledování smyslově vnímatelných jevů, které nebyly vyvolány zásahem pozorovatele." (str. 227) V širším pojetí toto pozorování zahrnuje "vnímání, třídění, záznam, hodnocení a interpretaci dat o pozorovaném objektu" (str. 227).

V případě, že se dítě dopustilo chyby, byl použit formativní rozhovor, jehož cílem bylo ovlivnit správným směrem představu dítěte.

Sledované jevy byly vyhodnoceny elementárními statistickými metodami s následným rozbořením těchto jevů.

V průběhu výzkumu se postupně formulovaly tři cíle, které udávaly jeho směr:

1. Nejdříve jsem se zaměřila na poznávání kognitivních mechanismů v oblasti budování představy přirozeného čísla, tedy postupů, jak probíhá proces poznávání popsaný nejčastěji pomocí etap.
2. Poté jsem začala analyzovat práci dětí a práci experimentátora v průběhu jednotlivých sond.
3. Nakonec jsem se zamýšlela nad problematikou využití výsledků výzkumu v praxi, tedy v přípravě budoucích učitelů prvního stupně.

Tyto cíle jsou konkretizovány v kapitole 3.2.1, neboť se vyvíjely v závislosti na průběhu předvýzkumu. Jejich formulace byla upřesňována tak, jak jsem prostřednictvím manipulativní činnosti dětí postupně nacházela a analyzovala jednotlivé fenomény, hledala pomůcky vhodné k manipulaci a posouvala se od popisu aritmetických a geometrických představ k představám pouze aritmetickým.

V následující kapitole je geneze uvedených cílů v průběhu předvýzkumu popsána podrobněji.

2 Předvýzkum

2.1 Cíle předvýzkumu

Na počátku výzkumu v roce 2000 jsem měla víceleté zkušenosti s vyučováním matematiky budoucích učitelů prvního stupně a žáků 1. ročníku prvního stupně ZŠ. Úroveň zkušeností se systematickým výzkumem v oblasti didaktiky matematiky byla nízká. Moje první experimentátorská činnost v etapě předvýzkumu byla zaměřena na strategie počítání, na popis kognitivních fenoménů provázejících budování představy přirozeného čísla a na prepojem symetrie v geometrickém smyslu.

Přirozený poznávací proces prochází etapou separovaných modelů a etapou modelů generických. V průběhu těchto etap si dítě vytváří o znalostech konkrétní představy, které jsou důležité pro porozumění abstraktní znalosti a její začlenění do kognitivní struktury dítěte. Pokud nevěnujeme dostatek času etapám modelů, dochází k formálnímu poznání (Hejný, Kuřina, 2001). Výzkum byl rovněž zaměřen na tvorbu separovaných a generických modelů v procesu budování představy přirozeného čísla. Zabývala jsem se také otázkami, jak se u šestiletých až sedmiletých dětí vynořuje základní aritmetický svět ze světa reálného.

Zkušenosti z této etapy byly využity v dalších oblastech mého výzkumu (budování geometrických představ žáka, aspekt symetrie při manipulaci s předměty).

Cíle předvýzkumu byly formulovány takto:

1. Zkoumání strategií, které děti používají při počítání

Při stanovení tohoto cíle jsem částečně vycházela z výzkumu Graye (Gray, Tall, 1994; Gray, 1995) týkajícího se způsobu provádění jednoduchých aritmetických cvičení dětí ve věku 7 až 12 let. Byl orientován na pamětné počítání a vyplývalo z něj, že děti této věkové skupiny nejčastěji používaly strategii známých faktů nebo strategii odvozených faktů. Zaměřila jsem se na děti šesti- až sedmileté, které se mohou nacházet na úrovni předoperačního myšlení nebo na úrovni konkrétních operací (Fontana, 1997). Pozměníme-li myšlenku Komenského, můžeme říci, že pevnost poznání u těchto dětí závisí na počtu smyslů, jimiž se poznání dostává do jejich vědění (1947). Proto jsem při předvýzkumu využila manipulativní činnost dětí. Východiskem zkoumání byla otázka „Které ze strategií popsaných E. Grayem se projevují při manipulativní činnosti a které další nové strategie se při manipulaci s předměty objevují?“

2. Charakteristika fenoménů, které se vyskytují v procesu budování představy přirozeného čísla prostřednictvím manipulace s předměty

Při manipulaci s předměty, zejména s kostkami, dochází k prolínání světa aritmetiky se světem geometrie. Zpočátku jsem se zaměřila na fenomén symetrie. Byla jsem inspirována výzkumy van den Heuvel-Panhuizen (1996) a M. Tiché, A. Hošpesové a F. Kuřiny (1995, 1998), které byly orientovány na matematické kompetence šestiletých dětí, a ukázaly, že u těchto dětí je výrazně rozvinutá základní představa o souměrnosti v rovině. Východiskem zkoumání byla otázka: „Mají děti v 1. ročníku rozvinutou základní představu o souměrnosti v prostoru?“

V průběhu experimentů jsem postupně zaznamenala další fenomény, ke kterým se dostaneme v následujícím textu.

3. Získání potřebných znalostí a zkušeností prostřednictvím analýzy vlastních činností při experimentech

Tento cíl jsem stanovila proto, abych získala autentické zkušenosti s experimenty v oblasti didaktiky matematiky. Měla jsem pouze zkušenosti zprostředkované studenty, jejichž diplomovou práci jsem vedla. Vlastní aktivita mi umožnila podrobně poznat všechny problémy, které musí experimentátor řešit v jednotlivých etapách svého výzkumu při formulaci experimentálního záměru, vytváření scénáře, během vlastní realizace a analýzy. Největší úskalí jsem viděla při analýze experimentů v rozlišení stránky jevové a kauzální a při chápání kognitivních procesů probíhajících v myšlení dítěte. To se projevilo v nedostatečné analýze počátečních experimentů v etapě předvýzkumu. Postupně se mi podařilo hlouběji proniknout do dané problematiky, a proto se domnívám, že tento cíl byl splněn nejlépe.

4. Nalezení vhodných pomůcek k manipulaci

Hlavní linie vývoje inteligence podle L. S. Vygotského (Vygotskij, 1971) přechází od elementárního praktického chování, jehož základem je působení smyslových podnětů i předmětné pohyby jedince, přes zásahy lidí z prostředí, kteří svou pomocí ovlivňují jeho chování, až po úroveň, ve které je jedinec schopen volně řídit své jednání.

J. Piaget (Piaget, 1954) zdůrazňuje, že manipulace s předměty je pro dítě důležitá již ve druhém roce jeho života a její význam dále vzrůstá. Dítě se v té době nachází v senzomotorickém období, osvojuje si percepční znaky vnějšího světa, svět odkrývá pomocí manipulace s předměty. První pojmy formující se ve vědomí dítěte mají význam jen ve vztahu s vlastními činnostmi. Postupně se v míře, jak dítě manipuluje s předměty ve svém prostředí, oddělují smyslové složky od činnosti a začínají existovat samostatně. To je rozhodující krok dítěte při získávání poznatků.

Dokonce i po zvládnutí jazyka sehrávají tyto rané mechanismy senzomotorické inteligence rozhodující roli v organizování zkušeností (Ruisel, 2000). Sedmileté dítě při žádosti o definování libovolného předmětu bude vycházet z jeho účelu (např. křesla jsou na sezení). Jazyk se rozvíjí tedy v rámci senzomotorické inteligence. V sedmém roce života vstupuje dítě do stádia konkrétních operací. Myšlení je zatím ohraničené konkrétními poznatky o předmětech, ale již ovládá více myšlenkových postupů: zásady manipulace, počítání, prostého zevšeobecňování a jednoduché abstrakce. V tomto období zůstává myšlení ještě spojeno s konkrétními předměty a událostmi, pozornost se soustřeďuje především na reálné předměty, dítě není ještě schopné skutečné abstrakce.

Manipulace s předměty zaujímá důležité místo v poznávacím procesu žáka. Proto jsem se rozhodla kognitivní mechanismy budování představy přirozeného čísla zkoumat prostřednictvím manipulace s předměty. Jedním z cílů etapy předvýzkumu bylo najít vhodné pomůcky k manipulaci.

2.2 Volba výzkumných nástrojů

K realizaci uvedených cílů předvýzkumu jsem musela vytvořit vhodný výzkumný nástroj – různé úkoly, které pak žáci řešili. Při přípravě úkolů jsem vycházela z následujících otázek:

- Používají děti při reprezentaci čísla strategii počítání po jedné?
- Jaké další strategie děti používají?
- Jaké kognitivní fenomény provázejí reprezentaci čísla rozvíjenou prostřednictvím manipulativní činnosti?

- Je možné experimentálně navodit takovou situaci, ve které bychom mohli evidovat smysl žáků pro symetrii?
- Jaké pomůcky jsou vhodné pro manipulativní činnost při hledání odpovědi na předcházející otázky?

Pro etapu předvýzkumu jsem se rozhodla použít 4 úkoly. Všechny využívaly manipulativní činnost dětí s různými předměty, žáci tedy prováděli enaktivní reprezentaci¹ čísla.

2.3 První experiment

2.3.1 Úkol 1

Pomůcky: předměty z umělé hmoty ve tvaru kruhu, tvrdá čtvrtka, koberec.

Úloha: 1a) Na placatý kámen vyskočilo 9 žab z rybníku. Znázorni pomocí předmětů.

1b) Z kamene skočily do rybníku 3 žáby. Znázorni. Kolik žab zůstalo na kameni?

1c) Na kámen skočily 4 žáby. Kolik žab sedělo na kameni?

1d) Z kamene skočily do rybníku 3 žáby. Kolik žab zůstalo na kameni?

1e) Z kamene skočily do rybníku 2 žáby. Kolik žab zůstalo na kameni?

1f) Na kámen skočilo 5 žab. Kolik žab sedělo na kameni?

1g) Z kamene skočilo do rybníku 6 žab. Kolik žab zůstalo na kameni?

Prezentace: Experimentátorka motivovala úkol tím, že budeme u rybníka pozorovat žáby, jak skáčou z vody na kámen a zpět. Vysvětlila, že žáby budou představovat předměty, rybník koberec a kámen tvrdá čtvrtka. Pak volně vysvětlila, co se od žáka žádá.

Vstupní podmínky: Řešení tohoto úkolu se zúčastnilo 19 dětí 1. ročníku počátkem února, tedy v době, kdy děti znaly uspořádanou řadu čísel od 0 do 10 a operace sčítání a odčítání ve stejném číselném oboru.

Realizační scénář: Experimentátorka pracovala společně se všemi žáky v zadní části školní třídy na koberci. Dílčí části úlohy řešil jednotlivý žák bez časového omezení. Spolužáci jeho činnost pozorovali. Experimentátorka zajistila videozáznam experimentu.

2.3.2 Realizace a analýza experimentu

Analýza prováděná bezprostředně po realizaci experimentu byla zaměřena především na strategie počítání, které žák použil při enaktivní reprezentaci daného čísla.

Vycházela z následujících otázek:

1. Jakou strategii počítání použil žák při enaktivní reprezentaci daného čísla? Jak souvisí použitá strategie počítání s vzhledem² do čísla?
2. Převažovalo u zkoumaných dětí chápání čísla jako proces?
3. Objevili se ve vzorku žáků takoví, kteří chápali číslo jako koncept?

¹ Psychologický slovník (Hartl, Hartlová, 2000) vymezuje reprezentaci jako představu či symbol věc zastupující. J. S. Brunner rozlišuje reprezentaci enaktivní, ikonickou a symbolickou. Enaktivní reprezentace čísla používá dítě v raném věku a souvisí s jeho činností. Enaktivní reprezentací čísla 5 je např. pět skoků dítěte.

² Ve shodě s Pedagogickým slovníkem (Průcha, Walterová, Mareš, 2004) budeme vzhledem rozumět pochopení vztahů mezi prvky, uvědomění si souvislostí.

4. Bylo v průběhu experimentu zaznamenáno chápání čísla jako procept?

Při hledání odpovědi na první uvedenou otázku jsem se opírala o pojem „strategie“, který zavedl do didaktiky matematiky G. Polya, jenž zkoumal řešitelskou strategii jako plán toho, jak budeme řešit nějaký problém. Autoři Hejny, Michalcová (2001) vymezují strategii jako plán, podle kterého člověk uskutečňuje nebo zamýšlí uskutečnit cíl sledující činnost. Autoři přitom nepožadují, aby plán byl detailní, a za strategii nepovažují schopnost tvořit plán činnosti. Strategie nemusí být promyšlená, člověk může postupovat spontánně, nemusí vědět, že používá tu či onu strategii. V našem výzkumu budeme zkoumat matematické strategie, tedy strategie týkající se činností, ve kterých je přítomná matematika. Z důvodu zjednodušení textu budeme používat pouze termín „strategie“.

Postup sčítání dvou jednociferných čísel ($4 + 3$) bez uvedení kontextu může podle Graye (1991) zahrnovat

- postup, kdy dítě nejdříve zjistí počítáním po jedné oba sčítance a pak počítáním po jedné spojené kvantitě
- postup, kdy jeden počet je znám a připočítává se druhý počet
- počítání odvozené ze známých faktů
- přímou odpověď – dítě zná spoje.

Použité strategie naznačují, jaké je u dětí současné porozumění číslu (Gervasoni, 1999). Nicméně děti ne vždy používají k vyřešení problému tu nejsilnější strategii ze svého repertoáru. Proto je důležité dát dětem příležitost řešit takové problémy, které podnítky jejich současné chápání čísla a přimějí je k použití složitějších strategií.

Vzhledem k tomu, že v úkolu 1 se nejednalo o úlohy bez kontextu zahrnující sčítání dvou jednociferných čísel, ale o reprezentaci jednociferného přirozeného čísla, která byla rozvíjena prostřednictvím manipulativní činnosti, označila jsem zkoumané strategie takto:

- strategie počítání po jedné: žák provádí reprezentaci tak, že postupně vysune po jednom příslušný počet předmětů z hromádky. Tato strategie může svědčit o tom, že žák do daného čísla nemá vhléd;
- strategie odvozených faktů: při reprezentaci čísla využívá žák flexibilně vhodnou reprezentaci jiného čísla, což může svědčit o jeho vhledu do čísla;
- strategie známých faktů: žák zná spoj, jehož výsledkem je dané číslo, reprezentaci čísla provádí na základě znalosti tohoto spoje. Při reprezentaci čísla 5 vysune najednou např. tři předměty, poté dva předměty. Použití této strategie při reprezentaci daného čísla může svědčit o vhledu do tohoto čísla.

Další strategie byly zaznamenány v průběhu experimentu a jsou popsány dále v textu.

Východiskem zkoumání druhé, třetí a čtvrté otázky se staly pojmy proces, koncept a procept. E. Gray a D. Tall (1994) zdůrazňují, že symbol $4 + 3$ představuje proces sčítání, ale také výsledek tohoto procesu, tedy koncept součtu ($4 + 3$ rovná se 7). Směsici procesu a konceptu zastoupenou stejným symbolem nazývají procept. Můžeme také hovořit o proceptu 7. Symbol 7 představuje proces počítání do sedmi a soubor dalších reprezentací, např. $2 + 5$, $3 + 4$, $1 + 6$, $6 + 1$, které představují reprezentanty jednoho a téhož objektu, i když byly získány rozdílnými procesy.

Chápání čísla jako proces najdeme již v učebnicích Františka Močnika z druhé poloviny 19. století (příloha 12). Procesuálně jsou zde zaváděna čísla v oboru od jedné do deseti: „Zde jsou dva proutky; přidám k nim ještě jeden proutek, pak mám více než dva proutky; dva

proutky a jeden proutek jsou tři proutky. — Kolik jest to prstů? To jsou dva prsty. Zdvihnu-li ještě jeden prst k tomu, kolik jich pak bude?“ (Močnik, 1874, str. 17)

Také autor učebnic z první poloviny 20. století Augustin Matolín (příloha 12) klade při zavádění některých čísel důraz na procesuální chápání. Zřetelně se to projevuje při práci s číselnou řadou do pěti: „Vlaštovky létaly nad zemí, hned dole, zas nahoře, vznesly se a zas slétly níže. Při silnici byl na sloupech napiat drát.“ (Nakreslí.) „Vlaštovka byla unavena, sedla na drát u silnice.“ (Nakreslí.) „Kolik vlaštovek bylo na drátě? Byla na drátě jedna, sama. Za chvíli přiletla jiná a přisedla na drát k jedné. Již nebyla jedna sama. Kolik vlaštovek bylo na drátě? — Po malé chvíli přisedla k dvěma vlaštovkám ještě jedna.“ (Nakreslí.) „Kolik vlaštovek sedělo potom na drátě? — Seděly pěkně jedna vedle druhé seřaděny, jako v řádku. Říkáme, že byly v řadě. Ještě mnoho vlaštovek létalo, chytaly mouchy. Zas jedna z nich usedla ke třem vlaštovkám na drátě.“ (Nakreslí.) „Kolik vlaštovek bylo potom na drátě? — Později ke čtyřem vlaštovkám přiletěla ještě jedna a usedla na drátě.“ (Nakreslí.) „Kolik vlaštovek sedělo pak na drátě?“ (Matolín, 1923, str. 46 - 47).

Při analýze úkolu 1 jsem vycházela z toho, že pokud žák chápe číslo jako proces, při reprezentaci tohoto čísla rozvíjené prostřednictvím manipulativní činnosti bude toto číslo reprezentovat pomocí několikanásobného přidávání předmětů. Tedy např. při reprezentaci čísla 5 vezme žák dva předměty, přidá další dva předměty, nakonec přidá jeden předmět. Jestliže vezme žák najednou pět předmětů, chápe dané číslo jako koncept, tedy jako výsledek procesu počítání. Pokud dítě vezme dva předměty a přidá tři předměty, chápe číslo jako proces, tedy jako proces počítání a zároveň jako výsledek tohoto procesu – koncept.

Následující text obsahuje protokoly experimentu několika dětí (přesné znění všech protokolů obsahuje příloha 1), které byly vybrány jako představitelé jednotlivých strategií počítání. Protokol je tvořen evidencí průběhu činnosti a interpretací. V kulatých závorkách jsou zaznamenány údaje o čase, které byly zachyceny v době konání experimentu. Všechny sledované jevy jsou u daného žáka analyzovány současně. Styl protokolů je zachován v celé práci.

Strategie počítání po dvou

Úloha 1a) – Bára

Levou rukou odsune stranou dva předměty z hromádky a potichu řekne: „Dva.“ Levou rukou vybere další dva předměty, odsune je stranou. Potichu řekne: „Čtyři.“ Levou rukou odsune další dva předměty stranou a potichu řekne: „Šest.“ Levou rukou odsune dva předměty stranou a potichu řekne: „Osm.“ Levou rukou odsune stranou jeden předmět a řekne: „Devět.“ (11 s)

Bára při reprezentaci čísla 9 použila strategii počítání po dvou. Číslo 2 přičetla čtyřikrát a poté přičetla číslo 1: dva plus dva plus dva plus dva plus jedna. Enaktivní reprezentace čísla 9 byla spojena s verbální a auditivní reprezentací³ tohoto čísla. Číslo 9 je liché číslo a při jeho reprezentaci nevystačí Bára pouze s procedurou⁴ opakovaného sčítání čísla 2, ale musí ještě přičíst číslo 1. Bára ještě nemá do čísla 9 úplný vhled, proto počítá nahlas, v myslí si tak utváří pojem čísla 9, se kterým ještě neumí tolik operovat, a tak hlas je zde oporou. Akustický

³ Verbální a auditivní reprezentací budu označovat jev, kdy děti při enaktivní reprezentaci čísla počítají nahlas.

⁴ Ve shodě s Grayem (1994) budu proceduru chápat jako specifický algoritmus pro implementaci procesu, zatímco pojem proces budu používat v obecném smyslu jako např. proces sčítání.

kanál je pro Báru velice důležitý. Použití strategie počítání po dvou (tedy postupného přičítání čísla 2 a poté přičtení čísla 1) svědčí o chápání čísla 9 jako procesu.

Strategie určení počtu přímo

Úloha 1c) – Petr

Podívá se na hromádku s předměty (1 s). Pravou ruku položí na čtyři předměty na hromádce (1 s) a najednou je vysune z hromádky (1 s).

Petr použil při enaktivní reprezentaci čísla 4 strategii určení počtu přímo, odsunul najednou čtyři předměty. Uplatnil se zde vizuální a haptický kanál, protože Petr prováděl nejdříve vizuální percepci čísla a poté došlo k taktilnímu kontaktu s předměty. Petr položil ruku na čtyři předměty, tedy číslo 4 nechápe jako proces, ale jako výsledek tohoto procesu, tedy jako koncept. Použitá strategie rovněž svědčí o Petrově vhledu do čísla.

Strategie počítání po jedné

Úloha 1b) – Zbyněk

Pravou rukou vysune z hromádky postupně po jednom tři předměty (4 s).

Úloha 1e) – Lukáš

Pravou rukou vysune z hromádky postupně dva předměty (3 s).

Úloha 1f) – Honzík V.

Pravou rukou vysune z hromádky postupně po jednom pět předmětů (5 s).

Úloha 1g) – Kačenka

Pravou rukou vysune z hromádky postupně po jednom šest předmětů (9 s).

Zbyněk, Lukáš, Honzík V. a Kačenka použili při enaktivní reprezentaci čísel 3, 2, 5 a 6 strategii počítání po jedné. Čísla tedy chápali jako proces. Reprezentace čísla 3 nebo čísla 2 mohla být provedena také tak, že žák vzal najednou dva, resp. tři předměty, tedy použil strategii určení počtu přímo. Z tohoto pohledu by pak použití strategie počítání po jedné nasvědčovalo tomu, že Zbyněk nemá vhléd do čísla 3 a Lukáš do čísla 2. Důležitou roli zde mohla sehrát nedokonalá jemná motorika obou chlapců. Tedy výše uvedený závěr není jednoznačný. Při reprezentaci čísla 5 (resp. 6) není použití strategie určení počtu přímo reálné z důvodu jemné motoriky člověka. Použití strategie počítání po jedné nasvědčuje tomu, že Honzík V. (resp. Kačenka) do čísla 5 (resp. do čísla 6) nemá vhléd.

Strategie známých faktů

Úloha 1d) – Honzík M.

Pravou rukou vysune z hromádky dva předměty. Pravou rukou vysune z hromádky jeden předmět (4 s).

Honzík M. použil při enaktivní reprezentaci čísla 3 strategii známých faktů. Ve srovnání se Zbyňkem, který prováděl reprezentaci stejného čísla, použil Honzík M. kvalitativně vyšší strategii, což by mohlo svědčit o vhledu tohoto chlapce do čísla 3. Číslo 3 chápe Honzík M. jako proces sčítání čísla 2 a čísla 1 a zároveň jako výsledek tohoto procesu, tedy jako koncept. Číslo 3 je chápáno jako procept.

Analýza úkolu 1 ukázala, že žáci při enaktivní reprezentaci daného čísla používali tyto strategie:

- strategii počítání po jedné: Tato strategie se objevila nejčastěji. Použilo ji 12 dětí. Děti chápaly číslo jako proces a zatím do něj neměly vhled;
- strategii počítání po dvou: Objevila se u jedné dívky a jednoho chlapce. Obě děti chápaly číslo jako proces. Ve srovnání se skupinou dětí používajících strategii počítání po jedné použily tyto děti kvalitativně vyšší strategii. U dívky byla enaktivní reprezentace čísla spojena s verbální a auditivní reprezentací čísla, úplný vhled do čísla dívka zatím nemá. U chlapce nebyl zaznamenán jiný typ reprezentace, což může svědčit o jeho vhledu do čísla;
- strategii určení počtu přímo: Tuto strategii použili tři žáci při reprezentaci čísel 4 a 3, kteří číslo chápali jako koncept. Při reprezentaci čísel došlo u všech dětí k vizuální a haptické percepci, které byly oporou při vytváření pojmu čísla;
- strategii známých faktů: Kvalitativně nejvyšší strategii použily dvě děti, číslo tedy chápaly jako procept. Použitá strategie nasvědčuje tomu, že tyto děti mohou mít vhled do čísla, jehož reprezentaci prováděly.

V daném vzorku dětí výrazně převažovalo chápání čísla jako proces. V úvahu je nutné vzít i faktory uvedené v kapitole 2.3.3, které mohly výsledek experimentu do značné míry ovlivnit.

U čtyř dětí byla enaktivní reprezentace čísla doprovázena dalšími kognitivními fenomény. Jednalo se o spojení s verbální a auditivní reprezentací čísla, s haptickou percepcí a vizuální percepcí. Tyto fenomény budou předmětem dalšího experimentu.

2.3.3 Sebereflexe

Výsledky experimentu mohly být ovlivněny několika faktory. Jedním z nich byl frontální způsob práce. Jeden žák prováděl enaktivní reprezentaci daného čísla, ostatní jeho činnost pozorovali. Na strategii počítání žáka mohla mít vliv strategie, kterou použil některý z předchozích žáků.

Dalším důležitým faktorem, který mohl ovlivnit výsledky experimentu, bylo to, že se mi nepodařilo při provádění enaktivní reprezentace čísla odstranit vliv jemné motoriky, která u dětí tohoto věku hraje důležitou úlohu. Mohla se objevit situace, kdy dítě použilo strategii počítání po jedné proto, že nezvládlo „vzít“ najednou do jedné ruky více než jeden předmět. Důvodem použití strategie počítání po jedné tedy nebyl nedostatečný vhled do čísla, ale nevhodně zvolené předměty pro manipulativní činnost dítěte tohoto věku.

Každé dítě reprezentovalo jiné číslo, nemohla jsem tedy zjistit, do jaké míry dané číslo podmínilo volbu strategie. Nebylo možné zachytit procedury, které se při reprezentaci daného čísla objevily.

Mým úkolem bylo připravit takové experimenty, které by odstranily vliv výše uvedených faktorů. Bylo třeba formulovat stejné úkoly pro všechny žáky účastníci se experimentu a pracovat s každým dítětem samostatně a odděleně od ostatních.

Provádění experimentu bylo pro mě také přínosné. Měla jsem možnost děti pozorovat a díky videozáznamu projevy dítěte rozebrat. S technikou videozáznamu jsem se setkala poprvé a tato metoda mně velmi pomohla při následném sestavování tabulek jevů. Mohla jsem si jednotlivé záznamy několikrát opakovat a získat tak informace, které bych při zapisování v průběhu experimentu asi velmi těžko zaregistrovala.

2.4 Druhý experiment

2.4.1 Úkol 2

Pomůcky: předměty z umělé hmoty – umělohmotné míčky modré a růžové barvy opatřené magnetem, magnetická tabule s obrázkem lokomotivy.

Úloha: 2a) Na nádraží přijel vlak s 10 vagóny. Znázorni vlak pomocí předmětů na magnetickou tabuli.

2b) Pak přijel vlak se 7 vagóny. Znázorni vlak pomocí předmětů na magnetickou tabuli.

Prezentace: Úloha byla motivována takto: *Petr se byl podívat s dědečkem na nádraží. Přijížděly vlaky. Petr počítal, kolik vagónů vlaky mají.* Experimentátorka dětem volně vysvětlila, že vagóny představují „míčky z umělé hmoty“, které budeme „připojovat“ za lokomotivu na magnetickou tabuli.

Vstupní podmínky: Řešení tohoto úkolu se zúčastnilo 19 dětí prvního ročníku koncem února. Děti znaly uspořádanou řadu čísel od 0 do 20 a operace sčítání a odčítání v číselném oboru do deseti.

Realizační scénář: Experimentátorka pracovala s každým žákem samostatně v zadní části školní třídy na magnetické tabuli. Ostatní žáci prováděli samostatnou práci v centrech aktivit, neboť třída pracuje podle programu Začít spolu. Dílčí části úloh řešil jednotlivý žák bez časového omezení. Experimentátorka zajistila videozáznam experimentu.

2.4.2 Úkol 3

Pomůcky: předměty z umělé hmoty – umělohmotné míčky modré a růžové barvy opatřené magnetem, magnetická tabule.

Úloha: 3a) Na hřišti si hrálo 6 dětí. Znázorni. Přišly ještě 3 děti. Znázorni. Kolik dětí tam bylo celkem?

3b) Na hřišti si hrálo 9 dětí. Znázorni. 4 děti odešly. Znázorni. Kolik dětí zbylo na hřišti?

Prezentace: Zadání úkolu dětem se shodovalo se zadáním úlohy. Experimentátorka dětem volně vysvětlila, že děti budou představovat „míčky z umělé hmoty“, které budeme dávat na magnetickou tabuli.

Vstupní podmínky: Řešení tohoto úkolu se zúčastnilo 19 dětí prvního ročníku koncem února. Děti znaly uspořádanou řadu čísel od 0 do 20 a operace sčítání a odčítání v číselném oboru do deseti.

Realizační scénář: Experimentátorka pracovala s každým žákem samostatně v zadní části školní třídy na magnetické tabuli. Ostatní žáci prováděli samostatnou práci v centrech aktivit, neboť třída pracuje podle programu Začít spolu. Dílčí části úloh řešil jednotlivý žák bez časového omezení. V pravé části magnetické tabule byly umístěny předměty, s nimiž žáci manipulovali. Každý žák měl k dispozici 15 předmětů růžové barvy a 15 předmětů modré barvy. Růžové a modré předměty byly navzájem mezi sebou pomíchány. Experimentátorka zajistila videozáznam experimentu.

2.4.3 Realizace a analýza experimentu

Analýza prováděná bezprostředně po realizaci experimentu byla zaměřena opět na strategie počítání, které dítě použilo při enaktivní reprezentaci daného čísla. Při analýze prvního

experimentu se ukázalo, že enaktivní reprezentace čísla byla u některých dětí spojena s reprezentací verbální a auditivní. Proto se analýza také týkala spojení enaktivní reprezentace čísla s dalšími typy reprezentace čísla.

Analýza vycházela z následujících otázek:

1. Jaké strategie používali žáci při enaktivní reprezentaci daného čísla?
2. Byla enaktivní reprezentace daného čísla spojena s dalšími typy reprezentace (např. reprezentací auditivní, reprezentací verbální, reprezentací ikonickou)?
3. Jaké další kognitivní fenomény doprovázely enaktivní reprezentaci daného čísla?
4. Jaké typy rytmů se projevíly při reprezentaci přirozeného čísla?

Řešení druhé otázky vycházelo z toho, že v procesu porozumění hraje důležitou roli práce s reprezentacemi. Reprezentace může být vnější nebo vnitřní (Hartl, Hartlová, 2000). Vnější (externí) reprezentace je taková část fyzikálního světa, která žákovi umožňuje hlouběji proniknout do kulturního světa nebo rozvinout jeho svět duševní. Vnitřní (interní) reprezentace představuje obraz jevu v žákově duševním světě, jeho novou představu. Je výsledkem žákovy aktivity a nelze ji v mysli navodit bez vlastního zájmu.

M. Sedláková (2004) hovoří o reprezentaci externí a interní (mentální, kognitivní). Za externí reprezentaci považuje reprezentaci obrazovou a verbální. Obrazová reprezentace zprostředkovaná zobrazením nebo kresbou je konkrétnější, protože je asociovaná pouze s vizuální modalitou informace. Verbální (jazyková) reprezentace zprostředkovaná řečí je abstraktní a nenese přímý vztah k modalitě. Reprezentace interní se člení na reprezentaci symbolickou a reprezentaci distributivní.

Při vytváření pojmu čísla pracuje dítě s různými názornými reprezentanty, které usnadňují vytváření mentálních obrazů, tedy i interních reprezentací čísel (Hejný, Kuřina, 2001). Jedním z typů reprezentace je reprezentace auditivní. Začátek písně „Jedna, dva, tři, čtyři, pět“ je auditivní reprezentací čísla 5. Mentální reprezentace mohou být nejrůznějšího druhu, od separovaných modelů přes modely generické až k pojmům.

Americký psycholog J. Bruner (Hejný, Kuřina, 2001) rozlišuje reprezentaci enaktivní, ikonickou a symbolickou. Enaktivní reprezentace používá dítě v raném věku a souvisejí s jeho činností. Čtyři skoky dítěte nebo komín ze čtyř kostek jsou enaktivní reprezentace přirozeného čísla 4. Ikonickou reprezentaci představují obrázky, znázornění, schémata. Římská číslice IV nebo číselná figura čísla čtyři na hrací kostce jsou ikonické reprezentace čísla čtyři. Symbolická reprezentace popisuje jevy v jistém jazyce, v matematice jsou to tedy matematické znaky. Symbolická reprezentace čísla čtyři je číslice 4.

V popsaném experimentu prováděli žáci vnější reprezentaci čísla, ve shodě s Brunerem se jednalo o enaktivní reprezentaci čísla. Některé děti při provádění enaktivní reprezentace čísla počítaly nahlas. Tento fenomén jsem označila jako verbální a auditivní reprezentaci. Spojila jsem tak termín „verbální“ psycholožky Sedlákové s termínem „auditivní“ didaktiků Hejného a Kuřiny, neboť se domnívám, že oba typy reprezentace spolu úzce souvisejí, tak jako spolu souvisejí řeč a sluch. Jeden typ reprezentace je doplněn druhým typem reprezentace. Důležitou roli zde hraje akustický percepční kanál.

V odpovědích na třetí otázku jsem se zaměřila na následující kognitivní fenomény:

- vizuální percepce čísla
- haptická percepce čísla.

Percepčí budeme rozumět smyslové vnímání (Hartl, Hartlová, 2000), tedy odrážení reality prostřednictvím smyslových orgánů. Vizuální percepce čísla bude označováno zrakové

vnímání čísla, tedy konkrétně pozorování předmětů před začátkem vlastní reprezentace daného čísla. Za haptickou perцепci budeme považovat dotekovou perцепci čísla, neboli taktilní dokumentaci čísla, kdy se dítě před, během nebo po ukončení procesu reprezentace dotýká prsty či celou rukou předmětů, aniž by předměty přemísťovalo.

Odpovědi na čtvrtou otázku vycházely z toho, že v životě člověka hrají důležitou roli rytmy. Již během prenatálního vývoje dítě registruje rytmus srdce matky a rytmus její chůze (Gruszczuk – Kolczynska, Zielinska, 2005). Člověk se bojí chaosu, ale to, co se dá uložit do rytmu, uklidňuje. Život člověka je spojen s rytmy: střídání dne a noci, střídání ročních období, tanec má rytmus, jazyk je rovněž založen na rytmu a melodii. Matematika je také vyplněna rytmy – střídání sudých a lichých čísel, střídání čísel v desítkové poziční soustavě, rytmus najdeme i v systému jednotek míry. Všechny aktivity, které rozvíjejí u dítěte rytmus, připravují aritmetické myšlení (Kolláriková, Pupala, 2001). Děti, které neměly možnost prožívat hry využívající rytmus (např. dětské říkanky a rozpočítadla), mohou mít zpomalený rozvoj aritmetického myšlení.

Při enaktivní reprezentaci čísla můžeme u dětí zaznamenat projevy rytmu - rytmus barev nebo rytmus tvarů. Předměty určené k manipulativní činnosti byly záměrně zvoleny ve dvou barvách – modré a růžové, aby bylo možné sledovat rytmus barev. U jednotlivých dětí jsou popsány další typy rytmu, které se při reprezentaci čísla objevily.

Následující text obsahuje protokoly experimentu několika dětí (přesné znění všech protokolů obsahuje příloha 2). Protokoly jsou seřazeny podle jednotlivých strategií, které děti používaly. Jsou analyzovány všechny sledované jevy, aby bylo možné popsat kognitivní mechanismus vytváření pojmu přirozeného čísla.

Strategie počítání po jedné

Úloha 2a) – Zbyněk

Pravou rukou umísťuje postupně po jednom předměty na magnetickou tabuli. Nakonec je ještě po jednom přepočítá, každého předmětu se dotkne ukazováčkem pravé ruky (19 s). Pracuje pouze s modrými předměty.

Úloha 2a) – Honzík V.

Pravou rukou umísťuje postupně po jednom předměty na magnetickou tabuli (18 s). Pracuje pouze s modrými předměty.

Úloha 2a) – Lukáš

Levou rukou vezme jeden předmět, umístí ho na magnetickou tabuli. Pravou rukou vezme jeden předmět, umístí ho na tabuli. Pak již pracuje pouze pravou rukou, vezme vždy jeden předmět a umístí na tabuli (17 s). Přitom střídá barvy: modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, vezme další předmět růžové barvy, vrátí ho, vezme modrý předmět a pokračuje dále růžová, modrá, růžová.

Zbyněk, Honzík V. a Lukáš použili při reprezentaci čísla 10 strategii počítání po jedné. Kontrola počtu prvků dané množiny přepočítáním po jedné u Zbyňka nasvědčuje tomu, že úroveň vzhledu do čísla 10 je u Zbyňka nižší než úroveň vzhledu do čísla 10 u Lukáše a Honzíka V. U Zbyňka se také uplatňuje haptický kanál, dochází k haptické perceptions čísla. Použitá strategie počítání naznačuje, že všichni chlapci chápou číslo 10 jako proces. Lukáš při reprezentaci čísla 10 pravidelně střídal jeden předmět modré barvy a jeden předmět růžové barvy, tedy se zde objevil rytmus barev. U Zbyňka a Honzíka V. žádný rytmus zaznamenaný nebyl, oba pracovali pouze s modrými předměty.

Úloha 3a) – Vašek

Levou rukou vezme jeden předmět, umístí na magnetickou tabuli. Stejným způsobem umístí všech šest předmětů. Předměty po jednom spočítá, každého se dotkne ukazováčkem levé ruky (13 s). Levou rukou vezme jeden předmět, umístí na magnetickou tabuli. Stejně postupuje u dalších dvou předmětů (5 s). Pracuje pouze s modrými předměty.

Vašek použil při reprezentaci čísla 6 a čísla 3 strategii počítání po jedné, pracoval pouze levou rukou. Obě čísla chápal jako proces. Při reprezentaci se uplatnil haptický kanál, protože došlo k haptické percepci čísla 6. Vše nasvědčuje tomu, že Vašek zatím nemá do čísla 9 vhled. Rytmus barev nebyl zaznamenán, chlapec pracoval pouze s modrými předměty.

Úloha 3a) – Filip

Pravou rukou dává předměty postupně po jednom na tabuli. Předměty jsou uspořádány do číselné figury čísla 6 jako na hrací kostce (8 s). Pravou rukou dává na magnetickou tabuli postupně po jednom tři předměty. Jsou opět uspořádány do číselné figury, jaká je na hrací kostce (6 s). Střídá barvy bez určité pravidelnosti.

Filip použil při reprezentaci čísla 6 a čísla 3 strategii počítání po jedné. Obě čísla chápal jako proces. Enaktivní reprezentace čísla 6 i čísla 3 byly spojeny s jejich ikonickými reprezentacemi, neboť předměty byly uspořádány do číselných figur, které najdeme na hrací kostce. Použitá strategie nasvědčuje tomu, že Filip zatím nemá do čísla 6 a 3 vhled. Rytmus barev se při reprezentaci čísla neobjevil, Filip pracoval s předměty obou barev bez určité pravidelnosti.

Strategie počítání po dvou

Úloha 2a) – Bára

Do levé ruky vezme jeden předmět, do pravé ruky také jeden předmět, oba předměty dá současně na magnetickou tabuli. Tímto způsobem pokračuje tak dlouho, dokud neumístí všech deset předmětů. Zároveň s umisťováním předmětů počítá nahlas: „Dva, čtyři, šest, osm, deset.“ (10 s) Pracuje pouze s růžovými předměty.

Úloha 2b) – Bára

Levou rukou vezme jeden předmět, pravou rukou také jeden předmět, oba předměty umístí současně na magnetickou tabuli. Tímto způsobem umístí na tabuli šest předmětů. Pravou rukou přidá jeden předmět. Během manipulace počítá nahlas: „Dva, čtyři, šest, sedm.“ (8 s) Pracuje pouze s růžovými předměty.

Bára použila při reprezentaci čísla 10 a čísla 7, tedy pro reprezentaci sudého i lichého čísla, strategii počítání po dvou podobně jako v úloze 1 prvního experimentu. Enaktivní reprezentace čísel byla spojena s verbální a auditivní reprezentací těchto čísel. Do čísla 10 ani do čísla 7 nemá Bára zcela vhled, při kognitivním vytváření pojmu čísla 10 a čísla 7 je pro dívku důležité zapojení akustického percepčního kanálu. Použití strategie počítání po dvou svědčí o dívčině chápání obou čísel jako procesu. Rytmus barev se u Bára neprojevil, nedošlo k žádnému pravidelnému střídání barev. Objevil se rytmus slov (dva, čtyři, šest, osm, deset), tedy rytmus násobků čísla 2, spojený s rytmem pohybů tak, jak Bára přidávala předměty po dvou. Byla tedy zaznamenána pravidelnost v postupném pokládání předmětů po dvou na tabuli s využitím levé a pravé ruky najednou.

Úloha 2a) – Jáchym

Používá obě ruce. Do každé ruky vezme jeden předmět a umístí ho na magnetickou tabuli. Pokračuje, dokud neumístí deset předmětů (12 s). Střídá barvy po dvou předmětech: modrá, modrá, růžová, růžová, modrá, modrá, růžová, růžová, modrá, modrá.

Jáchym použil při reprezentaci čísla 10 strategii počítání po dvou. Enaktivní reprezentace tohoto čísla není spojena s jiným typem reprezentace daného čísla, což nasvědčuje tomu, že Jáchym má do čísla 10 vhléd. Použitá strategie počítání svědčí o chlapcově chápání čísla 10 jako procesu. Při reprezentaci se projevuje rytmus barev (modrá, modrá – růžová, růžová) a rytmus pohybů (pokládání předmětů po dvou na magnetickou tabuli). Tyto rytmy spolu souvisejí, rytmus pohybů odpovídá rytmu barev.

Úloha 3b) – Šárka

Vezme současně dva předměty (jeden levou rukou, druhý pravou rukou) a umístí je na tabuli. Takto pokračuje, až umístí osm předmětů. Poslední předmět umístí pravou rukou (8 s). Barvy se pravidelně střídají: růžová, růžová, modrá, modrá, růžová, růžová, modrá, modrá, růžová. Čtyři předměty ubírá stejným způsobem postupně po dvou (4 s).

Šárka použila při reprezentaci čísla 9 a čísla 4, tedy při reprezentaci lichého a sudého čísla, strategii počítání po dvou. Enaktivní reprezentace obou čísel nebyla spojena s jiným typem reprezentace, Šárka nevyužila ani haptický percepční kanál. To svědčí o tom, že dívka má do obou čísel vhléd. Číslo 9 chápe Šárka jako proces. U čísla 4 nelze učinit jednoznačný závěr. Můžeme říci, že toto číslo je chápáno jako proces. Přiklání se spíše k tomu, že použitá strategie naznačuje chápání čísla 4 jako proceptu, který zahrnuje proces sčítání $2 + 2$ a zároveň výsledek tohoto procesu – číslo 4. Zřejmý je rytmus barev: růžová, růžová – modrá, modrá, a rytmus pohybů – umíst'ování předmětů na magnetickou tabuli po dvou.

Úloha 3b) – Filip

Vezme současně dva předměty (jeden do levé, jeden do pravé ruky), umístí je na tabuli. Poté vezme najednou čtyři předměty (dva pravou rukou, dva levou rukou), dá je na tabuli. Vezme dva předměty (jeden do levé ruky, jeden do pravé ruky) a umístí na tabuli. Levou rukou přidá jeden předmět. Během manipulace počítá nahlas: „Dva, čtyři, šest, osm, devět.“ (19 s) Používá modré a růžové předměty bez určité pravidelnosti. Čtyři předměty ubere postupně po dvou (jeden předmět levou rukou, jeden pravou rukou) (4 s).

Řešením úlohy 3a) získal Filip určitý vhléd do problému (viz část *Strategie počítání po jedné*) a při řešení úlohy 3b) došlo ke změně strategie. Při reprezentaci obou čísel použil strategii počítání po dvou. Pokud budeme sledovat pouze manipulaci s předměty při reprezentaci čísla 9, dojdeme k závěru, že Filip kombinoval dvě strategie – strategii počítání po dvou a strategii počítání po čtyřech. Enaktivní reprezentace čísla však byla spojena s verbální a auditivní reprezentací čísla, při které se zřetelně projevilo počítání po dvou: „Dva, čtyři, šest, osm, devět.“ Do čísla 9 nemá ještě Filip zcela vhléd, při kognitivním vytváření pojmu čísla 9 se neopírá o ikonickou reprezentaci tohoto čísla, jak tomu bylo v úloze 3a), ale zapojuje akustický percepční kanál. Při manipulaci se rovněž projevila kardinalita čísla. Číslo 9 chápe Filip jako proces. Enaktivní reprezentace čísla 4 nebyla spojena s verbální a auditivní reprezentací tohoto čísla. Přikláním se k tomu, že chlapec má do čísla 4 vhléd a chápe ho jako procept zahrnující proces sčítání $2 + 2$ a výsledek tohoto procesu 4. Rytmus barev se při reprezentaci čísla neobjevil. Filip pracoval s předměty obou barev bez určité pravidelnosti, najdeme zde rytmus slov: „Dva, čtyři, šest, osm.“

Kombinace dvou strategií

Úloha 2b) – Iveta

Oběma rukama vezme najednou tři předměty (do levé ruky dva, do pravé jeden) a umístí na magnetickou tabuli. Poté pracuje pouze pravou rukou, vezme vždy jeden předmět a umístí ho na tabuli (7 s). Pracuje s růžovými a modrými předměty bez určité pravidelnosti.

Iveta při reprezentaci čísla 7 použila kombinaci dvou strategií – strategie určení počtu přímo a strategie počítání po jedné. Nejdříve vzala tři předměty najednou, tento postup odpovídá strategii určení počtu přímo, použití této strategie svědčí o vhladu do čísla 3; poté umístila čtyři předměty postupně po jednom (strategie počítání po jedné). Číslo 7 tedy dívka chápala jako proces. Kombinace obou strategií nasvědčuje tomu, že Iveta ještě nemá do čísla 7 vhlad. Reprezentace čísla 7 nebyla spojena se žádným typem rytmu, Iveta používá předměty obou barev bez určité pravidelnosti.

Úloha 2b) – Petr

Oběma rukama vezme najednou dva předměty (levou jeden, pravou také jeden) a dá současně na tabuli. Stejným způsobem umístí na tabuli další dva předměty. Poté pravou rukou dodá postupně po jednom tři předměty (15 s). Střídá barvy: modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá.

Petr použil při reprezentaci čísla 7 také kombinaci dvou strategií. Jednalo se o strategii počítání po dvou a o strategii počítání po jedné. Strategii počítání po dvou použil chlapec pro reprezentaci čísla 4, má tedy zautomatizovaný spoj $2 + 2$ a do čísla 4 má vhlad. Do čísla 7 však zatím vhlad nemá, protože po umístění čtyř předmětů výše uvedenou strategií přidává tři předměty postupně po jednom, tedy dochází ke změně strategie na strategii počítání po jedné. Kombinace obou strategií nasvědčuje tomu, že Petr chápe číslo 7 jako proces. Enaktivní reprezentace nebyla spojena s jiným typem reprezentace. Při reprezentaci tohoto čísla se projevil rytmus barev modrá – růžová, který nesouvisel s počátečním rytmem pohybů, neboť Petr umisťoval předměty po dvou, ale barvy střídal po jedné. Rytmus zachoval, i když změnil strategii. V procesu kognitivního vytváření pojmu čísla 7 hraje u Petra rytmus důležitou roli.

Strategie počítání po třech

Úloha 3a) – Iveta

Vezme najednou tři předměty (dva předměty levou rukou, jeden předmět pravou rukou) a umístí na tabuli. Stejným způsobem vezme další tři předměty (9 s). Používá modré a růžové předměty bez určité pravidelnosti. Vezme najednou tři předměty jako v předchozím postupu a umístí na tabuli (5 s).

Iveta při reprezentaci čísla 6 a čísla 3 použila strategii počítání po třech, využila při tom práci obou rukou. Při reprezentaci čísla 3 můžeme také hovořit o strategii určení počtu přímo, tak jak tomu bylo u úkolu 2b). Číslo 3 chápe Iveta jako koncept, u čísla 6 nelze učinit jednoznačný závěr. Postup naznačuje dívčino chápání čísla 6 jako proceptu, který zahrnuje v tomto případě proces sčítání $3 + 3$ a zároveň výsledek tohoto procesu – číslo 6. Použitá strategie nasvědčuje tomu, že dívka má do obou čísel vhlad. Tento závěr podporuje rovněž to, že enaktivní reprezentace čísla nebyla spojena s jiným typem reprezentace. Rytmus barev se neobjevil, dívka pracovala s předměty obou barev bez určité pravidelnosti. Byl zaznamenán rytmus pohybů, Iveta umisťovala předměty po třech na magnetickou tabuli.

Strategie známých faktů**Úloha 3b) – Kačenka**

Vezme najednou pět předmětů (levou rukou tři předměty a pravou rukou dva předměty) a umístí je na magnetickou tabuli (5 s). Předměty po jednom spočítá, každého se dotkne ukazováčkem pravé ruky. Poté přidá najednou čtyři předměty (levou rukou dva předměty, pravou rukou dva předměty) (5 s). Čtyři předměty odebere najednou (levou rukou dva předměty, pravou rukou dva předměty). Střídá barvy bez určité pravidelnosti.

Při reprezentaci čísla 9 použila Kačenka strategii známých faktů. Využila haptickou perцепci čísla 5. Použitá strategie svědčí o tom, že dívka má zasociovaný spoj $5 + 4$ a do čísla 9 má vhled. Při reprezentaci čísla 4 použila strategii určení počtu přímo. Číslo 9 chápe jako procept, číslo 4 jako koncept. Nebyl zaznamenán žádný typ rytmu.

Úloha 3b) – Iveta

Vezme najednou čtyři předměty (levou rukou dva předměty a pravou rukou dva předměty) a umístí je na tabuli (4 s). Poté vezme najednou pět předmětů (levou rukou dva předměty, pravou rukou tři předměty) a umístí je na tabuli (5 s). Pravou rukou ubere tři předměty (2 s), pravou rukou ubere jeden předmět (1 s). Pracuje s modrými i růžovými předměty bez určité pravidelnosti.

Při reprezentaci čísla 9 i čísla 4 použila Iveta strategii známých faktů, obě čísla tedy chápe jako procept. Enaktivní reprezentace žádného z obou čísel nebyla spojena s jiným typem reprezentace, nebyl použit haptický ani vizuální kanál, což může svědčit o tom, že Iveta má do obou čísel vhled. Žádný typ rytmu nebyl zaznamenán.

Během této části předvýzkumu jsem sledovala 19 dětí, každé při řešení čtyř úloh. Analýza úkolu 2 a úkolu 3 ukázala, že děti při enaktivní reprezentaci daného čísla používaly tyto strategie (tab. 1):

- **strategie počítání po jedné**

Podobně jako u úkolu 1 tuto strategii použilo nejvíce dětí, objevila se ve 48 sledovaných případech. Použití této strategie při reprezentaci daného čísla by mohlo nasvědčovat tomu, že dítě do daného čísla nemá vhled. Toto však nelze tvrdit o všech dětech patřících do této skupiny. Volba strategie počítání po jedné mohla být způsobena nedostatečně rozvinutou jemnou motorikou dítěte. Záleží rovněž na tom, zda enaktivní reprezentace čísla byla podpořena dalším typem reprezentace či nikoliv. Experiment však ukázal, že tuto strategii při reprezentaci čísla rozvíjené prostřednictvím manipulativní činnosti děti používají.

- **strategie počítání po dvou**

Byla zaznamenána ve 12 případech. Pokud nebudeme uvažovat vliv jemné motoriky dítěte na manipulaci s předměty, můžeme říci, že děti s touto strategií mají úroveň vhledu do uvedeného čísla vyšší než děti používající strategii počítání po jedné.

- **strategie počítání po třech**

Vyskytla se u jedné dívky. Použití této strategie podle mého názoru nasvědčuje tomu, že dívka může mít do daného čísla vhled.

- **strategie známých faktů**

Objevila se u 3 dětí. Použití této strategie může svědčit o tom, že děti mají do uvedených čísel vhled.

- kombinace strategií

Objevila se ve 12 případech ve čtyřech variantách: strategie určení počtu přímo a strategie počítání po jedné, strategie počítání po dvou a strategie počítání po jedné, strategie počítání po dvou a strategie počítání po čtyřech, strategie známých faktů a strategie určení počtu přímo. Kombinace některých strategií nasvědčuje tomu, že žák má dobrý vhled do daného čísla, kombinace jiných strategií může vést k závěru, že dítě do daného čísla zatím úplný vhled nemá.

Enaktivní reprezentace daného čísla byla spojena s verbální a auditivní reprezentací čísla (9 případů) a s ikonickou reprezentací čísla (1 případ). Enaktivní reprezentace čísla byla spojena s verbální a auditivní reprezentací čísla ve 4 případech při použití strategie počítání po jedné, ve 4 případech při použití strategie počítání po dvou a v jednom případě při kombinaci strategie počítání po dvou a strategie počítání po čtyřech. Při kognitivním vytváření pojmu čísla bylo pro děti v těchto případech důležité použití akustického percepčního kanálu. Tento kanál nejvíce využívaly děti se strategií počítání po jedné a strategií počítání po dvou, které neměly zřejmě do daného čísla vhled.

Tab. 1: Přehled použitých strategií

strategie	počet žáků	počet žáků využívajících další typy reprezentace	
počítání po jedné	48	verbální a auditivní reprezentace	4
		ikonická reprezentace	1
počítání po dvou	12	verbální a auditivní reprezentace	4
počítání po třech	1		
strategie známých faktů	3		
kombinace strategií	12	verbální a auditivní reprezentace	1

Při reprezentaci daných čísel rozvíjené manipulativní činností s předměty dvou barev (modrá, růžová) se objevily tři typy rytmů:

1. rytmus barev (22 případů)

Podle pořadí barev můžeme rozlišit tyto pravidelnosti:

- růžová, modrá (viz příloha 2 - Lukáš)
- modrá, růžová
- růžová, růžová, modrá, modrá
- modrá, modrá, růžová, růžová
- růžová, modrá, modrá (viz příloha 2 - Roxana)

Rytmus barev se projevil ve stejné míře při manipulaci u dívek i u chlapců. Nelze říci, že by dívky či chlapci preferovali nějaký typ rytmu uvedený v přehledu a) až e).

2. rytmus slov (5 případů)

Rytmus slov byl spojen s verbální a auditivní reprezentací daného čísla a souvisel s použitím akustického percepčního kanálu (viz výše).

3. rytmus pohybů (5 případů)

Projevil se třemi typy pravidelností:

- a) odebráním předmětů po dvou (jeden předmět levou rukou, jeden předmět pravou rukou)
- b) odebráním předmětů po třech (dva předměty levou rukou, jeden předmět pravou rukou, resp. dva předměty pravou rukou, jeden předmět levou rukou)
- c) pravidelným střídáním levé a pravé ruky (resp. pravé a levé ruky) při použití strategie počítání po jedné (viz příloha 2 - Eliška)

Typ a) se objevil při použití strategie počítání po dvou, typ b) při použití strategie počítání po třech. Typ c) se vyskytl u dvou dětí a souvisel s jejich oboustrannou lateralitou.

Žáci využívali při reprezentaci čísel rozvíjené pomocí manipulace s předměty haptický percepční kanál (7 případů). Svědčí to o tom, že dané číslo není zatím uloženo v kognitivní struktuře dítěte, tedy dítě nemá do čísla vhléd. Oporou je zde dotyková percepce čísla. Jedna dívka využila rovněž vizuální kanál.

2.4.4 Sebereflexe

V úkolu 2 a v úkolu 3 na rozdíl od předchozího experimentu plnili všichni žáci stejné úlohy. Bylo tak možné sledovat lépe strategie, které při reprezentaci daného čísla děti použily.

S každým žákem jsem pracovala samostatně v zadní části školní třídy, ostatní žáci prováděli samostatnou práci. Tím byl odstraněn vliv použité strategie jednoho žáka na použití stejné strategie jiným žákem.

Pro manipulaci se mi nepodařilo zvolit takové předměty, které by odstranily vliv jemné motoriky dítěte. Nelze tedy říci, zda např. strategie počítání po jedné byla použita z důvodu, že žák neměl vhléd do daného čísla, nebo důvodem byla nedostatečná jemná motorika dítěte. Bylo třeba najít pro manipulativní činnost takové předměty, které by vliv jemné motoriky dítěte na volbu strategie počítání odstranily.

2.4.5 Shrnutí výsledků prvního a druhého experimentu

Přehled dosavadních experimentů předvýzkumu uvádí tabulka 2.

Tab. 2: Přehled dosavadních experimentů předvýzkumu

jméno	věk k 1.9.1999	úkol 1	úloha 2a)	úloha 2b)	úloha 3a)	úloha 3b)
Bára	6	SPD, VAR, C	SPD, VAR, C, RS	SPD, VAR, C, RS	SPD, VAR, C, RS	SPD, VAR, C, RS
Zbyněk	7	SPJ, C	SPJ, KP, HP, C	SPJ, C, RB	SPJ, KP, C	SPJ, C
Petr	6	SUP, VP, HP, K	SPD-SPJ, C	SPD-SPJ, C, RB	SPJ-SPD, C, RB	SPJ-SPD, C, RB
Honzík M.	6	SZF, P	SPJ, C, RB	SPD, C	SPD, C, RP	SZF, KP, P
Lukáš	7	SPJ, C	SPJ, C, RB	SPJ, C, RB	SPJ, C, RB	SPJ, C, RB
Honzík V.	7	SPJ, P	SPJ, C	SPJ, C	SUP-SPJ, K, C	SUP-SPJ, K, C
Kačenka	6	SPJ, C	SPJ, C, RB	SPJ, C	SZF, VP, P	SZF-SUP, HP, KP, P
Jáchym	6	SPD, C	SPD, C, RB, RP	SPD, C	SPD, C	SPD, C
Iveta	$6\frac{1}{2}$	SUP, VP, HP, K	SUP-SPJ, K, C	SUP-SPJ, K, C	SPT, C, RP	SZF, P
Vašek	$6\frac{1}{2}$	SPJ, C	SPJ, VAR, C	SPJ, VAR, C	SPJ, KP, HP, C	SPJ, C
Filip	6	SPJ, C	SPJ, C	SPJ, C	SPJ, IR, C	SPD-SPC, VAR, C, RS
Karolína	$6\frac{1}{2}$	SPJ, C	SPJ, C	SPJ, C	SPJ, C, RB	SPJ, HP, C, RB
Eliška	$6\frac{1}{2}$	SPJ, C	SPJ, C, RB	SPJ, C, RB	SPJ, HP, KP, C	SPJ, HP, KP, C, RP
Sárka	6	SZF, P	SPJ, C, RB	SPJ, C, RB	SPJ-SUP, C, K	SPD, C, RB, RP
Nikolas	$6\frac{1}{2}$	SPJ, C	SPJ, C	SPJ, C, RB	SPJ, C, RB	SPJ, C

jméno	věk k 1.9.1999	úkol 1	úloha 2a)	úloha 2b)	úloha 3a)	úloha 3b)
David K.	6	SPJ, C	SPJ, C, RB	SPJ, C	SPJ, C	SPJ, C
Roxana	6	SUP, VP, HP, K	SPJ, C, RB	SPJ, C	SPJ, C	SPD, C
David L.	6	SPJ, C	SPJ, VAR, C, RB	SPJ, C	SPJ, C	SPJ-SPD, C
Sára	6	SPJ, C	SPJ, VAR, C	SPJ, KP, HP, C	SPJ, KP, C	SPJ, C

Klíč k tabulce (kódy řazeny abecedně):

C	chápání čísla jako proces	SPČ	strategie počítání po čtyřech
HP	haptická percepce čísla	SPD	strategie počítání po dvou
IR	ikonická reprezentace čísla	SPJ	strategie počítání po jedné
K	chápání čísla jako koncept	SPT	strategie počítání po třech
KP	kontrolní přepočítání počtu prvků	SUP	strategie určení počtu přímo
P	chápání čísla jako procept	SUP-SPJ	kombinace uvedených strategií
RB	rytmus barev	SZF	strategie známých faktů
RP	rytmus pohybů	VAR	verbální a auditivní reprezentace čísla
RS	rytmus slov	VP	vizuální percepce čísla

Z hlediska sledovaných fenoménů při řešení úkolu 1, úkolu 2 a úkolu 3 lze vzorek dětí roztřídit do několika kategorií (nebereme-li v úvahu vliv jemné motoriky dítěte na strategii počítání):

Kategorie I – Zbyněk, Vašek, Eliška, Sára

Tyto děti použily při reprezentaci uvedených čísel strategii počítání po jedné, čísla tedy chápaly jako proces. Enaktivní reprezentace čísla byla spojena s verbální a auditivní reprezentací čísla (Vašek, Sára), s haptickou percepcí čísla (Zbyněk, Eliška, Sára) nebo děti během reprezentace prováděly kontrolní přepočítání počtu prvků. To by mohlo nasvědčovat tomu, že děti zatím do uvedených čísel nezískaly vhled.

Kategorie II – Lukáš, Karolína, Nikolas, David K.

Při reprezentaci uvedených čísel používaly děti strategii počítání po jedné, čísla chápaly jako proces. Enaktivní reprezentace čísla nebyla spojená s žádným jiným typem reprezentace, pouze Karolína použila při řešení úlohy 3b) haptický kanál. Tato kategorie dětí nepotřebovala při enaktivní reprezentaci čísla žádnou další „oporu“ na rozdíl od dětí z kategorie I.

Kategorie III – Bára, Filip, David L.

Děti používaly strategii počítání po dvou (Bára), strategii počítání po jedné (Filip, David L.) nebo kombinace strategií (Filip, David L.). Čísla chápaly jako proces. Oporou při enaktivní reprezentaci čísla jim byla verbální a auditivní reprezentace čísla (Bára, David L.) nebo ikonická reprezentace čísla (Filip).

Kategorie IV – Jáchym

Pro Jáchyma bylo typické použití strategie počítání po dvou, čísla tedy chápal jako proces. Enaktivní reprezentace nebyla spojena s jiným typem reprezentace, nebyl použit žádný percepční kanál. Uvedená fakta mohou svědčit o tom, že Jáchym má do daných čísel vhled.

Kategorie V – Šárka, Roxana, Honzík V.

Při reprezentaci uvedených čísel používaly děti různé strategie (strategie počítání po jedné, strategie počítání po dvou, strategie určení počtu přímo) nebo kombinace dvou z uvedených strategií. Použitá strategie může svědčit o chápání daného čísla jako konceptu (jednalo se o čísla menší než 5) nebo jako procesu. Enaktivní reprezentace nebyla spojena s jiným typem reprezentace, nebyl použit žádný percepční kanál.

Kategorie VI – Petr, Honzík M., Iveta

Při řešení jednotlivých úloh používaly tyto děti různé strategie a jejich kombinace (strategie počítání po jedné, strategie počítání po dvou, strategie počítání po třech, strategie určení počtu přímo, strategie známých faktů). Převažovalo chápání čísla jako proces. U Ivety a Honzíka M. výsledky experimentů nasvědčují tomu, že čísla mohou být chápána jako procept. Enaktivní reprezentace nebyla spojena s jiným typem reprezentace, nebyl použit žádný percepční kanál. Uvedená fakta mohou vést k závěru, že děti postupně získávaly vhled do čísla.

Kategorie VII – Kačenka

U Kačenky byl zaznamenán postupný přechod od strategie počítání po jedné ke kvalitativně vyšším strategiím, jako je strategie známých faktů (resp. kombinace strategie známých faktů a strategie určení počtu přímo), tedy přechod od chápání čísla jako procesu k možnému chápání čísla jako proceptu (resp. konceptu). Použití vizuálního kanálu a kontrolní přepočítávání počtu prvků nasvědčuje tomu, že dívka ještě do uvedených čísel nemá zcela vhled.

2.5 Třetí experiment

2.5.1 Úkol 4

Pomůcky: kostky z umělé hmoty, koberec.

Úloha: 4a) Postav stavbu z 8 kostek. Co jsi postavil?

4b) Postav stavbu z 9 kostek. Co jsi postavil?

Prezentace: Úloha byla motivována takto: *Zahrajeme si na stavitele. Řeknu ti, z kolika kostek budeš stavět, a ty postaviš nějakou stavbu. Co jsi postavil?*

Vstupní podmínky: Řešení úkolu 4 se zúčastnilo 19 dětí prvního ročníku v polovině června. V té době měly děti zvládnuté učivo v rozsahu osnov 1. ročníku. Znalý uspořádanou řadu čísel 0 – 20, v tomto oboru sčítaly a odčítaly bez přechodu desítky, byly seznámeny s algoritmem sčítání s přechodem desítky v oboru do dvaceti. V geometrii poznávaly základní geometrické tvary (čtverec, obdélník, trojúhelník, kruh) a základní tělesa (krychle, kvádr, válec, koule). Na základě manipulace se seznámily se symetrií útvarů (vystřihování z papíru).

Realizační scénář: Experimentátorka pracovala s každým žákem samostatně v zadní části školní třídy na koberci. Ostatní děti pracovaly v centrech aktivit. Každé dítě nejdříve postupně řešilo úlohu 4a), poté úlohu 4b). Každou úlohu řešil jednotlivý žák bez časového omezení. Žák měl k dispozici dvacet kostek umístěných neuspořádaně na koberci, na kterém stavěl. Experimentátorka zajistila videozáznam experimentu a fotodokumentaci staveb.

2.5.2 Realizace a analýza experimentu

Analýza provedená po realizaci experimentu se nezaměřovala pouze na aritmetické představy dětí, ale ve větší míře si všímala představ z oblasti geometrie prostoru. Vycházela z těchto otázek:

1. Změní se typ strategií používaných při enaktivní reprezentaci čísla, jestliže budou děti pracovat s kostkami?
2. Objeví se ve vzorku dětí takové, u nichž se projeví při stavění z kostek smysl pro symetrii?
3. Jaké typy symetrií budou zaznamenány?

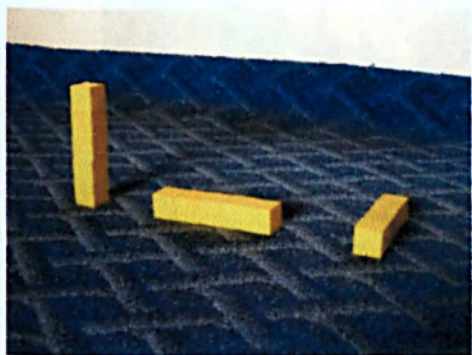
Hledání odpovědí na druhou a třetí otázku souviselo částečně s prostorovou inteligencí dětí. Podle Gardnera (1999) základem této inteligence jsou schopnosti, které umožňují přesně vnímat vizuální svět, transformovat a modifikovat původní vjemy a vytvářet z vlastní vizuální zkušenosti myšlenkové představy v době, kdy už žádné vnější podněty nepůsobí. Na základě těchto schopností můžeme konstruovat různé tvary nebo s těmito tvary manipulovat.

Vývoj prostorové inteligence začíná u dítěte v kojeneckém věku, ve stádiu senzomotorickém (Piaget, Inhelderová, 1956), kdy se učí sledovat dráhu pohybujících se předmětů a orientovat se ve svém nejbližším okolí. Na konci tohoto stádia se u dítěte na základě raných vizuálních a senzomotorických zkušeností začínají vytvářet statické mentální představy. Dovede si představit určité místo nebo průběh události bez vlastní přítomnosti. Piaget hovoří o oddálené nápodobě. Schopnost dítěte mentálně operovat s představami se objevuje počátkem stádia konkrétních operací, tedy na počátku školní docházky. Jedná se o fenomén „decentrace“, dítě si umí představit objekty nebo situace, na které se dívá člověk z jiného místa. Prostorová inteligence se rozvíjí stále ve spojení s konkrétními předměty, situacemi, událostmi, jak to odpovídá úrovni myšlení dětí tohoto věku. V období puberty se setkáváme s chápáním

podstaty geometrie, tedy chápáním vztahu mezi prostorovými útvary a slovním popisem těchto objektů.

Ti, kteří zkoumali malé děti, podporují názor, že jejich geometrické myšlení je v podstatě vizuální, i když toto tvrzení nezachytí všechny možné reakce dětí (Clements, Battista, Sarama, Swaminathan, 1997; Lehrer, Jenkins, Osana, 1998).

obr. 1 – Lineární stavba

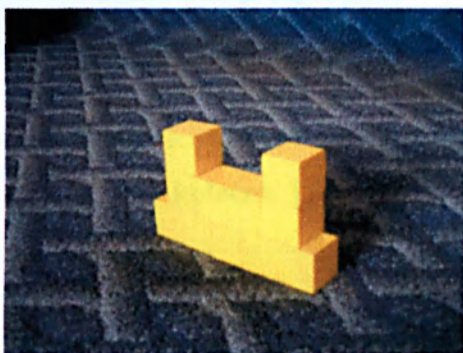


Při analýze úkolu 4 jsem se zaměřila na typ stavby a její symetrii (resp. asymetrii). Vycházela jsem z poznatků E. Opravilové (1988) a M. Kaslové (2003), která se dlouhodobě zabývá etapami vývoje staveb u dětí do sedmi let. Vzhledem k tomu, že děti nepoužívaly klasickou stavebnici s různými stavebními díly, ale měly k dispozici pouze krychle, převzala jsem pouze některé typy staveb, jejich charakteristiku jsem však pozměnila:

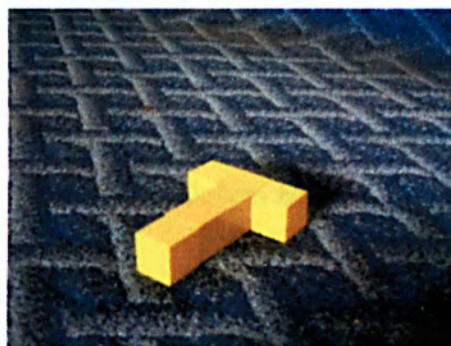
1. Lineární stavba je tvořena řadou kostek tvořících čtyřboký hranol, jehož podstavou je stěna použité krychle. Poloha stavby je vertikální (směr hornodolní) nebo horizontální (směr pravo-levý či předozadní) (obr. 1).

2. Jednovrstevná stavba je tvořena jednou vrstvou kostek bez mezer. Kostky jsou kladeny stěna na stěnu nebo na spáru. Stavba je orientována do vertikální polohy nebo do polohy horizontální (obr. 2a, 2b).

obr. 2a – Jednovrstevná stavba



obr. 2b – Jednovrstevná stavba



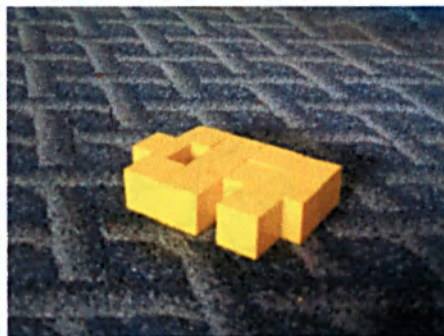
3. Jednovrstevná stavba s mezerami je tvořena jednou vrstvou kostek s mezerami, které mohou být shodné či neshodné, rytmicky se opakující či ne. Stavba je orientována do vertikální polohy nebo do polohy horizontální (obr. 3a, 3b).

4. Stavba se zábořem území je tvořena více vrstvami kostek, přičemž tyto vrstvy nemusí být kompaktní, mohou tedy obsahovat mezery rytmické i nerytmické. Kostky jsou kladeny stěna na stěnu nebo na spáru. Do této skupiny jsou zařazeny stavby, ve kterých se alespoň na jednom místě objevily dvě vrstvy kostek (obr. 4).

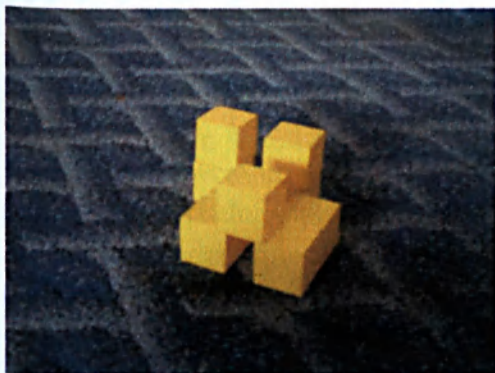
obr. 3a – Jednovrstevná stavba s mezerami



obr. 3b – Jednovrstevná stavba s mezerami

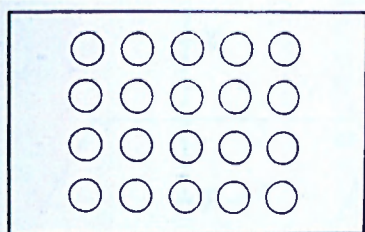


obr. 4 – Stavba se záborem území

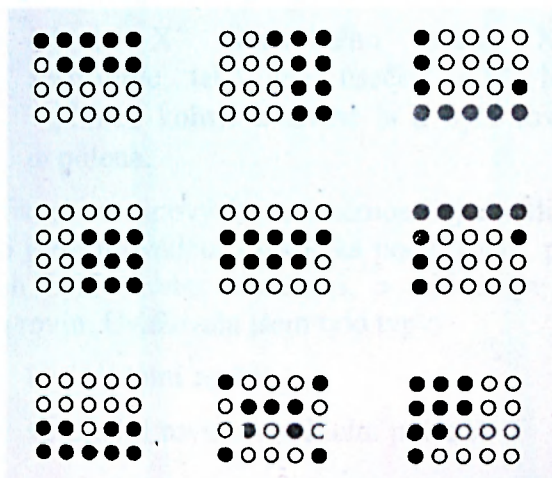


souměrného obrazce.

obr. 5 – Vybarvi 9 koleček [1]



obr. 6 – Někteří řešení žáků [2]



Na tento výzkum navázalo v naší republice zkoumání geometrických zkušeností šestiletých dětí v prvním ročníku (Kuřina, Tichá, Hošpesová, 1998). Zaujala mne úloha nazvaná

„Panák“ (obr. 7), u které autoři výzkumu sledovali, zda „polovina“ postavy vyvolá u žáků myšlenku souměrnosti. Řešení úlohy ukázalo, že u šestiletých dětí je výrazně rozvinuta základní představa o souměrnosti: „Co je nalevo, je i napravo.“ Při analýze řešení této úlohy

bylo možné pozorovat škálu odchylek od téměř dokonalé symetrie přes drobné odchylky až k asymetrii (obr. 8).

obr. 7 – Dokresli obrázek [3]



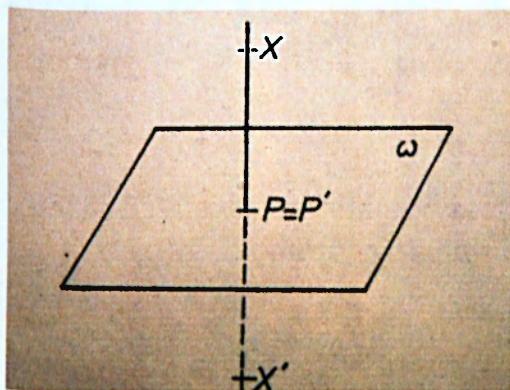
Přibližně do sedmi let svého věku děti ještě zcela nerozeznávají „vlevo“ od „vpravo“. Rozlišení závisí na tom, že ze dvou různých bodů pohledu je „vpravo“ na jiném místě a „vlevo“ také jinde. Tvorba symetrických tvarů pomáhá dětem rozlišovat pravou a levou stranu (Williams, Shuard, 1970). Kromě toho u dětí souměrnost tvaru vyvolává pocit rovnováhy, což je jedna z estetických vlastností, která je velmi dobře rozpoznatelná a zapamatovatelná.

Při řešení úkolu 4 děti pracovaly v prostoru, zkoumala jsem tedy jejich smysl pro rovinovou souměrnost. Pro tento účel postačovalo vycházet z vymezení rovinové souměrnosti vhodného pro učitele základní školy.

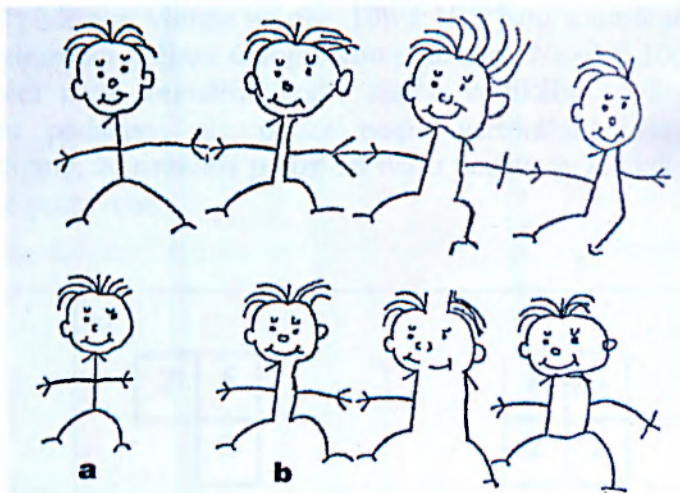
Rovinná souměrnost je shodné zobrazení v prostoru E_3 , jehož všechny body pevně zvolené roviny ω jsou samodružné a které zobrazí každý z poloprostorů určených rovinou samodružných bodů na poloprostor k němu opačný. Rovina ω se nazývá rovina souměrnosti (Kouřim, Kuřina a kol., 1985).

O toto vymezení pojmu rovinová souměrnost se opírá konstrukční předpis pro sestrojení obrazu bodů (uvádím bez důkazu, obr. 9):

obr. 9 – Rovinná souměrnost [5]



obr. 8 – Některá řešení žáků [4]



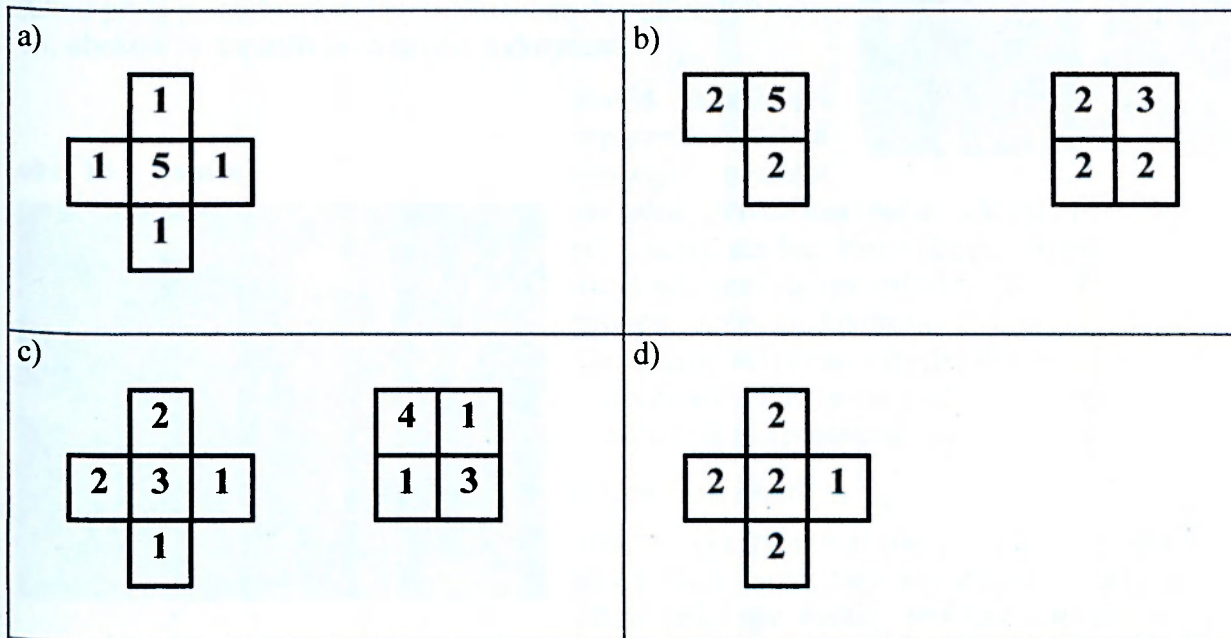
1. Každý bod roviny ω je samodružný.
2. Obraz X' libovolného bodu $X \notin \omega$ sestrojíme tak, aby úsečka XX' ležela v přímce kolmé k rovině ω a byla rovinou ω půlena.

Klasifikaci rovinových souměrností jednotlivých staveb jsem prováděla z hlediska počtu rovin, podle kterých byla stavba souměrná, a z hlediska typů těchto rovin. Uvažovala jsem tyto typy:

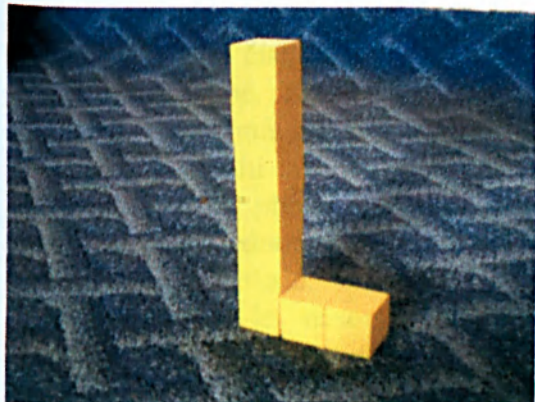
- horizontální rovina
- vertikální rovina v průčelní poloze
- vertikální rovina kolmá na nárysnu
- vertikální rovina procházející úhlopříčkou podstavy tělesa: Stojí za úvahu diskutovat s dětmi o tom, jak musí vypadat podstava tělesa a celá stavba, aby taková rovina souměrnosti existovala. Na obr. 10 jsou zobrazeny kótované půdorysy staveb souměrných podle vertikální roviny procházející některou úhlopříčkou podstavy tělesa

a také stavby podle těchto rovin nesouměrné. Všechny stavby jsou postaveny z 9 kostek. Stavba postavená podle kótovaného půdorysu na obr. 10a bude souměrná podle dvou vertikálních rovin procházejících některými úhlopříčkami podstavy, ale také zároveň podle vertikální roviny v průčelní poloze a vertikální roviny kolmé na nárysnu. Stavby, jejichž kótované půdorysy vidíme na obr. 10b a 10c, jsou souměrné podle jedné vertikální roviny procházející určitou úhlopříčkou podstavy. Na obr. 10d je kótovaný půdorys stavby, která není souměrná podle žádné vertikální roviny procházející určitou úhlopříčkou podstavy, ale pouze podle vertikální roviny v průčelní poloze. Z obrázku je zřejmé, že nezáleží pouze na tvaru podstavy, ale také na počtu kostek, které jsou na sebe postavené.

obr. 10 – Kótované půdorysy staveb



obr. 11 – Nesouměrná stavba



Za symetrické nebudu považovat ty stavby, jejichž souměrnost je dána pouze rovinovou souměrností krychlí, ze kterých je stavba postavena. U stavby na obr. 11 nebereme v úvahu souměrnost podle vertikální roviny v průčelní poloze procházející středy protějších hran krychle. Tuto stavbu budeme považovat za nesouměrnou.

Následující text obsahuje protokoly experimentu několika dětí (přesné znění protokolů obsahuje příloha 3). Protokoly jsou řazeny podle jednotlivých úloh, které děti řešily. Všechny sledované jevy jsou analyzovány současně.

Úloha 4a) – Nikolas

Nikolas bere kostky po jedné pravou rukou a zároveň staví jednu kostku po druhé. Postupuje od první položené kostky směrem nahoru, po postavení prvního komínu staví druhý, pak postupuje směrem nahoru (19 s). Název stavby: „Brána“ (obr. 12).

Nikolas použil při reprezentaci čísla 8 strategii počítání po jedné. Postavil jednovrstevnou stavbu ve vertikální poloze. Převažuje kladení kostek stěna na stěnu. Stavba je souměrná podle vertikální roviny kolmé na nárysnu.

Úloha 4a) – David K.

Bere kostky po jedné levou rukou a zároveň staví jednu kostku po druhé. Postupuje od první položené kostky směrem nahoru. Postaví 7 kostek (22 s), kostky přepočítá po jedné, na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky. Levou rukou přidá jednu kostku (11 s). Název stavby: „Komín“ (obr. 13, obrázek je doplněn kótovaným půdorysem).

obr. 13 – Komín



8

Při reprezentaci čísla 8 použila Šárka strategii počítání po jedné. Na vlastní práci s kostkami vyčerpala dívka množství energie, ta nezbyla na dostatečné vnímání čísla, a proto musela provést zpětnou kontrolu přepočítáním kostek po jedné. Šárka postavila jednovrstevnou stavbu s mezerami ve vertikální poloze, mezery jsou rytmické, shodné. Stavba je nesouměrná. Kostky jsou kladeny na mezery.

Úloha 4a) – Roxana

Roxana bere kostky po dvou (jednu kostku pravou rukou, jednu kostku levou rukou) a po dvou kostkách také staví. Postupuje od první položené kostky směrem doprava a pak staví nahoru jednotlivé řady. Neustále stavbu upravuje, kostky

obr. 12 – Brána



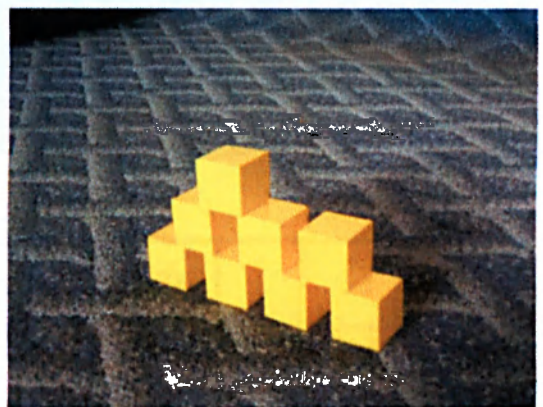
David použil při reprezentaci čísla 8 strategie počítání

po jedné. Během manipulace s kostkami se zaměřil na vlastní stavbu, tím vyčerpал mnoho energie, která již nezbyla na vnímání čísla. Proto musel provést zpětnou kontrolu a kostky přepočítat. David postavil lineární stavbu ve vertikální poloze. Souměrnost této stavby podle horizontální roviny je náhodná, je způsobena sudým počtem kostek.

Úloha 4a) – Šárka

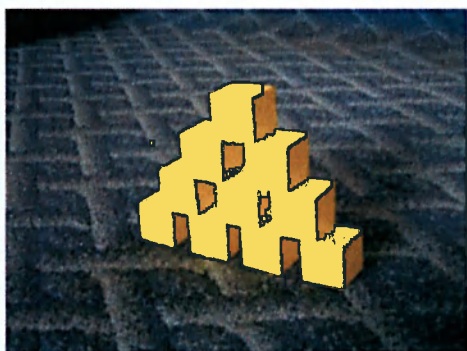
Bere kostky pravou rukou po jedné a zároveň po jedné kostky umísťuje na stavbu. Postupuje od první položené kostky směrem doprava a poté staví nahoru jednotlivé řady. Po postavení 6 kostek (13 s) pravou rukou kostky přepočítá, ukazováčkem pravé ruky na každou kostku ukazuje. Poté pravou rukou po jedné přidá 2 kostky (7 s). Název stavby: „Pyramida“ (obr. 14).

obr. 14 – Pyramida

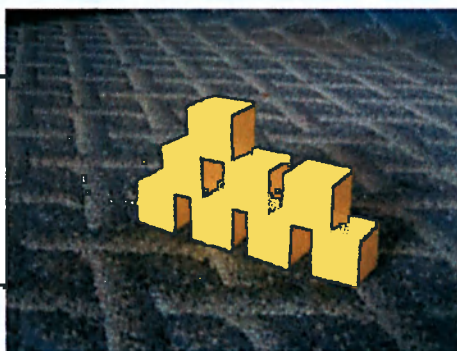


jí padají. Postaví stavbu z 10 kostek (obr. 15, 42 s). Po ukončení stavby pravou rukou kostky přepočítá po jedné a pravou rukou ubere 2 kostky (10 s). Název stavby: „Hrad“ (obr. 16).

obr. 15 – Roxana - původní stavba



obr. 16 – Hrad

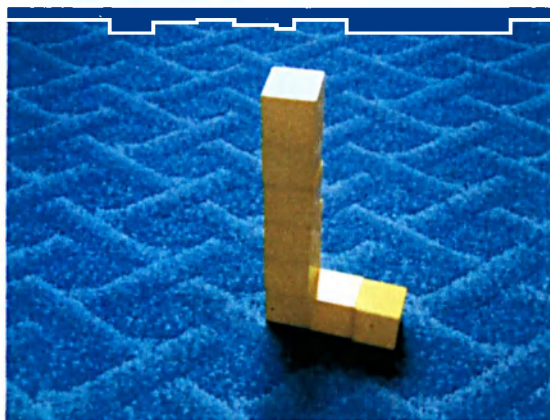


Roxana použila strategii počítání po dvou. Neprovedla reprezentaci čísla 8, ale čísla 10. Bylo to zřejmě způsobeno tím, že upřednostnila estetické hledisko a smysl pro symetrii. Na dokončení stavby spotřebovala mnoho energie, která jí už nezbývala na vnímání čísla. Po dokončení stavby provedla zpětnou kontrolu počítáním po jedné a zkorigovala počet kostek, provedla částečné bourání stavby. Má zasociovaný spoj 10–2. Dívka postavila jednovrstevnou stavbu s mezerami ve vertikální poloze, mezery jsou rytmické, shodné. Původní stavba byla souměrná podle vertikální roviny kolmé na nárysnu. Výsledná stavba je nesouměrná.

Úloha 4a) – Kačenka

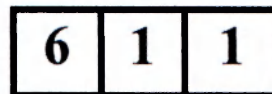
Kačenka si nejdříve po jedné odpočítá levou rukou 8 kostek (10 s). Pravou rukou bere kostky po jedné a staví z nich. Od první položené kostky postupuje směrem doleva, poté nahoru (30 s). Název stavby: „Mašinka“ (obr. 17, obrázek je doplněn kótovaným půdorysem).

obr. 17 – Mašinka



Při manipulativní činnosti můžeme rozlišit dvě etapy, které jsou od sebe oddělené a bezprostředně na sebe navazují.

1. etapa reprezentace čísla 8 - Dívka použila strategii počítání po jedné.
2. etapa „stavění“ - Kačenka postavila jednovrstevnou stavbu ve vertikální poloze (M. Kaslová, 2003, označuje tento typ stavby jako jednovrstevnou stavbu s vertikální dominantou). Kostky jsou kladeny stěna na stěnu bez mezer. Stavba není souměrná podle žádné roviny.

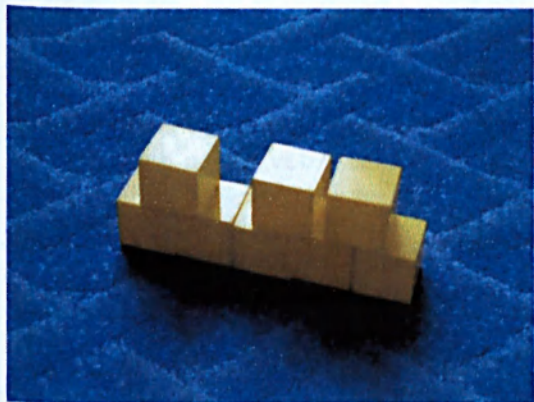


Oddělením dvou etap Kačenka podle mého názoru chtěla zabránit interferenci mezi vnímáním čísla a stavěním.

Úloha 4a) – Bára

Bára bere kostky po jedné, pracuje většinou pravou rukou a staví. Postupuje od první položené kostky směrem doprava, poté nahoru a doprava (28 s). Název stavby: „Ohrada“ (obr. 18).

obr. 18 – Ohrada



Bára použila při reprezentaci čísla 8 strategii počítání po jedné. Postavila jednovrstevnou stavbu ve vertikální poloze s mezerami i bez nich. První vrstva stavby je kompaktní, kostky v druhé vrstvě jsou umístěny na spáru, mezery mezi nimi nejsou shodné, což je příčinou toho, že stavba není souměrná podle žádné roviny.

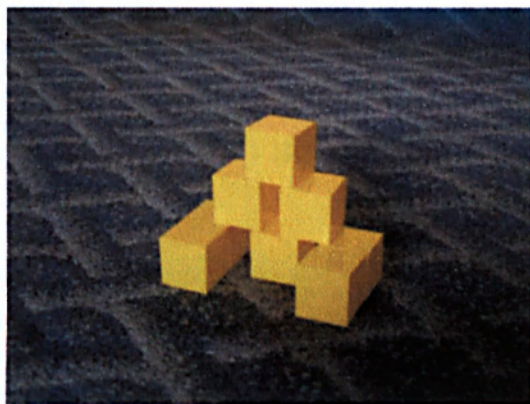
Úloha 4a) – Eliška

Eliška vezme jednu kostku, postaví ji na podložku. Pak vezme dvakrát po dvou kostkách (jednu kostku levou rukou, jednu kostku pravou rukou) a umístí je do stavby (10 s). Kostky přepočítá po jedné, na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky. Pak přidá po jedné pravou rukou tři

kostky. Od první položené kostky postupuje směrem doprava, dozadu a nahoru (11 s). Název stavby: „Orloj“ (obr. 19).

Při reprezentaci čísla 8 použila Eliška kombinace dvou strategií – strategie počítání po jedné a strategii počítání po dvou. Na stavbu vyčerpala dívka mnoho energie, která jí již nezbyla na vnímání čísla. Proto musela přepočítáním kostek provést kontrolu. Eliška postavila stavbu se záborem území. Stavba je souměrná podle vertikální roviny kolmé na nárysnu. Smysl pro symetrii se u dívky projevoval již v průběhu stavby. Ve fázi používání strategie počítání po dvou pokládala kostky tak, aby byly symetricky umístěny podle vertikální roviny kolmé na nárysnu.

obr. 19 – Orloj



Na obr. 20-22 jsou další typy staveb, které děti vytvořily. Některé z nich se opakovaly u více dětí (obr. 12, 14, 18, 20, 21).

Stavby Pyramida (obr. 20), Rozhledna (obr. 21) a Vysílač (obr. 22) jsou jednovrstevné stavby ve vertikální poloze, které jsou souměrné podle vertikální roviny kolmé na nárysnu. Pyramida obsahuje shodné rytmické mezery. Vysílač je jednovrstevná stavba ve vertikální poloze, která je kompaktní.

obr. 20 – Pyramida



obr. 21 – Rozhledna



obr. 22 - Vysílač



Z celkového počtu 19 staveb postavených během řešení úlohy 4a) bylo 12 staveb symetrických a 7 staveb nesouměrných. Vzhledem k tomu, že děti ve většině případů (17 dětí) stavěly jednovrstevné stavby ve vertikální poloze, jednalo se zejména o souměrnost podle jedné vertikální roviny kolmé na nárysnu (11 staveb). Jedna stavba byla souměrná podle roviny v horizontálním směru, bylo to však způsobeno sudým počtem kostek. Přehled souměrností uvádí tabulka 3.

Tab. 3: Přehled souměrností – řešení úlohy 4a)

stavby souměrné podle jedné roviny souměrnosti	nesouměrné stavby
12	7

Úloha 4b) – David L.

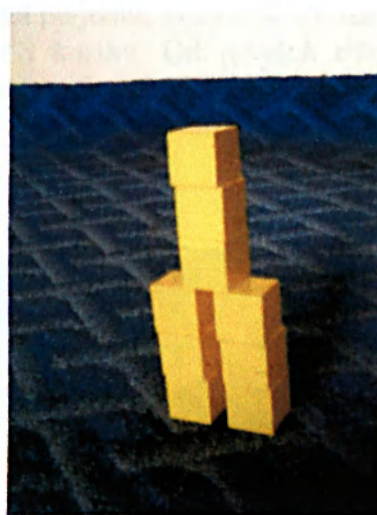
David bere kostky po jedné a zároveň staví. Nepravidelně střídá levou a pravou ruku. Od položení první kostky postupuje doprava a poté nahoru (30 s). Název stavby: „Brána s věží“ (obr. 23).

David použil při reprezentaci čísla 9 strategii počítání po jedné. Postavil jednovrstevnou stavbu ve vertikální poloze. Převažuje kladení kostek stěna na stěnu. Stavba je souměrná podle vertikální roviny kolmé na nárysnu. Způsob stavění (kladení kostek do poloh souměrných podle vertikální roviny kolmé na nárysnu) nasvědčuje tomu, že David cílevědomě směřoval k vytvoření souměrné stavby.

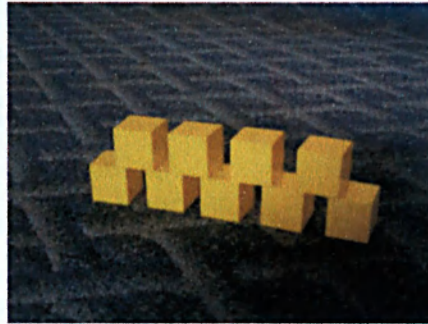
Úloha 4b) – Karolína

Karolína bere kostky po jedné pravou rukou a zároveň staví. Postaví stavbu z 12 kostek (obr. 24). Od první položené kostky postupuje nahoru, po postavení komínu začíná stavět druhý komín. Zbourá oba dva (2 s). Bere kostky pravou rukou opět po jedné a staví. Po umístění šesti kostek (23 s) tyto kostky přepočítá po jedné. Na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky. Pravou rukou pak přidá po jedné tři kostky (5 s). Postupuje napravo od první položené kostky první řadou kostek a poté druhou řadou kostek. Název stavby: „Zed“ (obr. 25).

obr. 23 – Brána s věží



obr. 24 – Karolína - původní stavba obr. 25 – Zed'



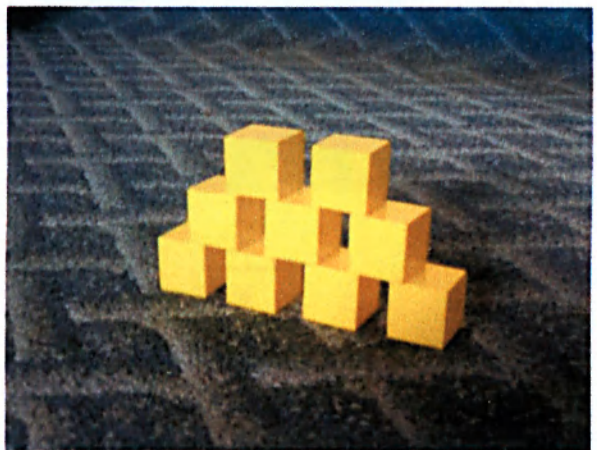
Při manipulaci s kostkami provedla Karolína nejdříve reprezentaci čísla 12, poté reprezentaci čísla 9. U obou reprezentací použila strategii počítání po jedné. Postup manipulace s kostkami svědčí o tom, že dívka mnoho energie vyčerpala na vlastní proces stavění a energie jí nezbyla na vnímání čísla. Proto musela provést kontrolu. Vzhledem k tomu, že její vstupní znalosti experimentu zatím nezahrnují odčítání s přechodem přes desítku, nemá Karolína zasociovaný spoj $12 - 3$. Volí proto jinou strategii – zbourání stavby a opětovné stavění od začátku. Dívka postavila jednovrstevnou stavbu s mezerami ve vertikální poloze. Mezery jsou shodné, rytmické. Stavba je souměrná podle vertikální roviny kolmé na nárysnu. Původní stavba je jednovrstevná ve vertikální poloze. Domnívám se, že dívka tuto stavbu vnímala jako nedokončenou, to mohl být další důvod jejího zbourání.

Úloha 4b) – Iveta

Iveta bere kostky po dvou (jednu kostku vezme pravou rukou, jednu kostku levou rukou) a zároveň staví. Do stavby umístí 6 kostek (13 s). Kostky přepočítá po jedné. Na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky. Poté přidá po jedné tři kostky. Od prvních dvou položených kostek pokračuje doprava první řadou a poté nahoru druhou řadou a stejným směrem dále (8 s). Název stavby: „Věž“ (obr. 26).

Iveta použila při reprezentaci čísla 9 kombinaci dvou strategií – strategii počítání po dvou a strategii počítání po jedné. Proces stavění nasvědčuje tomu, že Iveta vyčerpala mnoho energie na vlastní stavění. Na vnímání čísla jí zbylo energie málo. To se projevilo jednak kontrolou počtu kostek přepočítáním po jedné a jednak změnou strategie, po počátečním použití strategie počítání po dvou Iveta změnila strategii na počítání po jedné. Dívka postavila jednovrstevnou stavbu ve vertikální poloze se shodnými rytmickými mezerami. Stavba je souměrná podle vertikální roviny kolmé na nárysnu.

obr. 26 – Věž

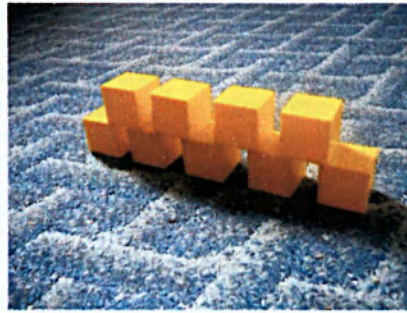


Úloha 4b) – Sára

obr. 27 – Sára - původní stavba



obr. 28 - Zed'



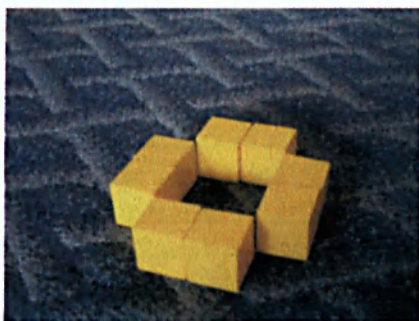
Sára vezme do ruky dvě kostky (jednu kostku levou rukou, jednu kostku pravou rukou) a umístí je na koberec. Poté pracuje pouze levou rukou, bere kostky jednu po druhé a umísťuje je na stavbu. Vytvoří stavbu tvaru pyramidy z 9 kostek (obr. 27, 32 s) a pak ji zbourá. Začne pracovat od začátku, pracuje levou rukou, bere jednu kostku po druhé, stavbu neustále upravuje nebo částečně bourá (42 s). Název stavby: „Zed“ (obr. 28). U obou staveb postupuje směrem doprava od prvních dvou (resp. jedné) položené kostky, poté nahoru. Dokončí vždy další řadu a postupuje stejně dále.

Při reprezentaci čísel převažuje u Sára strategie počítání po jedné. Při řešení úlohy je pro dívku typické bourání stavby, jehož účelem nebyla podle mého názoru nesprávně provedená reprezentace čísla 9 (Sára neprovedla kontrolu počtu kostek přepočítáním), ale estetické hledisko stavby. Dívka postavila jednovrstevnou stavbu ve vertikální poloze se shodnými a rytmickými mezerami. Stavba je souměrná podle vertikální roviny kolmé na nárysnu.

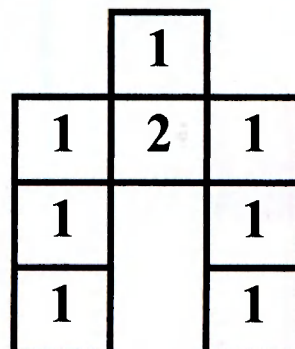
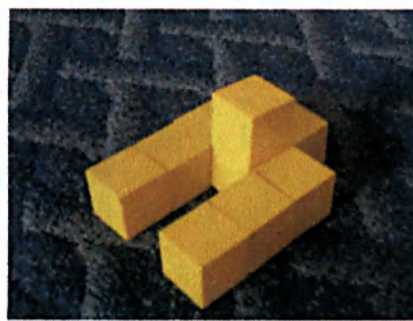
Úloha 4b) – Lukáš

Lukáš bere kostky po dvou (jednu kostku pravou rukou, jednu kostku levou rukou) a zároveň staví. Takto umístí 4 kostky. Kostky přepočítá po jedné. Na každou kostku si ukazuje ukazovákem pravé ruky. Poté bere kostky po jedné, vezme takto postupně 3 kostky.

obr. 29 – Lukáš - původní stavba



obr. 30 - Tank



Postupuje doprava, dozadu a doleva. Celou stavbu zbourá (27 s). Pravou rukou odpočítá po jedné 9 kostek (4 s) a pak teprve staví. Postaví stavbu z 8 kostek (obr. 29, 23 s), rozbourá ji a staví znovu. Od první položené kostky postupuje směrem dozadu (37 s). Název stavby: „Tank“ (obr. 30, obrázek je doplněn kótovaným půdorysem).

U Lukáše se projevuje interference mezi stavěním z kostek a vnímáním čísla. Lukáš nejdříve při reprezentaci čísla 9 použil kombinace dvou strategií – strategie počítání po dvou a strategie počítání po jedné. Provedení kontroly počtu kostek počítáním po jedné svědčí o tom, že chlapec vyčerpал mnoho energie na stavění kostek a energie mu již nezbyvala na vnímání čísla. Lukáš sice pokračuje ve stavění, ale ještě před dokončením stavby dochází ke změně strategie. Chlapcova činnost původně zahrnující postup enaktivní reprezentace čísla a zároveň postup stavění je rozdělena do dvou etap, které jsou navzájem oddělené a navazují bezprostředně na sebe:

1. etapa – reprezentace čísla 9; chlapec použil strategii počítání po jedné.
2. etapa – „stavění“; Lukáš postavil stavbu se záborem území (převažuje směr předozadní), která je souměrná podle vertikální roviny kolmé na nárysnu.

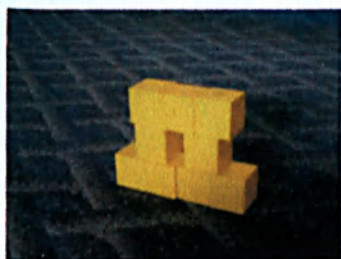
Pro Lukáše je typické několikanásobné bourání stavby. Jak ukazuje jedna ze zbouraných staveb (obr. 28), u chlapce se při stavění projevuje smysl pro symetrii.

Na obr. 31-39 jsou další stavby, které děti postavily. Jsou opatřeny pouze názvem, nejsou doplněny evidencí a komentářem, protože použité strategie počítání jsou popsány v textu na předcházejících stranách.

Některé typy staveb se opakovaly u více dětí (obr. 25, 26, 32, 33). Podívejme se nyní na stavby z hlediska jejich souměrnosti. Na obr. 36 se jedná o jednovrstevnou stavbu v horizontální poloze, která není souměrná podle žádné roviny. Stavba na obr. 32 je jednovrstevná stavba ve vertikální poloze obsahující shodné, rytmické mezery, která není souměrná podle žádné roviny. Stavby Zed' (obr. 31), Hrad (obr. 33), Pyramida (obr. 34) jsou jednovrstevné stavby ve vertikální poloze. Pro stavby Hrad a Pyramida jsou charakteristické shodné, rytmické mezery, pro stavbu Zed' kladení kostek na spáru. Všechny tři stavby jsou souměrné podle vertikální roviny kolmé na nárysnu.

Stavby na obr. 35, 37, 38, 39 jsou stavby se záborem území. Stavby Obchod, Garáž a Hrobeček jsou souměrné podle dvou rovin – podle vertikální roviny kolmé na nárysnu a podle vertikální roviny v průčelní poloze. Stavba Domeček je souměrná podle čtyř rovin: vertikální rovina kolmá na nárysnu, vertikální rovina v průčelní poloze a dvě vertikální roviny procházející úhlopříčkami podstavy tělesa.

obr. 31 – Zed'



obr. 32 – Továrna



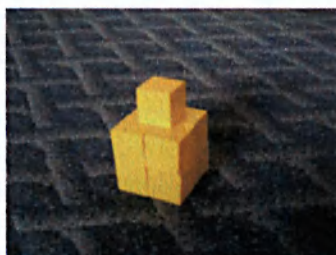
obr. 33 - Hrad



obr. 34 – Pyramida



obr. 35 – Domeček



obr. 36 - Písmeno



obr. 37 – Obchod



obr. 38 – Garáž



obr. 39 - Hrobeček



Při řešení úlohy 4b) postavily děti 19 staveb, 16 bylo souměrných a 3 nesouměrné. Převažovaly opět stavby jednovrstevné (13 dětí), objevily se zde také stavby se zábořem území (5 dětí). Čtyři děti, které postavily stavby se zábořem území, oddělovaly při manipulaci s kostkami fázi reprezentace čísla 9 a fázi stavění staveb. Zaměření pouze na „jeden problém“ mohlo těmto dětem umožnit lépe se na stavbu soustředit. Během řešení úlohy vznikly stavby souměrné podle jedné roviny souměrnosti (12), podle dvou rovin souměrnosti (3) a podle čtyř rovin souměrnosti (1). Přehled souměrností uvádí tabulka 4.

Tab. 4: Přehled souměrností – řešení úlohy 4b)

souměrné stavby 16			nesouměrné stavby 3
stavby souměrné podle jedné roviny	stavby souměrné podle dvou rovin	stavby souměrné podle čtyř rovin	
12	3	1	

Během řešení úkolu 4 jsem pracovala s 19 dětmi, každé řešilo dvě úlohy. Zaznamenala jsem tedy celkem 38 řešení. Analýza experimentu ukázala, že při enaktivní reprezentaci čísla 8 a čísla 9 rozvíjené prostřednictvím manipulace s kostkami se objevily tyto strategie:

- strategie počítání po jedné (vyskytovala se nejčastěji, ve 33 případech)
- strategie počítání po dvou (byla zaznamenána v jednom případě)
- kombinace strategie počítání po jedné a strategie počítání po dvou (4 případy)

Časté použití strategie počítání po jedné bylo dáno volbou materiálu určeného k manipulativní činnosti. Jemná motorika umožňovala dětem pracovat pouze jednou rukou, odebírat kostky po jedné a zároveň stavět. Dívka, která při reprezentaci obou čísel použila strategie počítání po

dvou, pracovala oběma rukama současně stejně jako ti, kteří kombinovali obě strategie. Ukázalo se, že vlastní stavění bylo pro enaktivní reprezentaci čísla rušivým elementem. Děti na stavbu vyčerpaly mnoho energie, která jim nezbyvala na reprezentaci čísla, děti musely počítáním po jedné provádět kontrolu. Z tohoto hlediska nebyly kostky pro reprezentaci čísla zcela vhodné.

Smysl pro symetrii se při stavění z kostek projevilo u většiny dětí. Dvacet osm staveb z celkového počtu 38 postavených bylo souměrných. Při práci byly děti ovlivněny materiálem určeným k manipulaci, neboť krychle (kostka) je souměrné těleso, a svými zkušenostmi se symetrickými stavbami v reálném světě.

Provedeme-li klasifikaci rovinových souměrností ve sledovaných 28 případech, zjistíme, že (viz tab. 3 a tab. 4)

- 24 staveb bylo souměrných podle jedné roviny souměrnosti. V jednom případě se jednalo o rovinu v horizontálním směru a symetrie byla způsobena reprezentací sudého čísla; v ostatních případech byla stavba symetrická podle vertikální roviny kolmé na nárysnu;
- 3 stavby byly souměrné podle dvou rovin – jedné vertikální roviny kolmé na nárysnu a jedné vertikální roviny v průčelní poloze;
- 1 stavba byla souměrná podle čtyř rovin – jedné vertikální roviny kolmé na nárysnu, jedné vertikální roviny v průčelní poloze a dvou vertikálních rovin procházejících úhlopříčkami podstavy.

Ve čtyřech případech byl zaznamenán jev, který jsem označila jako fenomén separace reprezentace daného přirozeného čísla a provádění stavby. Manipulace s kostkami byla rozdělena do oddělených etap – etapy reprezentace daného čísla a etapy stavění. Separace těchto dvou etap podle mého názoru umožnila dítěti více se soustředit na stavbu, o čemž může svědčit i to, že tyto čtyři stavby jsou stavby se zábořem území, tedy stavby složitější než stavby jednovrstevné či lineární.

V tabulce 5 je uveden přehled obou úloh třetího experimentu. Všechny experimenty předvýzkumu se uskutečnily na 1. ZŠ, Západní ulice v Plzni.

Tab 5: Přehled třetího experimentu předvýzkumu

jméno	věk k 1.9.1999	úloha 4a)	úloha 4b)
Bára	6	SPJ, JV, NM, N	SPJ, JV, RM, N
Zbyněk	7	SPJ, KP, JV, RM, N	SPJ, KP, JV, RM, S1-V-KN
Petr	6	SPJ, JV, S1-V-KN	SPJ, SZ, S1-V-KN, S1-V-PL
Honzík M.	6	SPJ, JV, RM, S1-V-KN	SPJ, KP, JV, S1-V-KN
Lukáš	7	SPJ, JV, KP, S1-V-KN	SPD-SPJ, KP→SPJ, SZ, S1-V-KN, B
Honzík V.	7	SPJ, JV, RM, S1-V-KN	SPJ, JV, RM, S1-V-KN
Kačenka	6	SPJ, JVD, N	SPJ, JV, RM, N
Jáchym	6	SPJ, JV, RM, S1-V-KN	SPJ, JV, RM, S1-V-KN

jméno	věk k 1.9.1999	úloha 4a)	úloha 4b)
Iveta	$6\frac{1}{2}$	SPJ, JV, RM, S1-V-KN	SPD-SPJ, KP, JV, RM, S1-V-KN
Vašek	$6\frac{1}{2}$	SPJ, JV, S1-V-KN	SPJ, KP, JV, RM, S1-V-KN
Filip	6	SPJ, KP, JV, S1-V-KN	SPJ, SZ, S1-V-KN, S1-V-PL
Karolína	$6\frac{1}{2}$	SPJ, JV, NM, N	SPJ, KP, JV, RM, S1-V-KN, B
Eliška	$6\frac{1}{2}$	SPJ-SPD, KP, SZ, S1-V-KN	SPJ-SPD, KP, SZ, S1-V-KN, S1-V-PL, S2-V-ÚP
Sárka	6	SPJ, KP, JV, RM, N	SPJ, SZ, S1-V-KN, S1-V-PL
Nikolas	$6\frac{1}{2}$	SPJ, JV, S1-V-KN	SPJ, JV, S1-V-KN
David K.	6	SPJ, KP, LV, S1-H	SPJ, KP, JV, S1-V-KN
Roxana	6	SPD, KP, JV, RM, N	SPJ, KP, JH, N
David L.	6	SPJ, JV, S1-V-KN	SPJ, JV, S1-V-KN
Sára	6	SPJ, JV, RM, N	SPJ, JV, RM, S1-V-KN, B

Klíč k tabulce (kódy řazeny abecedně):

	bourání stavby (za bourání považujeme jev, kdy dítě postaví stavbu, celou ji zbourá a opět začíná stavět; není zařazen případ, kdy dítě postaví stavbu a ubrání kostek zkoriguje požadovaný počet předmětů)	NM	stavba obsahuje mezery, které nejsou rytmické
B		RM	stavba s rytmickými mezerami
		S1-H	stavba souměrná podle jedné horizontální roviny
JH	jednovrstevná stavba v horizontální poloze	S1-V-KN	stavba souměrná podle jedné vertikální roviny kolmé na nárysnu
JV	jednovrstevná stavba ve vertikální poloze	S1-V-PL	stavba souměrná podle jedné vertikální roviny v průčelní poloze
JVD	jednovrstevná stavba s vertikální dominantou	S2-V-ÚP	stavba souměrná podle dvou vertikálních rovin procházejících úhlopříčkami podstavy tělesa
KP	kontrolní přepočítání prvků	SPD	strategie počítání po dvou
KP→SPJ	na základě kontrolního přepočítání prvků došlo ke změně strategie na strategii počítání po jedné	SPJ	strategie počítání po jedné
LV	lineární stavba vertikálního směru	SPJ-SPD	kombinace uvedených strategií
N	nesouměrná stavba	SZ	stavba se záborem území

2.5.3 Sebereflexe

Ve třetím experimentu pracovali všichni žáci na stejných úkolech, bylo tedy možné porovnat jejich použité strategie. Byl odstraněn vliv řešení úkolu jedním žákem na strategii řešení jiného žáka, neboť každé dítě pracovalo samostatně za dohledu experimentátorky.

Nedostatky jsem však viděla zejména ve volbě kostek jako prostředku manipulativní činnosti. Jemná motorika dítěti neumožnila použít jiné strategie než strategii počítání po jedné, v několika případech byla zaznamenána strategie počítání po dvou nebo kombinace těchto dvou uvedených strategií. Neobjevila se strategie počítání po třech tak, jak tomu bylo ve druhém experimentu. Strategie určení počtu přímo zaznamenána nebyla spíše z důvodu provádění reprezentace čísel 8 a 9, což jsou čísla nevhodná pro to, aby dítě vzalo najednou oběma rukama 8, resp. 9 kostek. Nelze tedy u žáka zjistit souvislost mezi použitou strategií a vzhledem do čísla, proto tento fenomén nebyl součástí analýzy úkolu 4 v kapitole 2.5.2. Kostky jako prostředek manipulativní činnosti se ukázaly pro zjišťování cílů výzkumu jako nevhodné, bylo třeba najít jiný nástroj manipulace.

V tomto experimentu jsem kromě aritmetických kompetencí dětí sledovala, jak se u dětí na konci 1. ročníku projevuje prepojem symetrie. Bylo třeba se rozhodnout, zda budu pokračovat oběma směry nebo si jeden z nich vyberu jako prioritní.

S dílčími výsledky předvýzkumu jsem seznámila akademickou i laickou veřejnost formou vystoupení a příspěvků ve sbornících. První experiment jsem prezentovala na semináři Dva dny s didaktikou matematiky v roce 2000 (název příspěvku: Některé zkušenosti s manipulativní činností v prvním ročníku) a na Letní škole doktorandských studií v roce 2000 (název prezentace: Některé aspekty manipulace s předměty na prvním stupni). S analýzou druhého experimentu jsem seznámila své kolegyně z 1. stupně základní školy v přednášce Některé fenomény manipulace s předměty na prvním stupni v roce 2001 a své kolegy doktorandy na semináři o rok později. Třetí experiment byl součástí mých prezentací na Letní škole doktorandských studií v roce 2001 (Aspekt symetrie při manipulaci žáků mladšího školního věku), na semináři Dva dny s didaktikou matematiky v roce 2001 (Aspekt symetrie při manipulaci s předměty na prvním stupni), na Letní škole doktorandských studií v roce 2002 (Geometric Thinking of Young Children) a na vědecké konferenci s mezinárodní účastí Od činnosti k poznatku v roce 2003 (Manipulace s kostkami a symetrie). O experimentech jsem se také zmínila na Setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol v roce 2002 (Symetrie v matematice dětí mladšího školního věku). Zejména prezentace na seminářích doktorandů v Praze pod vedením profesora RNDr. Milana Hejného, CSc. byly velice přínosné a inspirativní. Postřehy, kritické připomínky a nápady všech přítomných začaly výzkum orientovat na poznávání kognitivních mechanismů v oblasti budování představy přirozeného čísla a vedly mne k nalezení vhodného prostředku manipulativní činnosti. Problematika symetrie je zajímavá a k jejímu hlubšímu poznání by bylo potřebné uskutečnit další experimenty. Ty mohou být podnětným tématem diplomové práce (příloha 10).

3 Výzkum, analýza jednotlivých experimentů

3.1 Teoretická část

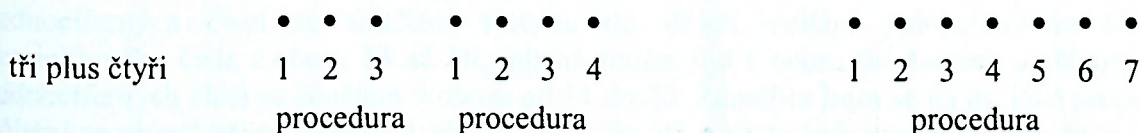
V této kapitole upřesníme některé pojmy, se kterými jsme zatím nepracovali.

Reprezentace daného přirozeného čísla může být založena na různých procedurách operace sčítání. Co budeme rozumět pojmem proces a pojmem procedura? Pojem proces budeme používat v obecném smyslu jako např. proces sčítání, proces násobení, proces řešení rovnice, tedy bude ve shodě s Grayem (Gray, Tall, 1994) označovat kognitivní reprezentaci matematické operace. Procedura bude chápána jako specifický algoritmus pro implementaci procesu, např. přičítání k většímu číslu (Resnick, 1989) je speciální procedura uskutečňování procesu sčítání. Pokud se děti nacházejí na úrovni procedurálního myšlení (Gray, Tall, 1995), matematika je pro ně aktivita uskutečňovaná ve spojení s řadou činností, tedy převažují různé reprezentace na posílení postupů počítání. Jestliže děti vidí matematiku jako činnosti s čísly a aritmetickými objekty, čísla mají kvalitu, která je konkrétní a vhodná k manipulacím, hovoříme o konceptuálním myšlení. Myšlení, které zahrnuje flexibilní použití procedur, definujeme jako proceptuální myšlení.

Zaměříme se nyní na procedury operace sčítání (Gray, Tall, 1994).

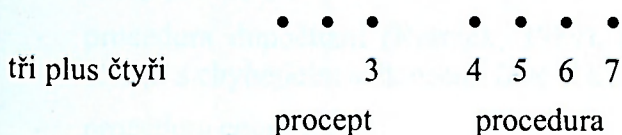
Procedura count-all spočívá v tom, že dítě spočítá počet prvků v každé množině odděleně a pak počet prvků sjednotí těchto dvou množin (obr. 40).

obr. 40 – Procedura count-all



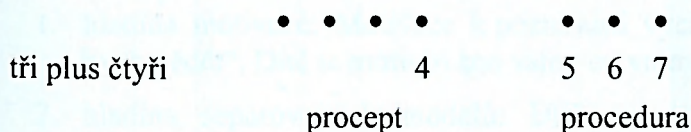
Při proceduře count on from first dítě spočítá počet prvků v druhé množině počínaje počtem prvků v první množině (obr. 41).

obr. 41 – Procedura count on from first



Pokud žák spočítá počet prvků v množině s menším počtem prvků počínaje počtem prvků v množině s větším počtem prvků, hovoříme o proceduře count on from largest (obr. 42).

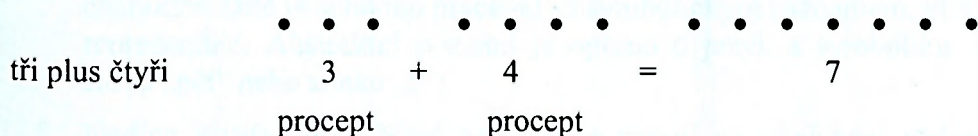
obr. 42 – Procedura count on from largest



Procedura count-all se skládá ze tří samostatných podprocedur (obr. 40). Dítě zaznamená proces counting-all jako výsledek této procedury, číslo 7. Procedura count-on je složitější než count-all. První číslo je uvažováno jako celek a druhé číslo je interpretováno jako procedura. První číslo je procept a druhé číslo je procedura (obr. 41, obr. 42).

Pokud je možné udržet v paměti současně vstupní čísla i jejich součet, pak je výsledkem důležitý známý fakt, který si lze představit jako flexibilní kombinaci proceptu a proceptu, jejímž výsledkem je procept (obr. 43).

obr. 43 – Flexibilní kombinace proceptu a proceptu



Uvedené procedury operace sčítání byly popsány na základě výzkumu (Gray, 1991), který se zabýval způsobem počítání číselných spojů u dětí ve věku 7 až 12 let. Jednalo se o sčítání jednociferných čísel se součtem v oboru do deseti, sčítání jednociferného čísla a dvojciferného čísla z oboru 13 až 19, jejichž součet byl v oboru do dvaceti, a sčítání dvou jednociferných čísel se součtem v oboru od 11 do 20. Zaměřila jsem se na to, jaké procedury sčítání se objeví při reprezentaci čísel v oboru do 20, jestliže byla rozvíjena prostřednictvím manipulativní činnosti (viz kapitola 3.3.2).

Při práci s Cuisenairovými hranolky byly zaznamenány procedury:

- procedura tzv. načítání (Resnick, 1989) neboli procedura přičítání k většímu číslu (Gray, 1995), která minimalizuje množství počítání, které musí žák při sčítání provést
- procedura odebrání (Gray, Tall, 1994), kdy dítě spočítá počet prvků v množině s největším počtem prvků, pak spočítá počet prvků odebrané podmnožiny a nakonec zbylý počet prvků
- procedura dopočítání (Resnick, 1989), která využívá speciální formu sčítání, tedy sčítání s chybějícím sčítancem. Dítě si klade otázku typu: "Tři a kolik je pět?"
- procedura count-all
- procedura count from first.

Další procedury jsem označila následovně:

- procedura sčítání stejných sčítanců
- procedura přičítání k menšímu číslu
- procedura sčítání tří a více různých sčítanců.

Mechanismus nabývání matematického poznání má několik etap – hladin (Hejný, 2004):

1. hladina motivace: Motivace k poznávání vychází z rozporu mezi „nevím“ a „chtěl bych vědět“. Dítě je motivováno vším, co vnímá;
2. hladina separovaných modelů: Dítě postupně získává zkušenosti s konkrétními případy budoucího poznání. Pět kostek, pět kuliček, to jsou separované modely čísla 5. Dítě jednotlivé případy chápe odděleně, separovaně. Čím více takových různorodých modelů dítě pozná, tím bude jeho výsledné poznání pevnější. Separované modely jsou nejdříve uloženy ve vědomí dítěte odděleně. Pokud některé modely začnou na sebe navzájem poukazovat, sdružovat se do skupin, oddělovat se od jiných a organizovat, dojde k jejich strukturaci a dítě získá do dosavadního poznání hlubší vhled. Vzniká generický model;
3. hladina generických modelů: Generický model je prototyp všech nebo jisté skupiny separovaných modelů. Může zastupovat libovolný separovaný model z této skupiny a působí ve skupině jako organizátor. Děti při počítání předmětů používají jako generický model nejčastěji prsty nebo počítadlo;
4. abstrakční zdvih: Abstrakční zdvih představuje vznik abstraktního poznání. Soubor separovaných a generických modelů je restrukturován a nový vhled má abstraktnější charakter. Dítě je schopno pracovat se symbolickým záznamem, který novou strukturu reprezentuje. Abstraktní poznání je opřeno o jazyk a symboliku. Dítě tedy rozumí slovu „pět“ nebo znaku „5“;
5. hladina krystalizace: Nové poznání se napojí na předchozí vědomosti nejdříve na úrovni modelů, potom na úrovni abstraktního poznání.

3.2 Metodologická část

3.2.1 Předmět výzkumu a cíle experimentů

Předmětem výzkumu byly:

- strategie, které používají děti při manipulaci s Cuisenairovými hranolky
- proces vytváření separovaných a generických modelů daného čísla
- kognitivní fenomény doprovázející enaktivní reprezentaci čísla: verbální a auditivní reprezentace čísla, haptická percepce, vizuální percepce, ikonická reprezentace čísla
- procesuální, konceptuální a proceptuální chápání čísla
- spoje, které děti používají při reprezentaci čísla.

Cíle výzkumu formulované v kapitole 1.3 byly v této části konkretizovány:

1. Zjistit, jaké strategie používají děti 1. ročníku při enaktivní reprezentaci čísla 4, čísla 5, čísla 6, čísla 9 a čísla 11 prostřednictvím manipulace s předměty;
2. Zjistit, jak děti v průběhu 1. ročníku mění své chápání daného čísla jako procesu, konceptu či proceptu;
3. Zjistit, jaká část dětí má na konci 1. ročníku vytvořený separovaný či generický model daného čísla;
4. Popsat některé kognitivní fenomény provázející enaktivní reprezentaci čísla;
5. Hledat matematické závislosti ve spojích, které při enaktivní reprezentaci děti použily, a zjistit četnost použití těchto spojů.

Úkolem bylo:

1. Vybrat vhodné pomůcky pro enaktivní reprezentaci čísla;
2. Sestavit sérii aktivit mapujících proces vytváření pojmu přirozené číslo v prvním ročníku u sledovaných dětí;
3. Sestavit sérii aktivit motivujících dítě a současně umožňujících zjistit strategie, chápání čísla a etapu matematického poznání, ve které se dítě nachází.

3.2.2 Podmínky experimentu

3.2.2.1 Podmínky experimentu a použité metody

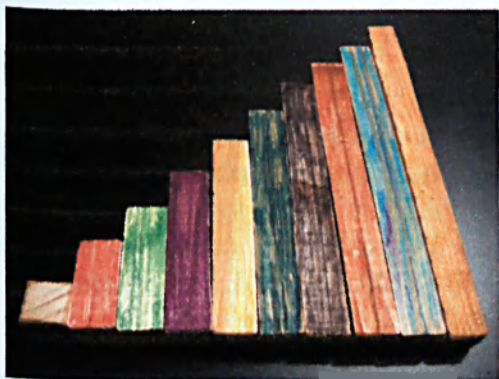
Laboratorní experiment byl proveden v 1. ročníku základní školy v období od listopadu 2003 do června 2004 na vzorku 52 dětí. Pro všechny experimenty byl použit vzorek stejného počtu žáků. Experimentátorka pracovala s každým dítětem samostatně a odděleně od ostatních dětí. Experiment probíhal v ranních hodinách podle předem stanoveného scénáře.

Z důvodu odstranění vlivu jemné motoriky dítěte na jeho manipulativní činnost byly použity Cuisenairovy hranolky. Tyto hranolky jsou geometrickou reprezentací přirozeného čísla. Belgičan George Cuisenaire zdůrazňoval, že noty v hudebních stupnicích a číselné relace si navzájem odpovídají. Sestavil tedy „klávesnici pro matematiku“, sadu pečlivě navržených hranolků v odstupňovaných délkách a vybraných barvách. Všechny Cuisenairovy hranolky mají tvar pravidelného čtyřbokého hranolu s podstavnou hranou 1 cm. Délka hranolku se mění od 1 cm do 10 cm. Hranolky stejné délky mají stejnou barvu (tab. 6, obr. 44). Čtyři jednotkové hranolky nebo dva dvojkové hranolky nebo jeden jednotkový hranolek a jeden trojkový hranolek představují enaktivní reprezentaci přirozeného čísla 4.

Tab. 6: Cuisenairovy hranolky

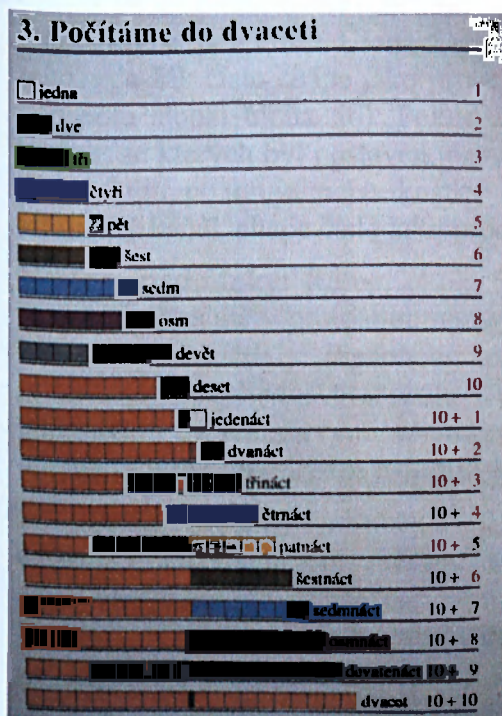
délka hranolku	barva hranolku	geometrická reprezentace přirozeného čísla	označení v dalším textu
1 cm	bílá	1	jednotkový hranolek
2 cm	červená	2	dvojkový hranolek
3 cm	světle zelená	3	trojkový hranolek
4 cm	fialová	4	čtyřkový hranolek
5 cm	žlutá	5	pětkový hranolek
6 cm	tmavě zelená	6	šestkový hranolek
7 cm	černá	7	v textu nepoužíván
8 cm	hnědá	8	
9 cm	modrá	9	
10 cm	oranžová	10	

obr. 44 – Cuisenairovy hranolky



byla pro děti již známá a tedy vliv barvy na volbu hranolku již nebyl zásadní, děti pracovaly s originálními Cuisenairovými hranolkami.

obr. 45 – Barevné proužky [6]



úrovni výkonu dítěte se podílí motivace.

3.2.2.2 Čtvrtý experiment – úkol 5

Pomůcky: modifikované Cuisenairovy hranolky (jednotkové, dvojkové, trojkové), kostky z umělé hmoty.

Úloha: 5a) Na kartičkách máš cenu zboží. Zkus zaplatit.

5b) Podívej se postupně na komíny, které zde stojí. Z kolika kostek je každý komín postavený?

Prezentace: Úloha 5a) byla motivována takto (Pokud věty po sobě následující začínají na novém řádku, znamená to, že byl mezi větami vytvořen prostor pro reakci dítěte. Odchytky vycházejí vstřícně osobnosti dítěte a jeho bezprostřednosti.):

Analogii znázornění čísla pomocí Cuisenairových hranolků ve formě „proužkového“ nebo barevného počítadla najdeme v učebnicích matematiky Svět čísel a tvarů autorského kolektivu A. Hošpesová, J. Divíšek, F. Kuřina (1996, 1997), ve kterých je každé číslo modelováno pomocí délky proužku, která odpovídá násobku jednotkového bílého čtverce (obr. 45). Zpočátku zde hraje roli i barva proužku.

V úkolech 5, 6 a 7 byly použity modifikované hranolky, které se od sebe liší délkou, ale nejsou barevné, aby byla při činnosti dítěte eliminována interference barev. V dalších úkolech, kdy pomůcka

Při řešení úloh 5b), 6b) byly použity kostky z umělé hmoty.

Na základě studia odborné literatury byl sestaven scénář, do kterého byly vybrány speciální aktivity vztahující se k číslům.

Při provádění laboratorního experimentu v prostředí základní školy bylo použito videozáznamu. Na základě pozorování doplněného v některých případech formativním rozhovorem byl průběh experimentu zaznamenán do tabulek. Sledované jevy byly následně analyzovány. Protokoly experimentů žáků uvedených v ilustracích jsou obsaženy v příloze 5 (úkol 5), v příloze 6 (úkol 6), v příloze 7 (úkol 7), v příloze 8 (úkol 8) a v příloze 9 (úkol 9). Rozbor sledovaných jevů byl porovnán s teoretickou částí této i předchozích kapitol.

Aktivity, které byly podkladem pro sestavení scénáře, jsou zčásti inspirované přednáškami prof. Hejného a doc. Divíška, část je vlastní. Při sestavování úkolů jsem vycházela z toho, že na

Chodiš nakupovat?

Sám nebo s maminkou?

Co nejraději nakupuješ?

Dnes si spolu zahrajeme na nákup. Máme připravené zvláštní peníze. Tohle je jedna koruna (experimentátorka vezme do ruky jeden jednotkový hranolek z hromádky a ukáže ho dítěti), tohle dvě koruny (experimentátorka vezme do ruky jeden dvojkový hranolek z hromádky a ukáže ho dítěti). Toto jsou tři koruny (experimentátorka vezme do ruky jeden trojkový hranolek z hromádky a ukáže ho dítěti). Na kartičkách máš cenu zboží. Zkus zaplatit.

(V případě, že po určité chvíli dítě nebude reagovat, experimentátorka znovu připomene „hodnoty peněz“. Pokud dítě opět nebude reagovat, navrhně mu experimentátorka strategii počítání po jedné.)

Úloha 5b) byla prezentována následujícím způsobem: *Hrála jsem si na stavitele a postavila komíny. Zatím jsou zakryté. Postupně je odkryj a řekni mi, z kolika kostek je každý komín postavený.*

Charakteristika úloh: Úloha 5a) slouží ke zkoumání použité strategie počítání a k určení toho, zda žák číslo chápe jako proces či procept. K odlišení chápání čísla jako procesu nebo konceptu slouží úloha 5b). Pokud se dítě podívá na komín a řekne číslo udávající počet kostek, ze kterých byl postaven, nasvědčuje to tomu, že číslo je chápáno jako koncept. Pokud dítě komín pozoruje nebo kostky potichu či nahlas počítá, tedy použije vizuální nebo akustický kanál, chápe číslo jako proces.

Vstupní podmínky: Řešení úkolu 5 se zúčastnilo 52 dětí 1. ročníku v polovině listopadu. Děti v té době měly probranou numeraci přirozených čísel v oboru do pěti, ve stejném oboru již sčítaly a odčítaly. Předchozí hodinu se seznámily s číselnou řadou do 10. V průběhu předcházejících hodin pracovaly s jednotkovými, dvojkovými, trojkovými, čtyřkovými a pětkovými Cuisenairovými hranolkami. Prováděly činnosti vedoucí k ujasnění toho, kolika jednotkovými hranolkami lze jednotlivé hranolky „nahradit“.

Realizační scénář: Experimentátorka pracovala s každým žákem samostatně a odděleně od ostatních dětí v kabinetu v těsném sousedství učebny. Žák prováděl činnosti na pracovním stole, na kterém měl připravené karty s čísly 4, 6, 5 v tomto pořadí, lícem dolů, a tři oddělené hromádky modifikovaných Cuisenairových hranolků. První hromádka zleva (z pohledu dítěte) obsahovala jednotkové hranolky, druhá zleva dvojkové hranolky, třetí zleva trojkové hranolky. Po vyřešení úlohy 5a) přešel žák k jinému pracovnímu stolu, na kterém byly připraveny zakryté tři komíny postavené ze 6 kostek, ze 4 kostek a z 5 kostek. Obě úlohy řešil žák bez časového omezení.

3.2.2.3 Pátý experiment – úkol 6

Pomůcky: modifikované Cuisenairovy hranolky (jednotkové, dvojkové, trojkové), kostky z umělé hmoty

Úloha: 6a) Na kartičkách máš cenu zboží. Zkus zaplatit.

6b) Z kolika kostek je každý komín postavený?

Prezentace: Úloha 6a) byla motivována takto:

Pamatuješ si ještě, jak jsme spolu minule nakupovali?

Vzpomínáš si, jaké peníze jsme používali?

Znovu si to spolu připomeneme.

Tohle je jedna koruna (experimentátorka vezme do ruky jeden jednotkový hranolek z hromádky a ukáže ho dítěti), *tohle dvě koruny* (experimentátorka vezme do ruky jeden dvojkový hranolek z hromádky a ukáže ho dítěti). *Toto jsou tři koruny* (experimentátorka vezme do ruky jeden trojkový hranolek z hromádky a ukáže ho dítěti). *Na kartičkách máš cenu zboží. Zkus zaplatit.*

Úloha 6b) byla prezentována stejným způsobem jako úloha 5b).

Charakteristika úloh: Stejná jako u úkolu 5.

Vstupní podmínky: Řešení úkolu 5 se zúčastnilo 52 dětí 1. ročníku koncem ledna. Děti v té době měly probranou numeraci, sčítání a odčítání přirozených čísel v oboru do 10.

Realizační scénář: Realizační scénář úkolu 6a) se lišil od realizačního scénáře úkolu 5a) tím, že jednotkové, dvojkové a trojkové hranolky byly umístěny na jedné společné hromádce a byly pomíchány. Scénář úkolu 6b) byl stejný jako u úkolu 5b).

3.2.2.4 Šestý experiment – úkol 7

Pomůcky: modifikované Cuisenairovy hranolky (jednotkové, dvojkové, trojkové, čtyřkové, pětkové, šestkové)

Úloha: Na kartičkách máš cenu zboží. Zkus zaplatit.

Prezentace: Obdobná jako v pátém experimentu, doplněná pouze o prezentaci k enaktivní reprezentaci čísla 9:

Ted' ti přidám ještě další peníze (experimentátorka odkryje další tři hromádky s hranolky). *Tady jsou čtyři koruny* (experimentátorka ukáže na jeden hranolek z hromádky čtyřkových hranolků), *tady pět korun* (experimentátorka ukáže na jeden hranolek z hromádky pětkových hranolků) a *tady šest korun* (ukáže na jeden hranolek z hromádky šestkových hranolků). *Odkryj další cenovku a zkus zaplatit.*

Charakteristika úloh: V tomto experimentu nebudou řešeny úlohy na odlišení konceptu a procesu. Pro čísla 4, 5, 6 byly tyto úlohy zařazeny ve dvou předcházejících experimentech. Chápání čísla 9 jako konceptu by bylo vzhledem k počtu kostek, ze kterých by musel být komín postaven, zkruslené.

Vstupní podmínky: Řešení úkolu 7 se zúčastnilo 52 dětí 1. ročníku koncem března. Děti v té době měly probranou numeraci přirozených čísel v oboru do 20 a v tomto oboru dovedly sčítat a odčítat bez přechodu desítky. V hodinách předcházejících experimentu prováděly děti činnosti vedoucí k seznámení s šestkovým hranolkem. Zkoumaly např. kolika jednotkovými hranolky lze nahradit hranolek šestkový.

Realizační scénář: Žák prováděl manipulativní činnost na pracovním stole, na kterém měl připravené karty s čísly 5, 4, 6, 9 v tomto pořadí lícem dolů a pět hromádek s modifikovanými Cuisenairovými hranolky. První hromádka zleva (z pohledu dítěte) obsahovala jednotkové hranolky, druhá zleva dvojkové hranolky, třetí zleva trojkové hranolky. Tyto hromádky byly odkryté od začátku experimentu, neboť uvedené hranolky mohl žák použít při reprezentaci čísla 5, čísla 4 a čísla 6. Po provedení reprezentace těchto tří čísel odkryla experimentátorka další tři hromádky. Čtvrtá hromádka zleva obsahovala čtyřkové hranolky, pátá hromádka zleva pětkové hranolky, šestá zleva šestkové hranolky. Při provádění reprezentace čísla 9 mohlo dítě pracovat se všemi uvedenými hranolky. Úlohu řešil žák bez časového omezení.

3.2.2.5 Sedmý experiment – úkol 8

Pomůcky: originální Cuisenairovy hranolky (jednotkové, dvojkové, trojkové, čtyřkové, pětkové, šestkové)

Úloha: Na kartičkách máš cenu zboží. Zkus zaplatit.

Prezentace: Úloha byla uvedena takto:

Dnes budeme spolu opět nakupovat. Máme zvláštní peníze, tentokrát barevné. Připomeneme si, jaké. (Experimentátorka pracuje s Cuisenairovými hranolky podobně jako v předcházejících experimentech.) Teď ti přidám ještě další peníze (experimentátorka provede seznámení s dalšími hranolky). Odkryj cenovku a zkus zaplatit.

Charakteristika úloh: podobná jako u šestého experimentu

Vstupní podmínky: Řešení úkolu 8 se zúčastnilo 52 dětí 1. ročníku v polovině dubna. Znalosti dětí zahrnovaly numeraci přirozených čísel v oboru do dvaceti a operace sčítání a odčítání bez přechodu desítky ve stejném oboru. S originálními Cuisenairovými hranolky byly děti seznámeny v předcházejících hodinách podobným způsobem jako ve čtvrtém a šestém experimentu.

Realizační scénář: podobný jako u šestého experimentu. Děti prováděly reprezentaci čísel 4, 6, 5, 11 a 9 v tomto pořadí. Při reprezentaci čísla 4 využívaly jednotkové, dvojkové a trojkové hranolky, při reprezentaci čísla 6 a 5 jednotkové až čtyřkové hranolky, při reprezentaci čísla 11 a 9 jednotkové až šestkové hranolky.

3.2.2.6 Osmý experiment – úkol 9

Pomůcky: originální Cuisenairovy hranolky (jednotkové, dvojkové, trojkové, čtyřkové, pětkové, šestkové)

Úloha: Na kartičkách máš cenu zboží. Zkus zaplatit.

Prezentace: Úloha byla uvedena takto:

Už jsme tady spolu několikrát nakupovali. Dnes to zase zkusíme. Nejdříve si řekneme, jaké peníze budeme používat. (Experimentátorka spolu s dítětem zopakuje „hodnoty peněz“ na hromádkách.) Zkus zaplatit podle cenovek.

Charakteristika úloh: podobná jako u šestého experimentu

Vstupní podmínky: Řešení úkolu 9 se zúčastnilo 52 dětí 1. ročníku v druhé polovině června. Znalosti dětí byly na úrovni numerace přirozených čísel v oboru do dvaceti a operací sčítání a odčítání bez přechodu desítky ve stejném oboru. Paní učitelka individuálně s některými žáky probrala sčítání s přechodem desítky a procvičovala je s nimi formou her s kartami.

Realizační scénář: stejný jako u sedmého experimentu. Před reprezentací čísla 9 děti prováděly ještě reprezentaci čísla 11, přitom mohly využívat jednotkové až šestkové hranolky.

3.3 Experimentální část

3.3.1 Výzkumný soubor a jeho charakteristika

Výzkumným souborem se staly děti 1. základní školy, Západní ulice v Plzni, které v září školního roku 2003-2004 nastoupily do prvního ročníku. Výběr základní školy byl dán její dostupností a vstřícností jejího vedení.

Základní škola, ve které výzkum probíhal, je škola sídlištního typu. Pracuje podle programu Začít spolu. Ve třídách se objevuje větší procento dětí se specifickými poruchami učení, lehkou mozkovou dysfunkcí, s vadami logopedickými a menšími poruchami chování než ve školách v blízkém okolí.

Charakteristiku dětí, které byly zařazeny do experimentu, provedly třídní učitelky slovně na základě vlastního pozorování, doplňovaly ji a upřesňovaly během celého školního roku. Charakteristiky těch žáků, kteří jsou uvedeni v ilustracích, jsou obsaženy v příloze 4 a nejsou stylisticky upraveny. Důvodem je zachování věrnosti popisu charakterových vlastností dětí z pohledu paní učitelky.

3.3.2 Realizace experimentů a jejich analýza

Experimenty proběhly v období listopad 2003 – červen 2004 podle předem stanovených podmínek. S každým žákem jsem pracovala samostatně a odděleně od ostatních dětí v kabinetu v těsném sousedství učebny. Přesto se mi v několika případech nepodařilo zajistit, aby dítě nebylo při experimentu rušeno. Některým situacím nešlo žádným způsobem zabránit (v kabinetu zazvonil telefon, ozval se školní rozhlas).

Přehled experimentů výzkumné části je v tabulkách 7 - 11.

Klíč k tabulkám (kódy řazeny abecedně):

C	dítě chápe číslo jako proces
GM	dítě má vytvořený generický model čísla
HP	haptická percepce čísla
IK-K	interference mezi kvalitativním a kvantitativním chápáním čísla
IM-A	interference mezi mnohostí a adresou
IR	enaktivní reprezentace čísla byla spojena s ikonickou reprezentací čísla
K	dítě chápe číslo jako koncept
P	dítě chápe číslo jako procept
PH	dítě počítá pokyvováním hlavy
SCH	sémanticky nesprávné chápání čísla
SM	dítě má vytvořený separovaný model čísla
SOF	strategie odvozených faktů
SPF	strategie použitých faktů
SPJ	strategie počítání po jedné
SZF	strategie známých faktů
SZM	strategie zaplňování M
SZV	strategie zaplňování V
VAR	enaktivní reprezentace čísla byla spojena s verbální a auditivní reprezentací čísla
VP	vizuální percepce čísla

Poznámka: Okódované strategie budou popsány na str. 74 - 76.

Tab. 7: Přehled výsledků 4. experimentu

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	komín ze 6 kostek	komín ze 4 kostek	komín z 5 kostek
Adéla	6	SZV, HP, VP, C	SZF, VP, P	SOF, C	C	C	C
Alena	6	SZF, VP, IR, P	SPJ, IR, C	SPJ, IR, C	C	K	C
Andrea	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P	VAR, C	K	K
Aneta	6	SPJ, VP, HP, C	SPJ, VP, C	SPJ, C	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Daniel B.	7	SZF, HP, P	SZV, C	SZV, HP, C	C	K	VAR, C
Daniel Z.	$6\frac{1}{2}$	SPJ, C, IM-A	SPJ, C, IM-A	SPJ, C, IM-A	VAR, C	VAR, C	VAR, C
David	7	SPJ, HP, VP, C	SPJ, HP, VP, C	SPJ, HP, VP, C	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Dominik	6	SPJ, C	SPJ, C	SPJ, C	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Eliška B.	$6\frac{1}{2}$	SZF, HP, P	SZV, HP, C	SZV, HP, C	C	K	VAR, C
Eliška H.	$6\frac{1}{2}$	SPJ, C, SCH	SPJ, C, SCH	SPJ, C, SCH	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Eva	6	SPJ, C, IM-A	SPJ, C, IM-A	SPJ, C, IM-A	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Filip	$6\frac{1}{2}$	SZV, C	SZV, VP, C	SZV, VP, C	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Honzík	6	SZV, VP, C	SZF, P	SOF, C	C	C	C
Iva	6	SZM, VP, C	SZM, C	SZV, VP, C	C	C	C

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	komín ze 6 kostek	komín ze 4 kostek	komín z 5 kostek
Jakub	$7\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, C	SZF, P	C	C	C
Jana	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	VAR, C	C	C
Jenda	7	SPJ, VP, C	SPJ, VP, C	SPJ, C	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Jirka	6	SZF, VP, P	SPJ, IR, C	SPJ, C	C	K	C
Jitka A.	6	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	VAR, C	C	VAR, C
Jitka T.	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P	C	K	K
Kája	$6\frac{1}{2}$	SPJ, C	SPJ, C	SPJ, C	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Kamila D.	7	SZF, P	SZF, C	SZF, P	C	C	C
Kamila L.	$7\frac{1}{2}$	SZM, VP, C	SZM, VAR, VP, HP, C	SZV, VP, C	C	C	C
Karolína	7	SPJ, HP, VP, IR, C	-----	SPJ, HP, VP, IR, C	C	C	C
Kristýna K.	6	SZV, HP, C	SZF, P	SOF, VP, C	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Kristýna P.	$6\frac{1}{2}$	SPJ, C, IM-A	SPJ, C, IM-A	SPJ, C, IM-A	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Lucka B.	$6\frac{1}{2}$	SZV, C	SZV, VP, HP, C	SZV, VP, C	VAR, C	VAR, C	VAR, C

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	komín ze 6 kostek	komín ze 4 kostek	komín z 5 kostek
Lucka S.	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P	VAR, C	K	K
Lukáš	6	SZF, P	SZF, C	SZF, P	C	C	C
Magdaléna	$6\frac{1}{2}$	SZV, C	SZV, VP, C	SZV, VP, C	VAR, C	C	VAR, C
Markéta	7	SPJ, VP, C	SPJ, VP, C	SPJ, C	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Martin	$6\frac{1}{2}$	SZF, HP, P	SZV, HP, VP, C	SZV, HP, VP, C	C	K	VAR, C
Metoděj	$7\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, C	SZF, P	C	C	C
Michal	7	SPJ, VAR, HP, C	SPJ, VP, C	SPJ, VP, C	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Michala	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SPJ, IR, C	SPJ, IR, C	C	K	C
Milan	$6\frac{1}{2}$	SPJ, IR, C	SPJ, IR, C	SPJ, IR, C	VAR, C	C	C
Mirek	$7\frac{1}{2}$	SZM, VP, C	SZM, VAR, HP, C	SZV, VP, VAR, C	C	C	C
Nikola	$6\frac{1}{2}$	SPJ, VP, HP, C, IM-A	SPJ, C, IM-A	SPJ, C, IM-A	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Ondřej	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P	C	K	K

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	komín ze 6 kostek	komín ze 4 kostek	komín z 5 kostek
Pavel	$7\frac{1}{2}$	SZM, VP, C	SZM, VAR, HP, C	SZV, VP, C	C	C	C
Pavla	7	SPJ, HP, VP, IR, C	SPJ, HP, VP, IR, C	SPJ, HP, VP, IR, C	C	C	C
Petr H.	$6\frac{1}{2}$	SPJ, C	SPJ, C	SPJ, C	C	C	C
Petr V.	6	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	C	VAR, C	VAR, C
Tereza	6	SZV, HP, C	SZF, P	SOF, C	C	C	C
Tomáš	$6\frac{1}{2}$	SPJ, IR, C	SPJ, IR, C	SPJ, IR, C	C	C	C
Vašek M.	6	SZF, IR, VP, P	SPJ, C	SPJ, IR, C	C	K	C
Vašek S.	7	SPJ, HP, VP, C	-----	SPJ, HP, VP, IR, C	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Veronika	$6\frac{1}{2}$	SZF, HP, VP, P	SZV, HP, C	SZV, HP, C	VAR, C	K	VAR, C
Vojta	6	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	C	C	C
Zdeněk	7	SPJ, VP, C	SPJ, VP, C	SPJ, VP, C	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Zdeňka	$6\frac{1}{2}$	SPJ, HP, C	SPJ, C	SPJ, C	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Zlata	$6\frac{1}{2}$	SZV, VP, C	SZV, VP, C	SZV, VP, C	VAR, C	C	VAR, C

Tab. 8: Přehled výsledků 5. experimentu

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	komín ze 6 kostek	komín ze 4 kostek	komín z 5 kostek
Adéla	6	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	C	K	K
Alena	6	SPJ, C	SPJ, C	SZF, P	C	K	K
Andrea	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P	C	K	K
Aneta	6	SPJ, VP, C	SPJ, C	SPJ, C	PH, C	C	PH, C
Daniel B.	7	SZF, P	SZV, VP, C	SZF, P	C	K	C
Daniel Z.	$6\frac{1}{2}$	SPJ, VP, SCH, C	SPJ, SCH, C	SPJ, SCH, C	VAR, C	C	VAR, C
David	7	SPJ, VP, HP, C	SPJ, VAR, C	SPJ, VAR, C	C	K	C
Dominik	6	SPJ, VP, C	SPJ, C	SPJ, C	VAR, C	C	VAR, C
Eliška B.	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZV, VP, C	SZF, P	C	K	C
Eliška H.	$6\frac{1}{2}$	SPJ, VP, SCH, C	SPJ, SCH, C	SPJ, SCH, C	VAR, C	C	VAR, C
Eva	6	SPJ, VP, SCH, C	SPJ, SCH, C	SPJ, SCH, C	VAR, C	C	VAR, C
Filip	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZV, VP, C	SZV, VP, C	VAR, C	K	C

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	komín ze 6 kostek	komín ze 4 kostek	komín z 5 kostek
Honzík	6	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	C	K	K
Iva	6	SZF, VP, C	SZF, C	SZV, VP, C	C	C	C
Jakub	$7\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	VAR, C	VAR, C	VAR, C
Jana	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SPF, C	SZF, P	C	C	K
Jenda	7	SPJ, VP, C	SPJ, C	SPJ, C	PH, C	C	PH, C
Jirka	6	SPJ, C	SPJ, C	SZF, P	C	K	K
Jitka A.	6	SZF, VP, P	SPF, VP, C	SZF, P	C	C	K
Jitka T.	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, P	SZF, P	C	K	K
Kája	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, C	SPJ, VP, C	SZF, VP, P	PH, C	C	C
Kamila D.	7	SZF, P	SZF, P	SZF, P	C	C	C
Kamila L.	$7\frac{1}{2}$	SZF, VP, C	SZF, C	SZV, VP, C	C	C	C
Karolína	7	SPJ, VP, HP, C	SPJ, VAR, C	SPJ, VAR, C	C	K	C
Kristýna K.	6	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	C	K	K
Kristýna P.	$6\frac{1}{2}$	SPJ, VP, SCH, C	SPJ, SCH, C	SPJ, SCH, C	VAR, C	C	VAR, C

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	komín ze 6 kostek	komín ze 4 kostek	komín z 5 kostek
Lucka B.	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZV, VP, C	SZV, VP, C	VAR, C	K	VAR, C
Lucka S.	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P	C	K	K
Lukáš	6	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	C	C	C
Magdaléna	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZV, VP, C	SZV, VP, C	VAR, C	K	C
Markéta	7	SPJ, VP, C	SPJ, C	SPJ, C	PH, C	C	PH, C
Martin	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZV, VP, C	SZF, P	VAR, C	K	C
Metoděj	$7\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	C	C	C
Michal	7	SPJ, VP, C	SPJ, C	SPJ, C	VAR, C	C	VAR, C
Michala	$6\frac{1}{2}$	SPJ, C	SPJ, C	SZF, P	C	K	K
Milan	$6\frac{1}{2}$	SZF, C	SPJ, C	SZF, P	PH, C	C	C
Mirek	$7\frac{1}{2}$	SZF, VP, C	SZF, IK-K, C	SZV, VP, C	C	C	C
Nikola	$6\frac{1}{2}$	SPJ, VP, SCH, C	SPJ, SCH, C	SPJ, SCH, C	VAR, C	C	VAR, C

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	komín ze 6 kostek	komín ze 4 kostek	komín z 5 kostek
Ondřej	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P	C	K	K
Pavel	$7\frac{1}{2}$	SZF, VP, C	SZF, IK-K, C	SZV, VP, C	C	C	C
Pavla	7	SPJ, VP, HP, C	SPJ, VAR, C	SPJ, VAR, C	C	K	C
Petr H.	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, C	SPJ, VP, C	SZF, VP, P	PH, C	C	C
Petr V.	6	SZF, VP, P	SPF, C	SZF, P	C	C	K
Tereza	6	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	C	K	K
Tomáš	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, C	SPJ, VP, C	SZF, VP, P	PH, C	C	C
Vašek M.	6	SPJ, C	SPJ, C	SZF, P	C	K	K
Vašek Š.	7	SPJ, VP, HP, C	SPJ, VAR, C	SPJ, VAR, C	C	K	C
Veronika	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZV, VP, C	SZF, P	C	K	C
Vojta	6	SZF, VP, P	SPF, C	SZF, P	C	C	K
Zdeněk	7	SPJ, VP, C	SPJ, C	SPJ, C	PH, C	C	PH, C
Zdeňka	$6\frac{1}{2}$	SPJ, VP, C	SPJ, C	SPJ, C	VAR, C	C	VAR, C
Zlata	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZV, VP, C	SZV, VP, C	VAR, C	K	C

Tab. 9: Přehled výsledků 6. experimentu

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 5	číslo 4	číslo 6	číslo 9
Adéla	6	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, VP, P
Alena	6	SZF, P	SZF, VP, C	SPF, C	SZF, VP, P
Andrea	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VAR, C	SZF, VP, P
Aneta	6	SZF, C	SZF, VP, HP, P	SPF, VAR, C	SZV, VAR, C
Daniel B.	7	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZV, VP, HP, C
Daniel Z.	$6\frac{1}{2}$	SZF, C	SZF, C	SZF, C	SPJ, C
David	7	SZV, VP, C	SZV, VAR, C	SZV, VP, VAR, C	SZV, prstový model, C
Dominik	6	SPJ, C	SPJ, C	SPJ, C	SPJ, C
Eliška B.	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZV, VP, VAR, HP, C
Eliška H.	$6\frac{1}{2}$	SPJ, C	SPJ, SCH, C	SPJ, C	SPJ, SCH, C
Eva	6	SZF, C	SZF, VAR, C	SZF, VAR, C	SPJ, C
Filip	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, P	SZV, VP, C	SZM, VP, C
Honzík	6	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, VP, IK-K, P
Iva	6	SZF, VAR, P	SZF, VAR, P	SZF, IK-K, P	SZF, VAR, VP, IK-K, P

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 5	číslo 4	číslo 6	číslo 9
Jakub	$7\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, P	SPF, VAR, P	SZM, VP, VAR, C
Jana	$6\frac{1}{2}$	SZF, IK-K, P	SZF, P	SZF, P	SZM, VAR, VP, C
Jenda	7	SZF, C	SZF, VP, HP, P	SPF, VAR, C	SZV, VAR, C
Jirka	6	SZF, VP, P	SZF, VP, C	SPF, C	SZF, VP, P
Jitka A.	6	SZF, IK-K, P	SZF, P	SZF, P	SZM, VAR, VP, C
Jitka T.	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VAR, C	SZF, VP, VAR, P
Kája	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, C	SZF, VAR, P	SZM, VAR, VP, C
Kamila D.	7	SZF, P	SZF, P	SPF, P	SZM, VP, VAR, C
Kamila L.	$7\frac{1}{2}$	SZF, VAR, P	SZF, VAR, IK-K, P	SZF, IK-K, P	SZF, VAR, VP, IK-K, P
Karolína	7	SZV, VP, prstový model, C	SZV, VAR, prstový model, C	SZV, VP, VAR, prstový model, C	SZV, prstový model, C
Kristýna K.	6	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, VP, P
Kristýna P.	$6\frac{1}{2}$	SZF, C	SZF, C	SZF, C	SPJ, C
Lucka B.	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, P	SZV, VP, C	SZM, VP, C

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 5	číslo 4	číslo 6	číslo 9
Lucka S.	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, C	SZF, VP, P
Lukáš	6	SZF, P	SZF, P	SPF, P	SZM, VP, VAR, C
Magdaléna	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, P	SZV, VP, C	SZM, VP, VAR, C
Markéta	7	SZF, C	SZF, VP, P	SPF, VAR, C	SZV, VAR, C
Martin	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZV, VAR, C
Metoděj	$7\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, P	SPF, P	SZM, VP, C
Michal	7	SPJ, C	SPJ, C	SPJ, C	SPJ, C
Michala	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, VP, C	SPF, C	SZF, VP, P
Milan	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, C	SZF, VAR, P	SZM, VAR, VP, C
Mirek	$7\frac{1}{2}$	SZF, VAR, P	SZF, VAR, P	SZF, P	SZF, VAR, VP, IK-K, P
Nikola	$6\frac{1}{2}$	SZF, C	SZF, C	SZF, C	SPJ, C
Ondřej	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SPF, VAR, C	SZF, VP, VAR, P

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 5	číslo 4	číslo 6	číslo 9
Pavel	$7\frac{1}{2}$	SZF, VAR, P	SZF, VAR, IK-K, P	SZF, IK-K, P	SZF, VAR, VP, IK-K, P
Pavla	7	SZV, VP, C	SZV, VAR, C	SZV, VP, VAR, prstový model, C	SZV, prstový model, C
Petr H.	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, C	SZF, P	SZM, VAR, VP, C
Petr V.	6	SZF, IK-K, P	SZF, IK-K, P	SZF, P	SZM, VAR, VP, C
Tereza	6	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, VP, P
Tomáš	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, C	SZF, P	SZM, VAR, VP, C
Vašek M.	6	SZF, VP, P	SZF, VP, C	SPF, C	SZF, P
Vašek Š.	7	SZV, VP, prstový model, C	SZV, VAR, C	SZV, VP, VAR, prstový model, C	SZV, prstový model, C
Veronika	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZV, VP, VAR, HP, C
Vojta	6	SZF, IK-K, P	SZF, P	SZF, P	SZM, VAR, VP, C
Zdeněk	7	SZF, C	SZF, VP, HP, P	SPF, VAR, C	SZV, VAR, C
Zdeňka	$6\frac{1}{2}$	SPJ, C	SPJ, SCH, C	SPJ, C	SPJ, SCH, C
Zlata	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, P	SZV, VP, VAR, C	SZM, VP, VAR, C

Tab. 10: Přehled výsledků 7. experimentu

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	číslo 11	číslo 9
Adéla	6	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P
Alena	6	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, VP, P	SZV, VP, P
Andrea	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VP, VAR, P
Aneta	6	SZF, P	SZF, P	SZF, VP, P	SOF, C	SZF, VAR, IK-K, C
Daniel B.	7	SZF, P	SZF, VAR, C	SZF, VAR, P	SZV, VP, VAR, C	SZV, VP, VAR, C
Daniel Z.	$6\frac{1}{2}$	SZF, C	SZF, C	SZF, C	SZM, C	SZM, C
David	7	SZF, P	SZM, VP, C	SZF, VP, P	SZV, VP, C	SZV, prstový model, C
Dominik	6	SPJ, C	SPJ, C	SPJ, C	SZM, VP, C	SPJ, SCH, C
Eliška B.	$6\frac{1}{2}$	SZF, VAR, P	SZF, VAR, C	SZF, VAR, P	SZV, VP, VAR, C	SZV, VP, VAR, C
Eliška H.	$6\frac{1}{2}$	SPJ, VP, C	SPJ, C	SPJ, C	SZM, VP, C	SPJ, SCH, C
Eva	6	SZF, IR, C	SZF, C	SZF, IR, C	SZM, C	SZM, C
Filip	$6\frac{1}{2}$	SZF, IK-K, P	SZF, IK-K, P	SZF, P	SZV, HP, IK-K, C	SZM, VP, C
Honzík	6	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P
Iva	6	SZF, P	SZF, VAR, P	SZF, P	SZF, P	SZF, VP, VAR, P

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	číslo 11	číslo 9
Jakub	7 $\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	SOF, C	SZM, VP, C
Jana	6 $\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, VAR, P	SZF, HP, VAR, P	SOF, VAR, C	SZM, VAR, C
Jenda	7	SZF, P	SZF, P	SZF, VP, P	SOF, C	SZF, VAR, IK-K, C
Jirka	6	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	SZF, VP, P
Jitka A.	6	SZF, P	SZF, VP, VAR, P	SZF, VAR, P	SOF, VAR, C	SZM, VAR, C
Jitka T.	6 $\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P
Kája	6 $\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, HP, VP, P	SZF, VP, VAR, P	SZF, VP, P	SZM, VP, C
Kamila D.	7	SZF, P	SZF, P	SZF, P	SOF, C	SZM, VP, C
Kamila L.	7 $\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, VAR, P	SZF, P	SZF, IK-K, P	SZF, VP, VAR, P
Karolína	7	SZF, P	SZM, VP, prstový model, C	SZF, VP, P	SZV, prstový model, VP, C	SZV, prstový model, C
Kristýna K.	6	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	SZF, VP, P
Kristýna P.	6 $\frac{1}{2}$	SZF, IR, C	SZF, IR, C	SZF, IR, C	SZM, C	SZM, C
Lucka B.	6 $\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, IK-K, P	SZF, IK-K, P	SZV, HP, IK-K, C	SZM, VP, C

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	číslo 11	číslo 9
Lucka S.	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, VP, VAR, P	SZF, VP, P
Lukáš	6	SZF, P	SZF, P	SZF, P	SOF, C	SZM, VP, C
Magdaléna	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, IK-K, P	SZF, P	SZV, HP, IK-K, C	SZM, VP, C
Markéta	7	SZF, P	SZF, P	SZF, VP, P	SOF, VAR, C	SZF, VAR, IK-K, C
Martin	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, VAR, C	SZF, P	SZV, VP, VAR, C	SZV, VP, VAR, C
Metoděj	$7\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, P	SZF, P	SOF, C	SZM, VP, C
Michal	7	SPJ, VP, C	SPJ, VP, C	SPJ, C	SZM, VP, C	SPJ, SCH, C
Michala	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	SZV, VP, P
Milan	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZM, VP, C
Mírek	$7\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, VAR, P	SZF, P	SZF, P	SZF, VP, VAR, IK-K, P
Nikola	$6\frac{1}{2}$	SZF, IR, C	SZF, C	SZF, C	SZM, C	SZM, C
Ondřej	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	číslo 11	číslo 9
Pavel	$7\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, VAR, P	SZF, P	SZF, IK-K, P	SZF, VP, VAR, P
Pavla	7	SZF, P	SZM, VP, C	SZF, VP, P	SZV, prstový model, VP, C	SZV, prstový model, C
Petr H.	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, VAR, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZM, VP, C
Petr V.	6	SZF, VAR, P	SZF, VP, VAR, P	SZF, HP, VAR, P	SOF, VAR, C	SZM, VAR, C
Tereza	6	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P
Tomáš	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P	SZF, HP, VP, P	SZF, VP, P	SZF, VP, P	SZM, VP, C
Vašek M.	6	SZF, P	SZF, VP, P	SZF, P	SZF, P	SZV, VP, VAR, P
Vašek Š.	7	SZF, P	SZM, VP, C	SZF, VP, P	SZV, prstový model, VP, C	SZV, prstový model, C
Veronika	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, C	SZF, P	SZV, VP, VAR, C	SZV, VP, VAR, C
Vojta	6	SZF, P	SZF, VP, VAR, P	SZF, HP, VAR, P	SOF, VAR, C	SZM, VAR, C
Zdeněk	7	SZF, P	SZF, P	SZF, VP, P	SOF, VAR, C	SZF, VAR, IK-K, C
Zdeňka	$6\frac{1}{2}$	SPJ, C	SPJ, C	SPJ, C	SZM, VP, C	SPJ, SCH, C
Zlata	$6\frac{1}{2}$	SZF, P	SZF, IK-K, P	SZF, P	SZV, HP, IK-K, C	SZM, VP, C

Tab. 11: Přehled výsledků 8. experimentu

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	číslo 11	číslo 9
Adéla	6	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, C, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM
Alena	6	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM
Andrea	$6\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, HP, P, GM	SZF, P, GM
Aneta	6	SZF, P, GM	SZF, VP, IK-K, P, SM	SZF, P, GM	SOF, VAR, C, SM	SZF, VAR, P, SM
Daniel B.	7	SZF, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, P, GM	SZV, VP, VAR, C, SM	SZV, VP, VAR, C, SM
Daniel Z.	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, C, SM	SZF, C, SM	SZF, C, SM	SZM, VP, VAR, C, SM	SZM, HP, VAR, VP, C, SM
David	7	SZF, P, GM	SZM, VP, C, SM	SZM, VP, C, prstový model, SM	SZV, VP, C, SM	SZF, VP, P, prstový model, SM
Dominik	6	SPJ, C, SM	SPJ, C, SM	SPJ, C, SM	SZV, C, SM	SPJ, SZM, SCH, C, SM
Eliška B.	$6\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, P, GM	SZV, VP, VAR, C, SM	SZV, VP, VAR, C, SM
Eliška H.	$6\frac{1}{2}$	SPJ, C, SM	SPJ, C, SM	SPJ, C, SM	SZV, C, SM	SPJ, SZM, SCH, C, SM
Eva	6	SZF, VP, C, SM	SZF, C, SM	SZF, C, SM	SZM, VP, VAR, C, SM	SZM, HP, VAR, VP, C, SM

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	číslo 11	číslo 9
Filip	$6\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, P, SM	SZF, P, GM	SZM, VP, HP, C, SM	SZM, VP, HP, C, SM
Honzík	6	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, C, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM
Iva	6	SZF, P, GM	SZF, VAR, VP, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, VP, HP, VAR, P, GM
Jakub	$7\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZM, P, SM
Jana	$6\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, HP, VP, VAR, IK-K, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, VAR, P, SM
Jenda	7	SZF, P, GM	SZF, VP, IK-K, P, SM	SZF, P, GM	SOF, VAR, C, SM	SZF, VAR, P, SM
Jirka	6	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM
Jitka A.	6	SZF, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, HP, VP, VAR, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, VAR, P, SM
Jitka T.	$6\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, HP, P, GM	SZF, P, GM
Kája	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZV, C, SM
Kamila D.	7	SZF, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZM, P, SM
Kamila L.	$7\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, VAR, VP, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, VP, HP, VAR, P, GM

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	číslo 11	číslo 9
Karolína	7	SZF, P, GM	SZM, VP, C, prstový model, SM	SZM, VP, C, prstový model, SM	SZV, VP, C, prstový model, SM	SZF, VP, P, SM
Kristýna K.	6	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, C, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM
Kristýna P.	6 $\frac{1}{2}$	SZF, VP, C, SM	SZF, IR, C, SM	SZF, IR, C, SM	SZM, VP, VAR, C, SM	SZM, HP, VAR, VP, C, SM
Lucka B.	6 $\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, P, SM	SZF, P, GM	SZM, VP, HP, C, SM	SZM, VP, HP, C, SM
Lucka S.	6 $\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, HP, P, GM	SZF, P, GM
Lukáš	6	SZF, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZM, P, SM
Magdaléna	6 $\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, P, SM	SZF, P, GM	SZM, VP, HP, C, SM	SZM, VP, HP, C, SM
Markéta	7	SZF, P, GM	SZF, VP, IK-K, P, SM	SZF, P, GM	SOF, VAR, C, SM	SZF, VAR, P, SM
Martin	6 $\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, P, GM	SZV, VP, VAR, C, SM	SZV, VP, VAR, C, SM
Metoděj	7 $\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZM, P, SM
Michal	7	SPJ, C, SM	SPJ, C, SM	SPJ, C, SM	SZV, C, SM	SPJ, SZM, SCH, C, SM

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	číslo 11	číslo 9
Michala	$6\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, VP, GM
Milan	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, P, GM	SZV, C, SM
Mirek	$7\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, VAR, VP, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, VP, HP, VAR, P, GM
Nikola	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, C, SM	SZF, C, SM	SZF, C, SM	SZM, VP, VAR, C, SM	SZM, HP, VAR, VP, C, SM
Ondřej	$6\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, HP, P, GM	SZF, P, GM
Pavel	$7\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, VAR, VP, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, VP, HP, VAR, P, GM
Pavla	7	SZF, P, GM	SZM, VP, C, SM	SZM, VP, C, SM	SZV, VP, C, prstový model, SM	SZF, VP, P, prstový model, SM
Petr H.	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZV, C, SM
Petr V.	6	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, VAR, P, SM
Tereza	6	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, C, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM
Tomáš	$6\frac{1}{2}$	SZF, VP, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZF, VP, P, GM	SZV, C, SM
Vášek M.	6	SZF, P, VP, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM	SZF, P, GM

jméno	věk k 1.9.2003	číslo 4	číslo 6	číslo 5	číslo 11	číslo 9
Vašek Š.	7	SZF, P, GM	SZM, VP, C, SM	SZM, VP, C, SM	SZV, VP, C, prstový model, SM	SZF, VP, P, SM
Veronika	$6\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, P, GM	SZV, VP, VAR, C, SM	SZV, VP, VAR, C, SM
Vojta	6	SZF, VAR, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, HP, VP, VAR, IK-K, P, GM	SZF, VAR, P, GM	SZF, VAR, P, SM
Zdeněk	7	SZF, P, GM	SZF, VP, IK-K, P, SM	SZF, P, GM	SOF, VAR, C, SM	SZF, VAR, P, SM
Zdeňka	$6\frac{1}{2}$	SPJ, C, SM	SPJ, C, SM	SPJ, C, SM	SZV, C, SM	SPJ, SZM, SCH, C, SM
Zlata	$6\frac{1}{2}$	SZF, P, GM	SZF, P, SM	SZF, P, GM	SZM, VP, HP, C, SM	SZM, VP, HP, C, SM

Při analýze experimentu budeme sledovat tyto fenomény:

1. Strategie, které žáci používají při reprezentaci daného čísla
2. Chápání čísla jako proces, koncept nebo procept
3. Vytváření separovaných a generických modelů čísla
4. Zkoumání dalších kognitivních fenoménů doprovázejících enaktivní reprezentaci čísla
5. Matematické závislosti ve spojích, které děti při enaktivní reprezentaci čísla použily

Každému fenoménu bude věnována samostatná podkapitola s ilustracemi.

3.3.2.1 Strategie používané při reprezentaci čísla

Použití Cuisenairových hranolků pro reprezentaci daných čísel vedlo k tomu, že se u dětí neobjevily některé typy strategií popsaných v kapitole týkající se předvýzkumu, naopak se vyskytly některé nové. Byly vyzorovány tyto strategie:

- **strategie počítání po jedné:** Dítě provádělo reprezentaci daného čísla jen za použití jednotkových hranolků, které odpočítávalo po jednom.

Ilustrace – Jirka, 4. experiment, úloha 5a)

Otočí kartu s číslem 5. Levou rukou odpočítá pět jednotkových hranolků a dá je na kartu s číslem (6 s).

- **strategie zaplňování V:** Dítě vybralo největší hranolek, který mělo k dispozici, a zkoumalo (přemýšlelo), jakými dalšími hranolky tento hranolek doplní.

Ilustrace 1 – Pavel, 4. experiment, úloha 5a)

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na stůl (3 s). Přemýšlí, sleduje hromádku s jednotkovými hranolky a hromádku s dvojkovými hranolky (3 s). Levou rukou přidá dva jednotkové hranolky (2 s).

Při reprezentaci čísla 5 použil chlapec strategii zaplňování V. Vzal největší z nabízených hranolků a během vizuální percepce čísla 1 a čísla 2 přemýšlel, jakým dalším hranolkem předchozí hranolek doplní.

Ilustrace 2 – Eliška B., 8. experiment

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek, řekne: „Šest.“ Položí hranolek na kartu (3 s). Sleduje hromádky zprava doleva, zastaví se u hromádky s trojkovými hranolky (3 s). Pravou ruku natáhne k hromádce s trojkovými hranolky, vezme jeden, řekne: „A tři“ a položí ho na kartu (3 s).

Při reprezentaci čísla 9 použila Eliška strategii zaplňování V. Vzala největší z nabízených hranolků – hranolek šestkový - a na základě vizuální percepce čísla 6, čísla 5, čísla 4 a čísla 3 přemýšlela, jakým dalším hranolkem šestkový hranolek doplní.

- **strategie zaplňování M:** Dítě vzalo menší hranolek než byl největší hranolek z nabízených hranolků a zkoumalo (přemýšlelo), jakými dalšími hranolky tento hranolek doplní.

Ilustrace 1 – Magdaléna, 7. experiment

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (3 s). Těká očima z hromádky se čtyřkovými hranolky na hromádku s pětkovými hranolky (3 s). Očima se zastaví na hromádce se čtyřkovými hranolky. Pravou rukou vezme jeden a položí na kartu (2 s).

Při reprezentaci čísla 9 použila Magdaléna strategii zaplňování M. Vzala pětkový hranolek (pětkový hranolek nebyl největší z nabízených hranolků) a během vizuální percepce čísla 4 a čísla 5 přemýšlela, jakým dalším hranolkem tento hranolek doplní.

Ilustrace 2 – Iva, 4. experiment, úloha 5a)

Iva otočí kartu s číslem 4. Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na stůl (4 s). Sleduje hromádky s hranolky (5 s). Stejnou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a přidá ho k jednotkovému (2 s). Levou ruku natáhne nad hromádku dvojkových hranolků, drží ji tam a sleduje hromádku (2 s). Pak ruku přesune k hromádce jednotkových hranolků, jeden vezme a přidá k oběma předešlým hranolkům (1 s).

- **strategie použitých faktů:** Dítě při reprezentaci následujícího čísla využilo reprezentaci čísla předcházejícího

Ilustrace – Jirka, 6. experiment

Jirka otočí kartu s číslem 5. Podívá se na hromádku s jednotkovými hranolky, poté na hromádku s trojkovými hranolky. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, podrží ho ve vzduchu, levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek. Oba hranolky položí současně na kartu (6 s).

Otočí kartu s číslem 6. Podívá se na hromádku s trojkovými hranolky. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu s číslem (4 s). Stejnou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí k oběma hranolkům na kartu s číslem (2 s).

Při reprezentaci čísla 6 použil Jirka strategii použitých faktů. Reprezentace $3 + 2$, kterou použil v předešlé úloze při reprezentaci čísla 5, je součástí reprezentace $3 + 2 + 1$ čísla 6. Použití této strategie svědčí o chlapcově vhledu do čísla 6.

- **strategie známých faktů:** Dítě zná příslušný spoj, reprezentaci daného čísla provádělo na základě znalosti tohoto spoje.

Ilustrace 1 – Metoděj, 4. experiment, úloha 5a)

Metoděj odkryje kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, položí ho na kartu (2 s). Levou rukou vezme najednou tři jednotkové hranolky a přidá k hranolku trojkovému (3 s).

Metoděj použil strategii známých faktů. Číslo 6 má zasociované jako $3 + 1 + 1 + 1$.

Ilustrace 2 – Tereza, 8. experiment

Otočí kartu s číslem 11. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Tereza použila strategii známých faktů. Má zasociovaný spoj 5 + 6.

- **strategie odvozených faktů:** Při reprezentaci čísla využívalo dítě flexibilně vhodnou reprezentaci jiného čísla, kterou má zasociovanou v paměti, tedy nepoužilo ji při předcházející manipulaci

Ilustrace 1 – Tereza, 4. experiment, úloha 5a)

Otočí kartu s číslem 5. Levou rukou odpočítá po jednom dva dvojkové hranolky, vezme je najednou do levé ruky a položí na kartu (4 s). Pak k nim levou rukou přidá jeden jednotkový hranolek (3 s).

Při reprezentaci čísla 5 použila strategii odvozených faktů. Zná součet $2 + 2$ a další číslo z nich odvozuje přičítáním čísla 1.

Ilustrace 2 – Vojta, 7. experiment

Otočí kartu s číslem 11. Řekne: „Jedenáct“. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek, položí na kartu a řekne: „Pět...“ (4 s). Stejnou rukou vezme jeden pětkový hranolek, položí na kartu a řekne „...a pět...“ (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek, položí na kartu a řekne „...a jedna“ (2 s).

Při reprezentaci čísla 11 použil Vojta odvozených faktů. Využívá znalosti sčítání dvou stejných sčítanců (čísel 5) a další číslo odvozuje z jejich součtu přičtením čísla 1.

Tabulky 12 až 14 a grafy 1 až 5 ukazují, v kolika procentech z celkového počtu případů byla v jednotlivých experimentech daná strategie použita.

Vzhledem k tomu, že údaje v tabulkách 12 až 13 jsou zaokrouhleny na celá procenta, byl výpočet procent v sumarizační tabulce 14 proveden z původních údajů obsažených v tabulkách 7 – 11.

Tab. 12: Strategie počítání v experimentech 4 - 6

	4. experiment			5. experiment			6. experiment			
	číslo 4	číslo 5	číslo 6	číslo 4	číslo 5	číslo 6	číslo 4	číslo 5	číslo 6	číslo 9
strategie počítání po jedné	38 %	46 %	42 %	38 %	31 %	46 %	7 %	7 %	8 %	15 %
strategie zaplňování V	15 %	23 %	17 %	-	15 %	15 %	7 %	8 %	15 %	23 %
strategie zaplňování M	9 %	-	8 %	-	-	-	-	-	-	31 %
strategie použitých faktů	-	-	-	-	-	8 %	-	-	23 %	-
strategie známých faktů	38 %	23 %	33 %	62 %	54 %	31 %	86 %	85 %	54 %	31 %
strategie odvozených faktů	-	8 %	-	-	-	-	-	-	-	-

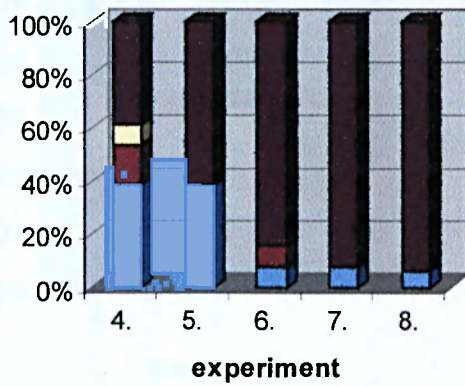
Tab. 13: Strategie počítání v experimentech 7 a 8

	7. experiment					8. experiment				
	číslo 4	číslo 5	číslo 6	číslo 9	číslo 11	číslo 4	číslo 5	číslo 6	číslo 9	číslo 11
strategie počítání po jedné	7 %	6 %	6 %	8 %	-	6 %	6 %	7 %	8 %	-
strategie zaplňování V	-	-	8 %	15 %	24 %	-	-	-	14 %	23 %
strategie zaplňování M	-	-	-	39 %	15 %	-	6 %	8 %	16 %	15 %
strategie použitých faktů	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
strategie známých faktů	93 %	94 %	86 %	38 %	38 %	94 %	88 %	85 %	62 %	54 %
strategie odvozených faktů	-	-	-	-	23 %	-	-	-	-	8 %

Tab. 14: Sumarizační tabulka

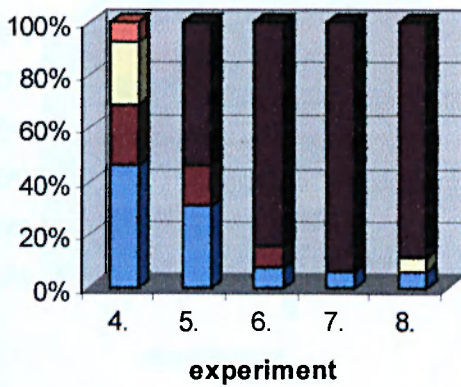
	experim. 4 - 8	4. exp.	5. exp.	6. exp.	7. exp.	8. exp.	číslo 4	číslo 5	číslo 6	číslo 9	číslo 11
strategie počítání po jedné	17 %	42 %	38 %	10 %	6 %	6 %	20 %	20 %	21 %	10 %	-
strategie zaplňování V	11 %	18 %	10 %	13 %	9 %	8 %	5 %	9 %	10 %	18 %	23 %
strategie zaplňování M	7 %	5 %	-	8 %	11 %	9 %	2 %	1 %	9 %	28 %	16 %
strategie použitých faktů	2 %	-	3 %	6 %	-	-	-	-	6 %	-	-
strategie známých faktů	61 %	32 %	49 %	63 %	69 %	75 %	73 %	68 %	54 %	44 %	46 %
strategie odvozených faktů	2 %	3 %	-	-	5 %	2%	-	2%	-	-	15 %

Graf 1: Číslo 4



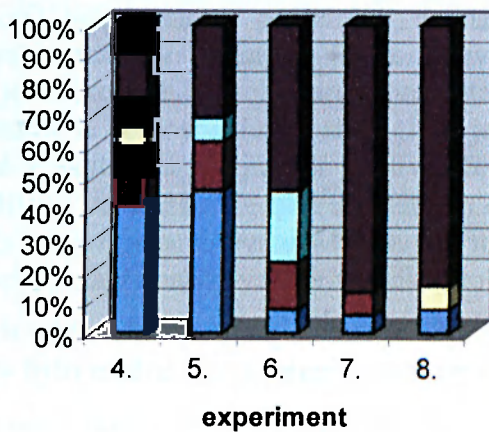
- strategie odvozených faktů
- strategie známých faktů
- strategie použitých faktů
- strategie zaplňování M
- strategie zaplňování V
- strategie počítání po jedné

Graf 2: Číslo 5



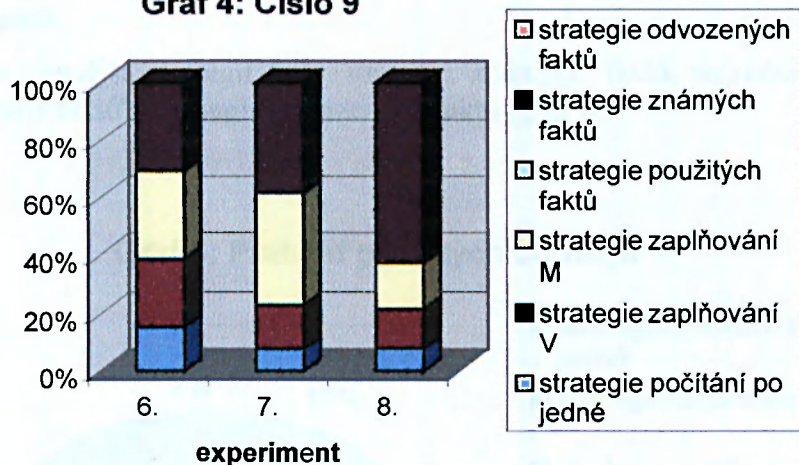
- strategie odvozených faktů
- strategie známých faktů
- strategie použitých faktů
- strategie zaplňování M
- strategie zaplňování V
- strategie počítání po jedné

Graf 3: Číslo 6

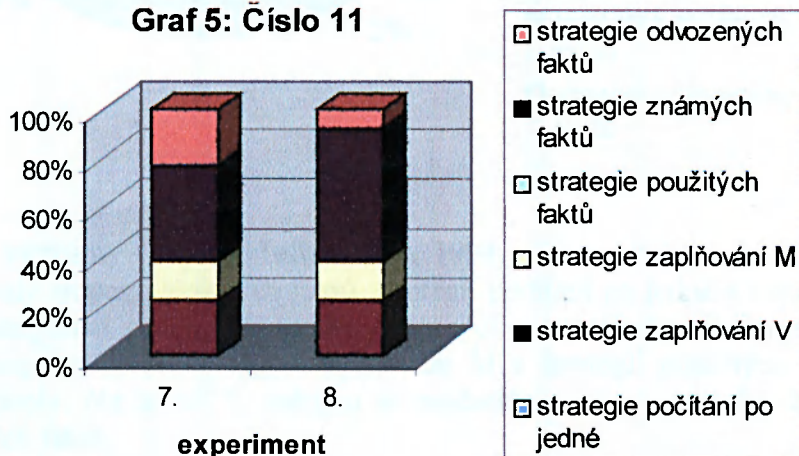


- strategie odvozených faktů
- strategie známých faktů
- strategie použitých faktů
- strategie zaplňování M
- strategie zaplňování V
- strategie počítání po jedné

Graf 4: Číslo 9



Graf 5: Číslo 11



Během školního roku tak, jak děti získávaly vhléd do čísel v uvedeném číselném oboru, se měnily i strategie používané při reprezentaci čísel. Ve čtvrtém experimentu nejčastěji používanou strategií byla strategie počítání po jedné, v posledním osmém experimentu se nejvíce vyskytovala strategie známých faktů. Souviselo to také s tím, že děti neměly dostatečný počet jednotkových hranolků pro reprezentaci čísla 11 s využitím strategie počítání po jedné. Porovnáme-li četnost použití strategií u jednotlivých čísel, vidíme, že strategie známých faktů se vyskytovala s nejmenší relativní četností u čísla 9 – děti při reprezentaci tohoto čísla používaly ve větší míře než u ostatních čísel i jiné typy strategií jako strategii zaplňování V nebo strategii zaplňování M. Souvisí to rovněž s vytvářením separovaného a generického modelu čísla 9 analyzovaném v podkapitole 3.3.2.3.

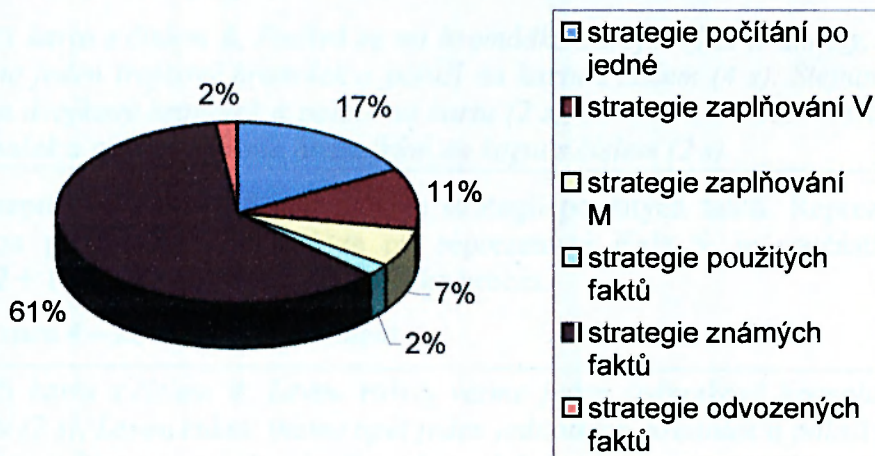
Strategii použitých faktů děti využívaly pouze při reprezentaci čísla 6, i když pořadí čísel bylo stanoveno tak, aby bylo možné tuto strategii zvolit i při reprezentaci čísla 5, čísla 9 a čísla 11.

Také relativní četnost používání strategie odvozených faktů byla nízká, nejčastěji se tato strategie vyskytovala při reprezentaci čísla 11 (5 + 5 + 1). Vhodná pro tento typ strategie byla také čísla 5 (2 + 2 + 1) a 9 (4 + 4 + 1). U čísla 9 děti ve většině případů vybíraly jako první

pětkový hranolek, se kterým dále pracovaly na základě strategie známých faktů nebo jedné ze strategií zaplňování.

Celkově nejpoužívanější strategií byla strategie známých faktů, nejméně se vyskytovala strategie použitých faktů a strategie odvozených faktů (graf 6).

Graf 6: Přehled použitých strategií



Ve srovnání s výzkumy Graye a Talla (1991, 1994, 1995), ve kterých děti při pamětném počítání používaly strategii známých faktů, strategii počítání po jedné a strategii odvozených faktů, se při manipulaci s předměty kromě uvedených strategií objevily strategie další. Jedná se o strategii zaplňování V, strategii zaplňování M a strategii použitých faktů popsané v úvodu této kapitoly. Na konci 1. ročníku se nejčastěji v daném vzorku žáků vyskytovala strategie známých faktů.

3.3.2.2 Chápání čísla jako proces, koncept nebo procept

Tyto fenomény do jisté míry souvisejí se strategií použitou při reprezentaci:

- **číslo jako proces:** Dítě pro reprezentaci daného čísla použije více než dva hranolky. Tento způsob vnímání čísla je spojen se strategií počítání po jedné, se strategií použitých faktů, strategií odvozených faktů a se strategií známých faktů, kdy dítě při reprezentaci použije více než dva hranolky.

Ilustrace 1 – Jenda, 4. experiment, úkol 5a)

Jenda otočí kartu s číslem 4. Nahlas řekne: „Čtyři.“ Sleduje zleva doprava hromádky s hranolky a zase zpět (6 s). Levou rukou odpočítá po jednom čtyři jednotkové hranolky a položí je na kartu (6 s).

Jenda při reprezentaci čísla použil strategii počítání po jedné, číslo 4 tedy chápe jako proces.

Ilustrace 2 – Vojta, 7. experiment

Otočí kartu s číslem 11. Řekne: „Jedenáct“. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek, položí na kartu a řekne: „Pět...“ (4 s). Stejnou rukou vezme jeden pětkový hranolek, položí na kartu a řekne „...a pět...“ (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek, položí na kartu a řekne „...a jedna“ (2 s).

Při reprezentaci čísla 11 použil Vojta strategii odvozených faktů. Využívá znalosti sčítání dvou stejných sčítanců (čísel 5) a další číslo odvozuje z jejich součtu přičtením čísla 1. Číslo 11 chápe jako proces.

Ilustrace 3 – Jirka, 6. experiment

Jirka otočí kartu s číslem 5. Podívá se na hromádku s jednotkovými hranolky, poté na hromádku s trojkovými hranolky. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, podrží ho ve vzduchu, levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek. Oba hranolky položí současně na kartu (6 s).

Otočí kartu s číslem 6. Podívá se na hromádku s trojkovými hranolky. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu s číslem (4 s). Stejnou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí k oběma hranolkům na kartu s číslem (2 s).

Při reprezentaci čísla 6 použil Jirka strategii použitých faktů. Reprezentace $3 + 2$, kterou použil v předešlé úloze při reprezentaci čísla 5, je součástí reprezentace $3 + 2 + 1$ čísla 6. Toto číslo chápe jako proces.

Ilustrace 4 – Zdeněk, 6. experiment

Otočí kartu s číslem 4. Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s). Levou rukou vezme opět jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (1 s).

Při reprezentaci čísla použil Zdeněk strategii známých faktů. Číslo chápe jako proces, pro jeho reprezentaci zvolil tři hranolky.

Procesuální chápání čísla zaznamenáme také v případě použití strategie zaplňování V či strategie zaplňování M, přičemž žák nemusí vždy k reprezentaci využít více než dva hranolky.

Ilustrace 5 – Tomáš, 7. experiment

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (2 s). Sleduje hromádky zprava doleva (5 s). Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Při reprezentaci čísla 9 použil Tomáš strategii zaplňování M. Vzal jeden pětkový hranolek a během vizuální percepce čísla 6, čísla 5, čísla 4, čísla 3, čísla 2 a čísla 1 přemýšlel, jakým dalším hranolkem hranolek pětkový doplní. Tomáš číslo 9 chápe jako proces.

Ilustrace 6 – Jana, 6. experiment

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek a položí na kartu (3 s). Sleduje hromádky zleva doprava (4 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Při reprezentaci čísla použila Jana strategii zaplňování V, neboť použila největší - šestkový - hranolek. Během vizuální percepce čísla 1, čísla 2 a čísla 3 přemýšlela, jakým dalším hranolkem šestkový hranolek doplní. Číslo 9 tedy chápe jako proces.

U čtvrtého a pátého experimentu se vnímání čísla jako procesu projevilo tím, že při určení počtu kostek, ze kterých byl komín postaven, byl využit akustický kanál (určení počtu kostek bylo spojeno s verbální a auditivní reprezentací čísla) nebo dítě nepoužilo

akustický kanál, ale pozorovalo určitou dobu komín předtím, než odpovědělo. Předpokládám, že v tomto případě počítalo potichu.

Ilustrace 7 – Eliška H., 4. experiment, úloha 5b)

Po odkrytí druhého komínu Eliška komín pozoruje a zároveň potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři.“ Nahlas řekne: „Ze čtyř.“ (5 s)

Při určování počtu kostek se Eliška opírala o verbální a auditivní reprezentaci čísla, používala tedy akustický kanál. Použila strategii počítání po jedné. Číslo chápala jako proces.

Ilustrace 8 – Vašek, 4. experiment, úloha 5b)

Po odkrytí druhého komínu Vašek komín pozoruje (5 s). Řekne: „Čtyři kostky.“

Vašek se neopíral o akustický kanál. Během vizuální percepce čísla počítal kostky prostřednictvím vnitřní řeči. Číslo 4 chápe jako proces.

- **číslo jako koncept:** Tento fenomén byl zkoumán pouze u čtvrtého a pátého experimentu v úlohách 5b) a 6b). Při určení počtu kostek, ze kterých byl komín postaven, dítě odpoví správně bez pozorování komínu nebo použití akustického kanálu. Vnímání čísla jako konceptu bylo zaznamenáno pouze u čísla 4 a u čísla 5. Číslo 6 všechny děti chápaly jako proces. Souvisí to s tím, že šest kostek je obtížné určit přímo.

Ilustrace – Ondřej, 5. experiment, úloha 6b)

Ondra odkryje třetí komín a řekne: „Pět.“ (2 s)

Při určení počtu kostek použil Ondra strategii určení počtu přímo, číslo 5 tedy chápal jako koncept.

- **číslo jako procept:** Dítě při reprezentaci daného čísla použije právě dva hranolky. Tento způsob vnímání čísla je spojen se strategií známých faktů. Číslo je chápáno jako proces sčítání dvou čísel – sčítanců, a zároveň jako výsledek tohoto procesu – tedy jako koncept. Lze tedy říci, že žák vnímá číslo jako procept. Jak je uvedeno v kapitole 3.1, pokud je dítě schopné udržet v hlavě sčítance i jejich součet, výsledkem je známý fakt, který si můžeme představit jako flexibilní kombinaci proceptu a proceptu, jejímž výsledkem je procept.

Ilustrace – Metoděj, 8. experiment

Otočí kartu s číslem 11. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (1 s).

Při reprezentaci čísla 11 použil Metoděj strategii známých faktů. Toto číslo chápe jako procept.

Tabulka 15 uvádí přehled chápání čísel v jednotlivých experimentech.

Tab. 15: Přehled chápání čísel v jednotlivých experimentech

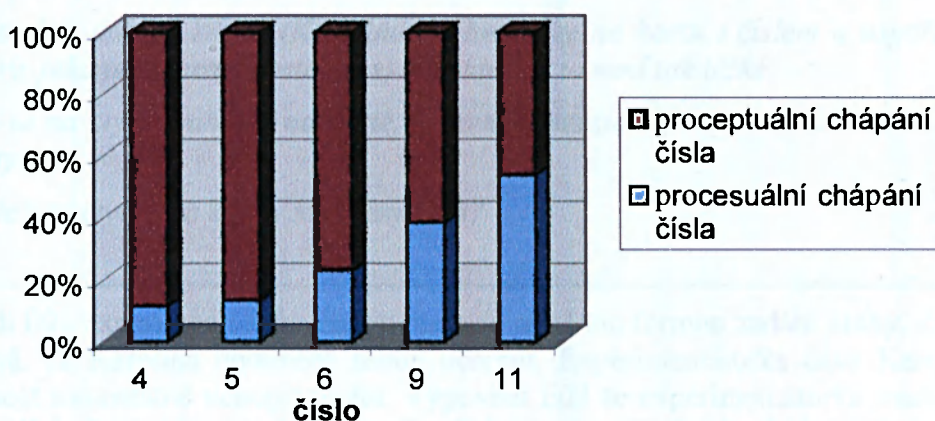
úloha		číslo 4	číslo 5	číslo 6	číslo 9	číslo 11
úloha 5a)	C	62 %	77 %	74 %	-	-
	P	38 %	23 %	26 %	-	-
úloha 5b)	C	77 %	92 %	100 %	-	-
	K	23 %	8 %	0 %	-	-
úloha 6a)	C	54 %	47 %	76 %	-	-
	P	46 %	53 %	24 %	-	-
úloha 6b)	C	54 %	69 %	100%	-	-
	K	46 %	31 %	0 %	-	-
úloha 7	C	37 %	30 %	53 %	71 %	-
	P	63 %	70 %	47 %	29%	-
úloha 8	C	15 %	17 %	69 %	72 %	71 %
	P	85 %	83 %	31 %	28 %	29 %
úloha 9	C	11 %	13 %	23 %	38 %	54 %
	P	89 %	87 %	77 %	62 %	46 %

Klíč k tabulce: C – procesuální chápání čísla
 K – konceptuální chápání čísla
 P – proceptuální chápání čísla

V polovině třetího měsíce školní docházky chápala více než polovina dětí z uvedeného vzorku číslo 4 při manipulaci s Cuisenairovými hranolky jako proces. Téměř tři čtvrtiny těchto dětí chápaly jako proces číslo 6. Procesuální chápání čísla 5 bylo zaznamenáno u více než tři čtvrtin dětí ze vzorku. Během dalších měsíců školní docházky se postupně upevňovalo proceptuální chápání čísla. Na konci školního roku byla jako procept chápána čísla 4, 5 a 6 více než třemi čtvrtinami dětí (graf 7).

Postupný přechod od procesuálního chápání k chápání proceptuálnímu lze sledovat rovněž u čísla 9. Na konci prvního ročníku více než tři pětiny dětí uvedeného vzorku chápaly číslo 9 jako procept (graf 7).

Graf 7: Chápání čísel na konci 1. ročníku



Číslo 11 chápala na konci 1. ročníku více než polovina dětí jako proces. Důvodem podle mého názoru je fakt, že děti se s čísly v druhé desítce začaly seznamovat v druhém pololetí školního roku a zatím neprobíraly v dostatečné míře sčítání v oboru do dvaceti s přechodem desítky, jehož znalost byla potřeba při reprezentaci čísla 11 s využitím jednotkových až šestkových hranolků. Děti při reprezentaci používaly obě strategie zaplňování, strategii odvozených faktů či strategii známých faktů, při které však pracovaly s více než dvěma hranolky (použily sčítání tří sčítanců, graf 7).

3.3.2.3 Separované a generické modely čísel

Proces vzniku separovaných a generických modelů čísla je popsán v kapitole 3.1. Prostřednictvím manipulace s Cuisenairovými hranolky budeme zkoumat, zda dítě má vytvořený separovaný či generický model daného čísla. Pokud dítě při reprezentaci daného čísla použije strategii počítání po jedné, strategii zaplňování V nebo strategii zaplňování M, má vytvořený pouze separovaný model tohoto čísla. Použije-li strategii odvozených faktů, strategii použitých faktů nebo strategii známých faktů, může to svědčit o vytvoření generického modelu čísla.

Proces vytváření generických modelů čísla má dlouhodobý charakter, z jednoho experimentu nelze usoudit, zda má žák generický model vytvořený či ne. Proto byly děti sledovány v průběhu celého školního roku, na jehož konci jsem došla k uvedeným závěrům.

Ilustrace 1 – Karolína, číslo 4

4. experiment

Karolína otočí pravou rukou kartu s číslem 4. Řekne: „Čtyři,“ kartu drží oběma rukama, pak ji přendá do levé ruky a prohlíží si ji (7 s).

E01: Tak, dej si ji na stůl (Karolína položí kartu na stůl.) a zkus mi zaplatit ty čtyři koruny. Dovedla bys to?

K01: (Zavrtí hlavou.) Ne.

E02: Ne?

K02: (Sedí nehybně 5s, jednu ruku před ústy.)

E03: Tamhle máš třeba hromádku, kde je jedna koruna. Dovedla bys zaplatit?

K03: (Dívá se na hromádku jednotkových hranolků, obě ruce před ústy, 8 s) To nevím.

E04: Kolik těch korun tam musíš dát, abys dostala čtyři koruny ?

K04: (Karolína levou rukou odpočítá po jednom 4 jednotkové hranolky, 3 s) Tolik.

E05: Tak to zkus dát na kartu. (Karolína dá hranolky na kartu s číslem a uspořádá je do číselné figury, jaká je na hrací kostce, 2 s) No vidíš, že to není tak těžké.

K05: (Dívá se na čtyři hranolky na kartě, přitom se neustále prsty dotýká hranolků.) A kam mám dát tuty?

E06: Nech je u té čtyřky na kartě. Máš tam čtyři?

K06: Hm.

Ve výpovědi E01 experimentátorka znovu opakuje stručnou formou zadání úlohy. Z výpovědi K01 vyplývá, že Karolína nedovede úlohu uchopit. Experimentátorka dává Karolíně ještě jednu možnost samostatně uchopit úlohu. Výpovědi E03 se experimentátorka snaží Karolíně zjednodušit úlohu tím, že ji orientuje při výběru strategie. Z výpovědi K03 vyplývá, že Karolína stále ještě úlohu neuchopila. Výpověď E04 má procesuální charakter, experimentátorka opět orientuje dívku při výběru strategie. Stručná výpověď K04 ukazuje, že Karolína uchopila úlohu, použitím strategie počítání po jedné provedla reprezentaci čísla 4. Nezískala však úplný vhled do problému, o čemž svědčí taktilní dokumentace jednotkových hranolků v K05. Tato výpověď také naznačuje, že došlo ke komunikačnímu šumu mezi experimentátorkou a dívkou ohledně umístění čtyř vybraných hranolků na kartu.

Pro Karolínu je charakteristický taktilní kontakt s číslem. Než získala částečný vhled do problému, prováděla taktilní dokumentaci jednotkových hranolků a vizuální perцепci čísla 1.

Při reprezentaci čísla 4 použila strategii počítání po jedné tak, jak ji navrhla experimentátorka. Enaktivní reprezentace čísla 4 je spojena s ikonickou reprezentací tohoto čísla. Číslo chápe dívka jako proces.

5. experiment

Karolína otočí kartu s číslem 4. Dívá se na hromádku s jednotkovými hranolky (7 s). Pravou rukou položí na hranolky na hromádce (4 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (5 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s). Hranolky přepočítá, každého se dotkne prstem pravé ruky.

Před začátkem reprezentace čísla 4 prováděla dívka vizuální perцепci čísel, která byla reprezentována hranolky na hromádce, a taktilní dokumentaci hranolků na hromádce. Opírala se o vizuální a haptický kanál. Při reprezentaci čísla 4 použila strategii počítání po jedné, číslo tedy chápala jako proces. Haptický kanál využila také při zpětné kontrole, kdy hranolky přepočítávala po jedné.

6. experiment

Karolína otočí kartu s číslem 4. Na prstech levé ruky odpočítá po jednom čtyři prsty, jeden prst schová (4 s). Pravou rukou sáhne po trojkovém hranolku a umístí ho na kartu. Nahlas řekne: „Tři.“ (3 s). Sleduje prsty levé ruky a dodá jeden jednotkový hranolek a nahlas řekne: „A jedna.“ (2 s)

Při reprezentaci čísla 4 použila Karolína strategii zaplňování. Vybrala největší - trojkový - hranolek a pomocí prstového modelu zkoumala, jakým hranolkem trojkový hranolek doplní. Použila proceduru odebrání (spočetala počet prvků v množině s největším počtem prvků, pak spočetala počet prvků odebrané podmnožiny a nakonec spočetala zbylý počet prvků).

Enaktivní reprezentace čísla 4 je spojena s verbální a auditivní reprezentací tohoto čísla. Toto číslo chápe jako proces.

7. experiment

Karolína otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí ho na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s).

Při reprezentaci čísla 4 použila dívka strategii známých faktů. Číslo 4 chápe jako procept.

8. experiment

Karolína otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí ho na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Při reprezentaci čísla 4 použila Karolína strategii známých faktů. Číslo 4 chápe jako procept.

U Karolíny lze pozorovat induktivní postup vytváření pojmu přirozeného čísla 4. Při reprezentaci tohoto čísla používala Karolína nejdříve strategii počítání po jedné, poté strategii zaplňování V a na konci školního roku strategii známých faktů, která představuje v procesu kognitivního vytváření čísla zobecnění – úroveň abstraktního poznání. V 5. a 6. experimentu se ukázalo, že dívka má vytvořený pouze separovaný model čísla, chápala je jako proces, strukturu čísla teprve budovala. Na konci školního roku lze říci, že Karolína číslo 4 chápe jako procept a má vytvořený generický model čísla 4.

Ilustrace 2 – Karolína

4. experiment

K08: (Otočí kartu s číslem 6.) To nevím tohle číslo.

Výpověď K08 ukazuje, že dívka nezná symbolickou reprezentaci čísla 6.

5. experiment

Otočí kartu s číslem 6. Pohlédne na hromádku s hranolky (5 s), pohlédne na kartu s číslem (4 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Řekne: „Jedna.“ Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (5 s). Řekne: „Dva.“ Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s), řekne: „Tři.“ Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu, řekne: „Čtyři.“ (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu, řekne: „Pět.“ (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s). Řekne: „Šest.“

Při reprezentaci čísla 6 použila strategii počítání po jedné, využila přitom akustický kanál. Při kognitivním vytváření čísla 6 se dívka opírá o verbální a auditivní reprezentaci čísla. Číslo chápe jako proces.

7. experiment

Karolína otočí kartu s číslem 6. Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s). Stejnou rukou k němu přidá jeden dvojkový hranolek (5 s). Na pravé ruce vztyčí nejdříve jeden prst a poté dva prsty najednou (5 s). Levou rukou sáhne po dvojkovém hranolku, pohlédne na pravou ruku se třemi vztyčenými prsty, ruku přesune k hromádce s trojkovými hranolky, vezme jeden a položí na kartu (7 s).

Při reprezentaci čísla 6 docházelo ke kombinaci reprezentace pomocí Cuisenairových hranolků a reprezentace realizované na prstech. Dominantní bylo používání prstů. Karolína střídala strategii známých faktů (reprezentaci čísla 3 provedla užitím strategie známých faktů) a strategii zaplňování M, neboť zjišťovala, jakým dalším hranolkem hranolek dvojkový a

trojkový doplní. Protože nemá zasociovaný spoj $1 + 2 + 3$, použila při hledání dalšího hranolku prstový model. Nutnost používání prstového modelu potvrzuje změna volby dvojkového hranolku na hranolek trojkový uskutečněná na základě vizuální percepce čísla 3 v prstovém modelu. Použila proceduru odebrání (spočetala počet prvků v množině s největším počtem prvků, pak spočetala počet prvků odebírané podmnožiny a nakonec spočetala zbylý počet prvků). Karolína číslo 6 chápe jako proces.

8. experiment

Karolína otočí kartu s číslem 6. Očima téká z hromádky dvojkových hranolků na kartu s číslem (5 s). Levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu. Na pravé ruce vztyčí dva prsty (3 s). Očima téká z levé ruky na hromádku se čtyřkovými hranolky (3 s). Levou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Při reprezentaci čísla 6 použila Karolína strategii zaplňování. Během vizuální percepce čísla 2 a čísla 6 vybírala hranolek, který zvolí jako první. Vzala jeden dvojkový hranolek a přemýšlela, jakým dalším hranolkem tento dvojkový hranolek doplní. Protože nemá zasociovaný spoj $2 + 4$, používá prstový model. Při reprezentaci použila proceduru dočítání. Číslo 6 chápe jako proces. Nemá do něho vhléd. Strukturu čísla 6 stále buduje.

Na konci 1. ročníku má Karolína vytvořený pouze separovaný model čísla 6.

Edukační doporučení: Na konci 1. ročníku má Karolína vytvořený pouze separovaný model čísla 6, nemá do něho vhléd, strukturu čísla teprve buduje. Aby se zabránilo formálnímu učení, je pro ni důležitá další práce se separovanými modely tohoto čísla opírajícími se o manipulativní činnost, práci s počítadlem, kostkami, fazolemi nebo o využití prstového modelu. Tento postup povede k vytvoření generického modelu čísla 6.

Ilustrace 3 – Eliška B.

4. experiment

Eliška otočí kartu s číslem 4. V levé ruce kartu drží. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na stůl. Stejnou rukou přidá jeden hranolek jednotkový (4 s). Otočí kartu s číslem 6. Drží ji opět v levé ruce. Pravou rukou nejdříve vezme jeden trojkový hranolek, položí na stůl a hned k němu přidá stejnou rukou hranolek dvojkový (4 s). Přemýšlí (4 s) a stejnou rukou dodává jeden jednotkový hranolek (1 s). Otočí kartu s číslem 5. Drží ji v levé ruce. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na stůl (2 s). Chvilí váhá (1 s) a přidá stejnou rukou dvojkový hranolek (1 s).

Při reprezentaci čísla 4 použila strategii známých faktů. Toto číslo chápe jako procept. Při reprezentaci čísla 6 použila strategii zaplňování V. Vzala největší – trojkový – hranolek, doplnila ho hranolkem dvojkovým a přemýšlela, jakým dalším hranolkem tyto dva doplní. Toto číslo chápe jako proces. Při reprezentaci čísla 5 použila strategii zaplňování V. Vzala největší – trojkový – hranolek a přemýšlela, jakým hranolkem ho doplní. Číslo chápe jako proces, nemá do něho vhléd.

8. experiment

Eliška otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí ho na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (1 s). Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou odpočítá po jednom dva trojkové hranolky a položí je na kartu (3 s). Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí ho na kartu (2 s). Stejnou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí ho na kartu (2 s). Otočí kartu s číslem 11. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek, řekne: „Šest“ a hranolek položí na kartu (2 s). Sleduje hromádky zleva doprava, zastaví se u hromádky s pětkovými

hranolky, pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek, řekne: „Pět“ a položí ho na kartu s číslem (4 s). Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek, řekne: „Šest.“ Položí hranolek na kartu (3 s). Sleduje hromádky zprava doleva, zastaví se u hromádky s trojkovými hranolkami (3 s). Pravou ruku natáhne k hromádce s trojkovými hranolkami, vezme jeden, řekne: „A tři“ a položí ho na kartu (3 s).

Při reprezentaci čísla 4 a čísla 5 použila dívka strategii známých faktů. Číslo 4 a číslo 5 chápe jako procepty. Při reprezentaci čísla 6 použila strategii známých faktů. Toto číslo chápe jako procept. Při reprezentaci čísla 11 použila Eliška strategii zaplňování V. Opírala se přitom o vizuální percepci čísel a verbální a auditivní reprezentaci čísla 11. Číslo 11 chápe jako proces. Při reprezentaci čísla 9 použila Eliška strategii zaplňování V. Vzala největší z nabízených hranolků – hranolek šestkový - a na základě vizuální percepce čísla 6, čísla 5, čísla 4 a čísla 3 přemýšlela, jakým dalším hranolkem šestkový hranolek doplní. Enaktivní reprezentace čísla 9 je spojena s verbální a auditivní reprezentací tohoto čísla. Toto číslo chápe jako proces.

Průběh jednotlivých experimentů ukázal, že Eliška B. chápala číslo 4 již od prvního experimentu jako procept, zatímco chápání čísla 5 a čísla 6 postupovalo od procesu k proceptu tak, jak se měnila používaná strategie od strategie zaplňování ke strategii známých faktů. Na konci prvního ročníku má dívka vytvořený generický model čísla 4, čísla 5 a čísla 6. Do těchto čísel má vhled.

Při reprezentaci čísla 9 a čísla 11 použila Eliška B. strategii zaplňování, opírala se přitom o vizuální a akustický kanál. Má tedy vytvořené separované modely obou čísel a obě čísla chápe jako procesy.

Edukační doporučení: Průběh jednotlivých experimentů ukázal, že Eliška B. chápala číslo 4 od prvního experimentu jako procept, již v této době měla vytvořený generický model tohoto čísla. Chápání čísla 5 a čísla 6 postupovalo od procesu k proceptu tak, jak se měnila používaná strategie od strategie zaplňování ke strategii známých faktů, dívka tedy postupně budovala strukturu těchto čísel. Na konci prvního ročníku má dívka vytvořený generický model čísla 4, čísla 5 a čísla 6. Do těchto čísel má vhled. Při reprezentaci čísla 9 a čísla 11 použila Eliška B. strategii zaplňování, opírala se přitom o vizuální a akustický kanál. Má tedy vytvořené separované modely obou čísel a obě čísla chápe jako procesy.

Pro vytvoření generických modelů čísla 9 a čísla 11 je důležitá další práce s modely těchto čísel (počítadlo, manipulace s předměty), aby dívka do těchto čísel získala vhled. Za přínosné považují zařazení činností, při kterých by čísla flexibilně skládala ($5 + 4$, $3 + 6$, $5 + 6$, $4 + 7$) a rozkládala. Tím by došlo k upevnění chápání čísla jako proceptu.

Ilustrace 4 – Tereza

5. experiment

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (1 s).

6. experiment

Tereza otočí kartu s číslem 5. Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Stejnou rukou přidá jeden dvojkový hranolek (4 s).

7. experiment

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek, položí na kartu (4 s) a stejnou rukou k němu hned přidá jeden jednotkový hranolek (2 s).

8. experiment

Otočí kartu s číslem 5. Řekne: „Pět.“ Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme najednou tři jednotkové hranolky a položí na kartu (5 s).

Na konci 1. ročníku převažuje u Terezy procesuální chápání čísla 5. Průběh experimentů (zejména použití strategie odvozených faktů v 5. experimentu) nasvědčuje tomu, že dívka má do čísla vhléd, umí ho flexibilně skládat ($2 + 2 + 1$, $3 + 2$, $4 + 1$, $2 + 1 + 1 + 1$). Má vytvořený generický model čísla 5.

Edukační doporučení: Pro Terezu jsou důležité aktivity, které by vedly k upevnění proceptuálního chápání čísla 5, tedy činnosti, kde by číslo skládala pomocí dvou sčítanců ($2 + 3$, $1 + 4$).

Tabulka 16 uvádí přehled počtu dětí v procentech, které mají na konci prvního ročníku vytvořené generické či separované modely zkoumaných čísel. Žáky, u kterých nebylo možné jednoznačně určit, zda mají vytvořené generické modely daných čísel, jsem zařadila mezi ty, kteří mají zatím vytvořené pouze separované modely čísel.

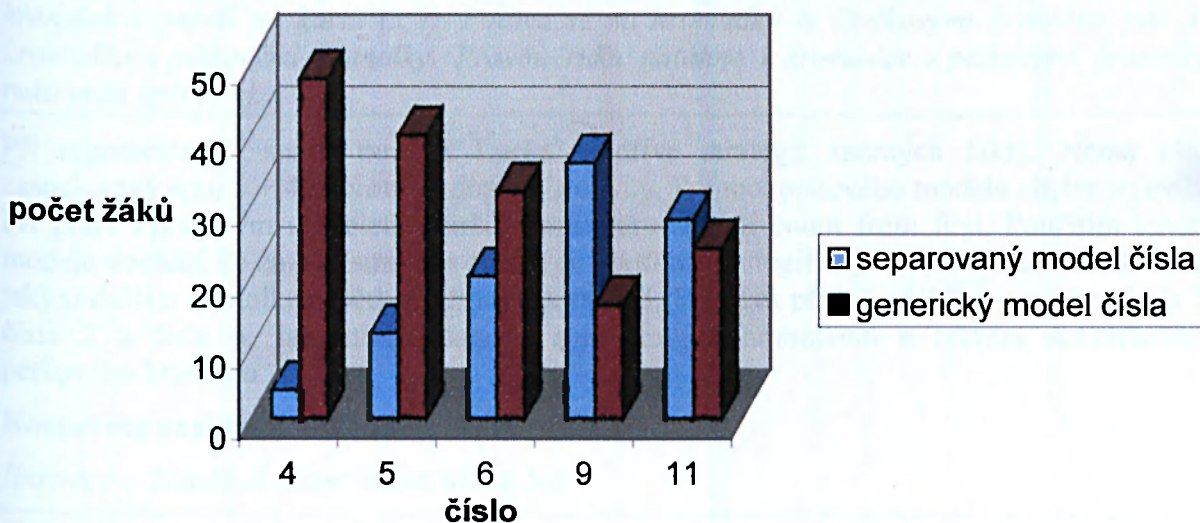
Tab. 16: Separované a generické modely jednotlivých čísel

Číslo	Počet žáků v %, kteří mají vytvořený	
	separovaný model čísla	generický model čísla
číslo 4	8	92
číslo 5	23	77
číslo 6	38	62
číslo 9	69	31
číslo 11	54	46

V uvedeném vzorku dětí se objevili žáci, kteří na konci prvního ročníku nemají ještě vytvořené generické modely čísla 4 a čísla 5 (graf 8). To jsou čísla v oboru do pěti, o kterých se předpokládá, že je děti zvládají již v předškolním období nebo získají do nich vhléd v průběhu první poloviny školního roku.

Největší úskalí vidím ve vytvoření generického modelu čísla 9 (graf 8). V době, kdy probíhal 7. a 8. experiment, znaly děti uspořádanou řadu čísel do 20 a v tomto číselném oboru prováděly operace sčítání a odčítání bez přechodu desítky (viz kap. 3.2.2.4 a kap. 3.2.2.5). Provést enaktivní reprezentaci čísla 11 pomocí Cuisenairových hranolků se mi zdálo náročnější než provádět enaktivní reprezentaci čísla 9. Ukázalo se však, že vhléd do čísla 11 má více dětí než vhléd do čísla 9 (graf 8). Problémy s reprezentací čísla 9 měly i děti charakterizované třídními učitelkami jako nadprůměrné, neboť se opíraly o akustický nebo haptický kanál.

Graf 8: Separované a generické modely čísel



3.3.2.4 Soubor kognitivních fenoménů

V následujícím textu sumarizuji soubor kognitivních fenoménů doprovázejících enaktivní reprezentace čísla v experimentech 4 až 8:

- kooperace haptické a vizuální percepce
- kooperace enaktivní a ikonické reprezentace
- kooperace enaktivní a verbální a auditivní reprezentace
- interference mezi kvalitativním a kvantitativním chápáním čísla
- sémanticky⁵ chybné vnímání čísla
- podpora enaktivní reprezentace haptickou percepcí
- podpora enaktivní reprezentace vizuální percepcí

Pomocí uvedených jevů provedu analýzu některých experimentů, abychom o daných fenoménech získali další poznatky.

Kooperace haptické a vizuální percepce

Ilustrace – Lucka, 8. experiment

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (5 s). Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (3 s). Na pravé ruce postupně po jednom odpočítá a zvedne pět prstů. Pravou rukou vezme z karty jeden pětkový hranolek a vrátí ho na hromádku (5 s). Levou ruku natáhne k hromádce s jednotkovými hranolky, dotkne se jednoho, ruku zvedne a přesune k hromádce s dvojkovými hranolky. Vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (5 s). Dívá se na oba hranolky na kartě. Pravou rukou vezme

⁵ Ve shodě s Psychologickým slovníkem (Hartl, Hartlová, 2000) budeme slovo „sémantický“ chápat jako „týkající se významu slov a řeči“.

z karty jeden dvojkový hranolek a vrátí ho zpět na hromádku (2 s). Pravou rukou dvakrát ťukne na pětkový hranolek na kartě. Pravou ruku natáhne k hromádce s dvojkovými hranolky, ruku přemístí od této hromádky k hromádce se čtyřkovými hranolky, vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (5 s). Podívá se na hromádku se čtyřkovými hranolky, pak na hromádku s pětkovými hranolky. Pravou ruku natáhne k hromádce s pětkovými hranolky, ruku vrátí zpět (3 s).

Při reprezentaci čísla 9 použila Lucka nejdříve strategii známých faktů. Nemá však zasociovaný spoj $5 + 4$, a proto se dopustila chyby. Pomocí prstového modelu chybu objevila. Při práci s prstovým modelem použila proceduru sčítání count from first. Použitím tohoto modelu dochází ke změně strategie známých faktů na strategii zaplňování M. Lucka zkoumá, jakým dalším hranolkem pětkový hranolek doplní. Využívá přitom vizuální percepce čísla 5, čísla 2 a čísla 4, taktilního kontaktu s dvojkovým hranolkem a taktilní dokumentace pětkového hranolku.

Kooperace enaktivní a ikonické reprezentace

Ilustrace – Tomáš, 4. experiment, úloha 5a)

Tomáš odkryje kartu s číslem 4, drží ji v levé ruce. Pravou rukou se natahuje po trojkovém hranolku. Pak ruku přemístí ke hromádce s jednotkovými hranolky. Odpočítá po jednom čtyři jednotkové hranolky. Položí je na kartu s číslem a uspořádá je do číselné figury, jaká je na hrací kostce. Pomáhá si přitom levou rukou (6 s).

Při reprezentaci čísla 4 dochází ke změně strategie. To, že Tomáš nejdříve sáhl po trojkovém hranolku, může nasvědčovat tomu, že chtěl zvolit složitější strategii, možná strategii zaplňování V nebo strategii známých faktů. Důvodem změny strategie na jednodušší strategii počítání po jedné mohla být obava z numerické chyby, kterých se Tomáš podle paní učitelky často dopouští. Enaktivní reprezentace čísla 4 byla spojena s ikonickou reprezentací tohoto čísla. Změna strategie a kooperace mezi enaktivní a ikonickou reprezentací svědčí o tom, že Tomáš zatím nemá vytvořený generický model čísla 4, ale pouze model separovaný, číslo chápe jako proces a nemá do něho vhléd. Strukturu čísla 4 teprve buduje.

Kooperace enaktivní a verbální a auditivní reprezentace

Za verbální a auditivní reprezentaci čísla budu považovat následující verbální projevy:

- při reprezentaci čísla dítě počítá nahlas nebo potichu, např. při reprezentaci čísla pět počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět.“
- při reprezentaci čísla řekne dítě nahlas nebo potichu příslušný spoj, např. při reprezentaci čísla 5 řekne: „Tři plus (resp. a) dva rovná se (resp. je) pět.“
- pokud dítě řekne nahlas nebo potichu „Pět“, nebudeme toto považovat za verbální a auditivní reprezentaci čísla, ale pouze za přečtení symbolického zápisu čísla.

Ilustrace – Vojta, 8. experiment

Otočí kartu s číslem 11. Řekne: „Jedenáct.“ Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek, nese ho ke kartě, řekne: „To je...“, hranolek položí na kartu, řekne: „Šest.“ (5 s). Řekne: „A pět“, pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Při reprezentaci čísla 11 použil strategii známých faktů. Enaktivní reprezentace čísla 11 je spojena s verbální a auditivní reprezentací tohoto čísla. Číslo 11 chápe Vojta jako procept.

Tab. 17: Absolutní četnost výskytu kooperace enaktivní a verbální a auditivní reprezentace

	4. experiment	5. experiment	6. experiment	7. experiment	8. experiment
číslo 4	1		9	2	1
číslo 5	1	4	4	8	7
číslo 6	4	4	16	12	10
číslo 9			26	18	20
číslo 11				11	20

Vyšší četnost používání akustického kanálu v šestém, sedmém a osmém experimentu může u čísla 6 souviset s tím, že děti začaly ve větší míře používat strategii známých faktů.

Interference mezi kvalitativním a kvantitativním vnímáním čísla

Ilustrace 1 – Jirka, 4. experiment, úloha 5a)

Jirka otočí kartu s číslem 4. Těká očima zleva doprava a zpět po hromádkách s hranolky a po kartě s číslem. Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (4 s). Otočí kartu s číslem 6. Znovu těká očima zleva doprava po hromádkách s hranolky (6 s). Sáhne po dvojkovém hranolku levou rukou a pravou natahuje ke hromádce s trojkovými hranolky. Zarazí se. Prohlíží si trojkový hranolek položený na kartě s číslem 4. Pravou rukou ho uchopí a vrátí zpět na hromádku (8 s). Do levé ruky vezme dva dvojkové hranolky a položí na kartu s číslem 4 (2 s). Levou ruku vrátí k hromádce s dvojkovými hranolky, vezme dva, než však s nimi zvedne ruku, opět pohlédne na kartu s číslem 4 (4 s). Dva dvojkové hranolky ponechá na místě, levou ruku přemístí k hromádce jednotkových hranolků. Odpočítá po jednom šest těchto hranolků a dá je na kartu s číslem 6 (7 s).

Při reprezentaci čísla 4 použil Jirka strategii známých faktů. Došlo k vizuální percepci čísla 1, čísla 2 a čísla 3. Jirka nepřemýšlel nad hodnotou hranolku. Zvolil takový hranolek, který „se vejde“ do čísla 4, hranolek trojkový. Číslo vnímal kvalitativně, čas potřebný k vyjádření této kvality jsou 4 s. Během reprezentace čísla 6 a při vizuální percepci čísla 3 došlo ke strukturaci. Jirka začal číslo vnímat kvantitativně, na uvědomění si kvantity potřeboval 11 s. Má vytvořený generický model čísla 4. Toto číslo chápe jako procept. Do čísla 4 má vhléd.

Během reprezentace čísla 6 došlo ke změně strategie. Jirka nejdříve vzal dva dvojkové hranolky. Během vizuální percepce čísla 4 si Jirka uvědomil, že tyto hranolky reprezentují číslo 4, nikoliv číslo 6, a proto změnil strategii na strategii počítání po jedné.

Ilustrace 2 – Jenda, 6. experiment

Jenda otočí kartu s číslem 5. Nahlas řekne: „Pět.“ Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek, pravou rukou jeden dvojkový hranolek a současně položí na kartu (6 s). Levou rukou opět vezme jeden jednotkový hranolek (2 s) a položí na kartu, pravou rukou přidá jeden dvojkový hranolek (3 s). Během celé manipulace potichu počítá. Když položí poslední hranolek, řekne: „Pět.“

Otočí kartu s číslem 6. Nahlas řekne: „Šest.“ Levou rukou vezme dva dvojkové hranolky, položí je na kartu, řekne: „Čtyři.“ (5 s) Stejnou rukou vezme další dva dvojkové hranolky a položí je na kartu. Řekne: „Pět.“ (2 s) Levou rukou přidá jeden jednotkový hranolek a řekne: „Šest“. (1 s)

J01: Mám to.

E01: Zkontroluj, jestli máš dobře zapláceno.

J02: (Sáhne najednou na všechny hranolky na kartě s číslem 5.) Pět. (Sáhne najednou na všechny hranolky na kartě s číslem 6.) Šest.

E02: Ty červený, ty s tím červeným proužkem, to je kolik? Když se podíváš na číslo pět?

J03: (Provádí taktilní dokumentaci dvojkových hranolků na kartě s číslem 6, 3 s.) Dvě koruny.

E03: Dvě koruny. Takže u čísla pět?

J04: (Dotkne se dvěma prsty pravé ruky dvou dvojkových hranolků na kartě s číslem 5.) Čtyři. (Jedním prstem se dotkne jednoho jednotkového hranolku.) Jé. (Jeden jednotkový hranolek odebere.), (2 s).

E04: Takhle by to mělo být. No a u čísla šest?

J05: (Sáhne levou rukou na dva dvojkové hranolky na kartě s číslem 6.) Čtyři. (Dotkne se dalších dvou dvojkových hranolků a odebere jeden jednotkový.), (4 s).

E05: Ta červená jsme říkali, že jsou ...

J06: Dvě.

E06: Takže kolik tam máš dohromady?

J07: (Levou rukou se dotýká zvlášť každého hranolku, potichu počítá, odebere jeden dvojkový hranolek, 5 s) Tak.

Při reprezentaci čísla 5 použil strategii známých faktů. Dopustil se chyby. Všechna čísla, která používal pro reprezentaci, vnímal kvalitativně. Po upozornění experimentátorky a při následné taktilní dokumentaci dvojkových hranolků, jak je popsáno ve výpovědi J03, a při taktilním kontaktu s dvojkovými a jednotkovými hranolky, jak uvádí výpověď J04, dochází ke strukturaci a Jenda chybu odstraní. Enaktivní reprezentace čísla 5 je spojena s verbální a auditivní reprezentací tohoto čísla. Jenda má vytvořený separovaný model čísla 5. Toto číslo chápe jako proces. Nemá do něho vhléd. Strukturu čísla 5 teprve buduje.

Při reprezentaci čísla 6 použil Jenda strategii odvozených faktů. Dva dvojkové hranolky reprezentují číslo 4, tento fakt vyplývá z výpovědi: „Čtyři.“ Stejný typ reprezentace použil Jenda v předchozí úloze při reprezentaci čísla 4. Poté se dopustil chyby. Číslo 6 je větší než číslo 4, je třeba přidat další hranolky. Jenda vybral dva dvojkové hranolky, které podle výpovědi: „Pět.“ vnímá kvalitativně. Chybou je také přidání jednotkového hranolku, jehož kvantitu si podle výpovědi: „Šest“ Jenda uvědomuje. Podle výpovědi J05 strukturu čísla 6 zatím chlapec vytvořenou nemá. Při taktilní dokumentaci všech hranolků na kartě s číslem 6 dochází ke strukturaci, Jenda začíná číslo vnímat kvantitativně a chybu odstraní.

Sémanticky chybné vnímání čísla

Ilustrace – Eliška H., 4. experiment

EL01: (Eliška otočí pravou rukou kartu s číslem 4, prohlíží si ji, 5 s.) To nevím.

E01: Tak co je to za číslo?

EL02: Čtyři.

E02: Polož si to na stůl a zkus to zaplatit.

EL03: (Pravou rukou natáhne ke hromádce trojkových hranolků. Po jedné odpočítá čtyři tyto hranolky, 7 s.) Čtyři. (Hranolky položí na kartu.)

EL04: (Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou odpočítá po jednom šest trojkových hranolků a položí je na kartu, 9 s.) Šest.

EL05: (Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou odpočítá po jednom pět trojkových hranolků a položí je na kartu, 8 s.) Pět.

Sémanticky uchopila Eliška číslo 3 nesprávně. Trojkový hranolek volí proto, že je to největší z nabízených hranolků. Důvodem může být i hledisko vzdálenosti, trojkové hranolky byly nejbližší její pravé ruce. Lze říci, že z pohledu dívky použila při reprezentaci všech sledovaných čísel strategii počítání po jedné. Enaktivní reprezentace každého čísla byla spojena s jeho verbální a auditivní reprezentací. Každé s čísel 4, 5, 6 chápe Eliška jako proces. Do žádného z čísel nemá vhléd. Strukturu každého čísla teprve buduje.

Podpora enaktivní reprezentace haptickou percepcí

Ilustrace – Ondřej, 8. experiment

Otočí kartu s číslem 11. Pravou rukou se dotkne jednoho šestkového hranolku. Posune ho z hromádky, pustí ho (2 s). Vezme ho znovu do ruky. Ruku s hranolkem přesune k hromádce s pětkovými hranolky, vezme jeden pětkový hranolek a oba hranolky současně položí na kartu (3 s).

Při reprezentaci čísla 11 použil Ondra strategii známých faktů. Během taktilního kontaktu se šestkovým hranolkem přemýšlel nad procedurou, kterou zvolí pro reprezentaci. Vybral reprezentaci využívající proceduru přičítání k většímu číslu (tzv. načítání). Ondra má vytvořený generický model čísla 11. Toto číslo chápe jako procept.

Tab. 18: Absolutní četnost výskytu podpory enaktivní reprezentace haptickou percepcí

	4. experiment	5. experiment	6. experiment	7. experiment	8. experiment
číslo 4	12	4	3		
číslo 5	8			3	3
číslo 6	9			2	
číslo 9			3		12
číslo 11				4	8

Ctvrtý experiment začínaly děti reprezentací čísla 4. Haptický kanál zde ve velké míře využívaly pro bližší seznámení s Cuisenairovými hranolky. V osmém experimentu souvisí používání haptického kanálu s tím, že děti měly vytvořené pouze separované modely čísla 9 (viz kapitola 3.3.2.3).

Podpora enaktivní reprezentace vizuální percepcí

Ilustrace – Tomáš, 8. experiment

Otočí kartu s číslem 9. Sleduje hromádky zprava doleva (3 s). Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Při reprezentaci čísla 9 použil Tomáš strategii známých faktů. Během vizuální percepcie čísla 6, čísla 5, čísla 4, čísla 3, čísla 2 a čísla 1 přemýšlel, jakou proceduru operace sčítání zvolí. Vybral proceduru přičítání k menšímu číslu. Tomáš číslo 9 chápe jako procept. Stále se opírá o vizuální kanál.

Tab. 19: Absolutní četnost výskytu podpory enaktivní reprezentace vizuální percepce

	4. experiment	5. experiment	6. experiment	7. experiment	8. experiment
číslo 4	29	42	20	7	9
číslo 5	20	14	14	15	15
číslo 6	18	15	8	20	24
číslo 9			26	18	20
číslo 11				23	20

Používání vizuálního kanálu ve čtvrtém a pátém experimentu může souviset se snahou o bližší seznámení s Cuisenairovými hranolky. V dalších experimentech využívaly děti vizuálního kanálu především k volbě vhodné procedury operace sčítání, přičemž používaly strategii známých faktů (viz kapitola 3.3.2.1).

3.3.2.5 Matematické závislosti

Vyjádříme-li matematicky pomocí spojů operace sčítání reprezentace jednotlivých čísel, můžeme během výzkumné části zaznamenat určitou souvislost s matematickými poznatky.

Tabulky 20 až 24 ukazují přehled spojů, pomocí kterých byla v jednotlivých experimentech reprezentována daná přirozená čísla. Zároveň je zde uvedena relativní četnost výskytu těchto spojů vyjádřená v procentech.

Tab. 20: Číslo 4

Spoj	Relativní četnost (v %)				
	4. experiment	5. experiment	6. experiment	7. experiment	8. experiment
1+1+1+1	39	39	7	7	6
2+2	23	24	31	47	31
3+1	31	16	38	31	54
1+2+1	7	6	-	-	-
1+1+2	-	-	8	-	-
2+1+1	-	7	-	-	-
1+3	-	8	16	15	9

Při reprezentaci čísla 4 používaly děti ve 4. experimentu nejčastěji proceduru, kterou můžeme označit jako sčítání stejných sčítanců, v tomto případě čísla 1. Téměř třetina žáků zvolila proceduru tzv. načítání, tedy přičítání k většímu číslu. Tato procedura se v 8. experimentu objevila u více než poloviny dětí a převažovala i nad procedurou, kterou lze označit jako proceduru sčítání dvou stejných sčítanců – v tomto případě čísla 2.

Tab. 21: Číslo 5

Spoj	Relativní četnost (v %)				
	4. experiment	5. experiment	6. experiment	7. experiment	8. experiment
1+1+1+1+1	46	31	8	6	6
2+3	16	-	-	17	16
3+2	23	54	69	8	31
3+1+1	8	8	-	-	-
2+2+1	7	7	8	-	-
1+2+2	-	-	15	-	-
2+1+1+1	-	-	-	-	6
4+1	-	-	-	62	41
1+4	-	-	-	7	-

Ve 4. experimentu se při reprezentaci čísla 5 nejvíce (téměř u poloviny dětí) vyskytovala procedura sčítání stejných sčítanců (čísla 1). Téměř čtvrtina dětí použila tzv. načítání, v tomto případě přičítání k číslu 3. Tato procedura převažovala také v následujících dvou experimentech. V sedmém experimentu dostaly děti k dispozici kromě jednotkových, dvojkových a trojkových hranolů také hranolky čtyřkové, což ovlivnilo volbu procedury. Žáci používali nejčastěji opět proceduru tzv. načítání, přičítali však k číslu 4, aby více minimalizovali množství počítání, které museli při sčítání provést. V 8. experimentu se ve srovnání se sedmým experimentem počet dětí používajících spoj $4 + 1$ snížil, i když tento spoj stále převažoval, a naopak se zvýšil počet dětí, které pracovaly se spojením $3 + 2$. Poměrně velké zastoupení (16 %) měl spoj $2 + 3$.

Tab. 22: Číslo 6

Spoj	Relativní četnost (v %)				
	4. experiment	5. experiment	6. experiment	7. experiment	8. experiment
1+1+1+1+1+1	42	46	8	6	7
2+2+2	-	9	16	-	-
3+1+1+1	13	-	-	-	-
3+2+1	8	8	14	-	-
3+3	30	32	62	71	39
1+2+3	7	5	-	5	-
4+2	-	-	-	11	31
2+4	-	-	-	7	23

Při reprezentaci čísla 6 měla ve 4. experimentu výrazné postavení procedura sčítání stejných sčítanců – čísla 1. Téměř třetina žáků použila proceduru sčítání dvou stejných sčítanců (čísla 3). Četnost výskytu této procedury se však v průběhu jednotlivých experimentů

zvyšovala až do 7. experimentu, kdy tuto proceduru použily téměř tři čtvrtiny dětí. Možnost přičítat k číslu 4 využilo v tomto experimentu pouze 13 % dětí. V posledním 8. experimentu se téměř vyrovnaly četnosti použití procedury sčítání dvou stejných sčítanců (39 %) a procedury načítání k číslu 4 (31 %). Poměrně velké procento dětí (23 %) zvolilo spoj $2 + 4$ využívající komutativnost operace sčítání.

Tab. 23: Číslo 9

Spoj	Relativní četnost v (v %)		
	6. experiment	7. experiment	8. experiment
1+1+1+1+1+1+1+1+1	17	8	8
5+2+2	22	10	-
6+1+2	-	9	-
6+2+1	17	-	-
6+3	13	23	5
5+4	18	31	77
4+5	-	13	6
1+1+2+5	-	2	-
1+3+5	5	-	-
5+2+1+1	8	4	-
2+2+2+3	-	-	4

Ve volbě procedury při reprezentaci čísla 9 se projevilo především chápání čísla jako procesu. Četnost výskytu čtyř procedur ze sedmi použitých v 6. experimentu byla téměř vyrovnaná a pohybovala se v rozmezí 17 % - 22 %. V 7. experimentu se začala projevovat orientace na proceduru načítání k číslu 5 (spoj $5 + 4$), která byla v 8. experimentu zaznamenána ve více než třech čtvrtinách případů.

Tab. 24: Číslo 11

Spoj	Relativní četnost (v %)	
	7. experiment	8. experiment
5+5+1	26	18
6+5	38	54
5+6	32	24
2+2+2+2+3	2	2
2+2+2+2+2+1	2	2

Při reprezentaci čísla 11 žáci nejvíce využívali proceduru načítání k číslu 6. V 7. experimentu nebyl její výskyt tak výrazný (38 %) ve srovnání s četností použití spoje $5 + 6$ (32 %), ale v 8. experimentu tuto proceduru použila více než polovina dětí, zatímco spoj $5 + 6$ necelá čtvrtina žáků.

Všimněme si nyní některých konkrétních spojů, které se při reprezentaci jednotlivých čísel objevily.

obr. 46 – Aritmetická posloupnost

Spoje 1 + 3, 1 + 4

Pomocí Cuisenairových hranolků lze znázornit prvních deset členů aritmetické posloupnosti s diferencí 1. První člen $a_1 = 1$ (tento člen je reprezentován jednotkovým hranolkem). Další člen dostaneme tak, že k prvnímu členu přidáme diferencí $d = 1$ (tedy jeden jednotkový hranolek). Podle obr. 46 pak pro n -tý člen této posloupnosti platí

$$a_n = a_1 + (n - 1) d.$$

Tedy 4. člen posloupnosti lze vyjádřit jako

$$a_4 = 1 + 3$$

a 5. člen posloupnosti je

$$a_5 = 1 + 4.$$

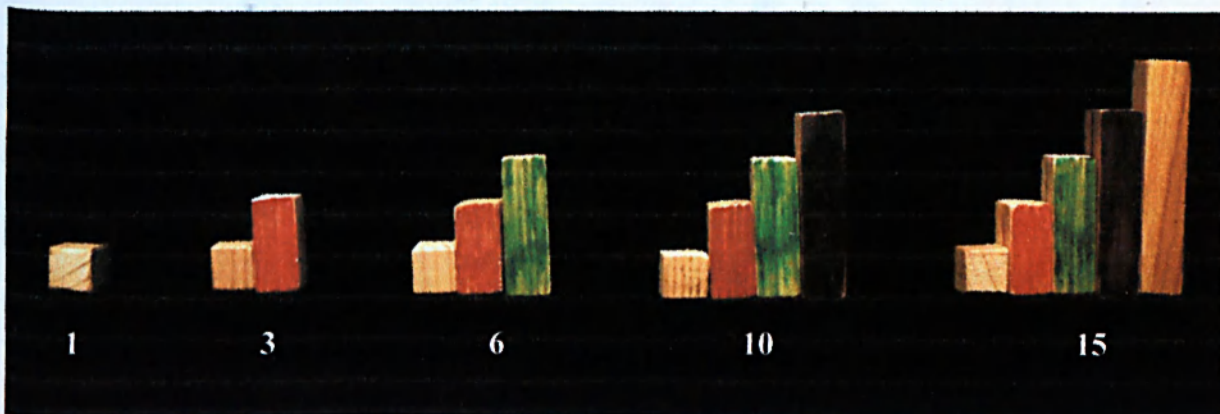
Tedy spoje 1 + 3, 1 + 4 lze chápat jako vyjádření 4. a 5. členu popsané aritmetické posloupnosti.

Spoje 1 + 3, 3 + 1, 3 + 6, 6 + 3

Reprezentaci čísla 4 a čísla 9 pomocí uvedených spojů můžeme chápat jako součet dvou sousedních trojúhelníkových čísel.

Trojúhelníková čísla můžeme zavést pomocí Cuisenairových hranolků způsobem uvedeným na obr. 47.

obr. 47 – Trojúhelníková čísla



Za nejmenší trojúhelníkové číslo bývá v současné době považováno číslo 1 (Kopka, 1999) – pythagorejci nechápali číslo jedna jako číslo trojúhelníkové, ale považovali ho za základní stavební kámen (Bečvář, 1994) – v našem případě reprezentované jednotkovým hranolkem. Tedy $\Delta_1 = 1$. Další trojúhelníková čísla dostaneme z čísla 1 postupným přičítáním čísel 2, 3, 4, 5....(neboli k jednotkovému hranolku postupně přidáváme hranolek dvojkový, trojkový, čtyřkový, pětkový....). Tedy $\Delta_{n+1} = \Delta_n + (n + 1)$ pro $n = 1, 2, 3, \dots$. K lichému číslu 1 přičteme sudé číslo, k jejich součtu liché číslo, k výsledku sudé číslo atd. Budou se tedy opakovat tyto situace

1. sčítáme liché a sudé číslo

Vyjádříme-li liché číslo ve tvaru $2k_1 + 1$, $k_1 \in \mathbb{N}$, a sudé číslo ve tvaru $2k_2$, $k_2 \in \mathbb{N}$, dostaneme

$$2k_1 + 1 + 2k_2 = 2(k_1 + k_2) + 1 = 2b + 1, \text{ kde } b = k_1 + k_2, k_1 \in \mathbb{N}, k_2 \in \mathbb{N},$$

výsledkem je liché číslo.

2. sčítáme dvě lichá čísla

Lichá čísla vyjádříme ve tvaru $2k_1 + 1$, $2k_2 + 1$, $k_1 \in \mathbb{N}$, $k_2 \in \mathbb{N}$ a sečteme je

$$(2k_1 + 1) + (2k_2 + 1) = 2(k_1 + k_2) + 2 = 2b + 2 = 2(b + 1) = 2m, \text{ kde } b = k_1 + k_2 \text{ a } m = b + 1.$$

Výsledkem je sudé číslo.

3. sčítáme dvě sudá čísla

Sudá čísla vyjádříme ve tvaru $2k_1$, $2k_2$, $k_1 \in \mathbb{N}$, $k_2 \in \mathbb{N}$ a sečteme je

$$2k_1 + 2k_2 = 2(k_1 + k_2).$$

Položíme-li $k_1 + k_2 = b$, dostaneme výsledek $2b$, což je číslo sudé.

4. sčítáme sudé a liché číslo

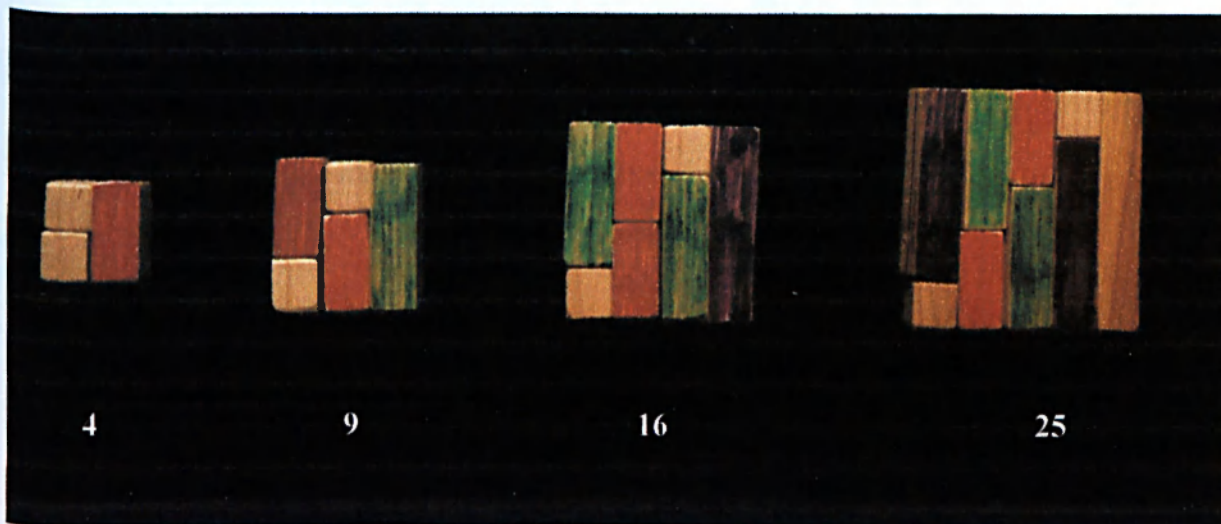
Je-li sudé číslo vyjádřeno ve tvaru $2k_1$, $k_1 \in \mathbb{N}$, a liché číslo ve tvaru $2k_2 + 1$, $k_2 \in \mathbb{N}$, dostaneme

$$2k_1 + 2k_2 + 1 = 2(k_1 + k_2) + 1 = 2b + 1, \text{ přičemž } k_1 + k_2 = b.$$

Lze tedy vyslovit závěr: Sudá a lichá trojúhelníková čísla se střídají po dvou.

Nyní se budeme zabývat součtem dvou sousedních trojúhelníkových čísel. Tento součet by měl být čtvercové číslo. Toto lze demonstrovat také manipulací s Cuisenairovými hranolky (obr. 48).

obr. 48 – Čtvercová čísla



Provedeme důkaz. Nejdříve se pokusíme na základě praktických zkušeností vyvodit vzorec pro výpočet n -tého trojúhelníkového čísla a dokázat ho. Napišeme si několik trojúhelníkových čísel a pokusíme se najít určitou matematickou závislost:

$$\Delta_1 = 1 \quad 1 = \frac{1 \cdot 2}{2}$$

$$\Delta_2 = 3 \quad 3 = \frac{2 \cdot 3}{2}$$

$$\Delta_3 = 6 \quad 6 = \frac{3 \cdot 4}{2}$$

$$\Delta_4 = 10 \quad 10 = \frac{4 \cdot 5}{2}$$

$$\Delta_5 = 15 \quad 15 = \frac{5 \cdot 6}{2}$$

$$\Delta_6 = 21 \quad 21 = \frac{6 \cdot 7}{2}$$

Obecně
$$\Delta_n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}.$$

K vyvození vztahu jsme použili induktivní způsob. Můžeme však postupovat i deduktivně. Využijeme vztahu $\Delta_{n+1} = \Delta_n + (n+1)$. Pak platí

$$\Delta_1 = 1$$

$$\Delta_2 = \Delta_1 + (1+1)$$

$$\Delta_3 = \Delta_2 + (2+1)$$

$$\Delta_4 = \Delta_3 + (3+1)$$

.

.

$$\Delta_n = \Delta_{n-1} + [(n-1)+1]$$

Součtem těchto n rovností dostáváme vztah

$$\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \dots + \Delta_n = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 + \dots + \Delta_{n-1} + 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n.$$

Odtud je po jednoduché úpravě
$$\Delta_n = \frac{n \cdot (n+1)}{2}.$$

Tento vztah dokážeme matematickou indukcí. Pro $n = 1$ vzorec platí, neboť

$$\Delta_1 = \frac{1 \cdot 2}{2} = 1.$$

Předpokládáme tedy, že vzorec platí pro $n = k$, tj.

$$\Delta_k = \frac{k \cdot (k+1)}{2},$$

a dokážeme, že vzorec platí rovněž pro $n = k+1$. Tedy, že platí

$$\Delta_{k+1} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}.$$

Využijeme vztah $\Delta_{n+1} = \Delta_n + (n+1)$. Tedy

$$\Delta_{k+1} = \Delta_k + (k+1) = \frac{k(k+1)}{2} + (k+1) = \frac{k(k+1) + 2(k+1)}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}.$$

Vztah byl dokázán.

Nyní přistoupíme k součtu dvou sousedních trojúhelníkových čísel $\Delta_n + \Delta_{n+1}$, přičemž využijeme výše uvedený a dokázaný vztah. Tedy

$$\Delta_n + \Delta_{n+1} = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n+1)(n+2)}{2} = \frac{(n+1)(2n+2)}{2} = \frac{2(n+1)(n+1)}{2} = (n+1)^2$$

Platí tedy, že součet dvou sousedních trojúhelníkových čísel je číslo čtvercové neboli součet n -tého a $(n+1)$ -ho trojúhelníkového čísla je roven druhé mocnině čísla $(n+1)$, což samozřejmě vyplývá i z obr. 48.

V tabulkách 20 až 24 se však objevují i další zajímavé reprezentace. Čtvercové číslo 9 bylo reprezentováno pomocí jednotkového hranolku, trojkového hranolku a hranolku pětového. Můžeme hovořit o využití spoje $1 + 3 + 5$, který můžeme charakterizovat jako součet prvních tří za sebou jdoucích lichých přirozených čísel. Lze tedy libovolné čtvercové číslo n^2 vyjádřit jako součet prvních n lichých čísel a ? Pak by muselo platit

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 1 + 3 + 5 + 7 + \dots + a_n = n^2.$$

K důkazu použijeme matematickou indukci. Pro $n = 1$ dostáváme, že $1 = 1^2$ a vztah platí. Opět předpokládáme, že vztah platí pro $n = k$, je tedy

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + a_k = k^2,$$

a dokážeme jeho platnost pro $n = k + 1$, tedy

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + a_k + a_{k+1} = (k+1)^2.$$

S využitím předpokladu dostáváme

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + a_k + a_{k+1} = k^2 + a_{k+1}.$$

Vzhledem k tomu, že k -té liché číslo je $2k - 1$, tj. $a_k = 2k - 1$, $k \in \mathbb{N}$, bude $a_{k+1} = 2 \cdot (k+1) - 1$, tedy $2k + 1$, kde $k \in \mathbb{N}$. Poté

$$k^2 + a_{k+1} = k^2 + (2k + 1) = (k+1)^2.$$

Uvedený vztah je dokázán.

Spoje $3 + 3, 2 + 2 + 2$

Ilustrace 1 – Ondřej, 4. experiment, úloha 5a)

Otočí kartu s číslem 6. Divá se na hromádku trojkových hranolků (2 s). Pravou rukou vezme najednou dva tyto hranolky a položí na kartu s číslem. Hranolky uspořádá do tvaru s půdorysem obdélníka (3 s).

Ilustrace 2 – Tereza, 5. experiment, úloha 6a)

Otočí kartu s číslem 6. Do pravé ruky vezme tři dvojkové hranolky a položí na kartu. Hranolky uspořádá do tvaru s půdorysem obdélníka (5 s).

Na obr. 49 jsou obě uvedené reprezentace čísla 6. Děti intuitivně vyjádřily fakt, že číslo 6 je číslo obdélníkové, podobně jako např. číslo 12 či 20 (obr. 50). Tato čísla lze vyjádřit součinem dvou čísel větších než jedna. Ta z nich, jejichž činitelé se liší o jednu a lze je tedy obecně zapsat ve tvaru $a_n = n(n + 1)$, $n \geq 2$ - v našem případě konkrétně $2 \cdot 3$ (resp. $3 \cdot 2$) - jsou dvojnásobky trojúhelníkových čísel - v našem případě dvojnásobky trojúhelníkového čísla 3.

obr. 49 – Obdélníkové číslo 6 vytvořené dětmi



obr. 50 – Obdélníková čísla 6, 12, 20



Spoj 1 + 2 + 3

Ilustrace – Karolína, 7. experiment, číslo 6

Karolína otočí kartu s číslem 6. Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s). Stejnou rukou k němu přidá jeden dvojkový hranolek (5 s). Na pravé ruce vztyčí nejdříve jeden prst a poté dva prsty najednou (5 s). Levou rukou sáhne po dvojkovém hranolku, pohlédne na pravou ruku se třemi vztyčenými prsty, ruku přesune k hromádce s trojkovými hranolky, vezme jeden a položí na kartu (7 s).

obr. 51 – Dokonalé číslo 6



Karolína vyjádřila číslo 6 jako součet čísla 1, čísla 2 a čísla 3, tedy součtem všech dělitelů čísla 6, které jsou menší než číslo samo. Takové číslo nazýváme číslo dokonalé. Dokonalost čísla můžeme znázornit pomocí Cuisenairových hranolky nebo figurálních čísel (obr. 51).

Některé partie této kapitoly mohou sloužit jako inspirace pro učitele 1. stupně k práci s talentovanými žáky. Na základě manipulace s Cuisenairovými hranolky se mohou děti seznámit s trojúhelníkovými, čtvercovými a obdélníkovými čísly a nalézt vztahy mezi nimi.

3.4 Aplikace fenoménů

Z uvedených analýz vyplývá několik doporučení:

1. V prvním ročníku klást důraz při vytváření představy přirozených čísel na číslo 9.

Vytváření generického modelu tohoto čísla bude zřejmě probíhat ještě na začátku 2. ročníku spolu s upevněním představy přirozených čísel ve druhé desítce. Je třeba zařazovat aktivity

vedoucí k představě čísel jako proceptu, tedy využívat různých rozkladů čísel na dva sčítance. Konkrétní ukázky aktivit jsou uvedeny v příloze 11.

2. Pro vytvoření generických modelů čísel využívat ještě ve větší míře manipulace s předměty (práce s knoflíky, fazolemi, počítadlem, kostkami), do určité míry umožnit dětem používat prstový model.

Doporučení se týká učitelů prvního stupně i autorů učebnic. V některých současných učebnicích matematiky pro 1. stupeň základního vzdělávání se na manipulativní činnost klade velký důraz, v některých titulech je tento způsob práce se žáky stále trochu opomíjen. Poznatky ze sond prováděných před začátkem výzkumu byly aplikovány v učebnicích matematiky pro 1. ročník a 2. ročník ZŠ (Coufalová, a kol., 2001).

Vhodnou pomůckou pro manipulaci se během výzkumu ukázaly Cuisenairovy hranolky, které však nejsou dostupné z domácích zdrojů. Při experimentech byly použity jednak modifikované a pro tento účel vyrobené Cuisenairovy hranolky, jednak hranolky originální zapůjčené Mgr. Magdalenou Krátkou-Prokopovou z UJEP v Ústí nad Labem, která je přivezla ze svého studijního pobytu v zahraničí. Na našem trhu jsou k dispozici pouze hranolky, jež jsou obdobou proužkového počítadla (viz kapitola 3.2.2.1). Cuisenairovy hranolky umožňují učitelům upřesnit chápání čísla, neboť při manipulaci s hranolkami je zřetelně odlišeno používání strategie počítání po jedné od jiných typů strategií.

S výsledky výzkumu jsem seznámila formou přednášky učitele 1. stupně základní školy, na které byly experimenty prováděny. Další učitelé veřejnosti referují o výzkumu prostřednictvím seminářů, kam zařazují konkrétní aktivity uvedené v odstavcích 1. a 2.

3. Aplikovat výsledky výzkumu do matematických předmětů studentů učitelství 1. stupně ZŠ na Fakultě pedagogické ZČU.

Experimentátorská činnost ovlivnila můj přístup k výuce matematiky studentů učitelství 1. stupně. Před začátkem výzkumu jsem se více zaměřovala na to, aby budoucí učitelé zvládli matematiku a didaktiku matematiky především po stránce obsahové. Aby tedy měli matematické znalosti na určité úrovni a dovedli vhodným způsobem předávat své vědomosti svým žákům. Postupně s rozvojem výzkumné činnosti jsem začala usilovat o to, aby se studenti zamýšleli nad tím, co se odehrává v myšlení žáka, aby se pokoušeli jeho činnost analyzovat a hledat příčiny určitého chování. Do předmětu Matematika s didaktikou (část aritmetika) v 1. a 2. ročníku jsem zařadila témata týkající se poznávacího procesu v matematice. Při sledování videozáznamů získaných v jednotlivých experimentech se studenti učí analyzovat kognitivní fenomény doprovázející proces vytváření pojmu přirozené číslo, seznamují se konkrétně s tvorbou separovaných a generických modelů.

4. Využití spojů pro hledání matematických závislostí.

Cuisenairovy hranolky jsou vhodnou pomůckou pro reprezentaci figurálních čísel. Toto téma lze zařadit při práci s talentovanými žáky. Na základě manipulace s těmito hranolkami zavedeme s dětmi trojúhelníková, čtvercová a obdélníková čísla a seznámíme je se vztahy mezi nimi.

4 Závěr

4.1 Hlavní výsledky a přínos práce

Práce je zaměřena na zkoumání některých kognitivních mechanismů v oblasti budování představy přirozeného čísla u žáků 1. ročníku prvního stupně základní školy. Přínos práce vidím především v tom, že se výzkum opíral o manipulativní činnost dětí, která je pro tento věk potřebná a v poznávacím procesu dítěte hraje důležitou roli.

Za nejdůležitější výsledky považuji:

1. Popis jednotlivých strategií, které děti používaly při reprezentaci přirozených čísel prostřednictvím manipulace s Cuisenairovými hranolky;
2. Popis toho, jakým způsobem se při manipulaci s Cuisenairovými hranolky projevuje chápání čísla jako procesu, konceptu, a proceptu;
3. Pozorování a popis postupného přechodu od vnímání čísla jako procesu ke vnímání čísla jako proceptu, zjištění, u kterých čísel na konci 1. ročníku převažuje chápání jako procesu či proceptu;
4. Sledování toho, jakým způsobem se vytvářejí generické modely uvedených čísel, zjištění, že generický model čísla 9 u většiny dětí v uvedeném vzorku není na konci 1. ročníku vytvořený;
5. Popis některých kognitivních fenoménů doprovázejících enaktivní reprezentaci přirozeného čísla
 - haptická percepce
 - vizuální percepce
 - ikonická reprezentace
 - verbální a auditivní reprezentace
 - interference mezi kvalitativním a kvantitativním chápáním čísla
 - sémanticky chybné vnímání čísla;
6. Přehled spojů operací sčítání, které děti při enaktivní reprezentaci uvedených čísel používaly, popis těchto spojů z hlediska různých teorií čísel;
7. Možnost využití (byť modifikovaných) Cuisenairových hranolků jako pomůcky na 1. stupni základní školy
 - pro manipulativní činnost dětí
 - pro zavedení figurálních čísel a vyvození jejich vlastností.

4.2 Sebereflexe

Při sestavování jednotlivých úkolů pro experiment jsem na základě předchozích zkušeností se žáky prvního ročníku základní školy předpokládala, že děti budou ochotné se experimentu zúčastnit a že se jim činnost bude líbit. Tento předpoklad se až na malé výjimky potvrdil. Děti byly přátelské a nadšené pro experimenty, které se odlišovaly od každodenních školních činností.

Vlastní realizací experimentu jsem se naučila mnoho nového. Měla jsem možnost děti pozorovat a na základě videozáznamu jejich projevy hlouběji rozebrat, všimnout si důkladněji reakcí a gest.

Nejnáročnější částí výzkumu byla pro mne analýza jevů. Během sond prováděných před vlastním předvýzkumem a výzkumem jsem se soustředila na určitý jev izolovaně. Spojit znalosti získané v oblasti matematiky, pedagogiky a psychologie a mezi získanými informacemi hledat vzájemné souvislosti, které charakterizují projevy dětí v průběhu experimentu, nebylo jednoduché. Jsem si vědoma toho, že ne vždy se mi to podařilo tak, jak bych si přála.

S jednotlivými experimenty a jejich závěry jsem seznamovala laickou i akademickou veřejnost na seminářích a konferencích. O 4. experimentu jsem hovořila v roce 2004 na semináři doktorandů a na konferenci s mezinárodní účastí Cesty (k) poznávání v matematice primární školy (název příspěvku: Vhled do čísla a manipulace s předměty). Příspěvek Prvňáčci a matematika, přednesený téhož roku na 9. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol, čerpal z následujících experimentů a zabýval se tvorbou separovaných a generických modelů. Analýzu fenoménů, projevujících se při reprezentaci čísla pomocí Cuisenairových hranolků, jsem prováděla s kolegy doktorandy na seminářích v roce 2005. Induktivní postup vytváření pojmu přirozeného čísla u Karolíny (viz kap. 3.3.2.3) byl tématem příspěvku Svět aritmetiky malých dětí na konferenci s mezinárodní účastí Induktivní a deduktivní přístupy v matematice v roce 2005. Proces budování představy přirozeného čísla byl obsahem mého vystoupení na Podzimní doktorandské škole v roce 2005 a příspěvku ve sborníku katedry matematiky Matematika VIII v roce 2006 (název: Vytváření pojmu přirozené číslo v 1. ročníku). Fenomény doprovázející enaktivní reprezentaci čísla byly analyzovány v příspěvku Reprezentace přirozeného čísla na konferenci s mezinárodní účastí Matematika jako prostředí pro rozvoj osobnosti žáka primární školy a v příspěvku Představy čísla u dětí prvního ročníku na 10. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol v roce 2006.

4.3 Plán výzkumů v budoucnosti

V průběhu zpracování dizertační práce se postupně objevovaly další problémy, které by bylo vhodné zkoumat. Některé z nich jsem zařadila do seznamu témat vhodných pro diplomové práce studentů učitelství 1. stupně ZŠ (příloha 10). V etapě předvýzkumu jsem se částečně zaměřila na prepojem symetrie. Snažila jsem se zjistit, do jaké míry se smysl dětí pro symetrii projevuje při stavění z kostek. Jak již bylo řečeno, kostky jsou samy o sobě symetrické, což mohlo ovlivnit výsledný tvar stavby. Experimenty budou zjišťovat, jakým způsobem ovlivní volba „stavebního materiálu“ smysl dítěte pro symetrii. Děti v popsáných experimentech vytvářely celou stavbu. Otázkou je, jak se projeví symetrie při odlišném zadání úlohy (dokončení či opravě již postavené části stavby).

Proces budování představy přirozeného čísla je v práci popsán pouze v průběhu 1. ročníku. Zaměřila jsem se na omezený počet čísel v číselném oboru do 20. Další experimenty směřují k doplnění získaných poznatků. Orientují se zejména na čísla v oboru 10 až 20, se kterými se děti seznamují v prvním ročníku. Sondy probíhají i ve 2. ročníku, opírají se o výsledky výzkumů Talla (2001), Hejného (2001, 2006), Jirotkové (2006), Slezákové (2006) a snaží se odpovědět na následující otázky:

- Které ze strategií popsáných v této práci používají žáci při reprezentaci přirozeného čísla také ve 2. ročníku? Jaké nové strategie se objevují?
- Jaká část dětí má na začátku 2. ročníku vytvořené generické modely čísel v oboru do 20? U kterých čísel se při vytváření generických modelů vyskytují problémy?

- Jaké kognitivní fenomény doprovázejí enaktivní reprezentaci vybraných čísel v číselném oboru 20 až 100?
- Jaké spoje používají děti ve 2. ročníku při enaktivní reprezentaci čísel?

Výsledky dosavadních i plánovaných experimentů budou zveřejněny na konferenci s mezinárodní účastí Vyučování matematice z pohledu kompetencí žáka a učitele 1. stupně základního vzdělávání v dubnu 2007, na mezinárodním sympoziu SEMT '07 a na mezinárodní konferenci ICPM '07.

5 Použité citace obrázků

- [1] TICHÁ, M.; HOŠPESOVÁ, A.; KUŘINA, F. Jaké jsou matematické zkušenosti našich dětí při vstupu do školy? *Obecná / občanská škola*, 1995, roč. 1, č. 4, s. 7.
- [2] TICHÁ, M.; HOŠPESOVÁ, A.; KUŘINA, F. Jaké jsou matematické zkušenosti našich dětí při vstupu do školy? *Obecná / občanská škola*, 1995, roč. 1, č. 4, s. 8.
- [3] KUŘINA, F.; HOŠPESOVÁ, A.; TICHÁ, M. Geometrické zkušenosti dětí na počátku školní docházky. *Moderní vyučování*, 1998, roč. 1, č. 4, s. 10.
- [4] KUŘINA, F.; HOŠPESOVÁ, A.; TICHÁ, M. Geometrické zkušenosti dětí na počátku školní docházky. *Moderní vyučování*, 1998, roč. 1, č. 4, s. 11.
- [5] KOUŘIM, J.; HEJL, J.; KUČEROVÁ, J.; KUŘINA, F.; ŠEDIVÝ, O. *Základy elementární geometrie pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Praha: SPN, 1985, s. 56.
- [6] HOŠPESOVÁ, A.; DIVÍŠEK, J.; KUŘINA, F. *Svět čísel a tvarů. Matematika pro 1. ročník*. Praha: Prometheus, 1996. ISBN 80-7196-015-2, s. 44.

6 Seznam použité literatury

- BEČVÁŘ, J. Hrdinský věk řecké matematiky. In BEČVÁŘ, J., FUCHS, E. (ed.) *Sborník historie matematiky I*. Brno: JČMF, 1994, s. 20 - 101.
- BERTRAND, Y. *Soudobé teorie vzdělávání*. Praha: Portál, 1998. ISBN 80-7178-216-5.
- CLEMENTS, D. H.; BATTISTA, M. T.; SARAMA, J.; SWAMINATHAN, S. Development of Students' Spatial Thinking in a Unit on Geometric Motions and Area. *The Elementary School Journal*, 1997, roč. 98, s. 171 - 186.
- CLEMENTS, D. H.; SWAMINATHAN, S.; HANNIBAL, M. A.; SARAMA, J. Young Children's Concepts of Shape. *The Journal for Research in Mathematics Education*, 1999, roč. 30, č. 2, s. 192 - 212.
- CONWAY, J. H.; GUY, R. K. *The Book of Numbers*. New York: Copernicus Books, 2006. ISBN 0-387-97993-X.
- COUFALOVÁ, J.; PĚCHOUČKOVÁ, Š; KASLOVÁ, M. *Matematika. Pracovní učebnice pro první ročník základní školy, část první*. Praha: Fortuna, 2001. ISBN 80-7168-765-0.
- COUFALOVÁ, J.; PĚCHOUČKOVÁ, Š; KASLOVÁ, M.; ŠÍPKOVÁ, P. *Metodická příručka k pracovním učebnicím matematiky v prvním ročníku základní školy*. Praha: Fortuna, 1997. ISBN 80-7168-379-5.
- ČÁP, J.; MAREŠ, J. *Psychologie pro učitele*. Praha: Portál, 2001. ISBN 80-7178-463-X.
- Encyclopædia Britannica 2001* [CD-ROM]. London: britannica.co.uk, 2001. 3 počítačové disky. Požadavky na systém: Pentium 133 MHz; 32 MB RAM; SVGA grafická karta, 16-bit colour; zvuková karta; Windows 95 nebo vyšší.
- FERJENČÍK, J. *Úvod do metodologie psychologického výzkumu: jak zkoumat lidskou duši*. Praha: Portál, 2000. ISBN 80-7178-367-6.
- FONTANA, D. *Psychologie ve školní praxi*. Praha: Portál, 1997. ISBN 80-7178-063-4.
- FROBISHER, L. *Learning to Teach Number (A Handbook for Students and Teachers in Primary School)*. Cheltenham: Nelson Thornes Ltd., 2002. ISBN 0-7487-3515-1.
- GARDNER, H. *Dimenze myšlení: teorie rozmanitých inteligencí*. Praha: Portál, 1999. ISBN 80-7178-279-3.
- GAVORA, P. *Úvod do pedagogického výzkumu*. Brno: Paido, 2000. ISBN 80-85931-79-6.
- GERVASONI, A. Children Learning Number. In *Proceedings of Targeting Excellence. Continuing the Journey*. Melbourne: Education Victoria, 1999, s. 20 - 24.
- GRAY, E. M. Tackling the Problems: An Explanation for Success and Failure. In HEJNÝ, M.; NOVOTNÁ, J. (ed.) *Proceedings of SEMT*. Prague: Charles University, 1999, s. 8 - 13. ISBN 80-86039-86-2.
- GRAY, E. M.; TALL, D. O. Duality, Ambiguity and Flexibility in Successful Mathematical Thinking. In *Proceedings of PME XIII*. Assisi, 1991, s. 72 - 79.
- GRAY, E. M.; TALL, D. O. Duality, Ambiguity and Flexibility: A Proceptual View of Simple Arithmetic. *The Journal for Research in Mathematics Education*, 1994, roč. 26, č. 2, s. 115 - 141.

- GRUSZCZYK-KOLCZYŃSKA, E.; ZIELIŃSKA, E. *Dziecięca matematyka*. Warszawa: Wydawnictwa szkolne i pedagogiczne, 2005. ISBN 978-83-02-07338-9.
- HARTL, P.; HARTLOVÁ, H. *Psychologický slovník*. Praha: Portál, 2000. ISBN 80-7178-303-X.
- HEJNÝ, M. Komunikační a interakční strategie učitele v hodinách matematiky. In HEJNÝ, M.; NOVOTNÁ, J.; STEHLÍKOVÁ, N. (ed.) *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky 1. díl*. Praha: UK - Pedagogická fakulta, 2004, s. 43 - 61. ISBN 80-7290-189-3 (1. sv.).
- HEJNÝ, M. Mechanismus poznávacího procesu. In HEJNÝ, M.; NOVOTNÁ, J.; STEHLÍKOVÁ, N. (ed.) *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky 1. díl*. Praha: UK - Pedagogická fakulta, 2004, s. 23 - 42. ISBN 80-7290-189-3 (1. sv.).
- HEJNÝ, M. Prostředí, která otevírají svět čísel. In *Sborník 10. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol*. Plzeň: Vydavatelský servis, 2006, s. 115-120. ISBN 80-86843-09-2.
- HEJNÝ, M. *Teória vyučovania matematiky 2*. Bratislava: SPN, 1989.
- HEJNÝ, M.; JIROTKOVÁ, D. Svět aritmetiky a svět geometrie. In HEJNÝ, M.; NOVOTNÁ, J.; STEHLÍKOVÁ, N. (ed.) *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky 1. díl*. Praha: UK - Pedagogická fakulta, 2004, s. 125 - 135. ISBN 80-7290-189-3 (1. sv.).
- HEJNÝ, M.; KUŘINA, F. *Dítě škola a matematika. Konstruktivistické přístupy k vyučování*. Praha: Portál, 2001. ISBN 80-7178-581-4.
- HEJNÝ, M.; MICHALCOVÁ, A. *Skúmanie matematického riešiteľského postupu*. Bratislava: Metodické centrum, 2001. ISBN 80-8052-085-2.
- HEJNÝ, M.; STEHLÍKOVÁ, N. *Číselné představy dětí*. Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta, 1999. ISBN 80-86039-98-6.
- HOLT, J. *Proč děti neprospívají*. Volary: Nakladatelství Stehlík, 2003. ISBN 80-902707-6-X.
- HOŠPESOVÁ, A.; DIVÍŠEK, J.; KUŘINA, F. *Svět čísel a tvarů. Matematika pro 1. ročník*. Praha: Prometheus, 1996. ISBN 80-7196-015-2.
- HOŠPESOVÁ, A.; DIVÍŠEK, J.; KUŘINA, F. *Svět čísel a tvarů. Matematika pro 2. ročník*. Praha: Prometheus, 1997. ISBN 80-7196-067-5.
- HOŠPESOVÁ, A.; DIVÍŠEK, J.; KUŘINA, F. *Svět čísel a tvarů. Metodická příručka k výuce matematiky v 1. ročníku základní a obecné školy*. Praha: Prometheus, 1996. ISBN 80-7196-016-0.
- JAGODA, E. On the Understanding of the Concept of Line Symmetry by 10 - 12 Year Old Children. In NOVOTNÁ, J. (ed.) *Proceedings of SEMT*. Prague: Charles University, 2000, s. 156 - 163. ISBN 80-7290-220-2.
- JIROTKOVÁ, D. Budování konceptuálních představ čísla u dětí ve věku 5 – 8 let. In *Sborník 10. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol*. Plzeň: Vydavatelský servis, 2006, s. 143 - 149. ISBN 80-86843-09-2.
- KASLOVÁ, M. *Shodná zobrazení, souměrnosti v aktivitách a hrách dítěte mateřské školy*. Nepublikovaná přednáška pro Pedagogické centrum Plzeň, Plzeň: 2003.
- KOLEKTIV *Encyklopedický slovník*. Praha: Odeon, 1993. ISBN 80-207-0438-8.
- KOLLÁRIKOVÁ, Z.; PUPALA, B. *Předškolní a primární pedagogika*. Praha: Portál, 2001. ISBN 80-7178-585-7.

- KOMAN, M. Pravidelnosti aritmetiky a geometrie číselných dvojčat. In HEJNÝ, M.; NOVOTNÁ, J.; STEHLÍKOVÁ, N. (ed.) *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky 2. díl*. Praha: UK -Pedagogická fakulta, 2004, s. 391 - 407. ISBN 80-7290-189-3 (2. sv.).
- KOMENSKÝ, J. A.. *Didaktika analytická*. Praha: Státní nakladatelství v Praze, 1947.
- KOPKA, J. *Hrozny problémů ve školské matematice*. Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně Ústí nad Labem, 1999. ISBN 80-7044-247-6.
- KOUŘIM, J.; HEJL, J; KUČEROVÁ, J.; KUŘINA, F; ŠEDIVÝ, O. *Základy elementární geometrie pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Praha: SPN, 1985.
- KUŘINA, F. *Deset geometrických transformací*. Praha: Prometheus, 2002. ISBN 80-7196-231-7.
- KUŘINA, F. *Umění vidět v matematice*. Praha: SPN, 1990. ISBN 80-04-23753-3.
- KUŘINA, F.; HOŠPESOVÁ, A.; TICHÁ, M. Geometrické zkušenosti dětí na počátku školní docházky. *Moderní vyučování*, 1998, roč. 1, č. 4, s. 10 - 11.
- KUŘINA, F.; HOŠPESOVÁ, A.; TICHÁ, M. Jaké jsou geometrické zkušenosti dětí na počátku školní docházky? *Obecná / občanská škola*, 1996, roč. 2, č. 7, s. 4 - 7.
- KUŘINA, F; TICHÁ, M; HOŠPESOVÁ, A. Kindererfahrungen und geometrische Vorstellungskraft. In: NEUBRAND, M. (ed.). *Beiträge zum Mathematikunterricht 2000. Vorträge auf der 34. Tagung für Didaktik der Mathematik in Potsdam*. Hildesheim: Verlag Franzbecker, 2000, s. 386 – 389. ISBN 3-88120-314-1.
- LEČKO, I.; FOLTIN, M. *Metodiky počtů v 1. až 5. ročníku*. Praha: SPN, 1956.
- LEHRER, R.; JENKINS, M; OSANA, H. Longitudinal Study of Children's Reasoning about Space and Geometry. In LEHRER, R.; CHAZAN, D. (ed.) *Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space*. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates, 1998, s. 137 -167.
- MAREŠ, J. *Styly učení žáků a studentů*. Praha: Portál, 1998. ISBN 80-7178-246-7.
- MARK-ZIGDON, N; TIROSH, D. Recognition and Production of Number Symbols. What Do Young Children Know About Them? In NOVOTNÁ, J. (ed.) *Proceedings of SEMT*. Prague: Charles University, 2000, s. 228 - 235. ISBN 80-7290-220-2.
- MATOLÍN, A. *Průvodce početního vyučování*. Praha: Státní nakladatelství v Praze, 1923.
- MERRIFIELD, M.; PEARN, C. Mathematics Interventions. In *Proceedings of Targeting Excellence. Continuing the Journey*. Melbourne: Education Victoria, 1999, s. 62 - 70.
- MOČNIK, F. *První početnice pro obecné školy*. Praha: C. k. sklad školních knih, 1884.
- MOČNIK, F. *Vyučování počtům ve škole obecné. Návod pro učitele k početnicím pro obecné školy*. Vídeň: C. k. školní kněhosklad, 1874.
- MRÁZEK, J. *Taje matematiky*. Praha: Práce, 1986.
- NOVÁK, B.; MOLNÁR J. Inspirace ze starých učebnic počtů. In HÍC, P. (ed.) *Sborník konference Induktivne a deduktivne pristupy v matematike*. Trnava: Trnavská univerzita, 2005, s. 177-182. ISBN 80-8082-025-2.
- NOVOTNÁ, J. *Analýza řešení slovních úloh*. Praha: Univerzita Karlova v Praze, Pedagogická fakulta, 2000. ISBN 80-7290-011-0.
- OPRAVILOVÁ, E. *Dítě si hraje a poznává svět*. Praha: SPN, 1988.

- Ottova encyklopedie obecných vědomostí* [CD-ROM]. Praha: Aion CS, s.r.o, 1997. 3 počítačové disky. Požadavky na systém: Pentium 100 MHz; 16 MB RAM; grafický akcelerátor; monitor SVGA 64 tisíc barev; Windows 95 nebo vyšší.
- PERNÝ, J. Geometrické skládky. In COUFALOVÁ, J. (ed.) *Sborník konference Od činnosti k poznatku*. Plzeň: ZČU, 2003, s. 66 - 68. ISBN 80-7082-955-9.
- PIAGET, J. *The Construction of Reality in the Child*. New York: Basic Books, 1954.
- PIAGET, J.; INHELDEROVÁ, B. *Psychologie dítěte*. Praha: SPN, 1970.
- PRŮCHA, J.; WALTEROVÁ, E; MAREŠ, J. *Pedagogický slovník*. 4. aktualiz. vyd. Praha: Portál, 2004. ISBN 80-7178-772-8.
- Přirozené číslo*. *Wikipedie: otevřená encyklopedie* [on-line]. 2004-11-29, [cit. 2006-01-12]. Dostupný na <http://cs.wikipedia.org/wiki/P%C5%99irozen%C3%A9_%C4%8D%C3%ADslo>.
- RESNICK, L. B. Developing Mathematical Knowledge. *American Psychologist*, 1989, roč. 44, č. 2, s. 162 – 169.
- RUISEL, I. *Základy psychologie inteligence*. Praha: Portál, 2000. ISBN 80-7178-425-7.
- SEDLÁČEK, J. a kol. *Slovník školské matematiky*. Praha: SPN, 1981.
- SEDLÁKOVÁ, M. *Vybrané kapitoly z kognitivní psychologie. Mentální reprezentace, mentální modely*. Praha: Grada Publishing, a. s., 2004. ISBN 80-247-0375-0.
- SLEZÁKOVÁ, J. Budování procesuálních představ čísla u dítěte ve věku 5 – 8 let. In *Sborník 10. setkání učitelů matematiky všech typů a stupňů škol*. Plzeň: Vydavatelský servis, 2006, s. 253 - 258. ISBN 80-86843-09-2.
- SWOBODA, E. Structures of Van Hiele' Visual Level in Work of 5 – 7 Years Old Children. In NOVOTNÁ, J. (ed.) *Proceedings of SEMT*. Prague: Charles University, 2000, s. 299 - 307. ISBN 80-7290-220-2.
- TICHÁ, M.; HOŠPESOVÁ, A.; KUŘINA, F. Jaké jsou matematické zkušenosti našich dětí při vstupu do školy? *Obecná / občanská škola*, 1995, roč. 1, č. 4, s. 6 - 9.
- VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. *Assessment and Realistic Mathematics Education*. Utrecht: Utrecht University, 1996.
- VAN HIELE, P. M. *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Orlando: Academic Press, 1986.
- VYGOTSKIJ, L. S. *Myšlení a řeč*. Praha: SPN, 1971.
- VYGOTSKIJ, L. S. *Psychologie myšlení a řeči*. Praha: Portál, 2004. ISBN 80-7178-943-7.
- WELLS, D. *Das Lexikon der Zahlen: Nachrichten von $\sqrt{17}$ bis 3^{1113}* . Frankfurt am Main: Fischer Taschenbuch Verlag, 1990. ISBN 3-596-10135-2.
- WILLIAMS, E; SHUARD, H. *Elementary Mathematics Today: A Resource for Teachers Grades 1 - 8*. London: Addison-Wesley Publishing Company, 1970.
- ŽIDEK, O. Manipulačná činnosť ako prostriedok pri budovaní geometrických predstáv a poznatkov. In COUFALOVÁ, J. (ed.) *Sborník konference Od činnosti k poznatku*. Plzeň: ZČU, 2003, s. 84 - 86. ISBN 80-7082-955-9.

Příloha 1 – Protokol 1. experimentu

Datum: 4. 2. 2000

Doba: 2. vyučovací hodina, 8:55 – 9:40

Místo: 1. ZŠ, Západní ul., Plzeň

Prostředí: učebna, při vyučovací hodině

Přítomni: 19 žáků 1.D, experimentátorka

Poznámka: Experiment proběhl ve třídě, v pátek během hodiny matematiky. Experimentátorka pracovala společně se všemi žáky v zadní části školní třídy na koberci. Dílčí části úlohy řešil jednotlivý žák bez časového omezení. Spolužáci jeho činnost pozorovali.

Úloha 1a) – Bára

Levou rukou odsune stranou dva předměty z hromádky a potichu řekne: „Dva.“ Levou rukou vybere další dva předměty, odsune je stranou. Potichu řekne: „Čtyři.“ Levou rukou odsune další dva předměty stranou a potichu řekne: „Šest.“ Levou rukou odsune dva předměty stranou a potichu řekne: „Osm.“ Levou rukou odsune stranou jeden předmět a řekne: „Devět.“ (11 s)

Úloha 1b) – Zbyněk

Pravou rukou vysune z hromádky postupně po jednom tři předměty (4 s).

Úloha 1c) – Petr

Podívá se na hromádku s předměty (1 s). Pravou ruku položí na čtyři předměty na hromádce (1 s) a najednou je vysune z hromádky (1 s).

Úloha 1d) – Honzík M.

Pravou rukou vysune z hromádky dva předměty. Pravou rukou vysune z hromádky jeden předmět (4 s).

Úloha 1e) – Lukáš

Pravou rukou vysune z hromádky postupně po jednom dva předměty (3 s).

Úloha 1f) – Honzík V.

Pravou rukou vysune z hromádky postupně po jednom pět předmětů (5 s).

Úloha 1g) – Kačenka

Pravou rukou vysune z hromádky postupně po jednom šest předmětů (9 s).

Úloha 1a) – Nikolas

Pravou rukou vysune z hromádky postupně 9 předmětů (10 s).

Úloha 1b) - Iveta

Podívá se na hromádku s předměty (2 s). Pravou ruku položí na tři předměty (2 s) a vysune je najednou z hromádky (2 s).

Úloha 1c) – Roxana

Podívá se na hromádku s předměty (1 s). Pravou ruku položí na čtyři předměty na hromádce (2 s) a najednou je vysune z hromádky (1 s).

Příloha 2 – Protokol 2. experimentu

Datum: 21. 2. – 25. 2. 2000

Doba: 3. vyučovací hodina, 10:00 – 10:45

Místo: 1. ZŠ, Západní ul., Plzeň

Prostředí: učebna, při práci v centrech aktivit

Přítomni: sledovaný žák, experimentátorka

Poznámka: Experiment probíhal od pondělí do pátku třetí vyučovací hodinu v rámci činnosti v centrech aktivit. Daný den úkoly řešili pouze žáci z centra matematiky. Během týdne se postupně vystřídali všichni žáci z vybraného vzorku. Experimentátorka pracovala s každým žákem samostatně v zadní části školní třídy na magnetické tabuli zády k ostatním dětem, které prováděly samostatnou práci v centrech aktivit. Dílčí části úloh řešil jednotlivý žák bez časového omezení.

Zbyněk

Úloha 2a): Pravou rukou umísťuje postupně po jednom předměty na magnetickou tabuli. Nakonec je ještě po jednom přepočítá, každého předmětu se dotkne ukazováčkem pravé ruky (19 s). Pracuje pouze s modrými předměty.

Úloha 2b): Levou rukou vezme jeden předmět a umístí ho na magnetickou tabuli. Pravou rukou vezme další předmět a dá ho na tabuli. Takto postupuje, až umístí 7 předmětů (17 s). Střídá barvy: modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá.

Úloha 3a): Levou rukou vezme jeden předmět a dá na magnetickou tabuli. Pravou rukou vezme jeden předmět a umístí na tabuli. Takto postupuje, až umístí celkem 6 předmětů (14 s). Po jednom předměty přepočítá, předmětů se nedotýká. Pracuje s modrými předměty. Přidá postupně pravou rukou po jednom tři předměty (4 s). Pracuje s modrými předměty.

Úloha 3b): Levou rukou vezme jeden předmět a dá na magnetickou tabuli. Pravou rukou vezme jeden předmět a umístí na tabuli. Takto postupuje, až umístí celkem 9 předmětů (17 s). Pracuje s modrými předměty. Pravou rukou odebere po jednom čtyři předměty (8 s).

Honzík V.

Úloha 2a): Pravou rukou umísťuje postupně po jednom předměty na magnetickou tabuli (18 s). Pracuje pouze s modrými předměty.

Úloha 2b): Pravou rukou umísťuje postupně po jednom předměty na magnetickou tabuli (13 s). Pracuje pouze s modrými předměty

Úloha 3a): Vezme 3 předměty (dva pravou rukou, jeden levou rukou) a umístí na magnetickou tabuli. Poté přidává postupně pravou rukou po jednom tři předměty (9 s). Pracuje pouze s modrými předměty. Pravou rukou přidá najednou tři modré předměty (4 s).

Úloha 3b): Vezme 3 předměty (dva pravou rukou, jeden levou rukou) a umístí na magnetickou tabuli. Poté přidává postupně pravou rukou po jednom šest předmětů (11 s). Pracuje pouze s modrými předměty. Odebere najednou čtyři předměty (dva levou rukou, dva pravou rukou) (4 s).

Lukáš

Úloha 2a): Levou rukou vezme jeden předmět, umístí ho na magnetickou tabuli. Pravou rukou vezme jeden předmět, umístí ho na tabuli. Pak již pracuje pouze pravou rukou, vezme vždy jeden předmět a umístí na tabuli (17 s). Přitom střídá barvy: modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, vezme další předmět růžové barvy, vrátí ho, vezme modrý předmět a pokračuje dále růžová, modrá, růžová.

Úloha 2b): Pravou rukou umísťuje postupně po jednom předměty na magnetickou tabuli (13 s). Střídá barvy: růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová.

Úloha 3a): Levou rukou vezme jeden předmět a umístí na tabuli. Poté pracuje pouze pravou rukou. Dává postupně pět předmětů po jednom na tabuli (10 s). Střídá barvy předmětů: modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová. Pravou rukou dává postupně tři předměty na magnetickou tabuli (7 s). Střídá barvy: modrá, růžová, modrá.

Úloha 3b): Levou rukou vezme jeden předmět a umístí na tabuli. Poté pracuje pouze pravou rukou. Dává postupně osm předmětů po jednom na tabuli (12 s). Střídá barvy předmětů: modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá. Pravou rukou odebere postupně tři předměty (7 s).

Vašek

Úloha 2a): Levou rukou umístí na tabuli po jednom tři předměty. Počítá nahlas: „Jedna, dva, tři.“ Pak používá i pravou ruku a střídavě pravou a levou rukou dává na tabuli po jednom předmětu. Přitom počítá nahlas: „Čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět, deset.“ (14 s) Pracuje pouze s modrými předměty.

Úloha 2b): Levou rukou bere předměty po jednom a umísťuje na tabuli. Nahlas počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm.“ (10 s) Pracuje pouze s modrými předměty.

Úloha 3a): Levou rukou vezme jeden předmět, umístí na magnetickou tabuli. Stejným způsobem umístí všech šest předmětů. Předměty po jednom spočítá, každého se dotkne ukazováčkem levé ruky (13 s). Levou rukou vezme jeden předmět, umístí na magnetickou tabuli. Stejně postupuje u dalších dvou předmětů (5 s). Pracuje pouze s modrými předměty.

Úloha 3b): Levou rukou vezme jeden předmět, umístí na tabuli. Poté pracuje pouze pravou rukou, postupně dává po jednom na tabuli další předměty, až je jich na tabuli devět (12 s). Pracuje pouze s modrými předměty. Pravou rukou odebere postupně po jednom čtyři předměty (4 s).

Filip

Úloha 2a): Pravou rukou bere po jednom předměty a umísťuje je na magnetickou tabuli. Takto umístí všech deset předmětů (19 s). Střídá barvy bez určité pravidelnosti.

Úloha 2b): Pravou rukou bere předměty po jednom a umísťuje je na magnetickou tabuli. Takto umístí všech sedm předmětů (17 s). Střídá barvy bez určité pravidelnosti

Úloha 3a): Pravou rukou dává předměty postupně po jednom na tabuli. Předměty jsou uspořádány do číselné figury čísla 6 jako na hrací kostce (8 s). Pravou rukou dává na magnetickou tabuli postupně po jednom tři předměty. Jsou opět uspořádány do číselné figury, jaká je na hrací kostce (6 s). Střídá barvy bez určité pravidelnosti.

Úloha 3b): Vezme současně dva předměty (jeden do levé, jeden do pravé ruky), umístí je na tabuli. Poté vezme najednou čtyři předměty (dva pravou rukou, dva levou rukou), dá je na tabuli. Vezme dva předměty (jeden do levé ruky, jeden do pravé ruky) a umístí na tabuli. Levou rukou přidá jeden předmět. Během manipulace počítá nahlas: „Dva, čtyři, šest, osm, devět.“ (19 s) Používá modré a růžové předměty bez určité pravidelnosti. Čtyři předměty ubere postupně po dvou (jeden předmět levou rukou, jeden pravou rukou) (4 s).

Karolína

Úloha 2a): Pravou rukou vezme jeden modrý předmět a umístí na magnetickou tabuli. Tento předmět vrátí zpět a dále pracuje pouze s růžovými předměty. Bere předměty po jednom a umísťuje na tabuli (16 s).

Úloha 2b): Pravou rukou bere předměty po jednom a dává je na magnetickou tabuli. Pracuje pouze s růžovými předměty (8 s).

Úloha 3a): Pravou rukou bere předměty po jednom a dává na magnetickou tabuli. Takto umístí všech šest předmětů (8 s). Po jednom pravou rukou přidá tři předměty (5 s). Střídá barvy předmětů: modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá.

Úloha 3b): Pravou rukou dává devět předmětů postupně po jednom na magnetickou tabuli. Po umístění všech předmětů je přepočítá po jednom, každého předmětu se dotkne ukazováčkem pravé ruky (24 s). Pravidelně střídá barvy: modrá, růžová, modrá, modrá, předmět vrátí a nahradí růžovým, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá. Pravou rukou odebírá postupně po jednom čtyři předměty (6 s).

Eliška

Úloha 2a): Pravou rukou umísťuje předměty postupně po jednom na magnetickou tabuli (13 s). Střídá barvy: modrá, modrá, růžová, růžová, modrá, modrá, růžová, růžová, modrá, modrá.

Úloha 2b): Pravou rukou umísťuje předměty postupně po jednom na magnetickou tabuli (10 s). Střídá barvy: modrá, modrá, růžová, růžová, modrá, modrá, růžová.

Úloha 3a): Levou rukou vezme jeden předmět a umístí na tabuli. Pravou rukou vezme další předmět a umístí na tabuli. Střídáním levé a pravé ruky umístí na tabuli po jednom šest předmětů (9 s). Spočítá je po jednom, ukazováčkem pravé ruky se každého předmětu dotkne. Pravou rukou umísťuje na tabuli postupně po jednom tři předměty (5 s). Pracuje s předměty obou barev bez určité pravidelnosti.

Úloha 3b): Levou rukou vezme jeden předmět a umístí ho na magnetickou tabuli. Pravou rukou vezme další jeden předmět a umístí na tabuli. Počítáním po jedné a postupným střídáním levé a pravé ruky umístí na tabuli osm předmětů. Spočítá je po jedné, při tom se dotkne ukazováčkem pravé ruky každého předmětu. Pak přidá pravou rukou jeden předmět (9 s). Používá modré a růžové předměty bez určité pravidelnosti. Čtyři předměty odebere postupně po jednom (6 s).

Bára

Úloha 2a): Do levé ruky vezme jeden předmět, do pravé ruky také jeden předmět, oba předměty dá současně na magnetickou tabuli. Tímto způsobem pokračuje tak dlouho, dokud neumísťí všech deset předmětů. Zároveň s umísťováním předmětů počítá nahlas: „Dva, čtyři, šest, osm, deset.“ (10 s) Pracuje pouze s růžovými předměty.

Úloha 2b): Levou rukou vezme jeden předmět, pravou rukou také jeden předmět, oba předměty umístí současně na magnetickou tabuli. Tímto způsobem umístí na tabuli šest předmětů. Pravou rukou přidá jeden předmět. Během manipulace počítá nahlas: „Dva, čtyři, šest, sedm.“ (8 s) Pracuje pouze s růžovými předměty.

Úloha 3a): Levou rukou vezme jeden předmět, pravou rukou také jeden předmět, oba předměty umístí současně na magnetickou tabuli. Tímto způsobem umístí na tabuli šest předmětů. Během manipulace počítá nahlas: „Dva, čtyři, šest.“ (8 s) Pracuje pouze s růžovými předměty. Levou rukou vezme jeden předmět, pravou rukou také jeden předmět, oba předměty umístí současně na magnetickou tabuli. Pravou rukou přidá jeden předmět. Nahlas počítá: „Dva, tři.“ (4 s) Používá růžové předměty.

Úloha 3b): Levou rukou vezme jeden předmět, pravou rukou také jeden předmět, oba předměty umístí současně na magnetickou tabuli. Tímto způsobem umístí na tabuli osm předmětů. Pravou rukou přidá jeden předmět. Během manipulace počítá nahlas: „Dva, čtyři, šest, osm, devět.“ (12 s) Pracuje pouze s růžovými předměty. Čtyři předměty ubere současně (dva předměty v levé ruce, dva předměty v pravé ruce) (3 s).

Jáchym

Úloha 2a): Používá obě ruce. Do každé ruky vezme jeden předmět a umístí ho na magnetickou tabuli. Pokračuje, dokud neumístí deset předmětů (12 s). Střídá barvy po dvou předmětech: modrá, modrá, růžová, růžová, modrá, modrá, růžová, růžová, modrá, modrá.

Úloha 2b): Používá obě ruce. Do každé ruky vezme jeden předmět a umístí ho na magnetickou tabuli. Takto umístí šest předmětů. Pravou rukou přidá jeden předmět (6 s). Používá obě barvy bez určité pravidelnosti.

Úloha 3a): Do levé ruky vezme dva předměty a umístí na tabuli. Dále používá obě ruce. Pravou vezme jeden předmět, levou jeden předmět a dá na tabuli. Tímto způsobem umístí čtyři předměty (6 s). Používá obě barvy předmětů bez pravidelnosti. Levou rukou vezme dva předměty, umístí je na tabuli. Pravou rukou přidá jeden předmět (4 s). Pracuje s modrými předměty.

Úloha 3b): Pravou rukou vezme současně dva předměty a dá na magnetickou tabuli. Pak pracuje zároveň pravou a levou rukou. Do každé ruky vezme jeden předmět a umístí na tabuli. Takto umístí šest předmětů. Pravou rukou přidá jeden předmět (8 s). Barvy nepravidelně střídá. Čtyři předměty odebere současně oběma rukama (dva předměty v levé ruce, dva předměty v pravé ruce) (4 s). Barvu předmětů nevybírání podle systému.

Honzík M.

Úloha 2a): Pravou rukou vezme jeden předmět a umístí na tabuli. Levou rukou vezme jeden předmět a dá na tabuli. Tímto způsobem umístí deset předmětů (9 s). Střídá barvy: růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá.

Úloha 2b): Vezme současně dva předměty (jeden levou rukou, jeden pravou rukou) a umístí na tabuli. Tímto způsobem umístí celkem šest předmětů, pravou rukou přidá jeden předmět (6 s). Předměty jsou umístěny neuspořádaně, pracuje pouze s modrými předměty.

Úloha 3a): Vezme současně dva předměty (jeden předmět do levé ruky, jeden předmět do pravé ruky) a umístí na tabuli. Tímto způsobem umístí šest předmětů (10 s). Vezme najednou dva předměty (jeden předmět levou rukou, jeden předmět pravou rukou) a dá na tabuli. Pravou rukou přidá jeden předmět (7 s). Pracuje pouze s modrými předměty. Předměty nejsou uspořádány v řadě.

Úloha 3b): Oběma rukama vezme čtyři předměty (dva levou rukou, dva pravou rukou) a dá na magnetickou tabuli. Oběma rukama vezme další tři předměty (dva levou rukou, jeden pravou rukou) a umístí na tabuli. Pravou rukou přidá dva předměty (8 s). Předměty přepočítá po jednom, nedotýká se jich. Pracuje s modrými předměty. Oběma rukama současně odebere čtyři předměty (dva pravou rukou, dva levou rukou).

Šárka

Úloha 2a): Pravou rukou bere postupně po jednom předměty a dává je na magnetickou tabuli (20 s). Střídá barvy: růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá.

Úloha 2b): Pravou rukou bere postupně po jednom předměty a dává je na magnetickou tabuli (15 s). Střídá barvy: růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová.

Úloha 3a): Oběma rukama vezme najednou tři předměty (dva levou rukou, jeden pravou rukou) a umístí je na tabuli. Pravou rukou přidá po jednom tři předměty (8 s). Pracuje s modrými předměty. Pravou rukou odebere postupně po jednom tři předměty (5 s).

Úloha 3b): Vezme současně dva předměty (jeden levou rukou, druhý pravou rukou) a umístí je na tabuli. Takto pokračuje, až umístí osm předmětů. Poslední předmět umístí pravou rukou (8 s). Barvy se pravidelně střídají: růžová, růžová, modrá, modrá, růžová, růžová, modrá, modrá, růžová. Čtyři předměty ubírá stejným způsobem postupně po dvou (4 s).

Iveta

Úloha 2a): Vezme najednou čtyři předměty (do levé ruky dva, do pravé ruky dva) a dá na tabuli. Pravou rukou přidá postupně po jednom zbylých 6 předmětů (13 s). Používá předměty obou barev bez pravidelnosti.

Úloha 2b): Oběma rukama vezme najednou tři předměty (do levé ruky dva, do pravé jeden) a umístí na magnetickou tabuli. Poté pracuje pouze pravou rukou, vezme vždy jeden předmět a umístí ho na tabuli (7 s). Pracuje s růžovými a modrými předměty bez určité pravidelnosti.

Úloha 3a): Vezme najednou tři předměty (dva předměty levou rukou, jeden předmět pravou rukou) a umístí na tabuli. Stejným způsobem vezme další tři předměty (9 s). Používá modré a růžové předměty bez určité pravidelnosti. Vezme najednou tři předměty jako v předchozím postupu a umístí na tabuli (5 s).

Úloha 3b): Vezme najednou čtyři předměty (levou rukou dva předměty a pravou rukou dva předměty) a umístí je na tabuli (4 s). Poté vezme najednou pět předmětů (levou rukou dva předměty, pravou rukou tři předměty) a umístí je na tabuli (5 s). Pravou rukou ubere tři předměty (2 s), pravou rukou ubere jeden předmět (1 s). Pracuje s modrými i růžovými předměty bez určité pravidelnosti.

Petr

Úloha 2a): Oběma rukama současně vezme dva předměty (jeden levou, jeden pravou rukou) a umístí na tabuli. Tímto způsobem umístí celkově šest předmětů. Pravou rukou přidá postupně po jednom čtyři předměty (12 s). Pracuje pouze s růžovými předměty.

Úloha 2b): Oběma rukama vezme najednou dva předměty (levou jeden, pravou také jeden) a dá současně na tabuli. Stejným způsobem umístí na tabuli další dva předměty. Poté pravou rukou dodá postupně po jednom tři předměty (15 s). Střídá barvy: modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá.

Úloha 3a): Oběma rukama vezme najednou dva předměty (levou jeden, pravou také jeden) a dá současně na tabuli. Stejným způsobem umístí na tabuli další dva předměty. Pravou rukou přidá po jednom dva předměty (9 s). Po jednom přidá pravou rukou tři předměty (5 s). Střídá barvy: modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá.

Úloha 3b): Levou rukou vezme jeden předmět a umístí na tabuli. Pravou rukou vezme jeden předmět a umístí na tabuli. Poté až do celkového umístění devíti předmětů pracuje oběma rukama současně. Každou rukou vezme jeden předmět a dá na tabuli. Pravou rukou umístí jeden předmět (10 s). Střídá barvy: růžová, růžová, modrá, modrá, růžová, růžová, modrá, modrá, růžová. Oběma rukama současně odebere dvakrát po dvou předmětech (vždy bere jeden předmět levou rukou a jeden předmět pravou rukou) (5 s).

Kačenka

Úloha 2a): Levou rukou vezme jeden předmět a dá na magnetickou tabuli. Pravou rukou vezme jeden předmět a dá na tabuli. Poté pokračuje pouze pravou rukou. Vezme vždy jeden předmět a umístí na tabuli (21 s). Střídá barvy: růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá.

Úloha 2b): Pravou rukou bere postupně po jednom předměty a dává je na magnetickou tabuli (20 s). Pracuje pouze s růžovými předměty.

Úloha 3a): Dívá se na předměty a přemýšlí (4 s). Vezme najednou tři předměty (levou rukou jeden předmět, pravou rukou dva) a umístí na tabuli. Stejným způsobem vezme další tři předměty (7 s) a další tři předměty (3 s). Střídá barvy bez pravidelnosti.

Úloha 3b): Vezme najednou pět předmětů (levou rukou tři předměty a pravou rukou dva předměty) a umístí je na magnetickou tabuli (5 s). Předměty po jednom spočítá, každého se dotkne ukazováčkem pravé ruky. Poté přidá najednou čtyři předměty (levou rukou dva

předměty, pravou rukou dva předměty) (5 s). Čtyři předměty odebere najednou (levou rukou dva předměty, pravou rukou dva předměty). Střídá barvy bez určité pravidelnosti.

Nikolas

Úloha 2a): Levou rukou vezme jeden předmět. Pravou rukou vezme jeden předmět. Poté pracuje pouze pravou rukou. Bere předměty po jednom a umisťuje je na magnetickou tabuli (19 s). Používá pouze modré předměty.

Úloha 2b): Levou rukou vezme jeden předmět. Pravou rukou vezme jeden předmět. Poté pracuje pouze pravou rukou. Bere předměty po jednom a umisťuje je na magnetickou tabuli. (17 s). Pracuje s růžovými předměty.

Úloha 3a): Levou rukou vezme jeden předmět. Pravou rukou vezme jeden předmět. Pak pracuje pouze pravou rukou a dává předměty postupně po jednom na tabuli (10 s). Pravou rukou dává na magnetickou tabuli postupně po jednom tři předměty (6 s). Střídá barvy: růžová, růžová, modrá, modrá, růžová, růžová, modrá, modrá, růžová.

Úloha 3b): Levou rukou vezme jeden předmět. Pravou rukou vezme jeden předmět. Poté pracuje pouze pravou rukou. Bere předměty po jednom a umisťuje je na magnetickou tabuli. (19 s). Předměty nejsou uspořádané v řadě, střídá barvy nepravidelně. Pravou rukou odebere po jednom čtyři předměty (6 s).

David K.

Úloha 2a): Pravou rukou bere postupně po jednom předměty a dává je na magnetickou tabuli (22 s). Střídá barvy: modrá, modrá, růžová, růžová, modrá, modrá, růžová, růžová, modrá, modrá.

Úloha 2b): Pravou rukou bere postupně po jednom předměty a dává je na tabuli (20 s). Používá modrou a růžovou barvu bez určité pravidelnosti.

Úloha 3a): Pravou rukou bere předměty po jednom a dává na tabuli. Takto umístí všech šest předmětů (10 s). Střídá barvy předmětů: modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová. Po jednom pravou rukou přidá tři růžové předměty (6 s).

Úloha 3b): Pravou rukou dává devět předmětů postupně po jednom na magnetickou tabuli. Střídá barvy bez určité pravidelnosti (16 s). Pravou rukou odebírá postupně po jednom čtyři předměty (6 s).

Roxana:

Úloha 2a): Levou rukou vezme jeden předmět a umístí na magnetickou tabuli. Pravou rukou vezme jeden předmět a dá na magnetickou tabuli. Poté bere předměty po jednom pouze pravou rukou (17 s). Střídá barvy: růžová, modrá, modrá, růžová, modrá, modrá, růžová, modrá, modrá, růžová.

Úloha 2b): Levou rukou vezme jeden předmět a umístí na magnetickou tabuli. Pravou rukou vezme jeden předmět a dá na magnetickou tabuli. Poté bere předměty po jednom pouze pravou rukou (14 s). Střídá barvy bez určité pravidelnosti.

Úloha 3a): Levou rukou vezme jeden předmět a dá na magnetickou tabuli. Pravou rukou vezme jeden předmět a umístí na tabuli. Pak pracuje pouze pravou rukou, umisťuje předměty po jednom, celkem umístí šest předmětů (13 s). Předměty nejsou v řadě, jsou neuspořádané. Pracuje s předměty obou barev bez pravidelnosti. Pravou rukou přidá po jednom tři předměty, jsou rozmístěny neuspořádaně (7 s). Pracuje s předměty obou barev bez pravidelnosti.

Úloha 3b): Vezme najednou dva předměty (levou rukou jeden, pravou rukou jeden) a umístí na tabuli. Tak pokračuje dále, až umístí osm předmětů. Pravou rukou přidá jeden předmět (9 s). Používá obě barvy bez pravidelnosti. Předměty jsou umístěny neuspořádaně. Čtyři předměty ubírá po dvou, levou rukou vezme jeden předmět, pravou rukou také jeden předmět.

David L.

Úloha 2a): Pravou rukou bere postupně po jednom předměty a dává je na magnetickou tabuli. Počítá nahlas: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět, deset.“ (24 s) Střídá barvy: růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá, růžová, modrá.

Úloha 2b): Pravou rukou bere postupně po jednom předměty a dává je na magnetickou tabuli (19 s). Střídá barvy bez určité pravidelnosti.

Úloha 3a): Pravou rukou bere předměty po jednom a dává na tabuli. Takto umístí všech šest předmětů (11 s). Střídá barvy předmětů bez určité pravidelnosti. Pravou rukou přidá po jednom tři předměty (6 s). Použije jen modré předměty.

Úloha 3b): Pravou rukou vezme jeden předmět a umístí na tabuli. Další předměty bere po dvou (jeden levou rukou, jeden pravou rukou). Takto umístí devět předmětů (11 s). Pracuje pouze s růžovými předměty. Pravou rukou ubere dva předměty, poté levou rukou ubere dva předměty (6 s).

Sára

Úloha 2a): Pravou rukou bere předměty po jednom a umísťuje na tabuli. Nahlas počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm, devět, deset.“ (21 s) Pracuje pouze s modrými předměty.

Úloha 2b): Pravou rukou umísťuje postupně po jednom předměty na magnetickou tabuli. Nakonec je ještě po jednom přepočítá, každého předmětu se dotkne ukazováčkem pravé ruky (24 s). Pracuje pouze s modrými předměty.

Úloha 3a): Pravou rukou bere předměty po jednom a umísťuje je na magnetickou tabuli. Umístí šest předmětů, předměty po jednom spočítá, ale nedotýká se jich (15 s). Pravou rukou umístí po jednom tři předměty (6 s). Barvy střídá nepravidelně.

Úloha 3b): Pravou rukou bere předměty po jednom a dává je na magnetickou tabuli (14 s). Barvy střídá nepravidelně. Pravou rukou ubírá po jednom čtyři předměty (6 s).

Příloha 3 – Protokol 3. experimentu

Datum: 14. 6. 2000

Doba: 3. a 4. vyučovací hodina, 10:00 – 11:30

Místo: 1. ZŠ, Západní ul., Plzeň

Prostředí: učebna, při práci v centrech aktivit

Přítomni: sledovaný žák, experimentátorka

Poznámka: Experiment probíhal třetí a čtvrtou vyučovací hodinu v rámci činnosti v centrech aktivit. Experimentátorka pracovala s každým žákem samostatně v zadní části školní třídy na koberci zády k ostatním dětem, které prováděly samostatnou práci v centrech aktivit. Dílčí části úloh řešil jednotlivý žák bez časového omezení.

Úloha 4a)

Nikolas

Nikolas bere kostky po jedné pravou rukou a zároveň staví jednu kostku po druhé. Postupuje od první položené kostky směrem nahoru, po postavení prvního komínu staví druhý, pak postupuje směrem nahoru (27 s). Název stavby: „Brána“.



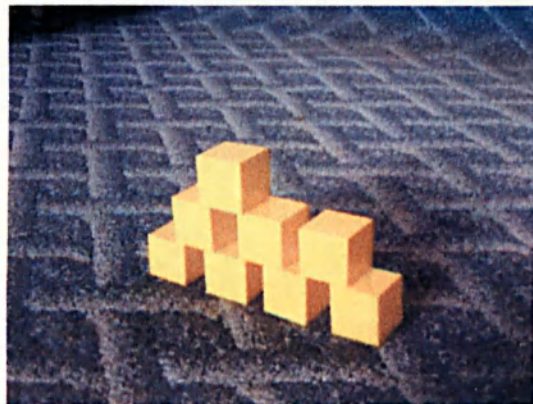
David K.

Bere kostky po jedné levou rukou a zároveň staví jednu kostku po druhé. Postupuje od první položené kostky směrem nahoru. Postaví 7 kostek (22 s), kostky přepočítá po jedné, na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky. Levou rukou přidá jednu kostku (11 s). Název stavby: „Komín“.



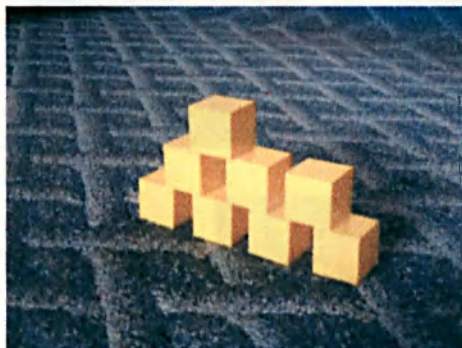
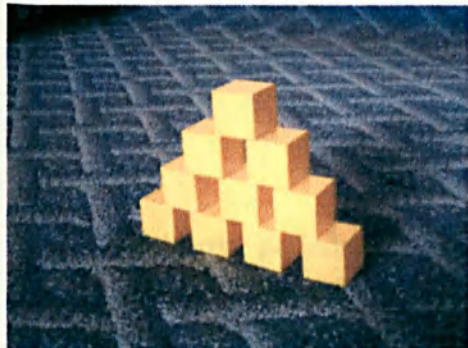
Šárka

Bere kostky pravou rukou po jedné a zároveň po jedné kostky umísťuje na stavbu. Postupuje od první položené kostky směrem doprava a poté staví nahoru jednotlivé řady. Po postavení 6 kostek (13 s) pravou rukou kostky přepočítá, ukazováčkem pravé ruky na každou kostku ukazuje. Poté pravou rukou po jedné přidá 2 kostky (7 s). Název stavby: „Pyramida“.



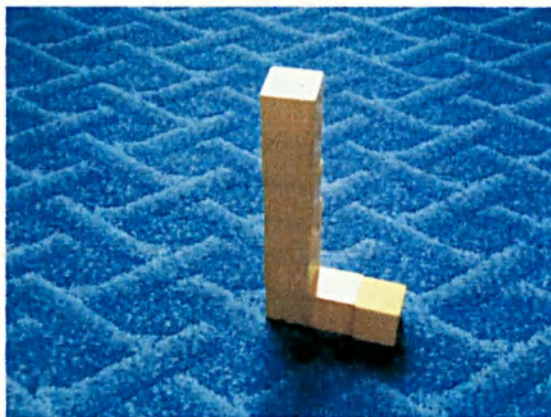
Roxana

Roxana bere kostky po dvou (jednu kostku pravou rukou, jednu kostku levou rukou) a po dvou kostkách také staví. Postupuje od první položené kostky směrem doprava a pak staví nahoru jednotlivé řady. Neustále stavbu upravuje, kostky jí padají. Postaví stavbu z 10 kostek (42 s). Po ukončení stavby pravou rukou kostky přepočítá po jedné a pravou rukou ubere 2 kostky (10 s). Název stavby: „Hrad“.



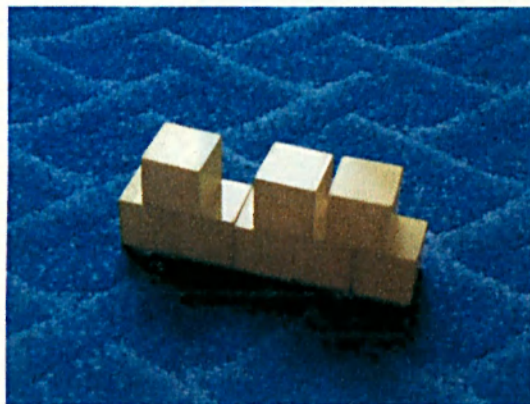
Kačenka

Kačenka si nejdříve po jedné odpočítá levou rukou 8 kostek (10 s). Pravou rukou bere kostky po jedné a staví z nich. Od první položené kostky postupuje směrem doleva, poté nahoru (30 s). Název stavby: „Mašinka“.



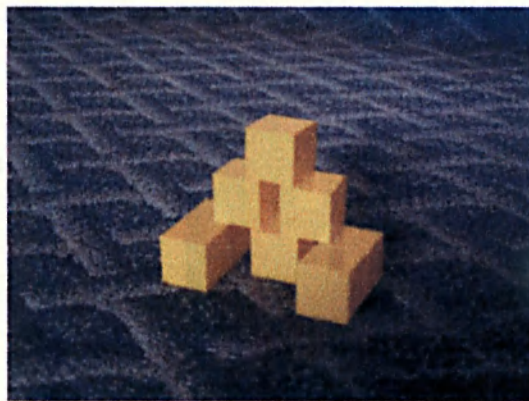
Bára

Bára bere kostky po jedné, pracuje většinou pravou rukou a staví. Postupuje od první položené kostky směrem doprava, poté nahoru a doprava (28 s). Název stavby: „Ohrada“.

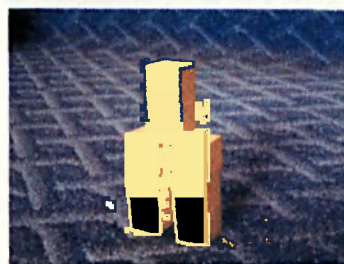


Eliška

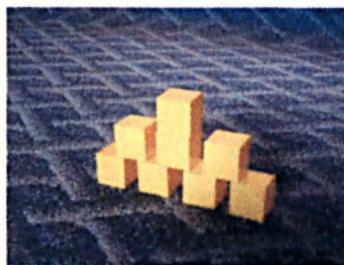
Eliška vezme jednu kostku, postaví ji na podložku. Pak vezme dvakrát po dvou kostkách (jednu kostku levou rukou, jednu kostku pravou rukou) a umístí je do stavby (10 s). Kostky přepočítá po jedné, na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky. Pak přidá po jedné pravou rukou tři kostky. Od první položené kostky postupuje směrem doprava, dozadu a nahoru (11 s). Název stavby: „Orloj“.

**David L.**

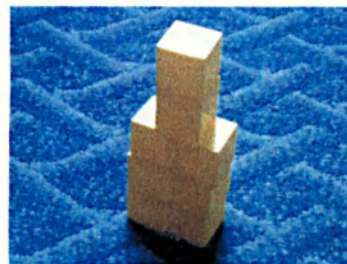
David bere kostky po jedné a zároveň staví. Nepravidelně střídá levou a pravou rukou. Od položení první kostky postupuje doprava a poté nahoru (28 s). Název stavby: „Rozhledna“.

**Honzík V.**

Bere kostky po jedné a zároveň staví. Pravou rukou postaví čtyři kostky vedle sebe do řady směrem doprava. Poté pracuje levou rukou a postupuje směrem nahoru (30 s). Název stavby: „Pyramida“.

**Filip**

Bere kostky po jedné pravou rukou a zároveň staví. Položí první kostku, postupuje dál doprava a poté nahoru. Umístí všech osm kostek. Kostky přepočítá po jedné, na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky (32 s). Název stavby: „Vysílač“.

**Zbyněk**

Bere kostky po jedné a zároveň umísťuje na stavbu. Postaví stavbu ze sedmi kostek (29 s). Kostky přepočítá po jedné. Na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky. Pravou rukou přidá jednu kostku (6 s). Název stavby: „Zed“.

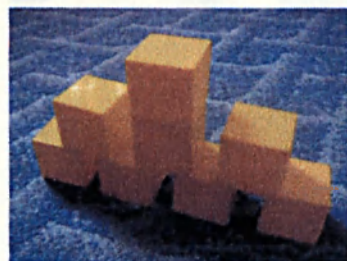


Petr

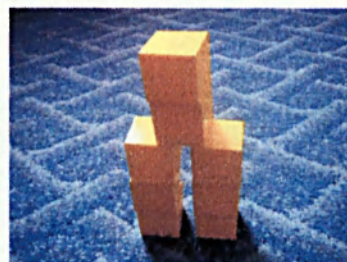
Petr bere pravou rukou kostky po jedné a staví. Od položení první kostky postupuje doprava a poté nahoru (28 s). Název stavby: „Vysílač“.

**Honzík M.**

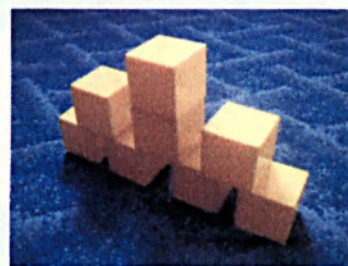
Odpočítá po jedné levou rukou 8 kostek. Poté pravou rukou staví. Od položení první kostky postupuje vpravo a pak nahoru (29 s). Název stavby: „Dům s věží“.

**Lukáš**

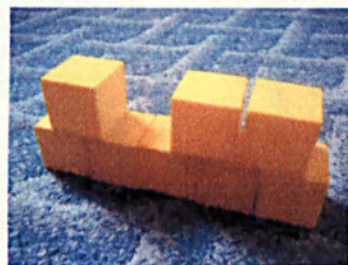
Pravou rukou bere kostky po jedné a zároveň staví. Od položení první kostky postupuje nahoru – postaví jeden „komín“, pak doprava a nahoru – postaví druhý „komín“. Po jedné kostky přepočítá, na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky (29 s). Pravou rukou přidá nahoru po jedné dvě kostky (7 s). Název stavby: „Věž“.

**Jáchym**

Pravou rukou bere kostky po jedné a zároveň staví. Od položení první kostky postupuje doprava, pak nahoru a doprava (26 s). Název stavby: „Pyramida“.

**Karolína**

Karolína bere kostky po jedné pravou rukou a staví. Postupuje od první položené kostky směrem doprava, poté nahoru a doprava (30 s). Název stavby: „Hradba“.



Iveta

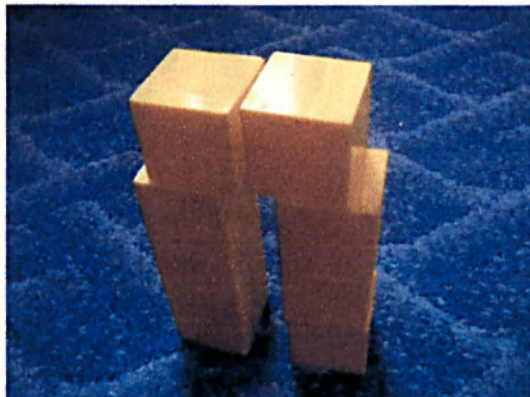
Bere kostky po jedné a zároveň staví. Pravou rukou postaví čtyři kostky vedle sebe do řady směrem doprava. Poté postupuje směrem nahoru zleva doprava (26 s). Název stavby: „Pyramida“.

**Sára**

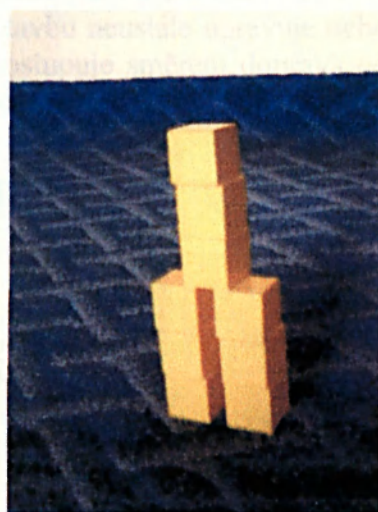
Pravou rukou bere kostky po jedné a zároveň umísťuje na stavbu. Umísťí prvni kostku, poté postupuje doprava a nahoru opět zleva doprava (31 s). Název stavby: „Hrad“.

**Vašek**

Bere kostky po jedné levou rukou a zároveň staví jednu kostku po druhé. Postupuje od první položené kostky směrem nahoru, po postavení prvního komínu staví druhý, pak postupuje směrem nahoru (19 s). Název stavby: „Brána“.

**Úloha 4b)****David L.**

David bere kostky po jedné a zároveň staví. Nepravidelně střídá levou a pravou ruku. Od položení první kostky postupuje doprava a poté nahoru (30 s). Název stavby: „Brána s věží“.

**Karolína**

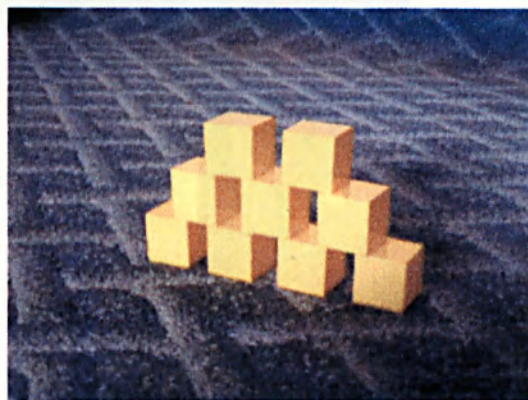
Karolína bere kostky po jedné pravou rukou a zároveň staví. Postaví stavbu z 12 kostek. Od první položené kostky postupuje nahoru, po postavení komínu začíná stavět druhý komín (32 s). Oba komíny zbourá (2 s). Bere kostky pravou rukou opět po jedné a staví. Po umístění

šesti kostek (23 s) tyto kostky přepočítá po jedné. Na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky. Pravou rukou pak přidá po jedné tři kostky (5 s). Postupuje napravo od první položené kostky první řadou kostek a poté druhou řadou kostek. Název stavby: „Zed“.



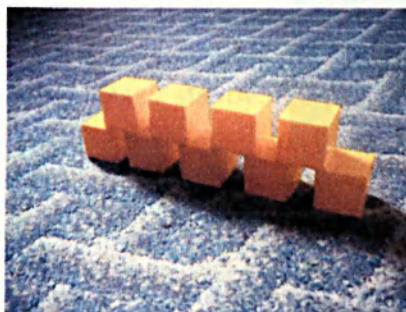
Iveta

Iveta bere kostky po dvou (jednu kostku vezme pravou rukou, jednu kostku levou rukou) a zároveň staví. Do stavby umístí 6 kostek (13 s). Kostky přepočítá po jedné. Na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky. Poté přidá po jedné tři kostky (8 s). Od prvních dvou položených kostek pokračuje doprava první řadou a poté nahoru druhou řadou a stejným směrem dále. Název stavby: „Věž“.



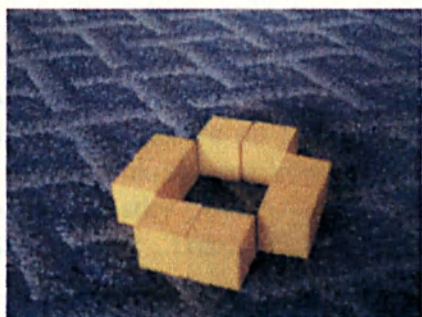
Sára

Sára vezme do ruky dvě kostky (jednu kostku levou rukou, jednu kostku pravou rukou) a umístí je na koberec. Poté pracuje pouze levou rukou, bere kostky jednu po druhé a umísťuje je na stavbu. Vytvoří stavbu tvaru pyramidy z 9 kostek (32 s) a pak ji zbourá. Začne pracovat od začátku, pracuje levou rukou, bere jednu kostku po druhé, stavbu neustále upravuje nebo částečně bourá (42 s). Název stavby: „Zed“. U obou staveb postupuje směrem doprava od prvních dvou (resp. jedné) položené kostky, poté nahoru dokončí vždy další řadu a postupuje stejně dále.



Lukáš

Lukáš bere kostky po dvou (jednu kostku pravou rukou, jednu kostku levou rukou) a zároveň staví. Takto umístí 4 kostky. Kostky přepočítá po jedné. Na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky. Poté bere kostky po jedné, vezme takto postupně 3 kostky. Postupuje doprava, dozadu a doleva. Celou stavbu zbourá (27 s). Pravou rukou odpočítá po jedné 9 kostek (4 s) a pak teprve staví. Postaví stavbu z 8 kostek (23 s), rozbourá ji a staví znovu. Od první položené kostky postupuje směrem dozadu (37 s). Název stavby: „Tank“.

**Bára**

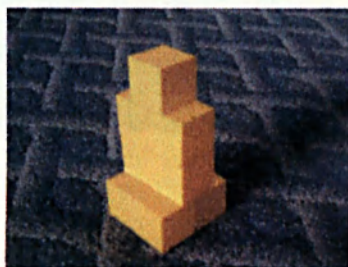
Bára bere pravou rukou kostky po jedné a staví. Postupuje od první položené kostky směrem doprava, poté nahoru a doprava (30 s). Název stavby: „Továrna“.

**Zbyněk**

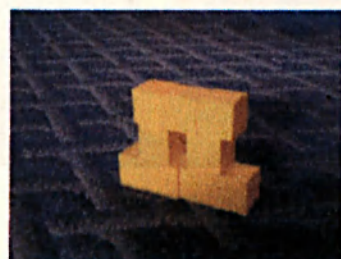
Bere kostky po jedné a zároveň umísťuje na stavbu. Postaví stavbu z pěti kostek (19 s). Kostky přepočítá po jedné. Na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky. Pravou rukou přidá čtyři kostky (13 s). Název stavby: „Hradba“.

**Petr**

Odpočítá po jedné pravou rukou 9 kostek. Poté pravou rukou staví. Od položení první kostky postupuje v jedné horizontální vrstvě, pak pokračuje ve vertikálním směru (28 s). Název stavby: „Obchod“.

**Honzík M.**

Odpočítá levou rukou devět kostek. Kostky znovu přepočítá po jedné. Na každou si ukáže ukazováčkem pravé ruky. Pravou rukou staví. Postupuje od položení první kostky směrem doprava a nahoru (34 s). Název stavby: „Zed“.

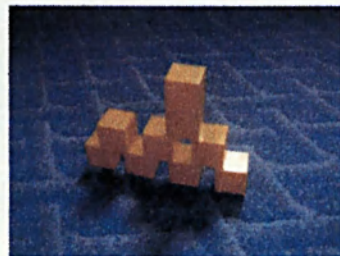


Honzík V.

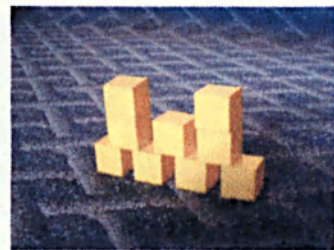
Bere kostky po jedné levou rukou a zároveň staví. Postaví čtyři kostky vedle sebe do řady směrem doprava. Poté pracuje pravou rukou a postupuje směrem nahoru (31 s). Název stavby: „Pyramida“.

**Kačenka**

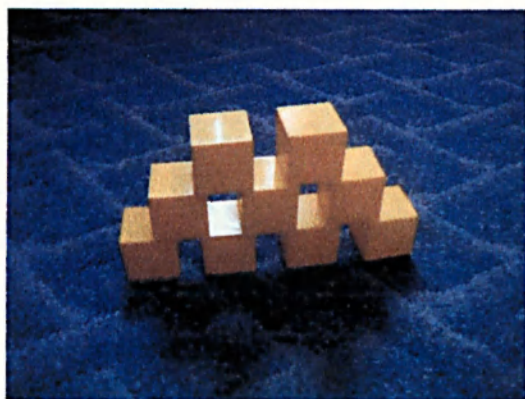
Kačenka si nejdříve po jedné odpočítá levou rukou 9 kostek (11 s). Pravou rukou bere kostky po jedné a staví z nich. Od první položené kostky postupuje směrem doleva, poté nahoru (29 s). Název stavby: „Tramvaj“.

**Jáchym**

Pravou rukou bere kostky po jedné a zároveň staví. Od položení první kostky postupuje doprava, pak nahoru a doprava, nahoru (29 s). Název stavby: „Trosky“.

**Vašek**

Levou rukou odpočítá 9 kostek. Kostky znovu přepočítá po jedné. Na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky. Staví oběma rukama najednou. Od položení první kostky postupuje vpravo a poté nahoru (35 s). Název stavby: „Pyramida“.

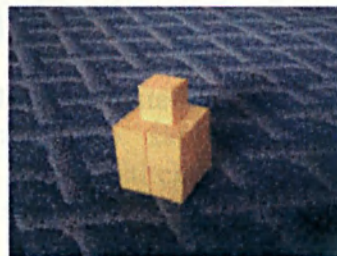
**Filip**

Pravou rukou odpočítá 9 kostek. Staví pravou rukou. Od položení první kostky postupuje vpravo, postaví první vrstvu a poté nahoru (27 s). Název stavby: „Garáž“.



Eliška

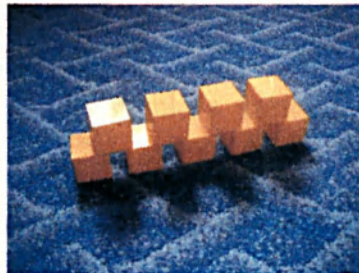
Pravou rukou vezme dvě kostky. Poté vezme dvakrát po dvou kostkách (jednu kostku levou rukou, jednu kostku pravou rukou). Kostky přepočítá po jedné, na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky. Pak přidá po jedné pravou rukou tři kostky. Začne stavět, od první položené kostky postupuje směrem doprava, dozadu (postaví jednu vrstvu v horizontální poloze) a nahoru (30 s). Název stavby: „Domeček“.

**Šárka**

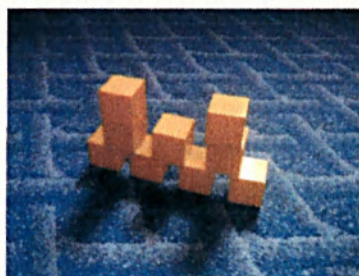
Pravou rukou odpočítá 9 kostek. Staví pravou rukou (29 s). Název stavby: „Hrobeček“.

**Nikolas**

Bere kostky po jedné pravou rukou a zároveň staví jednu kostku po druhé. Postupuje od první položené kostky směrem doprava, po postavení první vrstvy staví druhou (25 s). Název stavby: „Pyramida“.

**David K.**

Bere kostky po jedné levou rukou a zároveň staví jednu kostku po druhé. Postupuje od první položené kostky směrem vpravo, pak nahoru. Postaví 7 kostek (20 s), kostky přepočítá po jedné, na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky. Levou rukou přidá dvě kostky (9 s). Název stavby: „Hrad“.

**Roxana**

Roxana bere kostky po jedné a zároveň staví. Postupuje od první položené kostky směrem dozadu a poté doprava. Umístí 8 kostek, pravou rukou kostky přepočítá po jedné. Na každou kostku si ukazuje ukazováčkem pravé ruky. Pravou rukou přidá jednu kostku (28 s). Název stavby: „Písmeno“.



Příloha 4 – Charakteristiky dětí uvedených v ilustracích

Charakteristiku dětí, které byly zařazeny do experimentu, prováděly třídní učitelky na základě vlastního pozorování, doplňovaly ji a upřesňovaly během celého školního roku. Charakteristika není stylisticky upravena. Důvodem je zachování výstižnosti charakterových vlastností dětí z pohledu paní učitelky.

Eliška B. – dyslektička, dysgrafička, hodně dobře zvládá matematiku ve srovnání s ostatními dyslektiky a dysgrafiky, dobře pochopí učivo, při práci je pomalá, potřebuje čas a vyžaduje názor, problémy se objevují při řešení slovních úloh, je ochotná, pomáhá ostatním dětem

Eliška H. – při vyučování neukázněná, legráckami a vtipy ruší vyučování, chce se prosadit, v matematice má velké problémy, spoustu věcí nechápe, potřebuje hodně procvičovat, jakmile to nejde jednoduše, nechce se zapojit, je líná přemýšlet, je schopna podvádět, má velké výkyvy, v matematice patří mezi nejslabší

Iva - pomáhá ostatním, novou látku dobře pochopí, velice dobře numericky počítá, při řešení slovních úloh je pomalejší - potřebuje čas a vyžaduje názor, je ochotná a ráda pomáhá ostatním dětem

Jana - inteligentní, šikovná, samostatná, nové učivo rychle a dobře pochopí, dovede si poradit s problémy, je pečlivá, snaživá, v matematice nadprůměrná, dovede rychle a samostatně pracovat, ostatním dětem pomáhá

Jenda – dyslektik, dysgrafik, problémy mu dělá čtení a porozumění textu, je houževnatý, snaží se handicap odstranit, na matematiku potřebuje více času, často potřebuje další individuální vysvětlení, důležitý je pro něho názor, je sobecký, ale pomáhá dětem

Jirka – v matematice nadprůměrný, přemýšlí, má logické myšlení, počítá velmi dobře, výklad nové látky pochopí bez problémů, se samostatnou prací v matematice je většinou první hotov, při neúspěchu pláče nebo je vzteklý

Karolína – diagnostikována dyslexie, dysgrafie, dyskalkulie, má krátkodobou paměť, nechápe novou látku, potřebuje individuální péči, vysvětlování, důležitý je pro ni názor, má špatné logické myšlení, což se projevuje při řešení slovních úloh, je pomalá, zpočátku 1. třídy často nedokončovala práci z důvodu, že už dál nechce pracovat

Kristýna – velice snaživá, záleží jí na dobrých výsledcích, mrzí ji neúspěch, v matematice často chybuje při numerickém počítání, potřebuje podporu, aby se ujistila, že nedělá chyby, je pomalejší při chápání nového učiva, na pochopení potřebuje delší dobu, pak se to zlomí, svou pílí vše zvládne a dožene, ale není to stoprocentní, při práci je pečlivá, umí se zeptat, pokud něčemu nerozumí

Magdaléna – tichá, málo se projevuje, při novém učivu netuší, která bije, má problémy s pochopením, nemá zájem sama od začátku něco v tom udělat, rodiče jí hodně doma pomáhají, pak najednou nastane zlom, při práci je velmi pomalá, na činnosti, které ostatní zvládnou během deseti minut, potřebuje dvacet minut

Metoděj – snaživý, aktivní, hloubavý, přemýšlivý, má dobré nápady, má zájem o encyklopedie a internet, je manipulačně a technicky zručný, je to dyslektik, dysgrafik,

diagnostikována LMD, což se projevuje nervozitou zejména při samostatném čtení před třídou, je doporučeno individuální zkoušení, ostatním dovede pomoci, v matematice je nadprůměrný

Ondřej – šikovný, inteligentní, rodiče mají na něj velké nároky, dovede přemýšlet a má dobré nápady, dobré logické myšlení, v matematice je nadprůměrný, bez problémů pochopí novou látku, dovede rychle samostatně pracovat

Pavel – vstřícný, pomáhá ostatním, novou látku dobře pochopí, je velice dobrý počtář, v matematice si všechno říká nahlas, věci si pro sebe promítá, dělá si v nich jasno, rád ostatním pomáhá, je to organizační typ, při práci ve skupině si dovede práci zorganizovat, rozdělit ostatním a hlídat její plnění, je otevřený, milý, hodně živý

Tereza – maximálně samostatná, hodně přemýšlí, všechno pochopí, patří mezi nejlepší ve třídě, je rychlá, pečlivá, v matematice nadprůměrná, pomáhá ostatním dětem, dovede jim látku vysvětlit, umí zorganizovat práci a hlídat její plnění

Tomáš – v matematice nadprůměrný, novou látku pochopí okamžitě a bez problémů, má dobré logické myšlení, přemýšlí nad problémy, je však nesoustředěný a dělá numerické chyby, k činnostem potřebuje motivaci

Vojta – šikovný, inteligentní, nové učivo rychle a dobře pochopí, s problémy si dovede poradit, je pečlivý, snaživý, tichý, v matematice je nadprůměrný, rád a hodně čte a studuje různé další věci, dovede rychle a samostatně pracovat

Zdeněk - dyslektik, dysgrafik, v matematice často potřebuje na pochopení nového učiva více času a další individuální vysvětlení, při samostatné práci je pomalejší, nesoustředěný, dělá numerické chyby

Příloha 5 – Protokol 4. experimentu

Datum: 14. 11. 2003

Doba: 2. a 3. vyučovací hodina, 8:55 – 10:45

Místo: 1. ZŠ, Západní ul., Plzeň

Prostředí: kabinet v sousedství učeben

Přítomni: jeden žák, experimentátorka

Poznámka: Experiment proběhl v pátek. Experimentátorka pracovala s každým žákem samostatně a odděleně v těsném sousedství učebny. Žák prováděl činnosti na pracovním stole. Dílčí části úlohy řešil žák bez časového omezení.

Metoděj

Úloha 5a): Metoděj odkryje kartu s číslem 4. Vezme do levé ruky najednou dva dvojkové hranolky a položí na kartu (2 s).

Poté odkryje kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, položí ho na kartu (2 s). Levou rukou vezme najednou tři jednotkové hranolky a přidá k hranolku trojkovému (3 s).

Po odkrytí karty s číslem 5 vybere pravou rukou jeden dvojkový hranolek, do stejné ruky vezme jeden trojkový hranolek a oba najednou položí na kartu (3 s).

Úloha 5b): Metoděj odkryje první komín. Pozoruje ho (4 s) a potichu počítá. Řekne: „Šest.“

Odkryje druhý komín. Pozoruje ho (3 s). Řekne: „Pět.“

Po odkrytí třetího komínu Metoděj komín pozoruje (3 s). Řekne: „Pět.“

Ondřej

Úloha 5a): Ondra otočí kartu s číslem 4. Sleduje hromádku s trojkovými hranolky (3 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí stranou (3 s). Pak pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a přidá k trojkovému (1 s).

Odkryje kartu s číslem 6. Dívá se na hromádku trojkových hranolků (2 s). Pravou rukou vezme najednou dva tyto hranolky a položí na kartu s číslem (2 s).

Otočí kartu s číslem 5. Těká očima mezi hromádkou trojkových hranolků a dvojkových hranolků (8 s). Levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí ho na kartu s číslem (2 s). Pak vezme pravou rukou jeden trojkový hranolek a položí ho k dvojkovému na kartu (3 s).

Úloha 5b): Po odkrytí prvního komínu Ondra komín pozoruje (4 s). Řekne: „Šest.“

Odkryje druhý komín a řekne: „Čtyři.“ (2 s)

Po odkrytí třetího komínu řekne: „Pět.“ (2 s)

Tomáš

Úloha 5a): Tomáš odkryje kartu s číslem 4, drží ji v levé ruce. Pravou rukou se natahuje po trojkovém hranolku. Pak ruku přemístí ke hromádce s jednotkovými hranolky. Odpočítá po jednom čtyři jednotkové hranolky. Položí je na kartu s číslem a uspořádá je do číselné figury, jaká je na hrací kostce. Pomáhá si přitom levou rukou (6 s).

Odkryje kartu s číslem 6. Pravou rukou odpočítá po jednom šest jednotkových hranolků. Položí je na kartu s číslem a uspořádá je do číselné figury, jaká je na hrací kostce. Přitom pracuje i levou rukou (5 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou odpočítá po jednom pět jednotkových hranolků. Položí je na kartu s číslem a uspořádá je do číselné figury, jaká je na hrací kostce. Pracuje přitom také levou rukou (5 s).

Úloha 5b): Odkryje první komín. Pozoruje ho a počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět, šest.“ (6 s)

Po odkrytí druhého komínu Tomáš komín pozoruje a počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři.“ (4 s)

Odkryje třetí komín. Pozoruje ho a počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět.“ (5 s)

Pavel

Úloha 5a): Pavel otočí kartu s číslem 4. Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na stůl (4 s). Stejnou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a přidá ho k jednotkovému (2 s). Levou ruku natáhne nad hromádku dvojkových hranolků, drží ji tam a sleduje hromádku (2 s). Pak ruku přesune k hromádce jednotkových hranolků, jeden vezme a přidá k oběma předešlým hranolkům (1 s).

Otočí kartu s číslem 6. Levou rukou sáhne po jednotkovém hranolku, vezme ho a položí na stůl (3 s). Stejnou rukou přidá dvojkový hranolek (3 s). Levou rukou sáhne po trojkovém hranolku, drží na něm ruku a přemýšlí (5 s), pak ho vezme a přidá k předešlým dvěma hranolkům (1 s). Nakonec ještě levou rukou přidá jeden dvojkový hranolek (4 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na stůl (3 s). Přemýšlí, sleduje hromádku s jednotkovými hranolky a hromádku s dvojkovými hranolky (3 s). Levou rukou přidá dva jednotkové hranolky (2 s).

E01: Podíváme se, jak jsi zaplatil 6 korun.

P01: Tady? (Ukazuje na kartu s číslem 6.)

E02: Ano, zkontroluj to.

P02: (Pavel kontroluje. Levou rukou se dotkne každého hranolku tolikrát, jakou hodnotu představuje.) „Jedna, ...dva, tři,čtyři, pět, šest.“ (Levou rukou odsune jeden dvojkový hranolek.)

Úloha 5b): Odkryje první komín. Pozoruje ho a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět, z šesti.“ (4 s)

Odkryje druhý komín. Pozoruje ho a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři.“ (3 s)

Po odkrytí třetího komínu Pavel pozoruje komín, potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět. Z pěti.“ (5 s)

Jirka

Úloha 5a): Jirka otočí kartu s číslem 4. Těká očima zleva doprava a zpět po hromádkách s hranolky a po kartě s číslem. Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (4 s).

Otočí kartu s číslem 6. Znovu těká očima zleva doprava po hromádkách s hranolky (6 s). Sáhne po dvojkovém hranolku levou rukou a pravou natahuje ke hromádce s trojkovými hranolky. Zarazí se. Prohlíží si trojkový hranolek položený na kartě s číslem 4. Pravou rukou ho uchopí a vrátí zpět na hromádku (8 s). Do levé ruky vezme dva dvojkové hranolky a položí na kartu s číslem 4 (2 s). Levou ruku vrátí k hromádce s dvojkovými hranolky, vezme dva, než však s nimi zvedne ruku, opět pohlédne na kartu s číslem 4 (4 s). Dva dvojkové hranolky ponechá na místě, levou ruku přemístí k hromádce jednotkových hranolků. Odpočítá po jednom šest těchto hranolků a dá je na kartu s číslem 6 (7 s). Uspořádá je do číselné figury jako na hrací kostce.

Otočí kartu s číslem 5. Levou rukou odpočítá pět jednotkových hranolků a dá je na kartu s číslem (4 s).

Úloha 5b): Jirka odkryje první komín, pozoruje ho (4 s). Řekne: „Z šesti.“

Jirka odkryje druhý komín. Řekne: „Čtyři.“ (2 s)

Po odkrytí třetího komínu Jirka komín pozoruje (4 s). Řekne: „Pět.“

Eliška B.

Úloha 5a): Eliška otočí kartu s číslem 4. V levé ruce kartu drží. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na stůl. Stejnou rukou přidá jeden hranolek jednotkový (4 s).

Otočí kartu s číslem 6. Drží ji opět v levé ruce. Pravou rukou nejdříve vezme jeden trojkový hranolek, položí na stůl a hned k němu přidá stejnou rukou hranolek dvojkový (4 s). Přemýšlí (4 s) a stejnou rukou dodává jeden jednotkový hranolek (1 s).

Otočí kartu s číslem 5. Drží ji v levé ruce. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na stůl (2 s). Chvilu váhá (1 s) a přidá stejnou rukou dvojkový hranolek (1 s).

Úloha 5b): Po odkrytí prvního komínu pozoruje komín a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět.“ Nahlas řekne: „Šest.“ (5 s)

Po odkrytí druhého komínu Eliška řekne: „Čtyři.“ (2 s)

Po odkrytí třetího komínu pozoruje komín (4 s). Řekne: „Pět.“

Eliška H.

Úloha 5a):

EL01: (Eliška otočí pravou rukou kartu s číslem 4, prohlíží si ji, (5 s). To nevím.

E01: Tak co je to za číslo?

EL02: Čtyři.

E02: Polož si to na stůl a zkus to zaplatit.

EL03: (Pravou ruku natáhne ke hromádce trojkových hranolků. Po jedné odpočítá čtyři tyto hranolky, 7 s) Čtyři. (Hranolky položí na kartu.)

EL04: (Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou odpočítá po jednom šest trojkových hranolků a položí je na kartu, 9 s) Šest.

EL05: (Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou odpočítá po jednom pět trojkových hranolků a položí je na kartu, 8 s) Pět.

Úloha 5b): Po odkrytí prvního komínu Eliška komín pozoruje a zároveň potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět, šest.“ Nahlas řekne: „Šest.“ (7 s)

Po odkrytí druhého komínu Eliška komín pozoruje a zároveň potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři.“ Nahlas řekne: „Ze čtyř.“ (5 s)

Po odkrytí třetího komínu Eliška komín pozoruje a zároveň potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět.“ Nahlas řekne: „Z pěti.“ (5 s)

Magdaléna

Úloha 5a): Magdaléna otočí kartu s číslem 4. Potichu řekne: „Čtyři.“ Do pravé ruky uchopí trojkový hranolek (4 s). Rozmýšlí se (9 s). Do levé ruky vezme hranolek jednotkový a oba položí na kartu s číslem (2 s).

Otočí kartu s číslem 6. Potichu řekne: „Šestka.“ Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (4 s). Váhá, levou rukou se natahuje zleva doprava po všech hromádkách s hranolky (8 s). Když dojde k hromádce s trojkovými hranolky, vezme pravou rukou jeden, položí ho na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 5. Potichu řekne: „Pět.“ Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Prohlíží si hromádku dvojkových hranolků (3 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a přidá na kartu (1 s).

Úloha 5b): Po odkrytí prvního komínu pozoruje komín a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět.“ Nahlas řekne: „Šest.“ (4 s)

Po odkrytí druhého komínu Magdaléna pozoruje komín (3 s). Řekne: „Čtyři.“

Po odkrytí třetího komínu pozoruje komín a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři.“ Nahlas řekne: „Pět.“ (4 s)

Kristýna P.

Úloha 5a): Kristýna otočí kartu s číslem 4. Potichu řekne: „Čtyři.“ Rozmýšlí se - těká očima po jednotlivých hromádkách hranolků, pak se zaměří na hromádky s jednotkovými a dvojkovými hranolky, natahuje se po jednom jednotkovém hranolku levou rukou, dotkne se

hranolku, ruku stáhne, přejde ke dvojkovým hranolkům, dotkne se jednoho hranolku, nakonec se vrátí k jednotkovým hranolkům a levou rukou z nich jeden vybere (20 s) a položí na kartu (3 s). Poté postupuje zleva doprava po jednotlivých hromádkách a levou rukou vybere vždy jeden hranolek a dá na kartu – dvojkový (6 s), trojkový (4 s), po váhání (6 s) přidá jeden jednotkový (3 s). Všechny hranolky dívka uspořádá oběma rukama do tvaru s půdorysem obdélníka.

Stejný postup volí Kristýna pro číslo 6. Otočí kartu s číslem a řekne: „Šest.“ Pracuje opět levou rukou: jednotkový hranolek, dvojkový, trojkový, jednotkový, dvojkový, po jednom hranolky přepočítá, každého hranolku se dotkne levou rukou a přidá trojkový hranolek (15 s). Hranolky opět oběma rukama umístí do tvaru s půdorysem obdélníka.

Otočí kartu s číslem 5. Potichu řekne: „Pět“, sáhne pravou rukou nejdříve na hromádku s dvojkovými hranolkami, ale ruku nakonec přemístí k hromádce s jednotkovými hranolkami a postupuje známým způsobem: pravou rukou bere postupně jednotkový hranolek, dvojkový, trojkový. Tyto hranolky nechá ve dlani pravé ruky a levou rukou k nim přidá hranolek jednotkový a dvojkový (16 s). Pak všechny najednou položí na kartu a uspořádá stejným způsobem jako v předchozích případech.

Úloha 5b): Po odkrytí prvního komínu pozoruje komín a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět, šest.“ Nahlas řekne: „Šest kostek.“ (7 s)

Po odkrytí druhého komínu pozoruje komín a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři.“ Nahlas řekne: „Čtyři kostky.“ (6 s)

Po odkrytí třetího komínu pozoruje komín a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět.“ Nahlas řekne: „Z pěti.“ (6 s)

Tereza

Úloha 5a): Tereza otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí ho na kartu s číslem (1 s). Pak stejnou rukou přidá hranolek dvojkový (3 s) a levou rukou přidá ještě jeden jednotkový hranolek (3 s). Hranolky uspořádá do tvaru s půdorysem obdélníka. Přemýšlí, do pravé ruky vezme z karty jednotkový hranolek, do levé ruky dvojkový hranolek (6 s). Jednotkový hranolek vrátí na kartu, dvojkový na hromádku s dvojkovými hranolkami (1 s).

Otočí kartu s číslem 6. Do pravé ruky vezme dva trojkové hranolky a položí na kartu rovnoběžně (4 s).

Otočí kartu s číslem 5. Levou rukou odpočítá po jednom dva dvojkové hranolky, vezme je najednou do levé ruky a položí na kartu (4 s). Pak k nim levou rukou přidá jeden jednotkový hranolek (3 s).

Úloha 5b): Po odkrytí prvního komínu Tereza komín pozoruje (4 s). Řekne: „Šest.“

Odkryje druhý komín a pozoruje ho (2 s). Řekne: „Čtyři.“

Po odkrytí třetího komínu dívka komín pozoruje (3 s). Řekne: „Pět.“

Karolína

Úloha 5a): Karolína otočí pravou rukou kartu s číslem 4. Řekne: „Čtyři“, kartu drží oběma rukama, pak ji přendá do levé ruky a prohlíží si ji (7 s).

E01: Tak, dej si ji na stůl (Karolína položí kartu na stůl) a zkus mi zaplatit ty čtyři koruny (3 s). Dovedla bys to?

K01: (Zavrtí hlavou.) Nee.

E02: Ne?

K02: (Sedí nehnutě 5 s, jednu ruku před ústy.)

E03: Tamhle máš třeba hromádku, kde je jedna koruna. Dovedla bys zaplatit?

K03: (Dívá se na hromádku jednotkových hranolků, obě ruce před ústy, 8 s.) To nevím.

E04: Kolik těch korun tam musíš dát, abys dostala čtyři koruny?

K04 (Karolína levou rukou odpočítá po jednom 4 jednotkové hranolky, 3 s.) Tolik.

E05: Tak to zkus dát na kartu. (Karolína dá hranolky na kartu s číslem a uspořádá je do číselné figury, jaká je na hrací kostce, 2 s.) No vidíš, že to není tak těžké.

K05: (Dívá se na čtyři hranolky na kartě, přitom se neustále prsty dotýká hranolků.) A kam mám dát tuty?

E06: Nech je u té čtyřky na kartě. Máš tam čtyři?

K06: Hm.

E07: Tak. Zkus otočit další kartičku a zase na tu kartičku dáš korunky.

K07: (Otočí kartu s číslem 5. Levou rukou dá po jednom na kartu pět jednotkových hranolků. Hranolky uspořádá do číselné figury, která je na hrací kostce, 16 s.) Tak.

E08: A ještě jednu kartičku.

K08: (Otočí kartu s číslem 6.) To nevím tohle číslo.

E09: To nevíš tohle číslo? To jste ještě neměli?

K09: (Vrtí hlavou.) Ne.

E10: To nevadí.

Úloha 5b): Po odkrytí prvního komínu Karolína pozoruje komín a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět.“ Nahlas řekne: „Šest.“ (6 s)

Po odkrytí druhého komínu Karolína pozoruje komín a potichu počítá: „Jedna, dva, tři.“ Nahlas řekne: „Čtyři.“ (4 s)

Po odkrytí třetího komínu Karolína pozoruje komín a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři.“ Nahlas řekne: „Pět.“ (5 s)

Vojta

Úloha 5a): Vojta otočí kartu s číslem 4. Pozoruje hromádku dvojkových hranolků (7 s). Pravou ruku natáhne ke hromádce s dvojkovými hranolky. Odpočítá po jednom dva, vezme je do pravé ruky a položí na kartu s číslem (4 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, položí jej na kartu (4 s). Poté hned pravou rukou sáhne po jednom dvojkovém hranolku a přidá k trojkovému (2 s).

Vojta otočí kartu s číslem 6. Natáhne pravou ruku na hromádku s dvojkovými hranolky. Odpočítá po jednom dva, vezme je do pravé ruky a nese ke kartě s číslem (3 s). Těsně před kartou ruku zastaví. Vrátil hranolky zpět na hromádku. Ruku posune k hromádce s trojkovými hranolky, vezme najednou dva trojkové hranolky a umístí je na kartu (3 s).

Úloha 5b): Vojta odkryje první komín, pozoruje ho a počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět, šest.“ (6 s)

Po odkrytí druhého komínu Vojta komín pozoruje (4 s). Řekne: „Čtyři.“

Odkryje třetí komín, pozoruje ho (5 s) a řekne: „Pět.“

Jenda

Úloha 5a): Jenda otočí kartu s číslem 4. Nahlas řekne: „Čtyři.“ Sleduje zleva doprava hromádky s hranolky a zase zpět (6 s). Levou rukou odpočítá po jednom čtyři jednotkové hranolky a položí je na kartu (6 s).

Odkryje kartu s číslem 6. Nahlas řekne: „Šest.“ Dívá se na hromádku jednotkových hranolků (2 s). Levou rukou odpočítá po jednom šest jednotkových hranolků a položí je na kartu. (4 s).

Otočí kartu s číslem 5. Nahlas řekne: „Pět.“ Levou rukou odpočítá po jedné pět jednotkových hranolků a položí je na kartu (4 s).

Úloha 5b): Po odkrytí prvního komínu komín pozoruje a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět, šest.“ Nahlas řekne: „Z šesti.“ (4 s)

Po odkrytí druhého komínu Jenda komín pozoruje a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři.“ Nahlas řekne: „Ze čtyř.“ (3 s)

Po odkrytí třetího komínu Jenda komín pozoruje a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět.“
Nahlas řekne: „Z pěti.“ (4 s)

Iva

Úloha 5a): Iva otočí kartu s číslem 4. Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na stůl (4 s). Sleduje hromádky s hranolky (5 s). Stejnou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a přidá ho k jednotkovému (2 s). Levou ruku natáhne nad hromádku dvojkových hranolků, drží ji tam a sleduje hromádku (2 s). Pak ruku přesune k hromádce jednotkových hranolků, jeden vezme a přidá k oběma předešlým hranolkům (1 s).

Otočí kartu s číslem 6. Levou rukou sáhne po jednotkovém hranolku, vezme ho a položí na stůl (3 s). Stejnou rukou přidá dvojkový hranolek (3 s). Přemýšlí (4 s). Levou rukou sáhne po trojkovém hranolku a přidá k předešlým dvěma hranolkům (1 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na stůl (3 s). Přemýšlí, sleduje hromádku s jednotkovými hranolky a hromádku s dvojkovými hranolky (3 s). Levou rukou přidá dva jednotkové hranolky (2 s).

Úloha 5b): Iva odkryje první komín, pozoruje ho (7 s) a řekne: „Šest.“

Po odkrytí druhého komínu Iva komín pozoruje (5 s). Řekne: „Čtyři.“

Odkryje třetí komín, pozoruje ho (6 s) a řekne: „Pět.“

Tereza

Úloha 6a): Tereza otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme dvojkový hranolek a položí na kartu (4 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (4 s).

Otočí kartu s číslem 3. Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s).

Úloha 6b): Po odkrytí komína tvořeného čtyřmi hranolky řekne: „Šest.“

Po odkrytí komína tvořeného čtyřmi hranolky řekne: „Čtyři.“

Karolína

Úloha 6a): Karolína otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou položí na stůl dva jednotkové hranolky (4 s). Pravou rukou vezme dvojkový hranolek a položí na kartu (4 s).

Pravou rukou vezme dvojkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (4 s).

Otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou položí na stůl dva jednotkové hranolky (4 s). Pravou rukou vezme dvojkový hranolek a položí na kartu (4 s). Řekne: „Jedni.“

Pravou rukou vezme dvojkový hranolek a položí na kartu (4 s). Řekne: „Dva.“ Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Řekne: „Tři.“ Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (4 s). Řekne: „Čtyři.“ (2 s). Pravou rukou vezme

Příloha 6 – Protokol 5. experimentu

Datum: 23. 1. 2004

Doba: 2. a 3. vyučovací hodina, 8:55 – 10:45

Místo: 1. ZŠ, Západní ul., Plzeň

Prostředí: kabinet v sousedství učeben

Přítomni: jeden žák, experimentátorka

Poznámka: Experiment proběhl v pátek. Experimentátorka pracovala s každým žákem samostatně a odděleně v těsném sousedství učebny. Žák prováděl činnosti na pracovním stole. Dílčí části úlohy řešil žák bez časového omezení.

Metoděj

Úloha 6a): Metoděj otočí kartu s číslem 4. Pohlédne na hromádku s hranolky (2 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu, levou rukou vezme jeden trojkový hranolek a oba hranolky položí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, položí na kartu (1 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Úloha 6b): Po odkrytí komínu tvořeného šesti kostkami Metoděj pozoruje komín (3 s). Řekne: „Šest.“

Po odkrytí komínu tvořeného čtyřmi kostkami Metoděj pozoruje komín (2 s). Řekne: „Čtyři.“
Po odkrytí komínu tvořeného pěti kostkami Metoděj pozoruje komín (2 s). Řekne: „Pět.“

Tereza

Úloha 6a): Tereza otočí kartu s číslem 4. Pohlédne na hromádku s hranolky (3 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (1 s).

Úloha 6b): Po odkrytí komínu tvořeného šesti kostkami Tereza pozoruje komín (4 s). Řekne: „Šest.“

Po odkrytí komínu tvořeného čtyřmi kostkami Tereza řekne: „Čtyři.“ (2 s)

Po odkrytí komínu tvořeného pěti kostkami Tereza řekne: „Pět.“ (3 s)

Karolína

Úloha 6a): Karolína otočí kartu s číslem 4. Dívá se na hromádku s hranolky (7 s). Pravou ruku položí na hranolky na hromádce (4 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (5 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s). Hranolky přepočítá, každého se dotkne prstem pravé ruky.

Otočí kartu s číslem 6. Pohlédne na hromádku s hranolky (5 s), pohlédne na kartu s číslem (4 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Řekne: „Jedna.“ Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (5 s). Řekne: „Dva.“ Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s), řekne: „Tři.“ Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu, řekne: „Čtyři.“ (2 s). Pravou rukou vezme

jeden jednotkový hranolek a položí na kartu, řekne: „Pět.“ (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s). Řekne: „Šest.“

Otočí kartu s číslem 5. Pohlédne na hromádku s hranolky (4 s), pohlédne na kartu s číslem (3 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s). Řekne: „Jedna.“

Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Řekne: „Dva.“ Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s), řekne: „Tři.“

Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu, řekne: „Čtyři.“ (2 s) Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu, řekne: „Pět.“ (2 s)

Úloha 6b): Po odkrytí komínu tvořeného šesti kostkami Karolína pozoruje komín (5 s). Řekne: „Z šesti.“

Po odkrytí komínu tvořeného čtyřmi kostkami Karolína řekne: „Čtyři.“ (2 s)

Po odkrytí komínu tvořeného pěti kostkami Karolína pozoruje komín (4 s). Řekne: „Z pěti.“

Eliška B.

Úloha 6a): Eliška otočí kartu s číslem 4. Pohlédne na hromádku s hranolky (4 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Prohlíží si hranolky na hromádce (4 s), pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (1 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s).

Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Úloha 6b): Po odkrytí komínu tvořeného šesti kostkami Eliška pozoruje komín (3 s). Řekne: „Šest.“

Po odkrytí komínu tvořeného čtyřmi kostkami Eliška řekne: „Čtyři.“ (1 s)

Po odkrytí komínu tvořeného pěti kostkami Eliška pozoruje komín (3 s). Řekne: „Pět.“

Jirka

Úloha 6a): Jirka otočí kartu s číslem 4. Levou rukou vysune postupně po jednom čtyři jednotkové hranolky, vezme je najednou do levé ruky a položí na kartu (6 s).

Otočí kartu s číslem 6. Levou rukou vysune postupně po jednom šest jednotkových hranolků, vezme je do obou rukou a položí na kartu (7 s).

Otočí kartu s číslem 5. Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (4 s).

Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (3 s).

Úloha 6b): Jirka odkryje první komín, pozoruje ho (4 s). Řekne: „Z šesti.“

Jirka odkryje druhý komín. Řekne: „Čtyři.“ (2 s)

Po odkrytí třetího komínu Jirka řekne: „Pět.“ (2 s)

Vojta

Úloha 6a): Vojta otočí kartu s číslem 4. Pozoruje hromádku s hranolky (8 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (3 s).

Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Pravou rukou vezme

jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, položí na kartu (1 s).

Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Úloha 6b): Po odkrytí komínu tvořeného šesti kostkami Vojta pozoruje komín (3 s). Řekne: „Šest.“

Po odkrytí komínu tvořeného čtyřmi kostkami Vojta pozoruje komín (2 s). Řekne: „Čtyři kostičky.“

Po odkrytí komínu tvořeného pěti kostkami Vojta řekne: „Pět.“ (2 s)

Ondřej

Úloha 6a): Ondra otočí kartu s číslem 4. Pozoruje hromádku s hranolky (6 s). Pohlédne na kartu s číslem (2 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pozoruje hromádku s hranolky (4 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, levou rukou vezme jeden trojkový hranolek a oba hranolky současně položí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pozoruje hromádku s hranolky (3 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, položí na kartu (1 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Úloha 6b): Po odkrytí komínu tvořeného šesti kostkami Ondra pozoruje komín (3 s). Řekne: „Šest.“

Po odkrytí komínu tvořeného čtyřmi kostkami Ondra řekne: „Čtyři.“ (2 s)

Po odkrytí komínu tvořeného pěti kostkami Ondra řekne: „Pět.“ (2 s)

Magdaléna

Úloha 6a): Magdaléna otočí kartu s číslem 4. Potichu řekne: „Čtyři.“ Pozoruje hromádku s hranolky (9 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 6. Potichu řekne: „Šest.“ Pozoruje hromádku s hranolky (6 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Prohlíží si hranolky na hromádce (4 s), pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 5, potichu řekne: „Pět.“ Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Pozoruje hromádku s hranolky (5 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu.

Úloha 6b): Po odkrytí komínu tvořeného šesti kostkami Magdaléna pozoruje komín a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět.“ (4 s) Nahlas řekne: „Šest.“

Po odkrytí komínu tvořeného čtyřmi kostkami Eliška řekne: „Čtyři.“ (2 s)

Po odkrytí komínu tvořeného pěti kostkami Eliška pozoruje komín (3 s). Řekne: „Pět.“

Tomáš

Úloha 6a): Tomáš otočí kartu s číslem 4. Pozoruje hromádku s hranolky (6 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pozoruje hromádku s hranolky (4 s). Levou rukou postupně po jednom vysune z hromádky šest jednotkových hranolků, vezme všechny do pravé ruky a položí na kartu (10 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pozoruje hromádku s hranolky (3 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, položí na kartu (1 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Úloha 6b): Po odkrytí komínu tvořeného šesti kostkami Tomáš pozoruje komín, počítá pokyvováním hlavy (5 s). Řekne: „Šest.“

Po odkrytí komínu tvořeného čtyřmi kostkami Tomáš pozoruje komín (3 s). Řekne: „Čtyři.“

Po odkrytí komínu tvořeného pěti kostkami Tomáš pozoruje komín (5 s). Řekne: „Pět.“

Jenda

Úloha 6a): Jenda otočí kartu s číslem 4. Řekne: „Čtyři.“ Dívá se na hromádku s hranolky (9 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 6. Řekne: „Šest.“ Pohlédne na hromádku s hranolky (6 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 5. Řekne: „Pět.“ Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Úloha 6b): Po odkrytí komínu tvořeného šesti kostkami Jenda pozoruje komín, počítá pokyvováním hlavy (3 s). Řekne: „Z šesti.“

Po odkrytí komínu tvořeného čtyřmi kostkami Jenda pozoruje komín (4 s). Řekne: „Ze čtyř.“

Po odkrytí komínu tvořeného pěti kostkami Jenda pozoruje komín, počítá pokyvováním hlavy (4 s). Řekne: „Z pěti.“

Pavel

Úloha 6a): Pavel otočí kartu s číslem 4. Pozoruje hromádku s hranolky (8 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a přidá k oběma předešlým hranolkům (1 s).

Otočí kartu s číslem 6. Levou rukou sáhne po jednotkovém hranolku, vezme ho a položí na kartu (4 s). Stejnou rukou přidá dvojkový hranolek (4 s). Levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Nakonec ještě levou rukou přidá jeden dvojkový hranolek (4 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Přemýšlí, sleduje hromádku s hranolky (5 s). Levou rukou vysune z hromádky dva jednotkové hranolky a položí na kartu (5 s).

E01: Podíváme se, jak jsi zaplatil 6 korun.

P01: Tady? (Ukazuje na kartu s číslem 6.)

E02: Ano, zkontroluj to.

P02: (Pavel kontroluje. Levou rukou se dotkne každého hranolku tolikrát, jakou hodnotu představuje.) „Jedna, ... dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm.“ (Levou rukou odsune jeden jednotkový hranolek.)

Úloha 6b): Po odkrytí komínu tvořeného šesti kostkami Pavel pozoruje komín (4 s). Řekne: „Z šesti?“

Po odkrytí komínu tvořeného čtyřmi kostkami Pavel pozoruje komín (3 s). Řekne: „Čtyři.“

Po odkrytí komínu tvořeného pěti kostkami Tomáš pozoruje komín (5 s). Řekne: „Tady je jich pět.“

Eliška H.

Úloha 6a): Eliška otočí kartu s číslem 4. Pozoruje hromádku s hranolky (10 s). Pravou rukou odpočítá po jednom čtyři hranolky, které jsou umístěny vedle sebe (dvojkový, trojkový, jednotkový, trojkový), vezme je do pravé ruky a položí na kartu (8 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vysune po jednom šest hranolků, které jsou umístěny vedle sebe (trojkový, trojkový, dvojkový, jednotkový, dvojkový, jednotkový) a oběma rukama je umístí na kartu s číslem (7 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vysune po jednom pět hranolků tak, jak jsou umístěny vedle sebe (jednotkový, trojkový, trojkový, dvojkový, jednotkový). Vezme je do obou rukou a položí na kartu (7 s).

Úloha 6b): Po odkrytí prvního komínu Eliška komín pozoruje a zároveň potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět, šest.“ Nahlas řekne: „Šest.“ (6 s)

Po odkrytí druhého komínu Eliška komín pozoruje (5 s). Řekne: „Ze čtyř.“ (5s)

Po odkrytí třetího komínu Eliška komín pozoruje a zároveň potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět.“ Nahlas řekne: „Z pěti.“ (5 s)

Kristýna P.

Úloha 6a): Kristýna otočí kartu s číslem 4. Pozoruje hromádku s hranolky (10 s). Pravou rukou odpočítá po jednom čtyři hranolky, které jsou umístěny vedle sebe (trojkový, trojkový, jednotkový, dvojkový), vezme je do pravé ruky a položí na kartu (8 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vysune po jednom šest hranolků, které jsou umístěny vedle sebe (dvojkový, trojkový, dvojkový, jednotkový, dvojkový, jednotkový) a oběma rukama je umístí na kartu s číslem (7 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vysune po jednom pět hranolků tak, jak jsou umístěny vedle sebe (trojkový, jednotkový, trojkový, jednotkový, jednotkový). Vezme je do obou rukou a položí na kartu (7 s).

Úloha 6b): Po odkrytí komínu tvořeného šesti kostkami Kristýna pozoruje komín a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři, pět.“ Nahlas řekne: „Šest.“ (4 s)

Po odkrytí komínu tvořeného čtyřmi kostkami Kristýna pozoruje komín (3 s). Řekne: „Čtyři.“

Po odkrytí komínu tvořeného pěti kostkami Kristýna pozoruje komín a potichu počítá: „Jedna, dva, tři, čtyři.“ Nahlas řekne: „Pět.“ (3 s)

Příloha 7 – Protokol 6. experimentu

Datum: 26. 3. 2004

Doba: 2. a 3. vyučovací hodina, 8:55 – 10:45

Místo: 1. ZŠ, Západní ul., Plzeň

Prostředí: kabinet v sousedství učeben

Přítomni: jeden žák, experimentátorka

Poznámka: Experiment proběhl v pátek. Experimentátorka pracovala s každým žákem samostatně a odděleně v těsném sousedství učebny. Žák prováděl činnosti na pracovním stole. Dílčí části úlohy řešil žák bez časového omezení.

Eliška B.

Eliška otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu. Stejnou rukou hned přidá jeden dvojkový hranolek (4 s).

Otočí kartu s číslem 4. Pohlédne na hromádku s trojkovými hranolky, pak na hromádku s dvojkovými hranolky a pravou ruku natahuje k hromádce s dvojkovými hranolky. Plynule změní směr pohybu ruky a přejde rukou i očima k hromádce trojkových hranolků. Vezme jeden a položí na kartu (3 s). Stejnou rukou přidá jeden jednotkový hranolek (2 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Stejnou rukou hned přidá jeden trojkový hranolek (2 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek, řekne: „Šest.“ Nese hranolek na kartu a zároveň sleduje hromádky zprava doleva, zastaví se u hromádky s trojkovými hranolky. Hranolek položí na kartu, pokládání sleduje očima (3 s). Pravou ruku natáhne k hromádce s dvojkovými hranolky, ruku položí na jeden dvojkový hranolek, podívá se na hromádku, ruku přesune k hromádce s trojkovými hranolky. Vezme jeden, řekne: „A tři“ a položí ho na kartu (3 s).

Magdaléna

Magdaléna otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a přidá ke trojkovému (2 s).

Otočí kartu s číslem 4. Sleduje hromádku dvojkových hranolků, pak se podívá na hromádku trojkových hranolků (2 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, levou rukou jeden jednotkový hranolek a oba současně položí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Sleduje kartu s číslem 6 a trojkovým hranolkem, přemýšlí (2 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a přidá na kartu (1 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (4 s). Řekne: „Pět ...“ Těká očima z hromádky se čtyřkovými hranolky na hromádku s pětkovými hranolky. Očima se zastaví na hromádce se čtyřkovými hranolky. Pravou rukou vezme jeden a položí na kartu. Řekne: „... a čtyři“ (3 s).

Kristýna P.

Kristýna otočí kartu s číslem 5. Pracuje levou rukou. Postupuje po hromádkách zleva doprava. Vezme jeden jednotkový hranolek, položí na kartu. Pak vezme dvojkový hranolek a položí na kartu. Stejnou činnost provede s trojkovým hranolkem. Poté se vrátí zcela vlevo ke hromádce jednotkových hranolků, vezme jeden a položí na kartu. Pokračuje doprava a z hromádky dvojkových hranolků vezme také jeden a položí na kartu (11 s).

Otočí kartu s číslem 4. Pracuje stejným způsobem, ale pravou rukou: jednotkový hranolek, dvojkový hranolek, trojkový hranolek, jednotkový hranolek (10 s).

Otočí kartu s číslem 6. Postup je obdobný, pracuje pravou rukou: jednotkový hranolek, dvojkový hranolek, trojkový hranolek, jednotkový hranolek. Po položení tohoto jednotkového hranolku na kartu pravou rukou sáhne po hromádce trojkových hranolků. Zarazí se a „vrátí se“ k hromádce s dvojkovými hranolkami. Vezme jeden, položí ho na kartu. Pak vezme jeden trojkový a přidá na kartu. Všechny hranolky na kartě spočítá po jednom (20 s).

Otočí kartu s číslem 9. Postup je stejný: pravou rukou jeden jednotkový hranolek, pravou rukou jeden dvojkový hranolek, pravou rukou jeden trojkový hranolek, pravou rukou jeden čtyřkový hranolek, pravou rukou jeden pětkový hranolek, pravou rukou jeden šestkový hranolek, levou rukou jeden jednotkový hranolek, levou rukou jeden dvojkový hranolek, levou rukou jeden trojkový hranolek. Pravou rukou po jednom spočítá všechny hranolky (40 s).

E01: Sklidíme všechno. (Uklízejí hranolky i karty s čísly.). Podívej se (ukazuje na hromádku s jednotkovými hranolkami), tady na té hromádce jsou koruny. Dovedla bys pomoci těchto korun zaplatit cenu 5 Kč?

K01: Noo.

E02: Tak to zkus.

K02: (Otočí kartu s číslem 5. Vybere pravou rukou najednou tři jednotkové hranolky a posune stranou od hromádky. Pak stejnou rukou vybere najednou dva jednotkové hranolky a umístí na kartu. Pak vezme do ruky všechny tři jednotkové hranolky a přidá na kartu. Po jednom všechny hranolky potichu spočítá, 10 s).

E03: Dobře. Tak a zkus ještě ty další tedy. Zkus zaplatit jinak, jestli by to šlo.

K03: (Otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vybere najednou dva jednotkové hranolky a položí na kartu, 5 s. Stejnou rukou vybere najednou dva jednotkové hranolky a položí na kartu. Hranolky uspořádá do číselné figury jako na hrací kostce, 7 s.)

E04: Dobře.

K04: (Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vybere najednou tři jednotkové hranolky. Levou rukou si pomáhá při jejich přemístění na kartu, 9 s. Levou rukou vybere najednou tři jednotkové hranolky a umístí je na kartu. Hranolky jsou uspořádány do číselné figury jako na hrací kostce, 12 s).

E05: Další číslo.

K05: (Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vybere postupně po jednom devět jednotkových hranolků a oběma rukama je umístí na kartu, 13 s.) Jsem hotová.

Metoděj

Metoděj otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a současně je položí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 4. Do levé ruky vezme najednou dva dvojkové hranolky a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme najednou dva trojkové hranolky a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Očima sleduje hromádky zprava doleva, pravou ruku natahuje doleva. Zarazí se, očima sleduje hromádky zleva doprava, změní směr pohybu pravé ruky, natahuje ji doprava. Změní opět směr očí doleva a zarazí se na hromádce s dvojkovými hranolkami (3 s). Pravou rukou odpočítá po jednom dva dvojkové hranolky a pokládá je na kartu (2 s). Řekne: „Jo“ a položí je na kartu (1 s).

Tereza

Tereza otočí kartu s číslem 5. Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Stejnou rukou přidá jeden dvojkový hranolek (4 s). Hranolky jsou na kartě umístěny rovnoběžně.

Otočí kartu s číslem 4. Pohlédne na hromádku s dvojkovými hranolky, pak na hromádku s trojkovými hranolky. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (4 s). Levou rukou hned přidá jeden jednotkový hranolek (2 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme najednou dva trojkové hranolky a položí na kartu (6 s). Hranolky jsou na kartě umístěny rovnoběžně.

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (3 s). Stejnou rukou k němu hned přidá jeden čtyřkový hranolek (2 s).

Karolína

Karolína otočí pravou rukou kartu s číslem 5, levou ruku má před ústy. Nahlas přečte číslo: „Pět.“ Očima téká z čísla na hromádku s trojkovými hranolky (8 s), pak začne na pravé ruce po jednom odpočítávat tři prsty (6 s). Oběma rukama najednou sáhne po trojkovém a dvojkovém hranolku. Umístí je rovnoběžně na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 4. Na prstech levé ruky odpočítá po jednom čtyři prsty, jeden prst schová (4 s). Pravou rukou sáhne po trojkovém hranolku a umístí ho na kartu. Nahlas řekne: „Tři.“ (3 s) Sleduje prsty levé ruky a dodá jeden jednotkový hranolek a nahlas řekne: „A jedna.“ (2 s) Hranolky jsou na kartě opět umístěny rovnoběžně.

Otočí kartu s číslem 6. Sleduje číslo na kartě (4 s) a pak odpočítá na levé ruce po jednom tři prsty (2 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, položí na kartu, řekne: „Tři ...“ a stejnou rukou přidá ještě jeden trojkový hranolek (1 s). Řekne nahlas: „... a tři rovná se šest.“ Hranolky jsou opět na kartě umístěny rovnoběžně.

Otočí kartu s číslem 9. Přemýšlí (3 s). Pravou rukou sáhne po jednom šestkovém hranolku a položí na kartu (2 s). Na obou rukou najednou vztyčí celkem šest prstů (na pravé jeden, na levé pět), levou rukou dodá jeden trojkový hranolek (5 s).

Vojta

Vojta otočí kartu s číslem 5. Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Stejnou rukou přidá jeden dvojkový hranolek (3 s) a poté ještě jeden trojkový hranolek (2 s). Začne počítat hranolky. Levou rukou se každého hranolku dotkne tolikrát, jaká je jeho hodnota (4 s). Pak levou rukou vrátí jeden trojkový hranolek, stejnou rukou sáhne na hromádku jednotkových hranolků. Ruku však přemístí k hromádce dvojkových hranolků, vezme jeden a položí na kartu (6 s).

Otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou uchopí trojkový hranolek. Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a současně oba hranolky položí na kartu (7 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, levou rukou vezme další trojkový hranolek a oba současně položí na kartu (5 s).

Otočí kartu s číslem 9 a řekne: „Devět.“ Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek, položí ho na kartu a řekne: „Šest ...“ (3 s). Sleduje všechny hromádky zprava doleva. Řekne: „... a ...“ a pravou ruku natahuje po hromádce s dvojkovými hranolky. Zarazí se, sleduje postupně všechny hromádky, které jsou napravo od hromádky s dvojkovými hranolky. Zarazí se u hromádky se šestkovými hranolky a postupuje zpět doleva. Řekne: „Šest a ...“, pravou ruku natahuje po hromádce s dvojkovými hranolky, jeden hranolek vezme do ruky a zarazí se. Podívá se na kartu s jedním šestkovým hranolkem. Řekne: „Ne.“ Pravou rukou hranolek vrátí zpět na hromádku (16 s). Levou rukou se natáhne po hromádce s jednotkovými hranolky, řekne: „Jedna“ a vezme do ruky najednou dva jednotkové hranolky a vloží je do pravé ruky. Levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek, řekne: „Dva“, současně s jednotkovými

hranolky ho položí na kartu s číslem a řekne: „To jsou čtyři.“ (7 s) Levou rukou sáhne po jednom pětkovém hranolku, drží na něm ruku a přemýšlí (2 s). Poté ho položí na kartu a řekne: „A pět.“ (1 s)

Jenda

Jenda otočí kartu s číslem 5. Nahlas řekne: „Pět.“ Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek, pravou rukou jeden dvojkový hranolek a současně položí na kartu (6 s). Levou rukou opět vezme jeden jednotkový hranolek (2s) a položí na kartu, pravou rukou přidá jeden dvojkový hranolek (3 s). Během celé manipulace potichu počítá. Když položí poslední hranolek, řekne: „Pět.“

Otočí kartu s číslem 4. Dívá se na hromádku s jednotkovými hranolky, levou rukou přitom vezme jeden a chce ho položit na kartu. Před položením změní pohyb ruky, jednotkový hranolek vrátí zpět na hromádku a levou rukou vezme dva dvojkové hranolky a položí na kartu (6 s).

Otočí kartu s číslem 6. Nahlas řekne: „Šest.“ Levou rukou vezme dva dvojkové hranolky, položí je na kartu, řekne: „Čtyři.“ (5 s) Stejnou rukou vezme další dva dvojkové hranolky a položí je na kartu. Řekne: „Pět.“ (2 s) Levou rukou přidá jeden jednotkový hranolek a řekne: „Šest.“ (1 s)

Otočí kartu s číslem 9. Přehlédne očima hromádky hranolků zleva doprava. Pohlédne na hromádku s jednotkovými hranolky, pak pohlédne na kartu s číslem 9 (5 s). Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek a položí na kartu s číslem 9. Potichu řekne: „Šest.“ (4 s) Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek, přendá ho do pravé ruky a položí na kartu. Potichu řekne: „Sedm.“ (3 s) Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu. Potichu řekne: „Osm, devět.“ (2 s)

J01: Mám to.

E01: Zkontroluj, jestli máš dobře zaplaceno.

J02: (Sáhne na oba dvojkové hranolky na kartě s číslem 4.) Čtyři. (Pak sáhne najednou na všechny hranolky na kartě s číslem 5.) Pět. (Sáhne najednou na všechny hranolky na kartě s číslem 6.) Šest.

E02: Ty červený, ty s tím červeným proužkem, to je kolik? Když se podíváš na číslo pět?

J03: (Provádí taktilní dokumentaci dvojkových hranolků na kartě s číslem 6, 3 s.) Dvě koruny.

E03: Dvě koruny. Takže u čísla pět?

J04: (Dotkne se dvěma prsty pravé ruky dvou dvojkových hranolků na kartě s číslem 5.) Čtyři. (Jedním prstem se dotkne jednoho jednotkového hranolku.) Jé. (Jeden jednotkový hranolek odebere.) (2 s)

E04: Takhle by to mělo být. No a u čísla šest?

J05: (Sáhne levou rukou na dva dvojkové hranolky na kartě s číslem 6.) Čtyři. (Dotkne se dalších dvou dvojkových hranolků a odebere jeden jednotkový.) (4 s)

E05: Ta červená jsme říkali, že jsou ...

J06: Dvě.

E06: Takže kolik tam máš dohromady?

J07: (Levou rukou se dotýká zvlášť každého hranolku, potichu počítá, odebere jeden dvojkový hranolek, 5 s.) Tak.

Ondřej

Ondra otočí kartu s číslem 5. Pohlédne na hromádku dvojkových hranolků, pak na hromádku s jednotkovými hranolky a na hromádku s trojkovými hranolky (4 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek. Ruku s hranolkem přesune k hromádce dvojkových hranolků, vezme jeden a oba hranolky položí na kartu (6 s).

Otočí kartu s číslem 4. Dívá se na hromádku s trojkovými hranolky, natahuje po ní ruku, zarazí se a sáhne na hromádku s dvojkovými hranolky. Odpočítá po jednom dva dvojkové hranolky a položí na kartu s číslem (5 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek. Ruku s hranolkem přesune k hromádce s dvojkovými hranolky, vezme jeden, řekne: „Pět.“ Ruku s oběma hranolky přesune k hromádce s jednotkovými hranolky a vezme jeden. Řekne: „Šest.“ Všechny hranolky položí najednou na kartu s číslem (10 s).

Otočí kartu s číslem 9. Řekne: „Devět.“ Sleduje hromádky zprava doleva a zpět. Zavře oči, řekne: „Šest ...“ (4 s). Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek. Ruku přesune k hromádce s trojkovými hranolky, vezme jeden trojkový hranolek a oba hranolky současně položí na kartu (4 s). Řekne: „... a tři.“

Tomáš

Tomáš otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek. Ruku s hranolkem přesune k hromádce dvojkových hranolků a vezme jeden. Oba hranolky položí na kartu, přitom si pomáhá pravou rukou (4 s).

Otočí kartu s číslem 4. Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s).

Levou rukou vezme opět jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (1 s).

Otočí kartu s číslem 6. Levou rukou odpočítá po jednom dva trojkové hranolky a současně je položí na kartu (4 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek, řekne: „Pět ...“ a položí na kartu (4 s). Sleduje hromádky zprava doleva (5 s). Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek, řekne: „... a čtyři“ a položí na kartu (3 s).

Pavel

Pavel otočí kartu s číslem 5. Řekne: „Pět.“ Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu. Řekne: „Trojku ...“ (3 s) Pak stejnou rukou vezme jeden dvojkový hranolek, položí na kartu a řekne: „... a dvojkou.“ Hranolky uspořádá do jedné řady (2 s).

Otočí kartu s číslem 4 a řekne: „Čtyřka.“ Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, řekne: „Čtyřku“ a hranolek položí na kartu s číslem (4 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme najednou dva dvojkové hranolky a položí na kartu. Zároveň se z hromádky vysune ještě jeden dvojkový hranolek. Pavel se ho dotkne pravou rukou, pohlédne na dva dvojkové hranolky na kartě a ruku odtáhne (5 s).

Otočí kartu s číslem 9. Řekne. „Poslední je devět.“ Podívá se na hromádku se šestkovými hranolky (2 s). Pravou ruku natáhne ke hromádce se šestkovými hranolky, položí ji vedle hromádky. Podívá se na hromádku s pětkovými hranolky. Ruku přesune k hromádce s pětkovými hranolky. Vezme jeden pětkový hranolek, řekne: „Pět“ a hranolek položí na kartu (4 s). Očima sleduje hromádky hranolků zleva doprava. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, řekne: „A čtyři“ a položí ho na kartu (7 s).

E01: Kolik je ta zelená?

P01: Tady? (Ukazuje na trojkový hranolek na kartě s číslem 5.) Ta zelená? Trojka.

E02: Hm. Takže u té čtyřky?

P02: U té čtyřky je čtyřka.

E03: Počkej, ta zelená jsi říkal, že je...

P03: Né, vlastně. (pravou rukou vrací trojkový hranolek zpět na hromádku), tam musí být (pravou rukou přisune ke kartě jeden dvojkový hranolek a po něm druhý dvojkový hranolek) jednička a jednička, teda dvojka a dvojka (7 s).

E04: Dobře. Podíváme se ještě u čísla šest. Je to v pořádku?

P04: (Očima těká z karty s číslem 6 na kartu s číslem 4, 5 s.) Né. To jsou dvojky vlastně. (Levou rukou odsune najednou oba dvojkové hranolky zpět k hromádce, 2 s.) Tady jsou trojky. (Pravou rukou vezme najednou dva trojkové hranolky a odsune je ke kartě s číslem 6, 4 s.)

E05: A číslo devět?

P05: (Očima těká z karty s číslem 9 na hromádku s trojkovými hranolky, 4 s. Pravou rukou vezme trojkový hranolek z karty, vrátí ho na hromádku, pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a dá na kartu s číslem 9, 3 s.) Tak to je.

Jirka

Jirka otočí kartu s číslem 5. Podívá se na hromádku s jednotkovými hranolky, poté na hromádku s trojkovými hranolky. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, podrží ho ve vzduchu, levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek. Oba hranolky položí současně na kartu. Hranolky jsou umístěny rovnoběžně (6 s).

Otočí kartu s číslem 4. Podívá se na hromádku s dvojkovými hranolky, poté na hromádku s jednotkovými hranolky. Levou rukou vezme najednou čtyři jednotkové hranolky a položí je na kartu s číslem (5 s).

Otočí kartu s číslem 6. Podívá se na hromádku s trojkovými hranolky. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu s číslem (4 s). Stejnou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí k oběma hranolkům na kartu s číslem (2 s).

Otočí kartu s číslem 9. Sleduje očima hromádky hranolků zprava doleva, zleva doprava. Soustředí se na hromádku se čtyřkovými hranolky a hromádku s pětkovými hranolky (4 s). Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek. Ruku s hranolkem přesune k hromádce čtyřkových hranolků. Vezme jeden čtyřkový hranolek a oba hranolky položí na kartu (2 s).

Eliška H.

Eliška otočí kartu s číslem 5. Drží ji v ruce a sleduje očima hromádky hranolků zleva doprava (5 s).

E01: Přestav si, že jsi v obchodě, koupila by sis nanuk za pět korun a měla bys takovýchle peníze.

EL01: Takže by mně nevrátili nic.

E02: No, nevrátili by ti nic. Přesně bys to zaplatila. Jo?

EL02: Hm.

E03: Polož si tu kartičku (Eliška položí kartičku s číslem na stůl) a zkus pomoci těch korunek nebo dvoukorun, tříkorun zaplatit. (Eliška sedí s pravou rukou před ústy, dívá se střídavě na hromádky s hranolky a na experimentátoku, 6 s.)

E04: Tak, podívej se, tamhle na té hromádce úplně vlevo jsou koruny. Dovedla bys to zaplatit pomocí těch korun? (Eliška levou rukou odpočítá po jednom pět jednotkových hranolků, vezme je najednou do levé ruky a položí na kartu, 11 s.)

E05: Vezmi si další číslo. (Eliška otočí kartu s číslem 4.) Tohle je další cena, zkus zaplatit. (Eliška levou rukou odpočítá po jednom čtyři dvojkové hranolky, 6 s.)

E06: To jsou dvoukoruny, Eliško. Kolik dvoukorun musíš dát do tohoto čísla? (Eliška přemýšlí, 7 s.)

E07: Co je to za číslo?

EL03: Čtyři.

E08: Můžeš tam ty dvoukoruny nějak dát? (Eliška přemýšlí, 5 s.)

E09: Zkusila bys to zaplatit pomocí korunek? Šlo by to?

EL04: (Kývne hlavou)

E10: Tak to zkus zaplatit. (Eliška levou rukou vysune z hromádky najednou čtyři jednotkové hranolky, vezme je do levé ruky a položí na kartu, 5 s.)

E11: Další číslo. (Eliška otočí kartu s číslem 6.)

E12: Zkus zaplatit.

EL05: (Levou rukou odpočítá po jednom šest jednotkových hranolků, vezme je do levé ruky a položí na kartu, 7 s.)

E13: Ještě poslední číslo.

EL06: (Otočí kartu s číslem 9.) No(Přemýšlí, 5 s.)

E14: Zkus to vymyslet. Jaká čísla musíš sečíst, abys dostala devět?

EL07: (Levou rukou odpočítá po dvou osm dvojkových hranolků.) Dva, čtyři, šest, osm. (Levou rukou je po jednom přepočítá a přidá ještě jeden dvojkový hranolek.) Tak tady je jich devět. (Všechny hranolky posune ke kartě s číslem.) (24 s)

Zdeněk

Otočí kartu s číslem 5. Nahlas řekne: „Pět.“ Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek, pravou rukou jeden dvojkový hranolek a současně položí na kartu (6 s). Pravou rukou přidá jeden dvojkový hranolek (3 s).

Otočí kartu s číslem 4. Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s). Levou rukou vezme opět jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (1 s).

Otočí kartu s číslem 6. Nahlas řekne: „Šest.“ Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s). Levou rukou vezme opět jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (1 s). Řekne: „Čtyři.“ Levou rukou přidá jeden dvojkový hranolek a řekne: „Šest.“ (1 s)

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek a položí na kartu s číslem (3 s). Přehlédne očima hromádky hranolků zleva doprava (4 s). Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek, přendá ho do pravé ruky a položí na kartu. Potichu řekne: „Sedm, osm, devět.“ (3 s)

Jana

Jana otočí kartu s číslem 5. Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s). Stejnou rukou přidá jeden dvojkový hranolek (3 s) a poté ještě jeden trojkový hranolek (2 s). Začne počítat hranolky. Levou rukou se každého hranolku dotkne tolikrát, jaká je jeho hodnota (4 s). Pak levou rukou vrátí jeden trojkový hranolek, stejnou rukou sáhne na hromádku jednotkových hranolků. Ruku však přemístí k hromádce dvojkových hranolků, vezme jeden a položí na kartu (6 s).

Otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou uchopí trojkový hranolek. Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a současně oba hranolky položí na kartu (7 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, levou rukou vezme další trojkový hranolek a oba současně položí na kartu (5 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek a položí ho na kartu (3 s). Sleduje hromádky zleva doprava (4 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Příloha 8 – Protokol 7. experimentu

Datum: 16. 4. 2004

Doba: 2. a 3. vyučovací hodina, 8:55 – 10:45

Místo: 1. ZŠ, Západní ul., Plzeň

Prostředí: kabinet v sousedství učeben

Přítomni: jeden žák, experimentátorka

Poznámka: Experiment proběhl v pátek. Experimentátorka pracovala s každým žákem samostatně a odděleně v těsném sousedství učebny. Žák prováděl činnosti na pracovním stole. Dílčí části úlohy řešil žák bez časového omezení.

Magdaléna

Magdaléna otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí ho na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí ho na kartu (2 s).

Magdaléna otočí kartu s číslem 6. Do pravé ruky vezme jeden čtyřkový hranolek a položí ho na kartu (2 s). Levou rukou se natahuje po trojkovém hranolku. Zarazí se. Pravou rukou vrátí čtyřkový hranolek na hromádku (3 s). Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek, pravou rukou vezme další trojkový hranolek a oba hranolky současně položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 5. Do pravé ruky vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou hned přidá jeden jednotkový hranolek (2 s).

Otočí kartu s číslem 11. Do pravé ruky vezme jeden šestkový hranolek a položí na kartu s číslem (2 s). Pravou rukou se natahuje ke hromádce se šestkovými hranolky, dotkne se jednoho. Pak ruku přesune k hromádce s pětkovými hranolky, zarazí se a vrátí ruku zpět k šestkovým hranolkům. Vezme jeden a položí na kartu (6 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (4 s). Těká očima z hromádky se čtyřkovými hranolky na hromádku s pětkovými hranolky. Očima se zastaví na hromádce se čtyřkovými hranolky. Pravou rukou vezme jeden a položí na kartu (3 s).

E01: Tak se ještě podíváme na předposlední číslo. To je jaké číslo?

M01: Jedenáct.

E02: Jedenáct a ty tam máš kolik? Máš tam dva hranolky. Ten jeden je...

M02: Šest.

E03: A ten druhý?

M03: Taky šest.

E04: Šest plus šest je...

M04: (Přemýšlí, 2 s.) Dvanáct.

E05: Zkusíš to opravit, aby to bylo dobře?

M05: (Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek a vrátí ho na hromádku. Stejnou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu, 2 s.)

Kristýna P.

Kristýna otočí kartu s číslem 4. Postupuje po hromádkách zleva doprava. Z každé hromádky vezme pravou rukou jeden hranolek a položí ho na kartu: jednotkový hranolek, dvojkový hranolek, trojkový hranolek, jednotkový hranolek (15 s). Hranolky uspořádá do tvaru s půdorysem obdélníka.

Kristýna otočí kartu s číslem 6. Postupuje po hromádkách zleva doprava a z každé hromádky vezme jeden hranolek a položí na kartu: levou rukou jednotkový hranolek, pravou rukou dvojkový hranolek, pravou rukou trojkový hranolek, pravou rukou čtyřkový hranolek, levou rukou jednotkový hranolek, pravou rukou dvojkový hranolek (21 s). Hranolky uspořádá do tvaru s půdorysem obdélníka (5 s).

Otočí kartu s číslem 5. Postupuje podobným způsobem: levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu, stejnou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu, levou rukou trojkový hranolek a položí na kartu (11 s). Pravou rukou sáhne po čtyřkovém hranolku, ruku vrátí zpátky, přemýšlí, pak tento čtyřkový hranolek vezme a položí na kartu (7 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (6 s).

Otočí kartu s číslem 11. Postup je obdobný, postupuje zleva doprava, vezme vždy jeden hranolek z hromádky a položí na kartu: levou rukou jednotkový hranolek, levou rukou dvojkový hranolek, levou rukou trojkový hranolek, levou rukou čtyřkový hranolek, pravou rukou pětkový hranolek, pravou rukou šestkový hranolek, levou rukou jednotkový hranolek, levou rukou dvojkový, pravou rukou trojkový, pravou rukou čtyřkový, pravou rukou pětkový (39 s).

Otočí kartu s číslem 9. Postup je stejný: pravou rukou jeden jednotkový hranolek, pravou rukou jeden dvojkový hranolek, pravou rukou jeden trojkový hranolek, pravou rukou jeden čtyřkový hranolek, pravou rukou jeden pětkový hranolek, pravou rukou jeden šestkový hranolek, levou rukou jeden jednotkový hranolek, levou rukou jeden dvojkový hranolek, levou rukou jeden trojkový hranolek. Pravou rukou po jednom spočítá všechny hranolky (40 s).

E01: Kristýnko, zkusíme to spolu zkontrolovat. Kolik korun je tohle? (Ukazuje na jednotkový hranolek na hromádce.)

K01: (Podívá se na hromádku s hranolky.) Noo... (Přemýšlí, 4 s, podívá se na kartu se symbolickou reprezentací čísla u hromádky s hranolky.) Jedna.

E02: Dobře. Kolik korun je tenhle hranolek? (Ukazuje na dvojkový hranolek na hromádce.)

K02: (Podívá se na kartu se symbolickou reprezentací čísla u hromádky s hranolky.) Dvě.

E03: A tyhle další? (Ukazuje postupně na hranolky na dalších dvou hromádkách.)

K03: Tři,.....čtyři.

E04: Teď spočítáme, kolik korun jsi zaplatila. (Ukazuje na kartu s číslem 4 a poruší uspořádání hranolků ...) Tohle je... (ukazuje na jednotkový hranolek)

K04: (Podívá se na jednotkový hranolek na kartě, poté na kartu se symbolickou reprezentací čísla u hromádky s jednotkovými hranolky, 7 s.) Jedna.

E05: Tohle... (ukazuje postupně na další hranolky na kartě)

K05: (Podívá se vždy na hranolek, pak na kartu se symbolickou reprezentací čísla u hromádky s hranolky.) DvěTři Čtyři.

E06: Kolik je to dohromady?

K06: (Dívá se na hromádku, 14 s.)

E07: Sečteme to. Jedna plus dva (ukáže na jeden jednotkový a jeden dvojkový hranolek na kartě).

K07: (Každého hranolku se dotkne prstem pravé ruky.) Jedna plus dva rovná se tři. (Přemýšlí, dotkne se trojkového hranolku, 5 s.) Tři plus tři rovná se šest. (Přemýšlí, dotkne se čtyřkového hranolku, 5 s.) Šest plus čtyři jedeset.

E08: Kolik je cena na cenovce?

K08: Čtyři.

E09: (Odsune všechny hranolky z karty stranou.) Musíme to zaplatit jinak.

K09: (Přemýšlí, 11 s.)

E10: Zkus to zaplatit pomocí korun.

K10: (Pravou rukou vybere najednou dva jednotkové hranolky a položí na kartu, 4 s. Stejnou rukou vybere najednou dva jednotkové hranolky a položí na kartu. Hranolky uspořádá do číselné figury jako na hrací kostce, 6 s.)

E11: (Odsune stranou všechny hranolky z karty s číslem 6.) A tohle?

K11: (Pravou rukou vybere najednou tři jednotkové hranolky a položí na kartu, 4 s. Pak stejnou rukou vybere najednou tři jednotkové hranolky a umístí na kartu, 3 s. Hranolky jsou uspořádány do číselné figury jako na hrací kostce.)

E12: (Odsune stranou všechny hranolky z karty s číslem 5.) Teď tady.

K12: (Pravou rukou vybere najednou tři jednotkové hranolky a položí na kartu, 3 s. Pak stejnou rukou vybere najednou dva jednotkové hranolky a umístí na kartu, 3 s. Hranolky jsou uspořádány do číselné figury jako na hrací kostce. Odsune hranolky z karty s číslem 11. Odpočítá po jedné zbylé jednotkové hranolky z hromádky a položí na kartu, 4 s.) Pět... (Vezme všechny jednotkové hranolky použité při původní reprezentaci čísel a položí je na kartu, 3 s) ...a čtyři je devět. (Podívá se na kartu s číslem 11.) Ještě chybí.

E13: Zkus použít jiné hranolky, ještě jsou tady jiné. Jaké číslo musíš přičíst k číslu 9, abys dostala 11?

K13: (Rozhlédne se po zbylých hromádkách s hranolky, vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu, 9 s.) A dvě.

E14: Ještě jedno číslo.

K14: (Levou rukou vezme najednou tři dvojkové hranolky a položí je na kartu s číslem, 4 s. Potichu je přepočítá, pravou rukou se každého dotkne dvakrát.) Šest. (Pravou rukou přidá jeden dvojkový hranolek, položí na kartu, dvakrát do něj ťukne, 3 s.) Osm. (Podívá se na hromádku trojkových hranolků, 4 s, pravou rukou vezme jeden a přidá na kartu s číslem.)

Tereza

Tereza otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme dva dvojkové hranolky a položí je na kartu (3 s).

Tereza otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek, položí ho mimo hromádku. Pohlédne na hromádku s trojčovými hranolky, pravou rukou hranolek vrátí na hromádku (5 s). Stejnou rukou vezme dva trojkové hranolky a položí na kartu s číslem (2 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek, položí na kartu (4 s) a stejnou rukou k němu hned přidá jeden jednotkový hranolek (2 s).

Otočí kartu s číslem 11. Sleduje hromádku s pětkovými hranolky (3 s). Pravou rukou vezme jeden a položí na kartu (2 s). Stejnou rukou k němu přidá jeden šestkový hranolek (4 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (3 s). Stejnou rukou k němu hned přidá jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Karolína

Karolína otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí ho na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s).

Karolína otočí kartu s číslem 6. Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s). Stejnou rukou k němu přidá jeden dvojkový hranolek (5 s). Na pravé ruce vztyčí nejdříve jeden prst a poté dva prsty najednou (5 s). Levou rukou sáhne po dvojkovém hranolku, pohlédne na pravou ruku se třemi vztyčenými prsty, ruku přesune k hromádce s trojčovými hranolky, vezme jeden a položí na kartu (7 s).

Otočí kartu s číslem 5. Prohlíží si číslo a sleduje hromádku se čtyřkovými hranolky (5 s). Pravou rukou vybere jeden z nich a levou rukou přidá jeden jednotkový hranolek (2 s).

Otočí kartu s číslem 11. Postupně sleduje hromádky zleva doprava (8 s). Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek a položí na kartu (2 s). Na pravé ruce vztyčí po jednom tři prsty, pak dva schová a na levé ruce vztyčí najednou pět prstů (6 s). Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (1 s).

Otočí kartu s číslem 9. Přemýšlí (3 s). Pravou rukou sáhne po jednom šestkovém hranolku a položí na kartu (2 s). Na obou rukou najednou vztyčí celkem šest prstů (na pravé jeden, na levé pět), levou rukou dodá jeden trojkový hranolek (5 s).

Eliška B.

Eliška otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, řekne: „Tři“ a položí ho na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek, řekne: „Jedna“ a položí na kartu (2 s).

Eliška otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou odpočítá po jednom dva trojkové hranolky. Řekne: „Tři, tři“ a položí je na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, řekne: „Tři“ a položí ho na kartu (2 s). Stejnou rukou vezme jeden dvojkový hranolek, řekne: „Dva“ a položí ho na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 11. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek, očima zároveň sleduje hromádky zprava doleva a zpět. Řekne: „Šest a ...“ a hranolek položí na kartu (4 s). Podívá se na hromádku s pětkovými hranolky, řekne: „...pak ...“, pravou rukou sáhne na jeden pětkový hranolek, drží na něm ruku, očima sleduje hromádky zprava doleva a zpět na hromádku s pětkovými hranolky, pětkový hranolek vezme do ruky, řekne: „...pět“ a položí ho na kartu s číslem (6 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek, řekne: „Šest.“ Nese hranolek na kartu a zároveň sleduje hromádky zprava doleva, zastaví se u hromádky s trojkovými hranolky. Hranolek položí na kartu, pokládání sleduje očima (3 s). Pravou ruku natáhne k hromádce s dvojkovými hranolky, podívá se na hromádku, ruku přesune k hromádce s trojkovými hranolky. Vezme jeden, řekne: „A tři“ a položí ho na kartu (3 s).

Vojta

Vojta otočí kartu s číslem 4. Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek, pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek. Oba hranolky položí současně na kartu (4 s).

Vojta otočí kartu s číslem 6. Pravou ruku natáhne po hromádce se čtyřkovými hranolky, plynule rukou přejde k hromádce s trojkovými hranolky, u které se zastaví. Řekne: „Šest.“ Očima přejde zprava doleva po všech hromádkách s hranolky, zastaví se na hromádce s jednotkovými hranolky. Levou rukou se dotkne jednoho hranolku, ruku přemístí k hromádce s dvojkovými hranolky, dotkne se jednoho. Levou ruku přemístí k hromádce s trojkovými hranolky. Vezme najednou dva tyto hranolky, řekne „Tři, tři“ a umístí je na kartu s číslem (8 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou sáhne po jednom čtyřkovém hranolku, řekne: „Pět.“ (2 s). Rukou se hranolku dotýká a řekne: „Čtyři ...“ (2 s). Levou rukou sáhne po jednom jednotkovém hranolku, řekne „... a jedna“ a oba hranolky současně položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 11. Řekne: „Jedenáct.“ Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek, položí na kartu a řekne: „Pět ...“ (4 s) Stejnou rukou vezme jeden pětkový hranolek, položí na kartu a řekne „... a pět.“ (2 s) Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek, položí na kartu a řekne „... a jedna“ (2 s).

Otočí kartu s číslem 9 a řekne: „Devět.“ Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek, položí ho na kartu a řekne: „Šest ...“ (3 s) Sleduje všechny hromádky zprava doleva. Řekne: „...a ...“ a pravou ruku natahuje po hromádce s dvojkovými hranolky. Zarazí se, sleduje postupně všechny hromádky, které jsou napravo od hromádky s dvojkovými hranolky. Zarazí se u hromádky se šestkovými hranolky a postupuje zpět doleva. Řekne: „Šest a ...“, pravou ruku natahuje po hromádce s dvojkovými hranolky, jeden hranolek vezme do ruky a zarazí se. Podívá se na kartu s jedním šestkovým hranolkem. Řekne: „Ne.“ Pravou rukou hranolek vrátí zpět na hromádku (16 s). Levou rukou se natáhne po hromádce s jednotkovými hranolky, řekne: „Jedna“ a vezme do ruky najednou dva jednotkové hranolky a vloží je do pravé ruky. Levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek, řekne: „Dva“, současně s jednotkovými hranolky ho položí na kartu s číslem a řekne: „To jsou čtyři.“ (7 s) Levou rukou sáhne po

jednom pětčkovém hranolku, drží na něm ruku a přemýšlí (2 s). Poté ho položí na kartu a řekne: „A pět.“ (1 s)

Metoděj

Metoděj otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek. Oba hranolky současně položí na kartu (3 s).

Metoděj otočí kartu s číslem 6. Levou rukou vezme najednou dva trojkové hranolky a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (1 s). Stejnou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 11. Pravou rukou vezme jeden pětčkový hranolek a položí ho na kartu (1 s). Stejnou rukou vezme jeden pětčkový hranolek a položí na kartu (1 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (4 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětčkový hranolek a položí na kartu (2 s). Očima sleduje hromádky zprava doleva, pravou ruku natahuje doleva. Zarazí se, očima sleduje hromádky zleva doprava, změní směr pohybu pravé ruky, natahuje ji doprava. Změní opět směr očí doleva a zarazí se na hromádce s dvojkovými hranolky (3 s). Pravou rukou odpočítá po jednom dva dvojkové hranolky a pokládá je na kartu (2 s). Během pohybu řekne: „Jo.“

Jenda

Otočí kartu s číslem 4. Levou rukou vezme najednou dva dvojkové hranolky a položí je na kartu (3 s).

Jenda otočí kartu s číslem 6. Levou rukou vezme najednou dva trojkové hranolky a položí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 5. Přehlédne očima hromádky hranolků zleva doprava. Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek, ruku s hranolkem přesune k hromádce s jednotkovými hranolky. Vezme jeden a oba hranolky položí na kartu s číslem (4 s).

Otočí kartu s číslem 11. Pravou rukou odpočítá dva pětčkové hranolky a položí na kartu. Při umístění hranolků si pomáhá levou rukou (5 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 9. Přehlédne očima hromádky hranolků zleva doprava. Pohlédne na hromádku s jednotkovými hranolky, pak pohlédne na kartu s číslem 9 (5 s). Pravou rukou, vezme jeden šestčkový hranolek a položí na kartu s číslem 9. Potichu řekne: „Šest.“ (4 s)

Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek, přendá ho do pravé ruky a položí na kartu. Potichu řekne: „Sedm.“ (3 s) Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu. Potichu řekne: „Osm, devět.“ (2 s)

J01: Tak.

E01: Hotovo?

J02: Jo.

E02: Podíváme se na číslo devět, jestli je to správně.

J03: (Sáhne pravou rukou na šestčkový hranolek.)

E03: Tohle je?

J04: Šest (na pravé ruce vztyčí jeden prst). Sedm (na pravé ruce vztyčí druhý prst). Os.. (na pravé ruce vztyčí třetí prst). Jo, aha...(na pravé ruce skrčí dva prsty, vztyčený zůstává první prst, levou rukou odstraní trojkový hranolek, stejnou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu). (9 s)

Jirka

Jirka otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme najednou dva dvojkové hranolky a položí je na kartu (4 s).

Jirka otočí kartu s číslem 6. Pohlédne na hromádku se čtyřkovými hranolky. Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (4 s). Stejnou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí ho na kartu (1 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 11. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek. Ruku s hranolkem přesune k hromádce pětkových hranolků. Vezme jeden pětkový hranolek a oba hranolky položí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek. Sleduje očima hromádky hranolků zprava doleva, zleva doprava (4 s). Ruku s hranolkem přesune k hromádce čtyřkových hranolků. Vezme jeden čtyřkový hranolek a oba hranolky položí na kartu (2 s).

Pavel

Pavel otočí kartu s číslem 4. Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (1 s).

Pavel otočí kartu s číslem 6. Levou rukou odpočítá po jednom dva trojkové hranolky a položí na kartu. Řekne: „Šest.“ (3 s)

Otočí kartu s číslem 5. Levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (1 s).

Otočí kartu s číslem 11. Očima sleduje hromádky hranolků zleva doprava (3 s). Vráti se k hromádce se čtyřkovými hranolky. Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu. Drží na něm ruku. Podívá se na hromádku se čtyřkovými hranolky, pak na hromádku s pětkovými hranolky. Čtyřkový hranolek vrátí pravou rukou na hromádku (7 s).

Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu. Řekne: „Pět.“ (2 s) Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek, řekne: „Plus šest ...“, hranolek položí na kartu a řekne: „... je jedenáct.“ (3 s)

Otočí kartu s číslem 9. Řekne: „Devět.“ Očima sleduje hromádku pětkových hranolků a hromádku čtyřkových hranolků (3 s). Řekne: „Takže ...“ Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek, ruku posune k hromádce čtyřkových hranolků, vezme jeden čtyřkový hranolek. Oba hranolky položí současně na kartu. Současně jak vybírá hranolky a pokládá na kartu, říká: „... čtyři a pět je devět.“ (3 s)

Ondřej

Ondra otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme najednou dva dvojkové hranolky a položí je na kartu (4 s).

Ondra otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme najednou dva trojkové hranolky a položí je na kartu (4 s).

Otočí kartu s číslem 5. Očima sleduje hromádky hranolků zprava doleva a zpět (2 s). Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek. Ruku s hranolkem přesune k hromádce s jednotkovými hranolky. Vezme jeden jednotkový a oba hranolky najednou položí na kartu (4 s).

Otočí kartu s číslem 11. Očima sleduje hromádky hranolků zprava doleva a zpět (4 s). Pravou ruku natahuje k hromádce s pětkovými hranolky, váhá, očima sleduje všechny hromádky zprava doleva a zpět, zastaví se na hromádce se šestkovými hranolky (5 s). Pravou ruku přesune ke hromádce se šestkovými hranolky, vezme jeden, řekne: „Tak...“ Ruku s hranolkem přesune k hromádce s pětkovými hranolky. Vezme jeden pětkový, řekne: „...a tak.“ Oba hranolky současně položí na kartu (6 s).

Otočí kartu s číslem 9. Řekne: „Devět.“ Sleduje hromádky zprava doleva a zpět. Zavře oči, řekne: „Šest.“ (4 s) Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek. Ruku přesune k hromádce s trojkovými hranolky, vezme jeden trojkový hranolek a oba hranolky současně položí na kartu (4 s).

Eliška H.

Eliška otočí kartu s číslem 4. Drží ji v ruce a sleduje očima hromádky hranolků zleva doprava (5 s). Levou rukou odpočítá po jednom čtyři jednotkové hranolky a položí je na kartu (4 s).

Eliška otočí kartu s číslem 6. Levou rukou odpočítá po jedné šest jednotkových hranolků a položí je na kartu (7 s).

Otočí kartu s číslem 5. Levou rukou odpočítá po jedné pět jednotkových hranolků a položí je na kartu (5 s).

Otočí kartu s číslem 11. Levou rukou odpočítá po jednom všechny jednotkové hranolky, které ještě na hromádce zbyly, a posune je stranou (9 s).

EL01: Nevychází, tady je jich devět a tady je (ukazuje pravou rukou na kartu s číslem) jich jedenáct.

E01: A mohla bys tam dát ještě něco jiného?

EL02: (Sedí a pozoruje hromádku s dvojkovými a hromádku s trojkovými hranolky, 8 s.)

E02: Jaké číslo bys tam musela přičíst?

EL03: Dvojku.

E03: Tak ji tam zkus dát.

EL04: (Levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek, položí ho na kartu s číslem. Hned jej levou rukou zvedne a položí k devíti jednotkovým hranolkům. Stejnou rukou je všechny zvedne.) Devět. (Všechny hranolky položí na kartu.) (6 s)

E04: Ještě poslední číslo.

EL05: (Otočí kartu s číslem 9.) No....(Přemýšlí, 5 s.)

E05: Zkus to vymyslet. Jaká čísla musíš sečíst, abys dostala devět?

EL06: (Levou rukou odpočítá po dvou osm dvojkových hranolků.) Dva, čtyři, šest, osm. (Levou rukou je po jednom přepočítá a přidá ještě jeden dvojkový hranolek.) Tak tady je jich devět. (Všechny hranolky posune ke kartě s číslem.) (24 s)

Tomáš

Tomáš otočí kartu s číslem 4. Podívá se na hromádku s dvojkovými hranolky (3 s). Pravou rukou vezme dva a položí je na kartu (2 s).

Tomáš otočí kartu s číslem 6. Dívá se na hromádku se čtyřkovými hranolky, pravou rukou se dotkne jednoho čtyřkového hranolku, podívá se na kartu s číslem (4 s). Vysune jeden čtyřkový hranolek z hromádky (2 s). Dívá se na hromádku s trojkovými hranolky (3 s). Jeden trojkový hranolek vysune z hromádky a přisune ke čtyřkovému hranolku (2 s).

Otočí kartu s číslem 5. Dívá se na hromádky zleva doprava (3 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 11. Očima sleduje hromádky zprava doleva a zpět (5 s). Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (4 s). Sleduje hromádky zprava doleva (3 s). Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (2 s).

E01: Podívej se ještě na číslo 6. Je to dobře?

T01: (Dívá se na kartu s číslem 6, 7 s.)

E02: Kolik je ten fialový hranolek?

Příloha 9 – Protokol 8. experimentu

Datum: 18. 6. 2004

Doba: 2. a 3. vyučovací hodina, 8:55 – 10:45

Místo: 1. ZŠ, Západní ul., Plzeň

Prostředí: kabinet v sousedství učeben

Přítomni: jeden žák, experimentátorka

Poznámka: Experiment proběhl v pátek. Experimentátorka pracovala s každým žákem samostatně a odděleně v těsném sousedství učebny. Žák prováděl činnosti na pracovním stole. Dílčí části úlohy řešil žák bez časového omezení.

Eliška B.

Eliška otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí ho na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (1 s).

Eliška otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou odpočítá po jednom dva trojkové hranolky a položí je na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí ho na kartu (2 s). Stejnou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí ho na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 11. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek, řekne: „Šest“ a hranolek položí na kartu (2 s). Podívá se na hromádku s pětkovými hranolky, pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek, řekne: „Pět“ a položí ho na kartu s číslem (4 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek, řekne: „Šest.“ Položí hranolek na kartu (3 s). Sleduje hromádky zprava doleva, zastaví se u hromádky s trojkovými hranolky (3 s). Pravou ruku natáhne k hromádce s trojkovými hranolky, vezme jeden, řekne: „A tři“ a položí ho na kartu (3 s).

Eliška H.

Eliška otočí kartu s číslem 4. Levou rukou odpočítá po jednom čtyři jednotkové hranolky a položí je na kartu (4 s).

Eliška otočí kartu s číslem 6. Levou rukou odpočítá po jednom šest jednotkových hranolků a dá je na kartu (4 s).

Otočí kartu s číslem 5. Levou rukou odpočítá po jednom pět jednotkových hranolků a položí je na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 11. Levou rukou odpočítá po jedné zbylé jednotkové hranolky (je jich devět) a položí je na kartu (8 s). Pozoruje hromádky hranolků zleva doprava, pak se podívá na kartu s číslem 11. Řekne: „Devět a dva ... je jedenáct.“ Levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (10 s).

Otočí kartu s číslem 9. Levou rukou odpočítá po dvou osm dvojkových hranolků: „Dva, čtyři, šest, osm“ a levou rukou k nim přidá jeden dvojkový hranolek: „Devět.“ (18 s)

E01: Zkusíme to spolu přepočítat. Kolik korun je ten červený hranolek?

EL02: (Očima přehlédne všechny hromádky hranolků zleva doprava, podívá se také na jednotkové hranolky na kartách, 6 s). Dvě.

E02: Tenhle hranolek je dvě koruny (dotkne se dvojkového hranolku na kartě), ten také dvě koruny (dotkne se dalšího dvojkového hranolku na kartě), ten taky. Kolik korun tam máš dohromady?

EL02: (Potichu počítá po jedné, každého hranolku se dotkne dvakrát, 17 s.) Osmnáct korun.

E03: Oprav to, abys měla jen devět.

EL03: (Potichu počítá po jedné, každého hranolku se dotkne dvakrát prstem levé ruky. Tímto způsobem spočítá čtyři hranolky, zbylých pět hranolků odsune stranou, 9 s.) Tady je osm, potřebuju ještě jedna, ale to tady už není.

E04: Víš co, zkusíme to spolu ještě jinak, s jinými hranolky (odsune z karty čtyři dvojkové hranolky). Zkus si vybrat jiné hranolky.

EL04: (Eliška sleduje hromádky hranolků zleva doprava, 8 s.) Nevim.

E05: (Položí na kartu jeden pětkový hranolek.) Kolik je to korun?

EL05: (Podívá se na hromádku s pětkovými hranolky, 3 s.) Pět.

E06: Jaké číslo musíš přičíst, abys dostala devět?

EL06: (Sleduje hromádky hranolků zleva doprava, 5 s.) Čtyři. (Vezme jeden čtyřkový hranolek a položí ho na kartu.)

Magdaléna

Magdaléna otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek, levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a oba hranolky současně položí na kartu (3 s).

Magdaléna otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí ho na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí ho na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí ho na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 11. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (5 s).

Pravou rukou se natahuje k hromádce se šestkovými hranolky, ruku přesune k hromádce s pětkovými hranolky, dotkne se jednoho. Podívá se na hranolek na kartě, ruku přesune k hromádce se šestkovými hranolky. Vezme jeden a položí na kartu (9 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (5 s).

Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (3 s). Na pravé ruce postupně po jednom odpočítá a zvedne pět prstů. Pravou rukou vezme z karty jeden pětkový hranolek a vrátí ho na hromádku (5 s). Levou ruku natáhne k hromádce s jednotkovými hranolky, dotkne se jednoho, ruku zvedne a přesune k hromádce s dvojkovými hranolky. Vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (5 s). Dívá se na oba hranolky na kartě. Pravou rukou vezme z karty jeden dvojkový hranolek a vrátí ho zpět na hromádku (2 s). Pravou rukou dvakrát ťukne na pětkový hranolek na kartě. Pravou ruku natáhne k hromádce s dvojkovými hranolky, ruku přemístí od této hromádky k hromádce se čtyřkovými hranolky, vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (5 s). Podívá se na hromádku se čtyřkovými hranolky, pak na hromádku s pětkovými hranolky. Pravou ruku natáhne k hromádce s pětkovými hranolky, ruku vrátí zpět (3 s).

Kristýna P.

Kristýna otočí kartu s číslem 4. Podívá se zleva doprava a zpět po hromádkách hranolků. Pravou rukou vybere najednou dva jednotkové hranolky a položí na kartu (6 s). Stejnou rukou vybere najednou dva jednotkové hranolky a položí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vybere najednou tři jednotkové hranolky a položí na kartu (3 s). Stejnou rukou vybere najednou tři jednotkové hranolky a umístí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vybere najednou tři jednotkové hranolky a položí na kartu (3 s). Pak stejnou rukou vybere najednou dva jednotkové hranolky a umístí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 11. Postupně po jednom pokládá zbylých devět jednotkových hranolků na kartu, přitom potichu počítá (8 s), nahlas řekne: „Devět.“ Podívá se zprava doleva na hromádky hranolků, pohledem se vrátí k hromádce dvojkových hranolků: „Devět plus dva rovná se jedenáct.“ Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (7 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou bere po jednom dvojkové hranolky a postupně je pokládá na kartu. Přitom počítá. „Jedna, dva, ...tři, čtyři,... pět, šest,...sedm, osm.“ Pravou rukou přidá na kartu jeden dvojkový hranolek (10 s).

E01: Podíváme se spolu na poslední číslo, číslo devět. Spočítej, kolik korun máš na kartě?

K01: (Sleduje kartu s hranolky, 4 s, pak začne počítat nahlas, každého hranolku se při počítání dotkne dvakrát.) Jedna, dva, tři, čtyři, pět, šest, sedm, osm devět, deset.

E02: Ale tys měla zaplatit jen devět korun. Zkus to opravit.

K02: (Sleduje hranolky na kartě s číslem, 5 s. Ubere dva hranolky na kartě. Zbylé hranolky na kartě začne potichu přepočítávat, každého hranolku se dotkne dvakrát.) Osm. (Sleduje zprava doleva a zase zpět hromádky s hranolky, 9 s.)

E03: Máš zapláceno osm, kolik korun musíš přidat, abys dostala devět?

K03. Jednu korunu.

E04: Ty už nemáš. Zkus ještě ubrat.

K04: (Ubere z karty jeden hranolek, 2 s.)

E05: Kolik korun tam máš teď?

K05: (Podívá se na kartu s hranolky, potichu počítá.) Šest.

E06: Kolik korun musíš přidat do devíti?

K06: Tři (pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu).

Karolína

Karolína otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí ho na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Karolína otočí kartu s číslem 6. Očima těká z hromádky dvojkových hranolků na kartu s číslem (5 s). Levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu. Na pravé ruce vztyčí dva prsty (3 s). Očima těká z levé ruky na hromádku se čtyřkovými hranolky (3 s). Levou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 5. Očima těká z karty na hromádku trojkových hranolků (4 s). Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek, na pravé ruce vztyčí po jednom tři prsty, trojkový hranolek položí na kartu (2 s). Levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 11. Podívá se na hromádku se šestkovými hranolky. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek a položí na kartu (5 s). Na pravé ruce vztyčí po jednom čtyři prsty, tři prsty schová, vztyčený zůstává jeden prst. Na levé ruce vztyčí najednou pět prstů (4 s). Sleduje pravou ruku s jedním vztyčeným prstem (3 s). Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 9. Podívá se na hromádku se čtyřkovými hranolky, pak na hromádku s pětkovými hranolky. Levou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (3 s). Levou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Vojta

Vojta otočí kartu s číslem 4. Řekne: „Čtyři.“ Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek, řekne: „To je dva ...“ a hranolek položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek, řekne: „... a dva“ a hranolek položí na kartu (2 s).

Vojta otočí kartu s číslem 6. Řekne: „Šest.“ Pravou ruku natáhne k hromádce s trojkovými hranolky. Řekne: „To zaplatím tři ...“, pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, položí na kartu (3 s). Řekne: „... a tři“, levou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek. Drží ho oběma rukama a řekne: „Dva.“ Očima těká z hromádky s dvojkovými hranolky na hromádku s trojkovými hranolky (7 s). Řekne: „Ne.“ Levou rukou pustí trojkový hranolek, vezme do ruky jeden dvojkový hranolek. Řekne: „Tři a dva“ a oba hranolky současně položí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 11. Řekne: „Jedenáct.“ Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek, nese ho ke kartě, řekne: „To je...“, hranolek položí na kartu, řekne: „...šest...“ (5 s). Řekne: „...a pět“, pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 9. Řekne: „Devět.“ Pravou ruku natáhne k hromádce se šestkovými hranolky, řekne: „To je...“. Pravou ruku přesune k hromádce s pětkovými hranolky, vezme jeden a položí na kartu. Řekne: „Pět...“ (5 s). Řekne: „...a čtyři.“ Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (3 s).

Metoděj

Metoděj otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme najednou dva dvojkové hranolky a položí je na kartu (2 s).

Metoděj otočí kartu s číslem 6. Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek, pravou rukou jeden dvojkový hranolek, oba hranolky současně položí na stůl (3 s). Podívá se na hromádku s trojkovými hranolky. Levou rukou vrátí na hromádku jednotkový hranolek a současně pravou rukou vrátí na hromádku dvojkový hranolek (3 s). Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek, pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek. Oba hranolky současně položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (3 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 11. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (1 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou ruku natahuje k hromádkám na levé straně, zarazí se, změní směr pohybu ruky k hromádce se čtyřkovými hranolky. Vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Jenda

Otočí kartu s číslem 4. Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (1 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (1 s).

Jenda otočí kartu s číslem 6. Podívá se na hromádky s hranolky zleva doprava. Řekne: „To bude...“ Levou rukou pohybuje od hromádky se čtyřkovými hranolky k hromádce s trojkovými hranolky a zpět. Levou rukou vysune jeden čtyřkový hranolek a řekne: „Čtyři.“ (4 s) Levou rukou vysune z hromádky s trojkovými hranolky jeden trojkový hranolek a přidá ke čtyřkovému. Oba hranolky vezme do levé ruky a položí na kartu (4 s).

Otočí kartu s číslem 5. Levou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (1 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 11. Řekne: „Jedenáct.“ Levou rukou vezme po jednom dva pětkové hranolky, řekne: „Pět, pět, deset“ a oba hranolky najednou položí na kartu (3 s). Levou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 9. Řekne: „Devět.“ Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek, řekne: „Pět“ a položí na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek, řekne: „Čtyři“ a položí na kartu (2 s).

E01: Podíváme se na číslo 6. Spočítej, kolik jsi zaplatil.

J01: (Dívá se na hranolky na kartě, 5 s.)

E02: Jaké tam máš hranolky?

J02: (Sleduje kartu s hranolky a hromádku se čtyřkovými hranolky, 3 s.) Čtyři a (sleduje kartu s hranolky a hromádku s trojkovými hranolky, 2 s) jó. (Levou rukou vezme jeden trojkový hranolek a vrátí na hromádku. Levou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu, 2 s.)

Ondřej

Ondra otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek, ruku s hranolkem přesune k hromádce jednotkových hranolků. Vezme jeden. Oba hranolky položí na kartu (4 s).

Ondra otočí kartu s číslem 6. Očima sleduje hromádky hranolků zprava doleva a zpět. Zastaví se na hromádce s dvojkovými hranolky, pak na hromádce se čtyřkovými hranolky (4 s). Pravou ruku natáhne k hromádce se čtyřkovými hranolky, přesune ji k hromádce s dvojkovými hranolky. Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek. Ruku s hranolkem přesune k hromádce se čtyřkovými hranolky, vezme jeden čtyřkový hranolek a oba hranolky současně položí na kartu (5 s).

Otočí kartu s číslem 5. Potichu řekne: „Pět.“ Očima sleduje hromádky hranolků zprava doleva a zpět (2 s). Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek. Ruku s hranolkem přesune k hromádce s jednotkovými hranolky, vezme jeden jednotkový hranolek a oba hranolky současně položí na kartu (4 s).

Otočí kartu s číslem 11. Pravou rukou se dotkne jednoho šestkového hranolku. Posune ho z hromádky, pustí ho (2 s). Vezme ho znovu do ruky. Ruku s hranolkem přesune k hromádce s pětkovými hranolky, vezme jeden pětkový hranolek a oba hranolky současně položí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 9. Potichu řekne: „Devět.“ Očima sleduje hromádky zprava doleva, zleva doprava, zastaví se na hromádce se čtyřkovými hranolky (4 s). Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek, ruku s hranolkem přesune k hromádce s pětkovými hranolky. Vezme jeden pětkový hranolek a oba hranolky současně položí na kartu (4 s).

Tomáš

Tomáš otočí kartu s číslem 4. Očima sleduje hromádky zleva doprava (3 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Tomáš otočí kartu s číslem 6. Dívá se na hromádky zleva doprava (3 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 5. Dívá se na hromádky zleva doprava (3 s). Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 11. Očima sleduje hromádky zprava doleva a zpět (5 s). Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 9. Sleduje hromádky zprava doleva (3 s). Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Pavel

Pavel otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (1 s).

Pavel otočí kartu s číslem 6. Řekne: „Šest.“ Sleduje hromádky hranolků zprava doleva a zpět (3 s). Pravou rukou vysune z hromádky jeden čtyřkový hranolek. Řekne: „Čtyři“ (2 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a přidá k hranolku čtyřkovému. Řekne: „A dva.“ (2 s) Oba hranolky současně položí na kartu. Řekne: „Je šest.“ (1 s)

Otočí kartu s číslem 5. Řekne: „Pět.“ Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek. Položí ho na kartu a řekne: „Čtyři.“ (2 s) Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek. Řekne: „A jedna.“ Položí hranolek na kartu a řekne: „A jedna je pět.“ (3 s)

Otočí kartu s číslem 11. Řekne: „Jedenáct.“ Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek. Položí ho na kartu a řekne: „Takže šest.“ (3 s) Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek. Řekne: „A pět.“ Hranolek položí na kartu a řekne: „Je jedenáct.“ (2 s)

Otočí kartu s číslem 9. Řekne: „Poslední je devět.“ Podívá se na hromádku se šestkovými hranolky (2 s). Pravou ruku natáhne ke hromádce se šestkovými hranolky, položí ji vedle hromádky. Podívá se na hromádku s pětkovými hranolky. Ruku přesune k hromádce s pětkovými hranolky. Vezme jeden pětkový hranolek, řekne: „Pět“ a hranolek položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek, řekne: „A čtyři“ a položí ho na kartu (2 s).

Tereza

Tereza otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme dva dvojkové hranolky a položí je na kartu s číslem (3 s).

Tereza otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 5. Řekne: „Pět.“ Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (4 s). Pravou rukou vezme najednou tři jednotkové hranolky a položí na kartu (5 s).

Otočí kartu s číslem 11. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Jirka

Jirka otočí kartu s číslem 4. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (2 s). Pravou rukou vezme jeden jednotkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Jirka otočí kartu s číslem 6. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s).

Otočí kartu s číslem 5. Pravou rukou vezme jeden trojkový hranolek a položí na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden dvojkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 11. Pravou rukou vezme jeden šestkový hranolek a položí na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Otočí kartu s číslem 9. Pravou rukou vezme jeden pětkový hranolek a položí na kartu (3 s). Pravou rukou vezme jeden čtyřkový hranolek a položí na kartu (2 s).

Příloha 10 – Návrhy témat diplomových prací

1. Práce se opírá o experiment, který se skládá z následujících úkolů:

Úkol 1: Postav stavbu z uvedeného počtu kostek.

Úkol 2: Postav libovolnou stavbu (bez přímého určení počtu kostek).

Cíl experimentu: Na základě analýzy několika desítek experimentů popsat a klasifikovat řešitelské strategie a zjistit, jaké typy staveb děti postavily a do jaké míry se u těchto staveb projevila symetrie.

Proměnné parametry experimentu: Věk žáků, typ materiálu určeného k manipulaci, počet těles používaných k manipulaci.

2. Experiment vychází z následujícího úkolu:

Úkol: Oprav rozbořenou stavbu.

Cíl experimentu: Na základě analýzy několika desítek experimentů popsat a klasifikovat řešitelské strategie a zjistit, jaké typy staveb děti postavily a do jaké míry se u těchto staveb projevila symetrie.

Proměnné parametry experimentu: Věk žáků, typ materiálu určeného k manipulaci, počet těles používaných k manipulaci, typy staveb určených k „opravě“.

3. Při experimentu používají děti Cuisenairovy hranolky jako „zvláštní peníze“ a provádějí enaktivní reprezentaci čísel.

Úkol: Zaplat' částku uvedenou na cenovce.

Cíl experimentu: Na základě analýzy několika desítek experimentů popsat a klasifikovat řešitelské strategie a proces vytváření generických modelů uvedených čísel, zjistit, jaký typ chápání čísla u jednotlivých čísel převažuje.

Proměnné parametry experimentu: Věk žáků, čísla, jejichž enaktivní reprezentaci provádíme.

4. Situace je obdobná jako u tématu 2. Úkol řeší dva žáci, první slovně instruuje druhého, jaké hranolky má vybírat, druhý hranolky vybírá a přináší po jednom na určené místo.

Úkol: Zaplat' částku uvedenou na cenovce.

Cíl experimentu: Na základě analýzy několika desítek experimentů popsat a klasifikovat řešitelské strategie a proces vytváření generických modelů uvedených čísel, zjistit, jaký typ chápání čísla u jednotlivých čísel převažuje.

Proměnné parametry experimentu: Věk žáků, čísla, jejichž enaktivní reprezentaci provádíme.

5. Při experimentu používají děti Cuisenairovy hranolky jako „zvláštní peníze“ a provádějí enaktivní reprezentaci čísel.

Úkol: Zaplat' částku uvedenou na cenovce.

Cíl experimentu: Na základě analýzy několika desítek experimentů popsat různé reprezentace přirozených čísel v oboru 7 – 15, klasifikovat reprezentace typické pro dané číslo, pro sudá čísla, pro lichá čísla

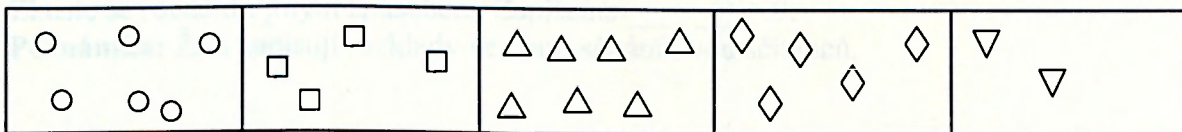
Proměnné parametry experimentu: Věk žáků, čísla, jejichž enaktivní reprezentaci provádíme, použití modifikovaných a originálních Cuisenairových hranolků.

Příloha 11 – Aktivita vedoucí k představě čísla 9 jako proceptu

1. Dokreslování

Pomůcky: pracovní list se zadáním

Úloha: Dokreslete do devíti.



2. Kuličky

Pomůcky: pracovní list se zadáním, pastelky

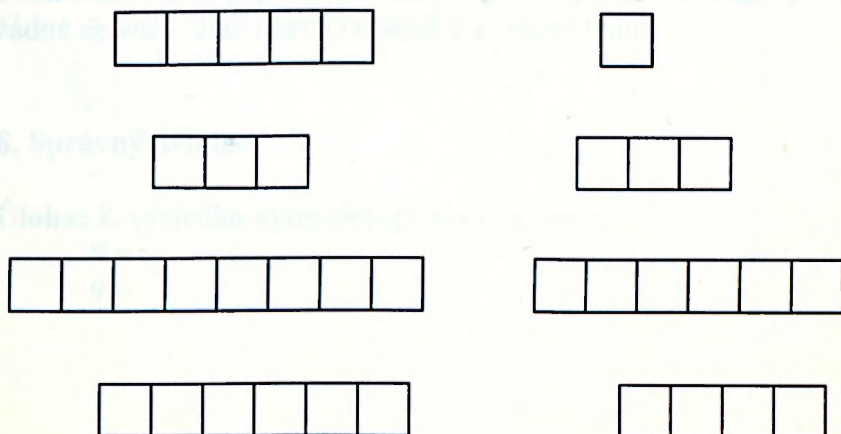
Úloha: Vybarvěte kuličky.

●●○○○○○○○○	$2 + \square = 9$
●●●●●○○○○	$6 + \square = 9$
●●●●○○○○○○	$4 + \square = 9$
●●●●●●○○	$7 + \square = 9$

3. Spojovaná

Pomůcky: pracovní list se zadáním

Úloha: Spojte čarou pruhy, které mají dohromady 9 čtverečků.



4. Myšky

Pomůcky: předměty vhodné k manipulaci (fazole, knoflíky, kamínky)

Úloha: Na trávníku si hrálo 9 myšek. Najednou zpoza rohu vyběhl kocour. Myšky rychle vběhly do dvou děr. Ukažte, jak se mohly rozdělit. Kolik myšek vběhlo do první díry? Kolik myšek se schovalo do druhé díry?

5. Tvoříme skupiny

Úloha: Před tabulí půjde 9 dětí. Nyní se rozdělte na dvě skupiny. Zapišeme _____ = 9. Zkuste se rozdělit i jiným způsobem. Zapišeme _____ = 9.

Poznámka: Žáci zapisují rozklady ve tvaru sčítání dvou sčítanců.

6. Knoflíky

Pomůcky: knoflíky nebo jiné předměty vhodné k manipulaci

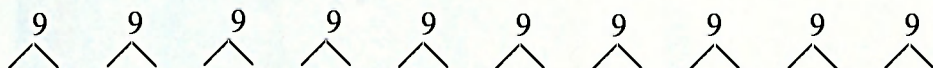
Úloha: Položte na lavici 9 knoflíků. Jak je můžeme rozdělit na dvě hromádky? Zapište.



7. Na autodromu

Pomůcky: pastelky

Úloha: Pét'a byl na pouti. U velkého autodromu bylo plno dětí a Pét'a tam musel dlouho čekat. Přitom si všiml, že na autodromu jezdí vždy 9 autíček a mají buď zelenou nebo červenou barvu. Kolik autíček každé barvy mohl Pét'a vidět na autodromu?



Poznámka: Žáci zapisují rozklady čísla 9 pastelkami. Např. Pét'a viděl 9 červených autíček a žádné zelené – žáci napíší červeně 9 a zeleně 0 atd.

8. Správný příklad

Úloha: K výsledku vymyslete příklad na sčítání.

$$9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

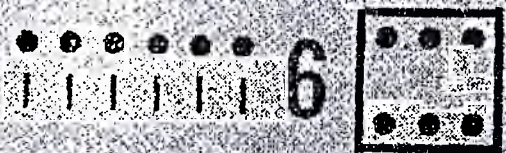
$$9 = \underline{\hspace{2cm}}$$






$$9 = \underline{\hspace{2cm}}$$

Příloha 12 – Ukázky ze starých učebnic matematiky

LEČKO, I.; FOLTIN, M. *Metodiky počtů v 1. až 5. ročníku*. Praha: SPN, 1956., příloha I.

9



	$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 =$	$6 \times 1 =$ $6 \cdot 1 =$ $6 \text{ nak } \frac{1}{6} \cdot 6 =$
	$2 + 2 + 2 =$ $3 \times 2 =$	$6 \cdot 2 =$ $6 \text{ nak } \frac{1}{3} \cdot 6 =$
	$3 + 3 =$ $6 - 3 =$ $6 = 3 +$	$2 \times 3 =$ $6 : 3 =$ $6 \text{ nak } \frac{1}{2} \cdot 6 =$
	$4 + 2 =$ $2 + 4 =$ $6 - 2 =$ $6 - 4 =$	$6 = 4 +$ $6 = 2 +$ $1 \times 4 + 2 =$ $6 : 4 =$
	$5 + 1 =$ $1 + 5 =$ $6 - 1 =$ $6 - 5 =$	$6 = 5 +$ $6 = 1 +$ $1 \times 5 + 1 =$ $6 : 5 =$



$2 + 1 =$ $2 - 1 =$ $3 + 1 =$ $3 - 1 =$	$4 - 1 =$ $4 + 1 =$ $5 - 1 =$ $5 + 1 =$	$3 + 2 =$ $3 - 2 =$ $4 + 2 =$ $4 - 2 =$	$3 + 3 =$ $3 - 3 =$ $1 + 3 =$ $6 - 3 =$
--	--	--	--

$1 + 4 =$ $6 - 4 =$ $2 + 4 =$ $5 - 4 =$	$1 + 5 =$ $6 - 5 =$ $1 + 1 =$ $5 - 5 =$	$6 = 4 +$ $4 = 1 +$ $5 = 3 +$ $6 = 2 +$	$2 + \dots = 3$ $1 + \dots = 6$ $4 + \dots = 5$ $2 + \dots = 6$
--	--	--	--









$2 + 1 + 3 =$ $2 + 3 - 4 =$ $5 - 1 + 2 =$ $6 - 3 - 1 =$	$3 + 2 + 1 =$ $1 + 5 - 3 =$ $6 - 5 + 4 =$ $6 - 4 - 2 =$	$1 + 2 + 2 =$ $4 + 2 - 5 =$ $4 - 3 + 6 =$ $5 - 1 - 4 =$
--	--	--

LEČKO, I.; FOLTIN, M. *Metodiky počtů v 1. až 5. ročníku*. Praha: SPN, 1956, příloha I.

19

5
5

 $4 + 1 =$	 $2 + 3 =$	<p>1.</p> $4 + 1 =$ $1 + 4 =$ $3 + 2 =$ $2 + 3 =$
 $5 - 1 =$	 $5 - 3 =$	<p>2.</p> $5 - 1 =$ $5 - 4 =$ $5 - 3 =$ $5 - 2 =$
 $3 + 2 =$	 $1 + 4 =$	<p>3.</p> $2 + 2 =$ $3 + 2 =$ $2 + 3 =$ $1 + 4 =$
 $5 - 2 =$	 $5 - 4 =$	<p>4.</p> $4 - 2 =$ $5 - 2 =$ $5 - 3 =$ $4 - 3 =$

Chlapec má 5 kr., za 2 kr. koupí si obrázek; mnoho-li mu peněz zbude? — Václav má 1 pětník, Štěpán má 3 kr.; oč má Štěpán méně než Václav? — V této lavice bylo včera 5 žáků, dnes jsou tu jen 3; kolik jich schází? — V obou rukou držím 5 bobů, a sice v pravé o 1 miň než v levé; kolik jich mám v každé ruce?

Chci-li 5 žákům dáti po 1 kaménku, kolik kamének musím míti? — Kolik pětníků stojí 5 knížek psacích, je-li 1 knížka za 1 pětník?

Za 1 kr. dostanu 1 arch papíru; kolik archů za 5 kr.? Matka spotřebuje za týden 1 kilogram cukru; kolik neděl vystačí s 5 kilogramy?

5 kilogramů soli stojí 5 dvacetníků; kolik dvacetníků stojí 1 kilogram? — 5 drátů k pletení je za 1 pětník; po čem je 1 drát? — Otec rozdělí svým 4 dětem 5 hrušek; nejstaršímu dá 2 hrušky, kolik dostane každé mladší?

Úkoly písemné v I. početnici str. 5.

V posledních dvou úlohách spojeno jest násobení a dělení se sčítáním a odčítáním; provedení jest to samé, jako při spojeném sčítání a odčítání.

§. 16. Číslo 6.

••• 6

Užití.

Kolik krejcarů jest 1 pětník a 1 krejcar? — 1 čtyřkřejcarák a 2 kr.? — 6 půlkrejcarů? — Kolik pětníků jsou 3 desetníky? — Kolik desetníků jsou

3 dvacetníky? — Kolik desetníků je třetí díl 6ti dvacetníků?

Hospodář má 5 krav a koupí ještě jednu; kolik krav má potom? — Tvůj strýc vykonal dvě cesty; jedna trvala 4 dny, druhá 2 dny; o kolik dní trvala první déle než druhá? Kolik dní trvaly obě dohromady? — Bohuslav má 6 kr.; za 5 kr. si koupí tabulku; kolik peněz mu zbude? — Ze 6 tabulí v okně rozbily kroupy 2; kolik zůstalo celých?

K vozu s těžkým nákladem zapřaženy jsou 3 páry koňů; kolik je to koňů? — Jedna jebla háčkovací stojí 3 kr.; zač budou 2 takové jehly? — Jan chce si udělat 2 psací knížky, každou o 3 arších; kolik archů potřebuje na obě? — Arch listovního papíru je za 1 kr.; zač je 6 archů?

V této lavici sedí 6 žáků; kolik je to párů? — Růžence jsou 3 léta, Marii je 6 let; kolikrát má Marie tolik let co Růženka? — 1 metr stužky stojí 3 kr.; kolik metrů dostaneme za 6 kr.?

1 kilogram hovězího masa je za 6 desetníků; zač bude půl kilogramu? — Jiřík má 6 kamének, Václav ale jen třetinu tolik; kolik kamének má Václav? — Sedlák má 6 krav a půl tolik koní; mnoho-li má koní? — Karel má 6 obrázků, z těch dá polovici sestře a šestý díl bratrovi; kolik obrázků dá sestře? kolik bratrovi? a kolik si sám nechá?

Úkoly písemné v I. početnici str. 6.

V druhém skupení čti: $2 \times . = 4$ dvakrát kolik jsou 4? a $. \times 3 = 6$ kolikrát 3 je 6?