Posudek oponenta bakalářské práce

Název: Prezentace podgrup
Autor: Tomáš Jakubec

Shrnutí obsahu práce

V první polovině práce autor zavádí pojem prezentace grupy a ukazuje, jak prezentace zjednodušovat (Tietzeho přepisovací proces) a jak získat prakticky použitelnou prezentaci podgrupy (věty Rademeisterova a Schreierova). Na závěr první poloviny autor definuje Cayleyho graf grupy a dokazuje jeho základní vlastnosti. Teorie z první poloviny práce se využije ve druhé polovině, kde autor řeší 22 cvičení z knihy Magnus, Karras, Solitar: „Combinatorial Group Theory."

Celkové hodnocení práce

Téma práce. Kombinatorická teorie grup je pro bakalářskou práci vhodné téma a líbí se mi, že se autor pustil do řešení cvičení z učebnice. Vzhledem k požadavkům na bakalářskou práci však myslím, že první polovina práce mohla být zkrácena například nahrazením důkazů odkazem na učebnici. Ušetřený čas a energie by se pak mohly uplatnit při zvýšení čtivosti a srozumitelnosti zbylého textu.

Vlastní příspěvek. V první polovině práce je vidět, že student o kombinatorické teorii grup přemýšlel, avšak text samotný je přeci jen především parafrází knihy „Combinatorial Group Theory" s dodatkem z knihy Bogopolski: „Introduction to Group Theory."

Vlastní příspěvek studenta proto spočívá hlavně v řešených příkladech ve druhé polovině práce. Samostatné vyřešení 22 cvičení různých druhů a různé obtížnosti je pro mě dostatečný vlastní příspěvek.

Matematická úroveň. Matematická úroveň práce odpovídá požadované úrovni bakalářské práce. Důkazy v první části fungují a řešení příkladů ve druhé části jsou správně až na jeden chybějící argument.

K tomu chybějícímu argumentu: Pokud mám grupu L a její normální podgrupu H, tak pomocí rovností rozkladových tříd lze získat kandidáta na transverzálu L podle H a tedy na reprezentanty prvků L/H. V řešení několika úloh (příkladů 7, 8, 12 a 13) autor najde takového kandidáta na transverzálu T, ale už nijak nediskutuje, proč by každé dva různé prvky T měly ležet v různých rozkladových třídách modulo H a tedy proč prvků L/H je přesně $|T|$ a ne méně. Nejkřiklavější je to v příkladu 13, kde vůbec není jasné, jak se došlo k transverzále $\{1, x, y, xy, y^2, xy^2\}$.

Otázka: Jak víme, že v příkladu 13 (str. 32) je $\{1, x, y, xy, y^2, xy^2\}$ skutečně transverzála L podle H a neplatí třeba $y^2H = xyH$ nebo jiná podobná rovnost?

Na několika místech se v práci bohužel objevuje matoucí terminologie: Místo o rozkladových třídách mluví o „rozkladech" a počet rozkladových tříd se v práci označuje jako „stupeň" podgrupy v grupě, když běžný termín je index podgrupy v grupě. Toto názvosloví mi při čtení práce na několika místech přidalo práci s porozuměním. Dále v příkladu 11 (str. 31) práce operuje s pojmem volný faktor, který ale není v textu nikde definovaný. Naštěstí problémy s terminologií jsou lokálního rázu a většina práce je čitelná.

Práce se zdroji. Práce se zdroji je velmi dobrá. Autor pečlivě označuje zdroje tvrzení v první části práce a čísla cvičení ve druhé části (typicky jde o stránky a čísla tvrzení z knihy „Combinatorial Group Theory“). Důkazy převzaté z „Combinatorial Group Theory“ si často ponechávají strukturu z knihy, ale liší se od knižní verze na úrovni vět a odstavců.

Formální úprava. Jazyk práce odpovídá tomu, že jde o vysokoškolskou závěrečnou práci. Našel jsem pár překlepů, ale vzhledem k rozsahu práce jsou překlepy vzácné.

První polovina práce se mi obtížně četla, protože obsahuje zamotané formulace a občasné nestandardní názvy (viz „rozklady“ a „stupně“ výše). Nejhůře pochopitelná část pro mne byl odstavec na str. 9 nad větou 1, který zavádí přepisovací proces způsobem, který nelze pochopit bez aspoň deseti minut s tužkou a papírem. Při čtení řešených příkladů jsem pak narazil na větu „Máme pro každé slovo W v x, y $HW^2 = H$,“ (str. 31, řádek -7) kterou jsem si podobně musel chvíli rozmotávat. Také mě zarazilo, že pojem normální podgrupy práce zavádí dvakrát (na str. 10–11 a 27).

Konečně jsem nebyl úplně spokojen se způsobem vysázení práce:

- Je matoucí mít několik typů značení prostředí. Na str. 12 je „Věta 2“, ale na str. 13 máme „Důsledek 2.1“, zatímco definice nemají čísla vůbec (např. str. 31) a konečně je tu jednou použité nečíslované prostředí „Pomocné lemma“ na str. 11. Vyhledávání v papírovém výtisku práce se tak komplikuje.
- Způsob označovaní citací pomocí textu na samostatném odstavci v závorkách (např. str. 4 nahoře) není ani běžný ani hezký.
- Místo písmene „x“ se pro sázení součinu používá v LaTeXu příkaz `\times`, který vyrobí „×“.

Naopak mne potěšily četné obrázky ilustrující grafy grup (např. str. 22–23).

Celkově hodnotím formální úpravu jako slabší, ale stále přijatelnou.

Závěr

V úvodu práce uvádí autor záměr, aby práce sloužila studentům kombinatorické teorie grup jako učební text. To je ambiciozní cíl, kterého podle mě práce nedosáhla. Nicméně autor prokázal, že je schopen samostatně vyřešit matematické úlohy a řešení pak sepsat do podoby souvislého textu. Práci doporučuji uznat jako práci bakalářskou.

Návrh klasifikace sdělí oponent předsedovi zkušební subkomise.

V Praze 12. června 2019
Alexandr Kazda
Katedra algebry
MFF UK