

POSUDEK VEDOUcíHO BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: Symetrie a separace na příkladě Laplaceova operátoru v nízkých dimenzích
Autor: Štěpán Hudeček

Shrnutí obsahu práce

Práce pojednává o separaci „obecných“ diferenciálních operátorů na varietách vůči mapám na těchto varietách a o separaci Laplaceova a Helmholtzova operátoru na R^2 a R^3 . Klíčovým přístupem k separacím tvoří pojem *operátorů symetrie*. Autor studuje tento pojem i související pojmy *jednoduché symetrie*, *nevlastní jednoduché symetrie* apod. Samotné operátory symetrie řádů jedna pro operátory uvedené výše specifikuje v dimenzích dvě a tři. Uvádí základní definice z teorie Lieových grup a dokazuje tvrzení o souvislosti diferenciálních operátorů a souřadnicových vektorových polí, které nebývá standardně v této oblasti dokazováno. V závěru práce formuluje a dokazuje tvrzení o separaci a aplikuje je na případ roviny a Helmholtzova operátoru (separace pomocí Besselových funkcí). Základní inspirací (viz níže) je monografie W. Millera citovaná v předkládané práci, v níž však některé používané pojmy nejsou zavedeny pomocí definic.

Celkové hodnocení práce

Téma práce. Téma práce, a sice operace symetrií pro parciální diferenciální operátory a související separace těchto operátorů, je obtížnější. Dostupná literatura je buď na relativně abstraktní úrovni (B. Kostant: Verma modules and the existence of quasi-invariant differential operators, in *Non-commutative Harmonic Analysis, Lecture Notes in Math.* 466, 101–128, Springer Verlag, New York, 1975; M. Eastwood), nebo na úrovni až intuitivní, vybízející k matematizaci oblasti (zavedení definic, formulace tvrzení, rozpoznání těžších a snazších částí tvrzení apod.). Jde zejména o zmíněnou monografii W. Millera nebo např. W. Miller, E. Kalnins: *Symmetry and separation of variables for the Helmholtz and Laplace equations.* Nagoya Math. J. **60** (1976). V tomto odst. pod jmény autorů bez uvedení literatury míním příslušné citace uvedené v bibliografii předkládané bakalářské práce.

Vlastní příspěvek. Práce obsahuje vlastní příspěvky autora, spočívající zejména v **nalezení „vhodných“ definic** pro separace operátoru v mapě a nevlastního jednoduchého operátoru symetrie a **ve formulaci a důkazech tvrzení** obsahujících tyto pojmy.

Uchazeč uvádí věty jak ilustrující význam těchto pojmů, tak pomocí nich formuluje a dokazuje i větu o separaci diferenciálních operátorů na varietách dimenze dvě, která je v knize W. Miller, *Symmetry and separation of variables*, CUP, 1984, spíše naznačena.

Dalším přínosem je explicitní výpočet operátorů symetrie pro Laplaceovu a Helmholtzovu rovnici v dimenzích dvě a tři, které nelze, pokud vím, v dostupné literatuře dohledat.

To, že jde o vlastní výsledky, by dle mého názoru mohlo být v práci naznačeno zřetelněji. Na druhou stranu pokud je výsledek převzat, zdroj je citován.

Matematická úroveň. Matematická úroveň práce je velmi dobrá. Pojmy jsou zavedeny a tvrzení jsou formulována korektně. Někdy by však bylo vhodnější tvrzení a důkazy formulovat přehledněji. Viz např. Větu 13: Pokud totiž ϕ separuje L , funkce f a g zřejmě existují, a tak není nutné uvádět jejich existenci jako předpoklad, nebo na s. 30: „ L je operátor získaný opět z Lemmatu 14 konstrukcí z důkazu.“ Tímto se míní, že L je získaný stejně jako při konstrukci uvedené v důkazu Lemmatu 14, anebo že je operátor získán z (formulace) lemmatu konstrukcí (která je v důkazu). Takovýchto prohrěšků však nenacházím v práci mnoho a lze je zřejmě přičíst časové tísní v závěru psaní práce.

Práce se zdroji. Zdroje jsou citovány správně. Někdy bych předpokládal mírně vyšší frekvenci při jejich znovuvádění. Např. při uvedení Kapitoly 4 v Úvodu by bylo vhodné znovu uvést citaci Millera, kde je postup při separaci, použitý v předkládané práci, použit. Za nekorektní to nepovažuji (citace je uvedena o několik odstavců dříve a označena jako „inspirace“).

Formální úprava. Práce je psána hezky, jen s minimem překlepů.

Připomínky a otázky – nemám

Závěr

Práci považuji za velmi dobrou a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

Návrh klasifikace vedoucí/oponent sdělí předsedovi zkušební (sub)komise.

Jméno vedoucího, podpis
Svatopluk Krýsl

Pracoviště
Matematický ústav UK

Datum
14. 6. 2019

