

Název práce: **Topologically distinct ultrafilters**
Autor: Jonathan Verner
Katedra: Katedra teoretické informatiky a matematické logiky
Vedoucí diplomové práce: Prof. RNDr. Petr Simon, DrSc.
e-mail vedoucího: petr.simon@ms.mff.cuni.cz

Abstrakt: Od konce padesátých let je známo, že ω^* není homogenní. Z. Frolík ve svém článku [Fro67a] ukázal, že každý prostor, který není pseudokompaktní, má nehomogenní Čech-Stoneův přírůstek. Prvním důkazem v tomto ohledu však byl důkaz W. Rudina ([Rud56]), který za Martinova Axiomu dokázala existenci P-bodu v ω^* . S. Shelah později ukázal, že jejich neexistence je konzistentní s axiomy ZFC a proto nějaké dodatečné množinové axiomy nelze z Rudinova důkazu vypustit úplně. Navazuje na tyto výsledky K. Kunen definoval tzv. dobré body a O.K. body a dokázal jejich existenci v ZFC. Završením těchto snah byl van Millův článek [vM82], kde je definováno 16 topologicky různých ultrafiltrů a je ukázána jejich existence v ZFC. Mezi těmito ultrafiltry je též bod, který je hromadným bodem spočetné podmnožiny ω^* , ale není hromadným bodem diskrétní množiny. K. Kunen ukázal existenci podobného bodu za MA. Jeho bod měl navíc tu vlastnost, že spočetné množiny, v jejichž uzávěru byl, tvořily filtr. Tato práce pokračuje v nastíněném směru. Ukážeme, že pokud existuje spočetný, extrémálně nesouvislý, nuldimenzionální OHI prostor se slabým P-bodem, který je zároveň remote bodem, pak lze použít MA obejít. Dále najdeme potřebný prostor se slabým P-bodem a také spočetný, extrémálně nesouvislý, T_2 OHI prostor s c-O.K. bodem. Na konec ukážeme, že v hledaném prostoru nelze získat O.K. bod, který by byl remote bodem.

Klíčová slova: $\beta\omega$, irreducibilita, slabé P-body, remote body, topologický typ

Title: **Topologically distinct ultrafilters**
Author: Jonathan Verner
Department: Department of Theoretical Computer Science and Mathematical Logic
Supervisor: Prof. RNDr. Petr Simon, DrSc.
Supervisor's e-mail: petr.simon@ms.mff.cuni.cz

Abstract: It is long known, that ω^* is not homogeneous. In fact, it was proved by Z. Frolík in [Fro67a] that the Čech-Stone growth of any nonpseudocompact space is not homogeneous. Preceding Z. Frolík, W. Rudin has shown (under MA) that ω^* contains a P-point. Later S. Shelah proved, that it is consistent with ZFC, that ω^* has no P-points, so some set-theoretic assumptions beyond ZFC cannot be altogether dropped from W. Rudin's proof. Further work has been done by Kunen, who showed the existence of good points in ZFC and finally Jan van Mill, who has given a *topological* description of 16 distinct types in ω^* . Among these types there was also a point, which is in the closure of a countable set but not of a *countable discrete set*. K. Kunen has shown (under MA), that there is such a point having the further property, that any two countable sets having it in their closure, must intersect. We investigate along these lines searching for a ZFC result. It is shown, that if we can find a countable OHI, extremally disconnected, zerodimensional space with a remote weak P-point, then such a point exists. We prove the existence of a countable irresolvable, extremally disconnected space with a remote point and a countable, irresolvable, extremally disconnected space with an ω_1 -O.K. point.

Keywords: $\beta\omega$, irreducibility, weak P-point, remote point, topological type