



**Posudek oponenta na bakalářskou práci J. Porvichové
„Dotykové grafy kružnic a Möbiovy transformácie“
odevzdanou na MFF UK v roce 2019**

Předložená práce pojednává o průnikových a dotykových reprezentacích grafů pomocí geometrických objektů. V první části podává přehled o této problematice, zavádí pojmy, často pojmy standardní v teorii grafů, uvádí čtenáře v povědomí o některých vlastnostech takových reprezentací a s nimi souvisejících výpočetních problémů a uvádí některé pomocné výsledky. Takovým pomocným výsledkem je i kapitola o Möbiovy transformacích. Následuje přehledová kapitola o „circle packing“ větě, kterou autorka práce podrobně dokazuje, jakož i její zesílení o existenci simultánní dotykové reprezentace pro rovinný graf i jeho duál. V závěrečné kapitole se věnuje otázce rozšiřování částečných reprezentací, kde uvádí myšlenku NP-těžkostního důkazu pro obecný případ, ale také vlastní výsledek, ze kterého plyne, že pro triangulace je rozšiřování částečných dotykových reprezentací polynomiálně řešitelné v RAM výpočetním modelu. Podle mého nejlepšího vědomí je toto nový výsledek, a jako spoluautor publikace o rozšiřování částečných dotykových reprezentací konstatuji, že tento výsledek je velmi zajímavý. Autorka v předložené práci prokázala jak schopnost nastudovat a předat obtížný výsledek ze zahraniční literatury, tak schopnost vlastní výzkumné práce. Z těchto důvodů jednoznačně doporučuji uznat práci jako bakalářskou.

V práci se ale nachází řada nepřesností a chyb, a to zejména v úvodních kapitolách. Míra těchto nepřesností podle mne přesahuje běžně tolerovanou mez. Z toho důvodu navrhuji hodnocení velmi dobře (přičemž za kapitoly 3, 4 a 5 bych s radostí navrhoval známku výborně).

Obecné připomínky:

Obvykle je tradiční používat termín intervalový, circular-arc, a podobně, graf pro abstraktní graf, který je možno reprezentovat pomocí průniků intervalů, oblouků na kružnici apod. Autorka sice uvádí pojem „reprezentace“, ale vzápětí striktně užívá pojem „intervalový graf“ pro graf, jehož vrcholy jsou přímo intervaly, apod. Je to sice nezvyklé, ale protože autorka je v tomto přístupu konzistentní, nepovažuji to za chybu, jen to čtenáři, který se v dané problematice pohybuje, zprvu ztěžuje pochopení.

Poněkud nezvyklejší je používání pojmu „rovinný graf“ pro skutečné „rovinné nakreslení“. Tam se domnívám, že terminologie je natolik zaběhnutá i v základních kurzech, že toto směšování působí opravdu zavádějícím dojmem.

Ne vždy autorka dostatečně cituje použitou literaturu. Např. V kapitole 3 by bylo lepší uvádět zdroje pro každou podkapitolu zvlášť, v úvodu kapitoly 5 není jasné, zda zdroj [3] se váže jen k výsledku o rozšiřování částečných reprezentací grid grafů, nebo i k výsledku o rozšiřování částečných circle packing.

Výsledek v kapitole 5.2 by měl být vypíchnut jako Věta, zaslouží si to.

Věcné připomínky:

Str. 5 ř. 1 Pojem „rovinný graf“ nebyl definován.

Str. 7 ř. 13 Pojem „rovinné nakreslení“ není definován.

Str. 7 ř. 14 V Definici 2.1 je graf definován jako dvojice, najednou duální graf je definován jako trojice.

Str. 7 ř. 19 „neincidentní“ má být „nesousední“

Str. 8 ř. 1 Triangulace byla definována jako maximální rovinný graf. Z toho sice plyne, že každá stěna v každém rovinném nakreslení je trojúhelník, ale toto pozorování se musí dokázat. V textu mělo být na ně upozorněno. (Např. Na plochách vyšších rodů analogické tvrzení již neplatí.)

Str. 8 Lemma 2.2 Důkaz je špatně. Jednak nerozumím tomu, jak by vrcholy z $\bar{U}$ mohly vůbec indukovat triangulaci, když v grafu jsou jak vrcholy z $\bar{U}$, tak vrcholy z U . Především ale z definice zdaleka neplyne, že $|F(U)| + |F(\bar{U})|$ = počet stěn v G (stěny, které obsahují na své hranici jak vrcholy z U , tak mimo U , se počítají dvakrát!).

Str. 8 Formule (2.1) je obsahem tvrzení Lemmatu 2.4, takže v tuto chvíli jejího použití ještě nebyla dokázána.

Str. 9 Lemma 2.4. Tak, jak je důkaz formulován, potřebuje předpoklad 2-souvislosti.

Str. 9 ř. 14 Sčítací index je i , takže výrazy v sumách mají být f_i a $i f_i$.

Str. 13 Lemma 2.5 Protože jak M_1 , tak M_4 jsou translace, lepší formulace by byla, že každá Möbiova transformace je složení čtyř transformací typu M_1 , M_2 a M_3 .

Str. 24 Definice 4.1 Tato definice nedává smysl. Operace $*$ na vrcholy grafu nebyla nijak definována, takže v^* chápu jako libovolný vrchol duálu, a tedy vertex-face graf je úplný bipartitní.

Překlepy a nepřesnosti:

Str. 2 ř. 12-13 Je definován průnikový graf množiny X , ale v jeho definici se žádná množina X nevyskytuje.

Str. 2 ř. 14-15 V jedné větě se míchají subjekty v jednotném a množném čísle.

Str. 2 ř. 21 Ve akronymu problému „Recognition of C “ je použit další symbol „ $RECOG(C,R)$ “. To by mohlo mít komplikovanější interpretaci, např. Je dán graf, pokud je to průnikový graf křivek, vydejte reprezentaci pomocí úseček, jinak řekněte „false“. Co ale s průnikovými grafy křivek, které nejsou průnikovými grafy úseček?

Str. 3 ř. 11 Možná neznám slovenskou terminologii správně. Znamená „poloblúk“ jakýkoliv oblouk na kružnici, nebo polokružnici?

Str. 4. ř. 12 „bipartitíný“ má být „bipartitný“

Str. 4 ř. 18 Místo „hodnoty“ by bylo lépe říci „objekty“

Str. 6 ř. 3 Výstupem úlohy by měla být úplná reprezentace, nikoliv jen částečná.

Str. 13 ř. 6 „zobrazenie štyroch“ má být „zloženie štyroch“

Poznámka na okraj:

Str. 4 ř. 9 Větu o dotykových reprezentacích rovinných bipartitních grafů dokázaly paralelně Whitesides et al.

Otázky pro obhajobu:

1. Vyslovte konzistentní definici duálního grafu.
2. Vyslovte korektní definici vertex-face grafu.
3. Dovedla byste říci (a dokázat), jak těžké je rozšiřování částečných primal-dual circle packing reprezentací?

V Praze dne: 11. 2. 2019

Prof. RNDr. Jan Kratochvíl, CSc.