

## POSUDEK OPONENTA DIPLOMOVÉ PRÁCE

**Název:** Metody řešení dvouúrovňových optimalizačních úloh

**Autor:** Bc. Jiří Lžičař

### *Shrnutí obsahu práce*

Práce pojednává o algoritmických přístupech řešení dvouúrovňových optimalizačních úloh a aplikuje tyto přístupy na úlohy optimalizace portfolia. První kapitola uvádí čtenáře do problematiky. Druhá kapitola zavádí různé typy dvouúrovňových úloh a pomocí ilustrativních příkladů ukazuje problémy, které při jejich řešení vznikají. Třetí kapitola začíná zopakováním důležitých pojmů z variační analýzy. Dále se pak věnuje algoritmům založeným na nahrazení úlohy dolní úrovně Karush-Kuhn-Tuckerovými podmínkami optimality. Poměrně detailně jsou rozebrány tři přístupy a jsou uvedeny postačující podmínky pro konvergenci k lokálním a globálním řešením. Další část je poté věnována aproximacím úlohy dolní úrovně a algoritmům na ní založeným. Pátá kapitola se pak speciálně zaměřuje na dvouúrovňové lineární úlohy a předkládá speciální přístupy k řešení. Šestá kapitola poskytuje krátké shrnutí a srovnání vyložených algoritmů. V sedmé kapitole jsou formulovány dvouúrovňové úlohy teorie optimalizace portfolia, kde je hledána nejmenší vzdálenost daného portfolia k eficienci hranici mean-CVaR modelu. V následující kapitole jsou tyto úlohy řešeny pomocí představených algoritmů, které uchazeč implementoval v GAMSu a R.

### *Celkové hodnocení práce*

**Téma práce.** Téma hodnotím jako náročnější a zadání práce považuji za splněné.

**Vlastní příspěvek.** Práce obsahuje vlastní příspěvek, který je jasně vymezen. Autor se pokusil převyprávět důkazy některých tvrzení vlastními slovy. Dále poskytl několik nových ilustrativních příkladů. Numerická část je založená na vlastní implementaci vyložených algoritmů a je dosti rozsáhlá. Vhodné je podotknout, že články, které představují algoritmy, neobsahují rozsáhlejší numerické studie, tedy ani nutná nastavení parametrů. Modifikace algoritmu pro lineární dvojúrovňové úlohy představená v numerické části, která využívá vhodně strukturu dané úlohy, je též nová a dle dosažených výsledků zkracuje významně dobu řešení.

**Matematická úroveň.** Matematická úroveň práce je velmi dobrá. Teoretická část obsahuje řádně formulovaný matematický text. Některá tvrzení jsou doplněna přeformulovanými důkazy.

**Práce se zdroji.** Teoretické části jsou zkompileované z mnoha zdrojů (článků i monografií), které jsou řádně citovány a uvedeny v seznamu literatury. Otrocky zkopírované části jsem nenašel.

**Formální úprava.** I formální stránka práce je velmi dobrá. Výskyt překlepů je přiměřený rozsahu. Velmi se mi líbí ilustrativní grafy v kapitole 2.

### *Otázky*

1. Str. 22: V důkazu věty 3 jsem se poněkud ztratil. Můžete prosím zapsat MFCQ pro danou úlohu?
2. Str. 26: Můžete mi prosím přidat krátké dovysvětlení k větě v důkazu „Since the Slater’s

condition is satisfied at  $x^*$ , and thus, due to *persistence* in some open ...“?

3. Str. 45: Jak jsou prosím zohledněny dividendy ve výnosech/ztrátách?
4. V numerické části mi chybí informace o použitých řešitelích pro řešení MIP a NLP. I na nich může výsledek dosti záležet a mohly způsobit problémy s přípustností při využití regularizace. Jaké jste využíval?

### **Připomínky**

1. Str. 6: U definice funkce  $G$  chybí prostor pro druhý argument  $y$ .
2. Str. 12: „The above mentioned function ...“ není dobrý začátek definice.
3. Str. 19: Vztah (3.16) by měl být spíše inkluze.
4. Str. 20: Namísto „equality of the KKT reformulated problem...“ bych raději mluvil o ekvivalenci (ve smyslu optimální hodnoty a řešení).
5. Str. 20: Přejechod k definici 17 a větě 2 je poněkud rychlý. Čtenář si nestihne uvědomit, že už se bavíme opět o dvouúrovňové úloze.
6. Str. 21 a dále: Není mi jasné, proč se často množiny  $X$  a  $T$  volí jako celé prostory namísto omezení. Myslím, že podmínkám optimality by nevadilo, pokud by byly množiny například konvexní.
7. Str. 25: Poslední věta na stránce je nedokončená.
8. Str. 27: V žádném případě nemůžu souhlasit s tvrzením, mluvíme-li o řešitelích pro celočíselné úlohy „These methods typically find the global optimal solution, ...“. Sice cílem těchto řešitelů je skutečně hledat globální řešení, jejich možnosti jsou omezené náročností úloh. Není možné si myslet, že se „NP-hardness“ zbavíme reformulací pomocí celočíselných proměnných.
9. Str. 32 (i dále): „the mentioned algorithm“ není dobrý odkaz na konkrétní algoritmus. Bylo by lepší je očíslovat.
10. Str. 32 (i dále): Konvexitu bych zavedl jako předpoklad přímo do věty 10. Uvádět předpoklad až v následující poznámce může být matoucí.
11. Str. 33: V bodu „3.“ Má být spíše „local optimal solution“.
12. Str. 36: Ve vztahu (5.6) má být nejspíš „ $y \geq x$ “.
13. Str. 41: Krátkou kapitolu 6 bych začlenil do jiné kapitoly. Pomohla by shrnující tabulka.
14. Str. 42: Asi chybí část předpokladu, že  $p$ -tý moment je menší než nekonečno.
15. Str. 44: Není mi jasné, proč se v kvadratické (7.7) zavádí dodatečné proměnné  $b_i$ . U absolutní hodnoty (7.6) to má smysl.

### **Závěr**

Práci doporučuji uznat jako diplomovou.

RNDr. Martin Branda, Ph.D.  
KPMS MFF UK  
21. 1. 2019