## OPONENTSKÝ POSUDEK BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

**Autor práce: Matěj Görner**
**Název: Rozhodnutelnost abelovských grup**
**Vedoucí: Libor Barto**

V předkládané práci je zpracován klasický důkaz rozhodnutelnosti teorie abelovských grup podle článku Wandy Smielew Elementary properties of abelian groups. Text je rozčleněn do čtyř částí, z nichž první dvě jsou věnovány stručnému zavedení používaného logického a algebraického aparátu. Těžiště práce spočívá v její třetí části, jež se zabývá strukturou booleovského obalu $bool(\mathbf{B})$ tzv. základní množiny formulí $\mathbf{B}$, který hraje klíčovou roli v důkazu rozhodnutelnosti abelovských grup. Poslední část popisuje samotný rozhodovací akt získaného rozhodovacího algoritmu.

Úkol Matěj Görnera spočívala nejen v pozorném přečtení a pochopení značně rozsáhlého a obtížného článku (zhruba 70 stran hutného matematického textu), nýbrž i v přetlumočení problému do moderního matematického jazyka. Právě úspěšná reformulace řešení problému z původního aparátu aritmetických funkcí (arithmetical functions) do jazyka logických formulí a sentencí svědčí o studentově pochopení nesnadné problematiky. Bohužel výsledný text svým čtenářům porozumění tématu příliš neusnadňuje.

Jedním z důvodů je značné množství překlepů, nedůsledností a nepřesností, jež se autorovi nepodařilo eliminovat. Některé takové nedostatky čtenář snadno odhalí (například: "Model abelovských grup" místo "Třída všech modelů" v posledním odstavci na straně 6; chybějící složené závorky v Definici 4.b; $r =$ místo $r \in$ v Definici 4.b či v Lemmmatu 5 (iii); chybějící argument $[\dots]$ u $ord$ a $sub$ v předposledním odstavci; $^2n$ místo $n^2$ bezprostředně před Definicí 14; $A(q) = \bigcup_{k\in\omega} C(q,l)$ místo správného $A(q) = \bigcup_{k\in\omega} C(q,k)$ v definici 34), což podobně jako velmi četné překlepy působí pouze méně či více rušivě. Jiné nepřesnosti jsou ovšem na první pohled hůře patrné a mohou značně ztížit pochopení partie, v níž se vyskytují. Příkladem takového nedostatku je definice množiny $ord[p^k](G)$ na straně 12, která je tvořena nikoli všemi prvky řádu $p^k$, nýbrž všemi prvky exponentu $p^k$, podobně bezprostředně následující definice $sub[p^k](G)$, která je v souladu s definicí zpracovávaného článku (s. 212) zapsaná jako $\{g \in G/p^kG\}$ (to se jednoduše rovná $G/p^kG$), rozhodně nemůže být popsána jako "všechny prvky $G$, které nejsou dělitelné $p^k$".

Dalším čtenářsky nepříjemným rysem předkládané práce jsou nejasné hranice mezi definicí, zřejmou vlastností pojmu a obtížnějším tvrzením. Příkladem budiž značně nepodařená Definice 8 s následujícím textem (není jasné, kde definice končí), v němž se bez vysvětlujícího komentáře vyskytuje několik charakterizací pojmu $dim^*_\star$, které jsou v článku obsahem tvrzení Theorem 1.6 a Theorem 1.7. Zatímco důkaz nenápadné poznámky o součtu dimenzí na začátku strany 13 v článku zabírá (spolu s potřebnými lemmaty) tři strany, v předkládaném textu není zřejmé, zda se jedná o součást definice, zda pisatel znal nějaký stručný důvod, proč dané tvrzení platí, a zda by ho měl znát i čtenář, či zda se jedná o citaci. Navíc se oponent domnívá, že charakterizace $dim^*_\star$ není zcela v pořádku, například $dim^O[5,2](\mathbf{Z}_{125}) = 1$, ovšem množina $ord[25](5\mathbf{Z}_{125})$ má 25 nikoli 5 prvků. Jak již bylo poznamenáno, zpracovávaný článek je dlouhý, proto nebylo nutné a vzhledem k očekávanému rozsahu bakalářské práce ani možné zabývat se dopodrobna všemi aspekty problematiky, v případě, kdy je ovšem nějaký výsledek přebírán, je třeba to v textu jasně sdělit. Konečně oponentovi není jasné, zda pomocí rozboru formule $\varphi \in \mathbf{B}$ chceme na 7. řádku strany 17 opravdu ukázat, že $\exists v_0 \varphi \in \mathbf{B}$; v následujících tvrzeních (podobně jako v odpovídající partii článku na straně 241) je požadována přítomnost formule $\exists v_0 \varphi$ pouze v booleovském obalu $\mathbf{B}$.

Přes uvedené výhrady bezpochyby doporučuji práci Matěje Görnera Rozhodnutelnost abelovských grup uznat jako bakalářskou a navrhuji ji ohodnotit známkou velmi dobře.

v Praze 24 [illegible] Jan Žemlička