



V Praze, 12.09.2018

### Posudek vedoucího na doktorskou disertační práci Mgr. Martina Franců

Disertační práce Martina Franců obsahuje výsledky autorova výzkumu ze dvou oblastí matematické analýzy. První část tvoří výsledky uvedené v kapitolách 2 a 3 týkající se Sobolevových prostorů vybudovaných nad prostory s normami invariantními vůči nerostoucímu přerovnění na Carnotových-Carathéodoryových prostorech. Druhou část tvoří kapitola 4, v níž je uvedena nová metoda numerické aproximace nejmenší konkávní majoranty spojitě funkce na intervalu. Výsledky byly sepsány do tří článků. Dva z nich již vyšly, oba shodně v roce 2017, jeden v *Mathematische Nachrichten* a jeden v *Czechoslovak Mathematical Journal*. Třetí článek byl přijat k publikaci do *Banach Journal of Functional Analysis*. Martin je samostatným autorem dvou z těchto článků, u třetího článku jsou jeho spoluautory Ron Kerman a Gord Sinnamon.

Práce je rozdělena do čtyř kapitol, z nichž poslední tři jsou tvořeny výše uvedenými články. První kapitola je přípravná a obsahuje nejen veškeré nezbytné definice a přípravný materiál, ale také zajímavé motivační příklady (paralelní parkování automobilu) a historii všech studovaných problémů.

Výzkum Carnotových-Carathéodoryových prostorů a zejména Heisenbergových grup jakožto jejich speciálního případu představuje velice důležitý obor studia, který původně vychází z fyziky a má zajímavé aplikace v diferenciální geometrii. Otázka Sobolevových vnoření pro tyto struktury je rovněž velice zajímavá, neboť Carnotovy-Carathéodoryovy prostory jsou vytvořeny pomocí obecné sady diferenciálních operátorů (vektorových polí) a chování sobolevských funkcí je tedy zcela jiné než jak je tomu v klasickém případě. Studium této problematiky je zajímavé ještě nejméně z jednoho důvodu, a tím je souvislost kvality Sobolevova vnoření s isoperimetrickým profilem oblasti, na které jsou funkce definovány. Tento fakt je dnes již považován za klasický, ale ještě před

padesáti lety byly obě disciplíny vyvíjeny samostatně a souvislost mezi nimi odhalily až revoluční práce Maz'ji a Federera-Fleminga z počátku šedesátých let minulého století.

Práce s nejmenší konkávní majoritou spojitě funkce patří mezi klasické techniky moderní analýzy a má řadu aplikací v rozličných oborech matematiky. Uplatňuje se například v konvexní analýze, v teorii interpolací, teorii aproximací a také samozřejmě v teorii prostorů funkcí. Konkrétně například vnošení váhových klasických Lorentzových prostorů se často o tyto metody opírají. Výzkum otázek v této oblasti je tedy velice ceněn.

Výsledky první části práce podávají obecné postačující podmínky pro omezenost a pro kompaktnost Sobolevova vnošení na Carnotově-Carathéodoryově prostoru. V případě speciálnější Heisenbergovy grupy je postačující podmínka i nutná. Podmínka je formulována pomocí omezenosti operátoru pracujícím na funkcích definovaných na jednorozměrné množině (intervalu). Jedná se tedy o výsledek typu „redukčního principu“, který byl dříve znám v jiných souvislostech.

Druhá část práce obsahuje výsledky, kterých Martin dosáhl ve spolupráci s kanadskými matematiky Ronem Kermanem a Gordem Sinnamonem. Ron Kerman si Martina vyhlédl během jedné ze svých návštěv Prahy, když hledal pro uvedený projekt spolupracovníka s patřičnými schopnostmi. Martin se ukázal pro daný projekt jako ideální a do týmu skvěle zapadl i po lidské stránce. Byla tak nastartována velmi cenná mezinárodní výzkumná spolupráce, která rozhodně neskončí disertační prací. Tento fakt také vypovídá cosi o Martinových kvalitách, neboť oba jeho spolupracovníci jsou velmi známými špičkovými vědci a jen tak s někým by čas neztráceli.

Martina jsem si povšiml již ve druhém ročníku, kdy začal navštěvovat můj kurs z teorie aproximací určený pro vyšší ročníky a doktorandy. Účast studenta druhého ročníku bakalářského studia na této výuce je zcela nevídaná věc, takže Martina pochopitelně nebylo možné přehlédnout. Studium velmi pokročilé nové látky mu ale nedělalo potíže a u zkoušek se projevoval lépe než leckterý starší kolega. Dalším charakteristickým rysem Martina studia bylo to, že kromě obecné matematiky vystudoval zároveň i informatiku. Tento fakt se později projevil i v disertaci, neboť pro vytvoření numerické metody nezbytné pro dosažení výsledků uvedených v kapitole 4 se mu informatické vzdělání hodilo. Článek uvedený v kapitole 4 tak představuje pěkný příklad uplatnění poznatků z více oborů najednou při vědecké práci.

Martin po celou dobu doktorského studia pracoval samostatně a zodpovědně. Pochtivě nastudoval velké množství ne zrovna snadné nové látky a dosáhl nových výsledků v oboru, ve kterém to není samozřejmostí. Naučil se klást sám sobě zajímavé výzkumné otázky a dosáhl hlubokých nových poznatků.

Podle mého názoru výsledky disertace Martina Franců zcela nepochybně naplňují a místy překračují nároky kladené na úroveň doktorské disertace na MFF UK a vřele doporučuji, aby mu byl udělen titul PhD.

Luboš Pick