Univerzita Karlova

Pedagogická fakulta

Katedra matematiky

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Konstrukce mnohoúhelníků s využitím didaktické pomůcky

The construction of polygons with a didactic aid

Adéla Průšová

Vedoucí práce: Mgr. Jaroslava Kloboučková

Studijní program: Učitelství pro základní školy (M7503)

Studijní obor: Učitelství pro 1. stupeň základní školy

2018

Odevzdáním této diplomové práce na téma „Konstrukce mnohoúhelníků s využitím didaktické pomůcky“ potvrzuji, že jsem ji vypracovala pod vedením vedoucího práce samostatně za použití v práci uvedených pramenů a literatury. Dále potvrzuji, že tato práce nebyla využita k získání jiného nebo stejného titulu.

20. 4. 2018 v Praze

………………………….

podpis

Poděkování

Děkuji Mgr. J. Kloboučkové za odborné vedení této práce, za cenné rady a věcné připomínky i konstruktivní kritiku. Poděkování také patří mé rodině i přátelům, kteří mě podporovali po celou dobu studia. Velmi děkuji i vedení fakultní základní školy, která mi umožnila provedení experimentu a zpracování celé diplomové práce. V neposlední řadě děkuji i všem žákům, kteří se účastnili celého experimentu v jakékoliv jeho fázi.

ABSTRAKT

Tato práce se zabývá konstrukcí mnohoúhelníků s využitím pomůcky geoboard na prvním stupni základních škol. Provedla jsem analýzu tří řad učebnic, abych zjistila, jakou a zda vůbec poskytují možnost mechanické práce s tvorbou mnohoúhelníků. Na základě nastudování odborné literatury zabývající se výukou matematiky, konkrétně geometrie, na základní škole, jsem vytvořila šablony, které se dají použít při práci s geoboardem. Šablony byly v praxi řešeny žáky ve třech ročnících, díky čemuž jsem mohla vyhodnotit jejich funkčnost. Následně byly provedeny korektury zadání šablon chybně zadaných tak, aby nebyly nikterak zavádějící či matoucí. Dále jsem popsala tři fáze zavádění práce s geoboardem, které jsem sama prováděla, a které jsou detailně zapsány v jednotlivých protokolech. Vyvodila jsem didaktický potenciál práce s geoboardem a teoretické nástrahy, které vyplývají z jeho používání.

KLÍČOVÁ SLOVA

mnohoúhelník, geoboard, konstruktivismus, dítě mladšího školního věku, čtvercová síť

ABSTRACT

This thesis deals with construction of polygons with use of a didactic aid geoboard at primary education. I have done analysis of three series of mathematics books in order to know, if they include possibility of mechanical work during construction of polygons. Based on study of professional literature related to teaching mathematics, mainly geometry at primary education, I have created patterns that can be used altogether with geoboard in mathematics. The patterns had been used in three classes thank to this I could have assess their practical use. Then I have corrected wrong instruction of patterns in order to be clear. Next I described three stages of beginning to work with geoboard that I have personally done and that are written in details in protocol. I have concluded didactic potential work with geoboard and theoretical obstacles while geoboard is using.

KEYWORDS

polygon, geoboard, constructivism, junior pupil, quadric grid

Obsah

1 Úvod

V úvodu se zamýšlím a vysvětluji, proč jsem se rozhodla pro téma své diplomové práce z oblasti matematiky. Dále formuluji cíle své diplomové práce a ukazuji, jak budou tyto cíle naplněny. V poslední části úvodu popisuji strukturu celé práce.

1.1 Proč zrovna matematika?

Matematiku jsem měla ráda především na základní škole. Ač byla matematika vyučována jenom transmisivním přístupem a nám, žákům, vysvětlována jen pomocí vzorečků a pouček, bylo vše jasné a bezproblémové. Změna přišla na gymnáziu, kde mi řada věcí do sebe nezapadala a já s matematikou začala bojovat. Nyní si uvědomuji, že to bylo právě tím, že jsem matematiku neuměla chápat v širším kontextu, moje znalosti nebyly dostatečně ukotvené, a když jsem je uměla, nezvládla jsem je aplikovat. V současné době vidím ten nevyužitý potenciál, který se u mě mohl rozvinout a ulehčit mi studium, pokud by matematika byla vyučována konstruktivisticky a tím rozvíjela nejen mé matematické znalosti, ale i celou osobnost.

Když jsem se rozhodla, že chci studovat učitelství pro 1. stupeň, šla jsem na náslech hodiny matematiky na FZŠ Táborská. Zde jsem se setkala s výukou Hejného matematiky vůbec poprvé. Bylo to nečekané a překvapivé. Matematika žáky bavila. Byli aktivní a zvídaví. Zjistila jsem, že toto je směr, kterým se chci vydat. Nikdy jsem nepřemýšlela nad tím, že hodina matematiky může vypadat i jinak, než jsem byla zvyklá ze své základní a střední školy.

Během vysokoškolského studia jsem často zkoušela probíranou látku z jednotlivých oblastí matematiky „vyučovat" svého bratra, který má díky diagnostikovaným poruchám učení problém právě s matematikou. Byl nadšený a během práce působil uvolněně. Žádný stres z přemíry úloh, jejichž množství ho automaticky blokuje v práci a přemýšlení. Tato matematika v praxi mě jen utvrdila v tom, že to má význam a hlavně viditelné výsledky.

Výběr tématu diplomové práce tedy automaticky padl na oblast matematiky se zaměřením na Hejného metodu ve výuce matematiky na 1. stupni. Ze široké škály oblastí a typů úloh, které žáci v matematice na 1. stupni poznávají, jsem se rozhodla pro geometrii a práci s pomůckou nazývanou jako geoboard/geodeska/destička s hřebíky. Hlavním důvodem bylo, že se tyto úlohy v učebnicích vyskytují, ale při svém studiu jsem se s nimi seznámila jen velmi okrajově. Chtěla jsem tedy rozpracovat celou problematiku z geometrického, didaktického i pedagogického hlediska.

1.2 Vymezení cílů diplomové práce

Z výše uvedeného vyplývá, že hlavním objektem mého zájmu byla didaktická pomůcka GEOBOARD, kterou jsem prozkoumala a podrobně popsala v teoretické části a praktické ukázky ze svého pedagogického působení ilustruji v praktické části. Při zadávání do SISu jsem tedy zformulovala cíle pro vlastní tvorbu mé práce.

Hlavními cíli této diplomové práce jsou:

I. Vytvoření úloh týkajících se konstrukce mnohoúhelníků za použití didaktické pomůcky geoboardu.

II. Analýza prostředí geoboard, na jehož základě budou vytvořeny gradované úlohy včetně kompletních řešení.

III. Ověření vypracovaných úloh žáky odpovídajícího ročníku a následně bude provedena analýza srozumitelnosti úloh.

Tyto formulace jsem upřesnila v průběhu jednotlivých etap do konkrétní podoby takto:

I.N Zformulovat didakticky správně úlohy, které povedou k nalezení všech možných mnohoúhelníků na geoboardu a nalézt jejích úplné řešení.

II.N a) Prostudovat alespoň dvě (tři) úplné řady učebnic pro první stupeň a nalézt všechny úlohy, které vybízejí k použití geoboardu ve výuce, provést úplné a vyčerpávající řešení daných úloh s didaktickým komentářem.

II.Nb) Navrhnout vhodný didaktický postup při práci s pomůckou bez ohledu na používanou řadu učebnic.

II.N c) Upozornit na didaktický potenciál a didaktické nástrahy při používání pomůcky.

II.N d) Vytvoření materiálu pro rozšiřující studium se zaměřením na využití geoboardu v rovinné geometrii.

Jelikož v učebnicích je nedostatek úloh, které podněcují práci s geoboardem, rozhodla jsem se vymyslet a vytvořit šablony, které budou moci využít přímo učitelé pro práci s geoboardem. Záměrem této diplomové práce je tudíž vytvoření sady šablon na geoboard. Tyto šablony by měly značně ulehčit přípravu učitelům a následně provádět jednoduchou a okamžitou kontrolu daných úloh. Šablony nebudou závislé na úlohách z učebnic Nakladatelství Fraus, tudíž je budou moci využívat učitelé bez omezení učebnic. Každá šablona má obsahovat zadání úlohy, didaktický komentář i správné řešení. Úlohy by měly být vhodné pro žáky od1. do 5. ročníku. Jak jsem výše zmínila, mým dalším cílem je, aby tato práce byla využitelná i pro samotné studenty Hejného metody vyučování matematice.

1.3 Popis struktury diplomové práce

V úvodní kapitole byly představeny původní hlavní cíle i cíle upravené dle probíhajících etap práce a má motivace k psaní této diplomové práce.

Kapitola 2 je souhrnem teorie, která je potřebná pro pochopení práce s pomůckou geoboard. Jsou zde charakterizovány nejdůležitější pojmy a vztahy pojící se s daným tématem.

Kapitola 3 se zabývá praktickým využitím geoboardu. Je zde obsažen jeho popis, tvary, jež se dají vytvořit na geoboardu a současně jsou uvedeny vytvořené šablony, jejich využití v praxi a následně i jejich analýza a reflexe.

Ve čtvrté kapitole se zabývám závěrečným shrnutím a reflexí využitelnosti šablon i této diplomové práce v praxi.

2 Teoretická část

V této části se budu věnovat především matematice, která je vyučována na prvním stupni základní školy, a která má stanovenou formu dle Rámcového vzdělávacího programu pro základní školy. Geometrie je hlavním tématem této práce a budu jí věnovat úvodní, teoretickou část diplomové práce.

2.1 Geometrie

Již ve starověkých Aténách byla geometrie považována za něco, co vyžaduje nejvyšší intelektuální úsilí. Avšak tenkrát geometrii považovali také za předstupeň k filosofii, což by nemělo být opomenuto ani v dnešní době, protože, jak tvrdí Hejný, (2014) *dnes tedy na tuto disciplínu můžeme hledět jak očima technika jako na zásobu důležitých poznatků potřebných ke konstruování různých staveb, strojů a jiných technických zařízení, tak očima filosofa jako na prostředí, v němž lze cvičit svůj mozek v činnostech, jakou jsou odhalování souvislostí, tvoření hypotéz, experimentování, argumentování, atd.*

Geometrie je zcela odlišná od aritmetiky. Aritmetika je definovaná s danými pravidly. V aritmetice „stačí“ aplikovat naučená pravidla a poučky. Oproti tomu, geometrie je svět, který vyžaduje myšlení do hloubky, kultivuje myšlení a podporuje tvořivost, experimentování, zkoumání, spekulování a představivost. Geometrie nemá jasně daná pravidla. Geometrické objekty sice spolu tvoří skupiny, ale tyto skupiny nemají taková pravidla, aby se vztahovaly na celé společenství geometrických objektů. Všechny části geometrie obsahují široké množství rozdílných úloh, jež nemůže učitel s žákem probírat jednu po druhé. Rutina zde není využitelná, protože jednoduše nefunguje. Žák musí porozumět vztahům, jež pojí například strany, úhly a těžnice či výšky trojúhelníka a následně je musí aplikovat do procesu konstrukce. Geometrie je navíc pro žáky celkově dost abstraktní. Proto by vzdělávací proces měl být zaměřený především na manipulaci a propojení s okolním světem. To je také důvod, proč se ve 3D geometrii pojem krychle zavádí nejdříve jako jeviště, poté jako pokojíček a až nakonec jako krychle. Proto ve 2D geometrii žáci vytváří mnohoúhelníky samotnými prsty a až později jsou schopné s nimi pracovat na papíru. Geometrie se zaměřením na rovinnou část není o tom, že se žák naučí definici mnohoúhelníku, a poté již rozumí všem mnohoúhelníkům. Jde zde hlavně o pochopení vztahů v mnohoúhelnících, díky kterým poté žáci zvládnou pojmenovat, vysvětlit či narýsovat téměř cokoliv.

Geometrie přímo vybízí učitele svým širokým polem úloh právě k rozvíjení experimentování žáků, k tvorbě hypotéz a teorií či debatování a spekulování. A částečně i díky tomuto je geometrie obtížně zařaditelná do instruktivního vyučování matematiky, respektive geometrie.

Výuka geometrie je v současné době na mnoha základních školách brána jako neoblíbená a pro žáky, částečně i učitele, příliš náročná. Klade se velký důraz na rýsování, které by mělo být co nejpřesnější. Současně se počítá velké množství vzorců na výpočet obsahu či obvodu a často jsou tyto dva typy úloh propojeny. Geometrie je nejen v učenicích, ale i ve výuce, zcela oddělována od aritmetiky, jako by tyto dvě části matematiky spolu vůbec nesouvisely.

Žáci se jako první seznamují s 3D prostorem. Jsou jím obklopovány. Již od raného dětství si hrají s kostkami, různými dřívky či stavebnicí Lego. Prostor 2D roviny je pro ně abstraktní. Neví, co si za tím představit. Možná proto byla za dob Marie Terezie vytvořená definice, která přesně popisovala, jak v procesu vznikají tvary rovinné geometrie. Tato definice koresponduje s nynějším pojmem osobnost, které se budu věnovat níže.

„Veličiny měřičské lze v mysli vytvořovati pohybem jednotlivých útvarů. Pohybem bodu vzniká čára. Bod jest útvarem tvořícím, čára pak výsledkem pohybu. Nemění-li se směr pohybu, je-li směr stálý, vytvoří bod přímku. Mění-li se však směr pohybu napořád, jest dráha tvořícího bodu křivá. Výsledkem pohybu jest pak křivka. Pohybem čáry vzniká plocha. Pohybem přímky v prostoře například vytvořiti lze rovinu, ale i plochu křivou. Pohybem plochy vzniká těleso. Plocha totiž majíc sama rozměry dva probíhá určitý prostor o třech rozměrech. Pohybem tělesa vzniká zase těleso. Vyššího útvaru měřičského nad tři rozměry není.“ (Jarolímek, 1901, s. 2)

Pokud se zaměříme pouze na 2D geometrii, tak neexistuje žádný princip, který by propojil všechny objekty. Pro vývoj geometrie jsou důležité tři koncepce. První, kdo se o to pokusil, byl Euklides, jenž zformuloval strukturální koncept planimetrie. Jirotková (2012) ve své publikaci tvrdí, že Servít zastává názor, že *strukturální koncepce planimetrie, vybudována před 2300 lety Euklidem, omezuje svět geometrických objektů na útvary lineární a „kružnicové“. Vychází z pojmů bod, čára, přímka, úhel dvou čar, meze, útvar a shodnost.*

Další koncepci formulovali René Descartes a Pierre Fermat. Ta se zabývá spojením geometrických objektů a aritmetiky. Poslední teorie je zaměřena na geometrickou transformaci.

Pouze první zmíněná je nejblíže poznání, se kterým se pracuje na prvním stupni základní školy. Avšak i tato je příliš složitá pro poznání žáků, proto se aplikuje především teorie P. Vopěnky, jež se zabývá geometrickými osobnostmi.Osobnost je podle něj geometrická představa, kterou má žák ve vědomí a je schopný s touto představou pracovat a používat ji ve vhodných situacích.

„Osobnost je takový geometrický jev, který si umíme vybavit, zkonstruovat, vymodelovat na základě jeho slovního popisu, jména. Umíme ho vyčlenit ze souboru jiných jevů, jiných geometrických objektů a umíme též k němu přiřadit soubor objektů s ním příbuzných.“ (Jirotková 2010, str. 39)

Osobnost se pojí s průvodními jevy, které jsou i nejsou na první pohled viditelné. Osobnost se pojí s těmito průvodními jevy a v případě odebrání některého průvodního jevu osobnost zanikne. Jirotková v duchu teorie Petra Vopěnky charakterizuje průvodní jevy následovně: *„Každou osobnost lze charakterizovat pomocí průvodních jevů. Průvodní jevy čtverce jsou například: vrcholy, strany – to jsou jevy viditelné, úhlopříčka, střed, osa souměrnosti – to jsou jevy neviditelné.“,* (Jirotková 2010, str. 93)

Práce žáka spočívá především právě v mentální a manuální práci s geometrickými objekty a geometrickými jevy, ať už z 2D nebo 3D oblasti geometrie. Jelikož didaktická pomůcka, které je věnována tato práce, je využitelná výhradně na svět 2D geometrie, budu se rovinnou geometrii zabývat především. Geoboard je určený pro tvorbu mnohoúhelníků. Pro žáky je tato definice těžko pochopitelná. Proto žáci používají zprvu metaforický jazyk. Tvary, jež mohou žáci vytvořit na geoboardu, jsou omezené a jsou to trojúhelníky, čtyřúhelníky a n-úhelníky.

2.1.1 Rovinné útvary na geoboardu

„Geoboard je dřevěná čtvercová deska se zatlučenými hřebíky, na které se nasazují gumičky do různých tvarů. Geoboard vynalezl a zpopularizoval v roce 1950 egyptský matematik Caleb Gattengo (1911-1988). Využívá se hlavně v matematice pro objasnění základních pojmů v geometrii – např. vlastnosti trojúhelníků, vysvětlení pojmu obvod, obsah.“ (Růst společně, Geoboard*, www.rustspolecne.cz,*[on-line] © 2018 [cit. 2018-04-10]. Dostupné z http://rustspolecne.cz/2012/04/geoboard/)

Tvary, jež mohou žáci vytvořit na geoboardu, jsou omezené počtem hřebíků na geodesce. Vzniknou tak trojúhelníky, čtyřúhelníky až po sedmiúhelníky. Žákům nejsou definice předány. Důležité je, aby definice sami tvořili a hlavně jim rozuměli. Pokud žákovi „naservírujeme" definici tvaru, které nebude rozumět, pravděpodobně ji do nadcházející hodiny matematiky zapomene. Pokud tato definice bude vyžadována na zkoušení či písemku, tak se ji nejspíš naučí zpaměti, aby ve zkoušení uspěl. Tato definice bude ale uložená pouze v krátkodobé paměti, což znamená, že do pár týdnů či měsíců žák tuto definici opět zapomene a celá předchozí snaha bude k ničemu. Problematické jsou také formálně naučení definice, které způsobují deformaci představ. Žák sice umí vysvětlit, co je čtverec, obsah nebo pravý úhel a je docela pravděpodobné, že k tomu občas i přiřadí správný tvar či správně vypočítá obsah. Jeho znalost je ale omezena pouze na určitý počet tvarů. Pokud se žák setká s novým tvarem, není schopen svoji formální znalost aplikovat. Příkladem je znalost pojmu pravý úhel. Pokud učitel prezentuje pravý úhel pouze na trojúhelníku, který má pravý úhel na pravé straně, žák pravděpodobně začne pracovat s deformovanou představou o pravém úhlu. Pokud dostane za úkol pojmenovat úhel, který bude v trojúhelníku umístěný na levé straně, chybně tento úhel pojmenuje levý úhel. Tento jev je ve vyučování poměrně častý. Učitelé si nejsou ani vědomi toho, že se něco takového může stát. Otázkou také je to, jak se po zjištění této chyby zachovají.Pokud se nebudou žáka ptát, jak k takovému názvu došel, a čistě jenom odmítnou jeho tvrzení a označí ho za chybné, dopouští se té největší chyby, jelikož žák pracoval správně s jemu dostupnými podněty.

„Trojúhelník je část roviny ohraničená třemi úsečkami (stranami t.), jejichž krajní body tvoří vrcholy t. Součet vnitřních bodů je 180°. Kružnice t. opsaná prochází jeho vrcholy; její střed leží v průsečíku os jeho stran." (*UNIVERSUM N-Z,* 2006, str. 470)

Existuje definice trojúhelníku, která je postavena na průniku tří polorovin, které vytvoří trojúhelník. Tato definice ale není relevantní pro práci s geoboardem, jelikož se na 2D pomůcce nedá pracovat s průniky polorovin.

Trojúhelníky můžeme rozdělit do několika skupin dle různých kriterií. Pokud dělíme trojúhelníky na základně velikosti vnitřních úhlů, rozlišujeme trojúhelníky ostroúhlé, pravoúhlé a tupoúhlé. Pokud bereme jako klasifikační kritérium délky jejich stran, rozdělujeme trojúhelníky na rovnostranné, rovnoramenné a různostranné.

Čtyřúhelníky se také dělí do skupin, a to podle vzájemné pozice dvou protějších stran. Pokud má čtyřúhelník každé dvě protější strany rovnoběžné, nazývá se rovnoběžník. Když má pouze dvě strany rovnoběžné a dvě strany různoběžné, jmenuje se lichoběžník. V případě, že dvě dvojice sousedních stran jsou shodné a právě jedna dvojice vnitřních úhlů, které jsou současně i protější, má stejnou velikost. Tento tvar nazýváme deltoid. Deltoidy se dělí na základě velikosti vnitřních úhlů, pokud jsou všechny vnitřní úhly menší než přímý úhel, jedná se o konvexní deltoid. Pokud je alespoň jeden úhel větší než úhel přímý, jedná se o nekonvexní deltoid. Všechny ostatní čtyřúhelníky nazýváme obecné čtyřúhelníky.

„Mnohoúhelník je část roviny vymezená úsečkami, které spojují určitý počet bodů, z nichž žádné tři sousední neleží na jedné přímce. Přesnější definice je tato: Mnohoúhelník je omezená část roviny ohraničená uzavřenou lomenou čárou.“ (VyznamSlova ‚Význam mnohoúhelník, *Vyznam-slova.com*, [on-line] © 2018 [cit. 2018-03-12]. Dostupné z http://www.vyznam-slova.com/mnohoúhelník)

Pokud se budeme pohybovat na úrovni geoboardu, jsme pouze v rovině kolineárních bodů. Emil Kraemer tvrdí, že *každý z vektorů/bodů je rovnoběžný s touž přímkou… Tyto vektory/body jsou lineárně závislé.* (E. Kraemer, 1954, str. 58)

2.1.2 Přehled probíraného učiva geometrie na prvním stupni

Jelikož se v této práci budu zabývat pouze učivem 2D geometrie na 1. stupni, je třeba ujasnit učivo a očekávané výstupy, jež mají žáci navštěvující první stupeň splnit. Tyto výstupy jsou převzaty z Rámcového vzdělávacího plánu pro základní vzdělávání (RVP ZV) (Kolektiv 2007). Matematiky se týká v RVP ZV kapitola 5.2 Matematika a její aplikace. RVP nejen, že formuluje učivo, jež by žáci měli znát na konci prvního stupně, ale také jsou zde uvedeny očekávané výstupy, které učitelům říkají, do jaké míry a v jakých situacích žák učivo zvládá a umí. Učivo a očekávané výstupy jsou v RVP ZV uvedeny v tematickém okruhu, jež je pojmenován Geometrie v rovině a prostoru. Očekávané výstupy v rámci prvního stupně jsou rozděleny na dvě období, a to 1. období a 2. období. První období je od 1. do 3. třídy a 2. období od 3. třídy do 5. třídy. Učivo je rozděleno na dvě části – pro 1. stupeň ZŠ a 2. stupeň ZŠ.

Očekávané výstupy:

1. období - žák rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci, porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky, rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině.

2. období - žák narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník a kružnici); užívá jednoduché konstrukce, sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku sečtením délek jeho stran, sestrojí rovnoběžky a kolmice, určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu, rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osu souměrnosti útvaru překládáním papíru.

Učivo geometrie na 1. stupni ZŠ:

<u>Základní útvary v rovině</u> – lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice, obdélník, trojúhelník, kruh, čtyřúhelník, mnohoúhelník, délka úsečky; jednotky délky a jejich převody, obvod a obsah obrazce, vzájemná poloha dvou přímek v rovině, osově souměrné útvary.

V RVP ZV je uvedeno taktéž učivo základních útvarů v prostoru. Toto učivo se ale přímo nepojí s 2D pomůckou geoboard, proto 3D učivo zde nezmiňuji.

RVP ZV je závazné pro všechny základní školy. Uvedené učivo musí v určitém rozsahu zvládnout všichni žáci. Škola si může na základě RVP ZV vytvořit Školní vzdělávací program (ŠVP), a tím si poupravit podobu výuky geometrie na své škole.

Následně uvádím učivo dle jednotlivých ročníků. Učivo se prolíná během všech ročníků na 1. stupni. Uvádím pouze to, co je pro žáky v daném ročníku nové. Současně velmi záleží na vyučujícím, jak si učivo rozplánuje a načasuje do výuky a především záleží na Školním vzdělávacím plánu, který má možnost následující rozdělení upravovat.

1. třída – čtverec, obdélník a trojúhelník – umí vytvořit

2. třída - čtverec, obdélník a trojúhelník – počet vrcholů, stran

3. třída – délky stran, určuje kolmost, rovnoběžky

4. třída - obsah, obvod, osa souměrnosti, + čtyřúhelníky

5. třída – pětiúhelníky, šestiúhelníky, porovnávání úhlů

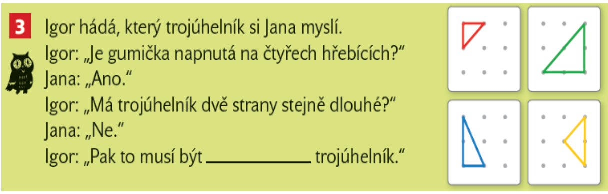
2.1.3 Analýza tří řad učebnic

Pracuji s učebnicemi z Nakladatelství Fraus a rozhodla jsem se udělat přehled úloh, které se pojí s geoboardem. Po důkladném prozkoumání učebnic a pracovních sešitů pro všechny ročníky jsem objevila následující úlohy. Ty rozdělím do skupin podle jejich zaměření.

1. třída – Nebyla nalezena žádná úloha pro využití pomůcky geoboard.

2. třída

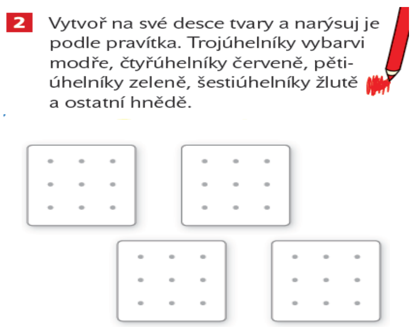
Vlastnosti mnohoúhelníků:



(Učebnice pro 2. ročník, III. díl, s. 13)

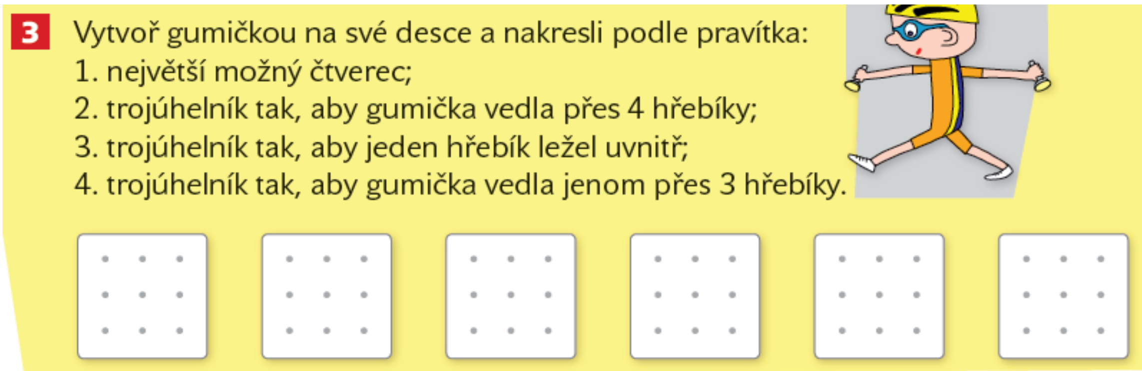
Konstrukce mnohoúhelníků:

(Nakladatelství Fraus,Učebnice pro 2. ročník, III. díl, s. 15) (Nakladatelství Fraus,Učebnice pro 2. ročník, II. díl, s. 19)

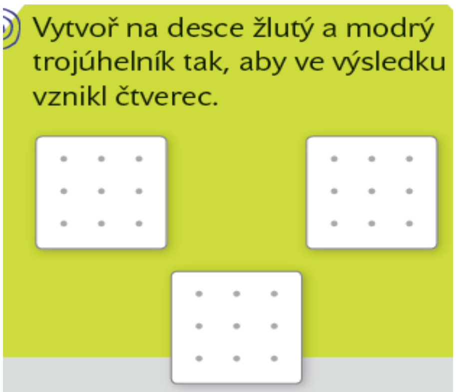


(Nakladatelství Fraus,Učebnice pro 2. ročník, III. díl, s. 25)

Konstrukce mnohoúhelníků daných vlastností:

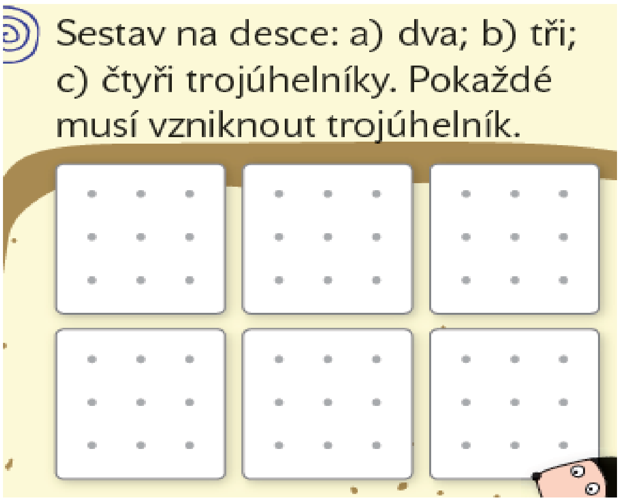


(Nakladatelství Fraus,Učebnice pro 2. ročník, III. díl, s. 25)

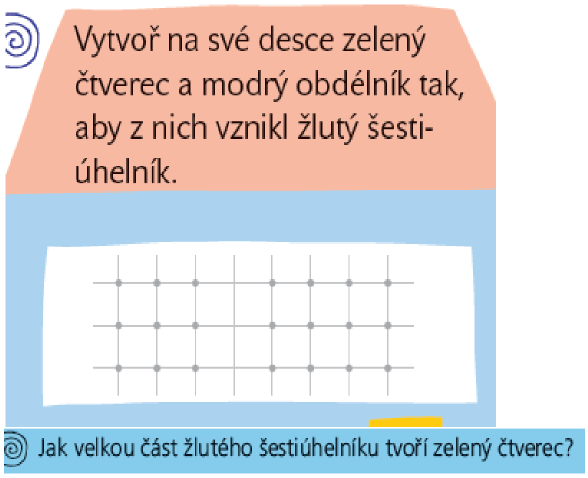


Jak velkou část čtverce tvoří modrý trojúhelník?

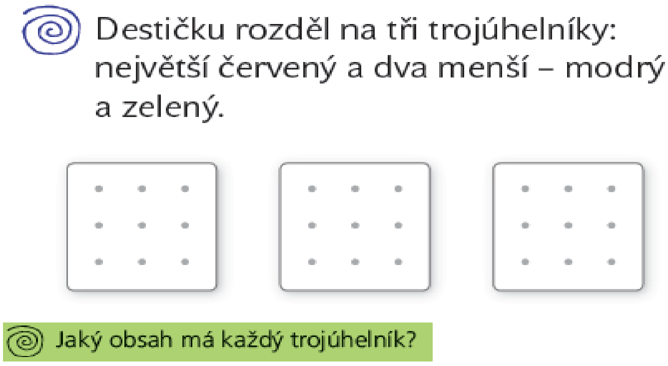
(Nakladatelství Fraus,Učebnice pro 2. ročník, III. díl, s. 21)



Kolik je na obrázku trojúhelníků celkem?

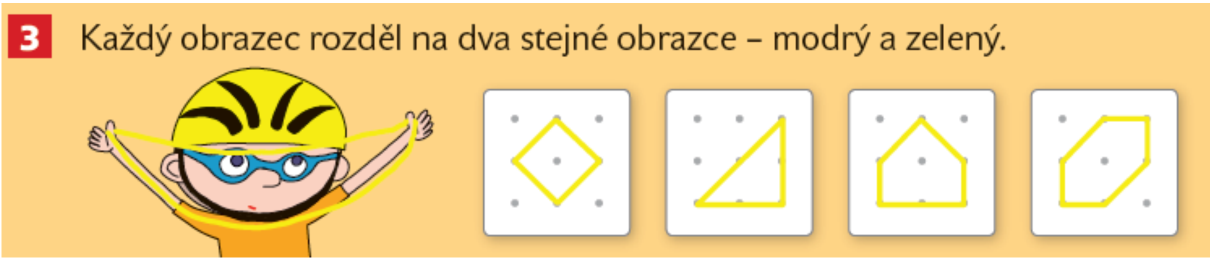


(Nakladatelství Fraus,Učebnice pro 2. ročník, III. díl, s. 34)(Nakladatelství Fraus,Učebnice pro 2. ročník, III. díl, s. 40)



(Nakladatelství Fraus,Učebnice pro 2. ročník, III. díl, s. 46)

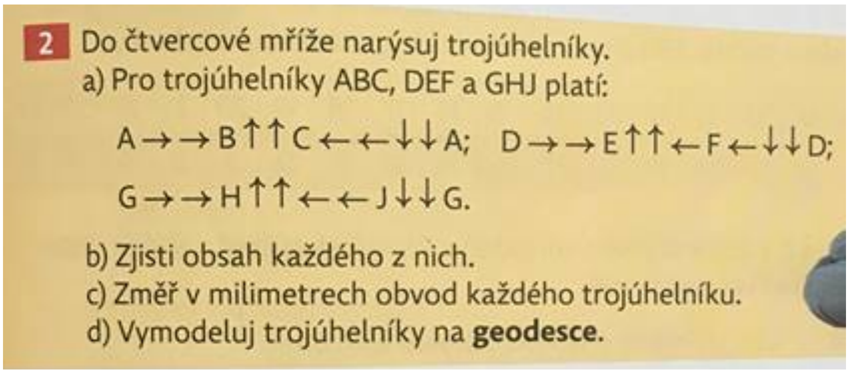
Shodnost rovinných útvarů



(Nakladatelství Fraus,Učebnice pro 2. ročník, III. díl, s. 29)

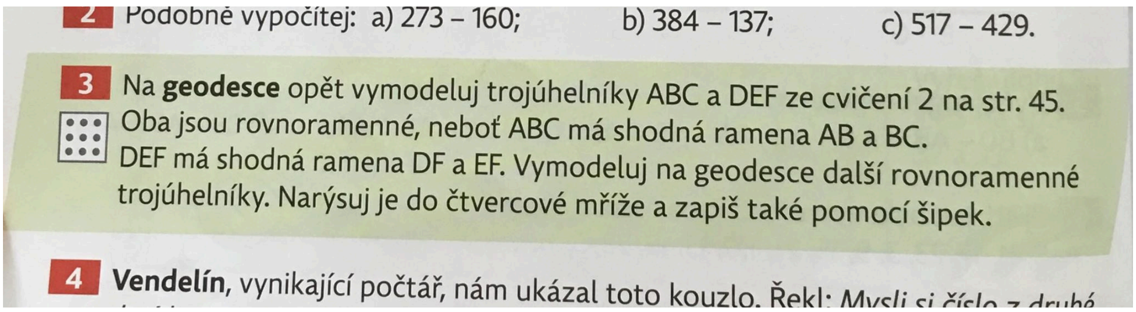
3. třída

Konstrukce mnohoúhelníku dle zadaných souřadnic


2 Do čtvercové mříže narýsuj trojúhelníky.
a) Pro trojúhelníky ABC, DEF a GHJ platí:
A→→B↑↑C←←↓↓A; D→→E↑↑←F←↓↓D;
G→→H↑↑←←J↓↓G.
b) Zjisti obsah každého z nich.
c) Změř v milimetrech obvod každého trojúhelníku.
d) Vymodeluj trojúhelníky na **geodesce**.

(Nakladatelství Fraus,Učebnice pro 3. ročník, s. 45)

Konstrukce mnohoúhelníku


2 Podobně vypočítej: a) 273 – 160; b) 384 – 137; c) 517 – 429.

3 Na **geodesce** opět vymodeluj trojúhelníky ABC a DEF ze cvičení 2 na str. 45. Oba jsou rovnoramenné, neboť ABC má shodná ramena AB a BC. DEF má shodná ramena DF a EF. Vymodeluj na geodesce další rovnoramenné trojúhelníky. Narýsuj je do čtvercové mříže a zapiš také pomocí šipek.

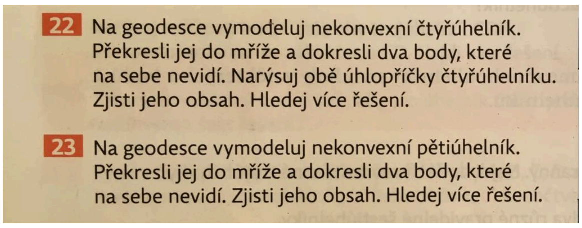
4 **Vendelín**, vynikající počtář, nám ukázal toto kouzlo. Řekl: *Mysli si číslo z druhé*

(Nakladatelství Fraus,Učebnice pro 3. ročník, s. 48)

4. třída - V učebnicích z Nakladatelství Fraus se nenachází žádná úloha s využitím goeboardu.

5. třída

<u>Konstrukce mnohoúhelníku dle vlastností</u>


22 Na geodesce vymodeluj nekonvexní čtyřúhelník. Překresli jej do mříže a dokresli dva body, které na sebe nevidí. Narýsuj obě úhlopříčky čtyřúhelníku. Zjisti jeho obsah. Hledej více řešení.

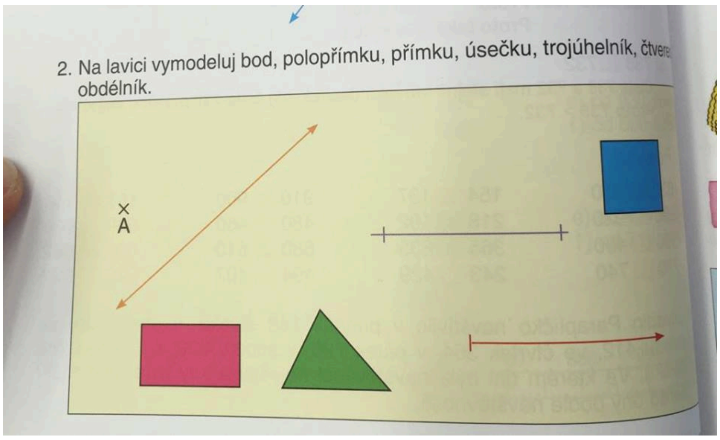
23 Na geodesce vymodeluj nekonvexní pětiúhelník. Překresli jej do mříže a dokresli dva body, které na sebe nevidí. Zjisti jeho obsah. Hledej více řešení.

(Nakladatelství Fraus, Učebnice pro 5. ročník, díl, s. 43)

Pro přehled úloh, které jsou využitelné při využití pomůcky geoboard, jsme zmapovala další dvě sady učebnic. Jako první jsem zvolila učebnice z nakladatelství SPN a následně ALTER. V obou sadách se vyskytují především úlohy typu: „Narýsuj a změř." případně „Vypočítej obsah, když…". Proto úloh, které by nabízely žákům možnosti manipulace s geoboardem, je velmi málo.

<u>ALTER</u>

3. třída



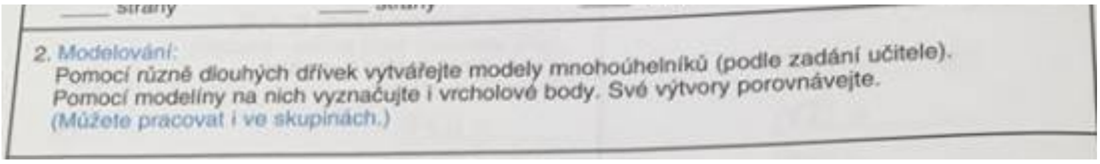
(Matematika, 3. třída, ALTER, s. 67)

Komentář: Pokud budeme předpokládat, že žák má při řešení této úlohy k dispozici geoboard, mohli bychom upravit zadání na ukaž/vytvoř. Žák by mohl ukázat na bod na geoboardu (hřebík). S tvorbou přímky by mohl nastat problém v tom, že natažení gumičky na dva body/hřebíky vytvoří mezi sebou prostor, takže by se mohlo zdát, že to není přímka.

Avšak vytvořit trojúhelník, obdélník a čtverec by na geoboardu bylo lehko proveditelné. Dalo by se následně diskutovat o možných řešeních, kdyby žáci objevili více čtverců či trojúhelníků.

<u>SPN</u>

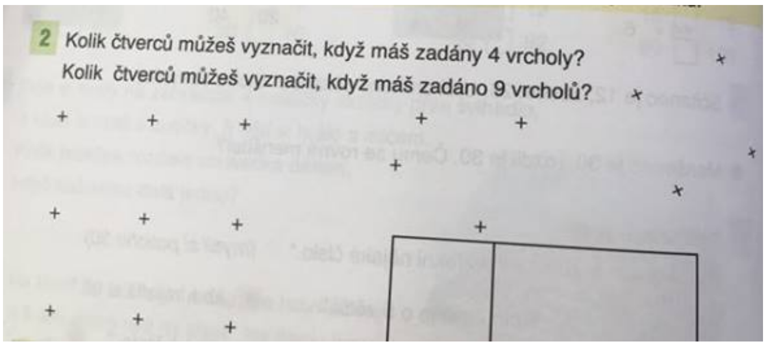
2. třída



(Matematika, 2. třída, SPN, s. 80)

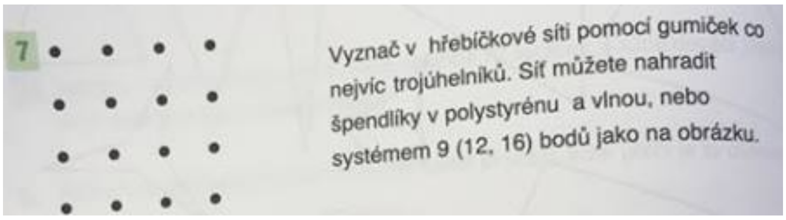
Komentář: Zadání této úlohy přímo vybízí k vytváření mnohoúhelníku na geoboardu. Bohužel zde nevíme, jaké zadání by učitel vymyslel. Zda by zadával dle názvu či dle vlastností apod. Vyznačovat body by na geoboardu žáci nemuseli, stačilo by ukazovat na hřebíky. U této úlohy je otázka, jak dobře by se pracovalo se dřívky. Pokud by jich žák dal vícero za sebou, mohl by se výtvor deformovat po přidání modelíny.

3. třída



(Matematika, 3. třída, SPN, s. 14)

Komentář: V úloze 2 je síť, která se podobá geoboardu. Další dvě menší sítě jsou vedle. Zadání je matoucí, protože já sama nevím, zda nejdříve doplňovat do sítě větší, kde mohu používat všech 9 vrcholů a poté jen dvě sítě vedlejší, kde jsou 4 vrcholy. Aplikovat tuto úlohu je možné za předpokladu, že žáci mají dostatek gumiček k využití všech 9 bodů nebo mají možnost nalezené čtverce zakreslovat do připravené papírové podoby sítě geoboardu.

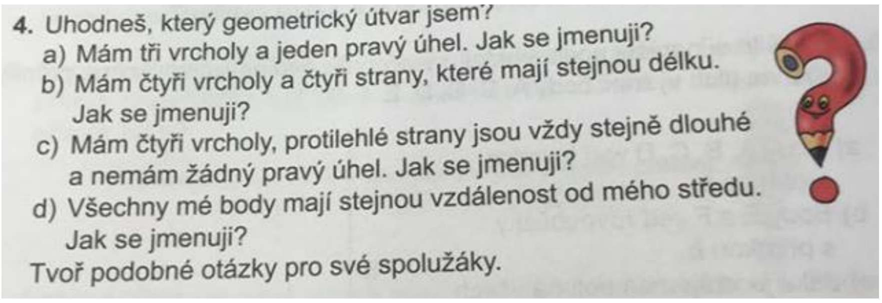


7 Vyznač v hřebíčkové síti pomocí gumiček co
nejvíc trojúhelníků. Síť můžete nahradit
špendlíky v polystyrénu a vlnou, nebo
systémem 9 (12, 16) bodů jako na obrázku.

(Matematika, 3. třída, SPN, s.46)

Komentář: Síť v této úloze je podobná síti geoboardu, pouze s tím rozdílem, že geoboardu poskytuje prostor 2x2 jednotek a úloha v učebnici SPN má prostor 3x3 jednotky. Z toho vyplývá, že úloha nabízí více možných řešení než geoboard. Osobně si myslím, že ve třetí třídě je prostor 2x2 pro žáky dostačující. Pokud by se žáci poprvé setkali s hřebíčkovou sítí a v takovémto rozsahu, mohlo by se stát, že by větší síť byla pro žáky matoucí a nepřehledná.

5. třída



4. Uhodneš, který geometrický útvar jsem?
a) Mám tři vrcholy a jeden pravý úhel. Jak se jmenuji?
b) Mám čtyři vrcholy a čtyři strany, které mají stejnou délku. Jak se jmenuji?
c) Mám čtyři vrcholy, protilehlé strany jsou vždy stejně dlouhé a nemám žádný pravý úhel. Jak se jmenuji?
d) Všechny mé body mají stejnou vzdálenost od mého středu. Jak se jmenuji?
Tvoř podobné otázky pro své spolužáky.

(Matematika, 5. třída, SNP, s. 114)

Komentář: S výjimkou tvaru, který mají žáci uhodnout za d), je vše vytvořitelné na geoboardu. Ačkoliv to je úloha pro 5. třídu, mnozí žáci by uvítali možnost vytvořit si dané tvary a bylo by pro ně jednodušší tvary pojmenovat.

Výše nalezené úlohy je možné vypracovat s použitím geoboardu. Zadání *modeluj* je téměř totožné jako *vytvoř*. Ve výsledku je evidentní, že prozkoumané řady učebnic zaměřené na 2D rovinné tvary neposkytují možnost manipulace. Žáci nemají prostor pro mechanickou práci, která jim pomůže dané tvary „osahat“. Žáci sice geometrii probírají, avšak pouze v omezené formě. Během celého prvního stupně se potkají pouze s omezeným množstvím mnohoúhelníků, což jim dává zase jen omezené možnosti k další práci s nimi. Až příliš často se žáci setkávají s modely mnohoúhelníku v učebnicích, jež jsou uvedeny pouze v horizontální poloze. Žáci díky tomu mají problém například s tím, že čtverec otočený o 90° pojmenovávají kosočtverec. Omezené množství různých tvarů jednotlivých mnohoúhelníků má za následek nedostatečnou kultivovanost těchto osobností.

2.2 Žák v centru pozornosti

Veškeré vzdělávání je spojené se žákem. Je ovlivněno jeho věkem, zájmy i aktuálním rozpoložením. Proto je důležité, aby se tyto i mnohé další faktory braly v potaz jak už při samotné výuce, tak i při plánování výuky či hodnocení. Jako zásadní pro výuku 2D geometrie považuji věk dítěte, vztah učitele a žáka, poznávací proces, který žák využívá, matematické jazyky a didaktické přístupy.

2.2.1 Mladší školní věk

„Děti v mladším školním věku jsou ještě hravé, jsou schopny soustředit se na jednu věc poměrně krátkou dobu (asi 10 minut), mají stále rády pohádky, jsou značně sugestibilní a ve svých hrách se ještě chlapci a dívky bez zábran mísí." (Langmaier, Krejčířová 2006, str. 119)

Mladší školní věk začíná právě vstupem do 1. třídy a trvá přibližně 5 let, což se pojí s pátým ročníkem a přestupem na 2. stupeň základní školy. Toto období je vymezeno od šesti do jedenácti let. Dítě začíná zastávat novou roli, a to roli školáka. Je to pro něj do této doby největší životní změna, což se automaticky musí podepsat na jeho dalším vývoji. Mladší školní věk se spojuje s tělesným a psychickým dospíváním a zráním, které nabírá během pátého ročníku zcela jiný spád a toto období je vystřídáno starším školním věkem. Toto období se dále pojí s dětskou rozkolísaností, což se projevuje změnami nálad, které často ovlivňují výkon a soustředěnost žáků. Žáci kolem tohoto věku jsou i snadno citově zranitelní. Tato skutečnost vyžaduje od učitelů ohleduplnost k jejich citům a názorům.

Jakmile je žák dostatečně zralý na to, aby se stal prvňáčkem, projevuje se u něj školní připravenost. Zdeněk Helus (2009, str. 244) tvrdí, že školní *připravenost znamená to, že dítě se stává celkově vybaveným pro zvládání nároků primární školy*. Tato školní připravenost zahrnuje řadu skutečností, které děti mají zvládat. Žák musí být schopný koncentrace, musí chápat řád a pravidla, která jsou s chozením do školy spojena a musí se jim přizpůsobit. Žák by měl být schopný ovládat své emoce, jako jsou vztek či lítost. Schopnost spolupráce s ostatními je dalším charakteristickým znakem pro žáka připraveného na školní docházku.

Když žák začne navštěvovat první třídu, okamžitě se v něm zrodí touha učit se a snaha být úspěšný. To je pro něj účinná motivace, která ho žene za pochvalami a s tím spojeným zadostiučiněním, které žáka uspokojuje a dělá mu radost. Zde je kritické místo, když se žákovi, který je v tomto období extrémně citlivý na jakékoliv projevy týkající se jeho osobnosti, nedostane pochvaly za vynaložené úsilí. Pociťuje to jako křivdu a působí to demotivačně, což ho může odradit nejen od učení, ale může již v tak raném věku zanevřít na celou školní docházku, či v horším případě podkopat jeho sebevědomí, což ho může pojmenovat na celý zbytek života. Ve spojení se sebevědomím a sebepojetím žáka je i hodnocení žáka. Často jsou žáci hodnoceni známkami, které jsou pro ně zdrojem traumatizace a nechutě učit se. Východiskem se zdá být slovní hodnocení, které by mělo být konstruktivisticky sestaveno, aby žáka podpořilo a nabídlo cesty, jak se zlepšit.

S mladším školním věkem je spojena změna v poznávacím procesu. Žák se dostává do etapy konkrétních logických operací, kdy je schopný diferencovat a klasifikovat jevy na základě určitých kritérií.

Mladší školní věk má řadu specifik, na která je třeba brát zřetel a využívat jich v prospěch žákova vzdělání a rozvoje, případně vyvarovat se citlivých a rizikových oblastí. Geoboard je v této souvislosti zajímavá hra, která podněcuje jejich zvídavost. Dá se využít jako výborná aktivita, kterou lze využít jako atraktivní změnu ve vyučování.

2.2.2 Vztah učitel – žák

Pokud žák a učitel mají spolupracovat, komunikovat spolu a pokud má učitel rozvíjet žákovu osobnost, je automatické, že je vzájemně pojí určitý vztah. Vztah učitele a žáka můžeme rozdělit do dvou, velmi odlišných směrů. První směr vychází z názorů E. Durheima a je stavěný na tom, že se na žáka působí především okolním, vnějším, světem. V tomto vztahu předává učitel žákovi veškeré potřebné informace a znalosti. Klade se důraz na učivo, obsah a také na roli učitele, který je aktivní. Na druhé straně je žák, který pouze pasivně veškeré informace přijímá a vstřebává. Tento způsob vyučování je orientovaný především na učitele.

Vyučování orientované na žáka je odlišné především v tom, že se snaží učivo přiblížit žákovi. Vychází z vnitřní motivace a všímá si zájmů žáků. Učitel respektuje individualitu a osobnost žáka. Tento přístup, původně zformuloval J. Deweye, je i v současnosti východiskem pro řadu dalších přístupů.

Nutno říci, že se vztah neodvíjí jen podle přesvědčení, jež si učitel zvolí za to své. Oba účastníci jsou ovlivněni i svou osobností či aktuálním rozpoložením. Je nutné flexibilně přizpůsobovat svůj přístup k žákovi dle jeho potřeb a na základě toho harmonizovat společný vztah tak, aby prostředí bylo co nejefektivnější pro výuku.

2.2.3 Poznávací procesy v matematice

Žák začíná tento svět objevovat především na základně kreativity (pokud má žák široké zadání, kreativně tvoří), konkrétní a úzké zadání řeší metodou pokus – omyl. Zpočátku nemá osvojený geometrický jazyk, takže používá jazyk metaforický. Vytváří si série izolovaných modelů, které vedou k hlubšímu poznání, které tvoří skupinu generických modelů.

*„Žák, který se nebude chtít učit, který nebude mít o učení zájem, který nebude k učivu motivován, si žádnou poznatkovou strukturu nevybuduje, ba ani si ji budovat nezačne, neboť je k tomu potřeba jeho aktivita. Motivace je předpokladem zahájení procesu učení, představuje jeho úspěšný start." (*Hejný, Kuřima 2009, str. 129)

Každé poznání by mělo pramenit z motivace, která by měla být v lepším případě vnitřní, případně vnější. Žák zaujat tématem řeší a s nadšením zkoumá izolované modely, které ho dříve nebo později dovedou k uvědomění si daného jevu nebo dané zákonitosti. Do tohoto objevování se pouští poháněn otázkami Proč? Jak?. Motivace žáků je nevyhraněná. Žáky na prvním stupni zaujme řada oblastí, na které mohou učitelé motivaci vztáhnout.Pokud je žák motivovaný, zvýší se jeho citlivost na zaměření daných jevů. Pokud žák není motivován, plní pouze zadané instrukce a z výuky si odnáší minimum.

Žákům jsou předkládány izolované modely, aby mohli sami objevit daný jev a lépe se v něm orientovat. V případě geoboardu jsou například izolovanými modely všechny typy trojúhelníků, které žáci postupně objevují a poznávají je. Jakmile jsou jejich vědomosti dostatečně hluboké, je fáze izolovaných modelů ukončená a žákům je již pojem trojúhelník jasný.

Milan Hejný (1999) ve skriptech Čtverečkovaný papír jako MOST mezi aritmetikou a geometrií používal pro izolované modely název separované modely, což bylo ale značně zavádějící, protože separované pro někoho mohlo znamenat, že jsou separované neboli oddělené od jiné skupiny/společenství, čemuž tak ale nebylo. Proto současně používaný název izolované modely je značně výstižnější.

Jakmile je žák schopný díky svým zkušenostem, které získal pomocí izolovaných modelů, vědomě použít u dalších modelů, případně ho i verbalizovat, tak se již nachází v oblasti generického modelu/univerzálního modelu.

„Izolovaný model má charakter ukázky, univerzální model představuje obecný návod, algoritmus, vzorec, graf..." (Hejný, Kuřima 2009, str. 132)

S univerzálním modelem se pojí i dětská radost z objevu. To, co zjistili, platí obecně i v jiných případech. Je to pro ně posun směrem dopředu a jejich radost je pro ně pohonem, který jim bude sloužit do dalšího zkoumání a bádání. Žáci budou motivováni samotnou touhou po dalším *aha* efektu, který jim je velkým uspokojením. Dosažení generického modelu a hlubšího pochopení dané situace není vždy otázkou jednoho týdne. Proto se tato cesta časem může zdát nefunkční a bezvýznamná. Je ale třeba dojít k tomuto aha efektu i v roli učitele, který objeví důležitost toho procesu a není radno ho předčasně ukončovat či zkracovat.

Pokud budeme pracovat s izolovanými modely, částečně se vyhneme pojmotvorného procesu, který vede k formálnímu poznatku, jež není žádoucí. První, co se většině žáků uloží do vědomí, je formální znalost. Formální znalost je osvojena pamětným osvojením, jak tomu často bývá například v případě vzorců na obvody či obsahy. Žáci často nerozumí tomu, co zastupují jednotlivé symboly, ve většině případů písmena, natož aby chápali vztahy, kterými se symboly pojí. Pokud se naučené pravidlo začne obměňovat do náročnější podoby, žák již není schopný této změně porozumět na základě naučeného vztahu a stává se pro něj situace frustrující a nemožná řešit. Když žákům budou předkládány právě výše zmíněné izolované modely, je možné vyhnout se formálnímu poznatku. Proces práce s izolovanými modely se dělí na 4 fáze. Druhá, ojediněle třetí, fáze této etapizace se nejvíce pojí se základním vzděláním na 1. stupni. Jako první nastupuje fáze synkretická, která se pojí s jazykem, jež přiřazuje názvy, aniž by jakkoliv rozlišoval v žákově slovníku či představě. Tato postupná diferenciace přichází ve druhé fázi předmětných představ. Pojmy jsou spojovány s konkrétními a reálnými představami, přetrvává zde nutnost manipulace. Třetí etapa, etapa intuitivně-abstraktních představ nahrazuje mechanickou manipulaci s předměty myšlenkovými procesy a myšlenkovou manipulací. Pojem je již součástí abstraktních představ, s čímž je spojovaný také abstrakční zdvih. Během fáze strukturální je pojem již prvkem teorie, která je uzavřená. Existuje také pátá etapa, kterou je fáze axiomatická. Tato fáze je založena na tom, že pojem je součástí axiomatické teorie.

2.2.4 Proces, koncept a procept

„Slova proces a koncept charakterizují dva duální či komplementární způsoby, kterými naše vědomí vnímá pojmy, vztahy, situace, jevy a události reálného světa, kterými je ukládá do zkušenostního pole a kterými s nimi zachází.“(Hejný, Jirotková, 1999, str. 10)

Proces a koncept popisují dva rozdílné způsoby toho, jak vnímá náš mozek daný jev. Proces odpovídá pohybu, ději, činnosti, tvorbě nebo vznikání něčeho. Na druhé straně koncept značí objekt, skutečnost, jev. Všechny tyto objekty či stavy jsou trvalé a neměnné. Je důležité, aby ony zmíněné způsoby byly přítomny ve výuce, jelikož na tom, k jakému způsobu žák více tíhne nebo jaký způsob je výhodnější pro řešení úlohy. Pokud žák používá oba způsoby zároveň, nazýváme tuto cestu procept. Tato cesta umožňuje žákovi libovolně přecházet v úvahách od procesu ke konceptu a naopak. Propojování, prolínání, přecházení mezi procesem, konceptem a procentem vytváří schéma, kde se výše zmíněné odehrává.

Během preexperimentu jsem se setkala s tím, že žáci používali jak koncept, tak proces. Pokud žákyně popisovala svůj vytvořený tvar tak, že řekla: *„Natáhla jsem gumičku sem a pak sem.“,* tak žákyně byla nejdříve ve fázi procesu. Oproti tomu, když žák popsal: *„Tohle je znak pro metro,“* tak se žák nacházel ve fázi konceptu. Pokud žák použil formulaci: *„Tohle jsem natáhl sem a vznikl čtverec,“* pak se nachází ve fázi proceptu.

Obě tato slova - proces i koncept se pojí právě ke generickému modelu. Ten může být jak procesuální, tak i konceptuální. Pokud žák objeví určitou zákonitost nebo vztah, který mu dává vhled do problému a je to pro něj návodem, jak obecně s úlohou pracovat, jedná se o procesuální generický model. O konceptuálním modelu mluvíme tehdy, když se žák oprostí od procesu, který musí k řešení používat a je mu jasný výsledek, aniž by musel počítat pomocné kroky, na nichž by musel stavět. Ale ne vždy musí konceptuálnímu generickému modelu předcházet fáze procesuálního generického modelu. Jak tvrdí Hejný (2014) *o procesuální generický model se jedná tam, kde již v zadání úlohy je jistá posloupnost vytvořena – to je procesuální generický model. Dalším krokem je hledání návodu na určení libovolného člena posloupnosti bez vypisování případů předcházejících – to je konceptuální generický model. Úloha, u které žádná posloupnost čísel neexistuje, nemůže vést k procesuálnímu generickému modelu.*

2.2.5 Abstraktní poznatek

O abstraktním poznatku hovoříme tehdy, když je v situaci, kterou žáci již znají a rozumí jí, nahrazeno například číslo zástupným kódem, nejčastěji číslem. V matematice obecně se tento jev objevuje poměrně často, ať už u rovnic s neznámými nebo právě v geometrii, při popisu stran a od toho se odvíjejících vzorečků.

„Když se poznatek dostal do paměti jako informace, je to poznatek formální. Jestliže byl vytvořen abstraktním zdvihem z generického modelu, je to abstraktní znalost. Ta je ve většině případů provázena změnou jazyka.“ (Hejný, 2014, str. 58)

Změna z formálního poznatku na abstraktní znalost je pro žáka extrémně náročná. Žák je nadšený z objevení jednoho jevu a nedlouho poté je mu předložena nová situace, která je naprosto odlišná a on se s ní musí znovu vypořádat.

Hejný v souladu s Kvaszem (2014) rozdělil zastoupení symboly/písmeny do několika skupin a pojmenovává tyto skupiny silami, na základě jejich funkce. Ke geometrii, a především k vzorcům, se vztahuje síla kódovací a transformační síla. Síla kódovací stojí na místě určitého čísla a má žákovi napovídat, co její symbol zastupuje. Je potom čistě na žákovi, jak tuto nápovědu přijme a bude s ní nadále pracovat. V geometrii je tato síla prezentována především písmenem přiřazeným k určité straně či stranám v 2D ale i 3D rovině. Když žák vyřeší již několikátý izolovaný model a je přesvědčený, že pronikl do generického modelu a rozumí celé problematice, může právě díky zastoupení písmeny odhalit svou nepravdu, která ho posune zase o kus dál a nabídne mu další pole ke zkoumání. Užitečná zkušenost to není jen v dané situaci, ale žák bude již příště brát v úvahu i skutečnost, že to nemusí být tak, jak se na první pohled zdá a k problému bude přistupovat s kritickým myšlením a zvažováním všech alternativ, což je pro člověka obecně velmi cenná dovednost. Síla transformační umožní žákovi pracovat se vztahy, které pochopil a následně si je upravuje do tvaru, který je pro něj uchopitelný a požadovaný.

Abstraktní poznatek má ještě další díly, které ale nezasahují do geometrie, naopak se pojí s aritmetikou, přesněji řečeno se slovními úlohami, proto nepovažuji za zásadní je zde více rozvádět. Je to síla uchopovací, vyjadřovací, argumentační síla jazyka a objevitelská síla jazyka písmen.

Ač tento jev nesouvisí přímo s pomůckou geoboardu, považuji geoboardu jako důležitou propedeutiku 2D rovinných tvarů, což dále bude jedině ku prospěchu právě při práci se symboly ve 2D míře.

„Krystalizace je proces uhnízdění nového poznatku ve vědomí žáka, nejednou ve dvou nebo i více oblastech.“ (Hejný, 2014, str. 73.)

Během celého poznávacího procesu probíhá současně také krystalizace, což znamená, usazování vědomostí v žákově paměti. Tento proces občas probíhá již od prvních izolovaných modelů, přes model generický až po abstraktní poznatek. Žák krystalizuje své poznání a tvoří si husté sítě vzájemně propojených znalostí. Krystalizace se týká propojování nových poznatků mezi sebou, propojování nových se staršími poznatky a současně ukládání do širšího kontextu. Tento proces probíhá téměř neustále. Žák zpracovává informace a hledá místo, kam je zařadit. Je to současně také poslední stupeň poznávacího procesu.

2.2.6 Schéma

„Theorists have coined the term schemata to refer the memory structure that incorporate clusters of information relevant comprehension.[…] A primary insight to schema theories is that we do not just have isolated facts in memory. Information is gathered together in meaningful functional units." (In Hejný, 2014, s.86, podle Gerrig, 1991, s. 224 -245) [1]

V matematice se seskupují skupiny informací či jevů na základě určitého společného principu. Jednotlivé izolované modely se shlukují do skupin, které jsou pojmenovány klastry. Schéma je ještě širší seskupení právě z klastrů, jsou to soubory informací o určité situaci či jevu. Podobné generické modely, jež mají společný princip, tvoří základ schémat. Schéma se v žákově vědomí vytváří od okamžiku prvního generického modelu dle daného principu. Schéma obsahuje veškeré žákovo poznání od procesu, konceptu, proceptu až po vztahy či jevy dané skupiny. Schémata se vzájemně prolínají a jsou spjata spolu navzájem. Do těchto schémat patří bezesporu i mnohoúhelníky jako velké a nadřazené schéma, které obsahuje řadu dalších schémat jako trojúhelníky, pětiúhelníky apod. My všichni, o to více žáci, budujeme svá schémata. Záleží čistě na nás, jaké úsilí při jeho budování vyvineme. Vznik schémat je náhlý, nenadálý a většinou se zrodí z potřeby člověka. Zda schéma bude kvalitně propracované a my se v něm budeme snadno orientovat, či zda budeme mít rezervy a nebudeme se v něm cítit dobře. Schémata jsou obecně daná a jsou stejná. Opět záleží na každém jednotlivci, jak schémata uchopil a jak je vnímá. Tato práce se týká především schémat jako schéma trojúhelník, čtverec či čtvercová síť.

Jako ilustraci uvádím schéma trojúhelníku, které je schématem trojúhelníku pro mě.

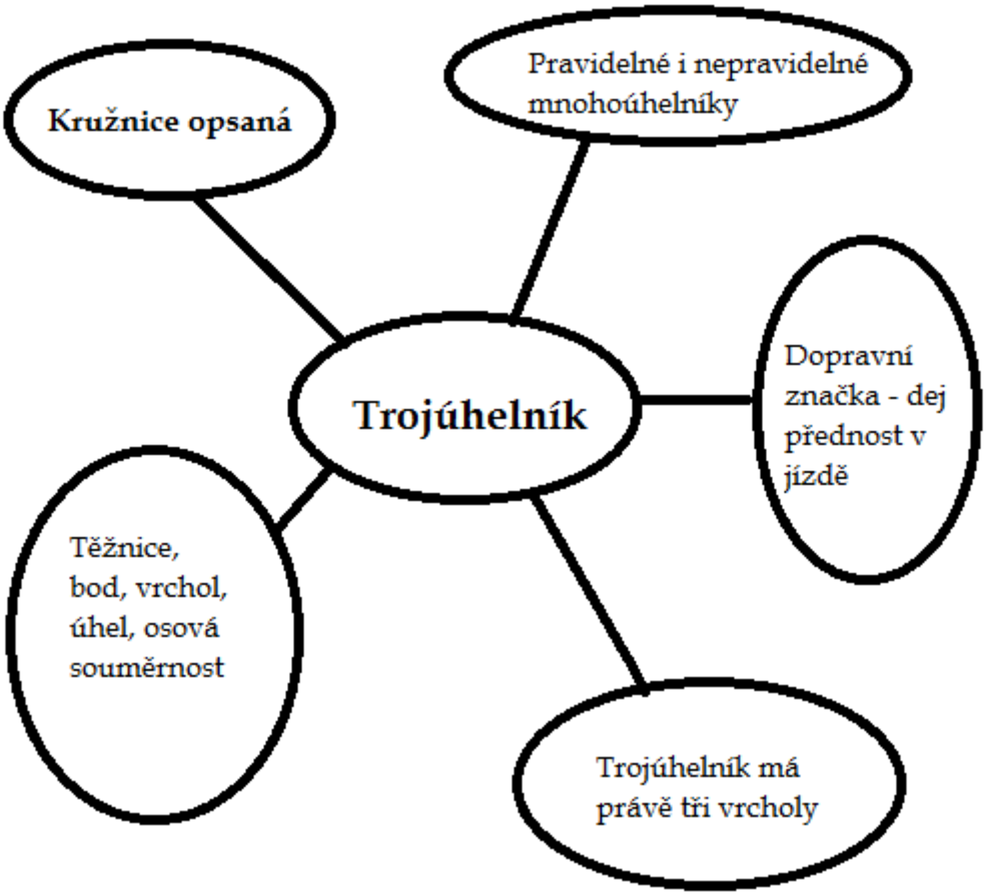
<u>Mé schéma trojúhelníku</u>

Níže uvádím schéma trojúhelníku tak, jak ho vnímám já. Schéma obsahuje modely i ne-modely trojúhelníku, jednotlivé průvodní jevy, partnery i společenství. Všechny tyto části

---

[1] Teoretici vytvořili termín schémata k tomu, aby se mohli odvolat ke struktuře paměti sjednocující klastry informací důležitého porozumění. […] První vhled do teorie schémat je takový, že v paměti nemáme pouze izolovaná fakta. Informace se shromaždují do smysluplných jednotek.

jsou současně jednotlivými schématy, jež, jak můžeme vidět, se vzájemně prolínají. U každého člověka bude schéma trojúhelníku odlišné.



2.2.7 Matematické jazyky

Zejména v geometrii určitě záleží na jazyku, který žák používá k popisu útvarů. Jazyk je sice nástroj komunikace, ale i nástroj myšlení žáka, který umožňuje pracovat s pojmy, strukturovat je, umožňuje formulovat problém a popsat vlastní řešitelské strategie.

Především 2D geometrie je pro žáka velmi abstraktní a těžko hledá slova, kterými tvary popsat, pokud nemá předchozí zkušenost s geometrickou terminologií. Proto nejdříve používá metaforický jazyk a postupně, při získání více zkušeností s izolovanými modely, přistupuje k jazyku geometrickému. Pro žáky je důležité, aby si byli vědomi toho, proč je vlastně jednotný geometrický jazyk důležitý a proč by se ho tedy měli naučit. K demonstraci tohoto důvodu může posloužit hra sova nebo telefon. Žáci zjistí, jak klíčové je jednotné nazývání geometrických jevů, protože bez nich jsou téměř neschopní popsat daný tvar tak, aby tomu spolužák správně rozuměl.

Pokud očekáváme, že žák bude používat při práci i jazyk a bude mluvit o tom, co dělá či popisovat, co již vytvořil, musíme si uvědomit i vývojové fáze jazyka, kterými žák prochází. Jako první se objevuje **etapa beze slov**. Jedná se o čas, kdy žák jednoduše nemluví o tom, co dělá, jelikož není jak o tom mluvit. Příkladem této fáze se zaměřením na mnohoúhelníky jsou origami. Žáci skládají dle slovního a vizuálního návodu a sami se k tomu nijak nevyjadřují. Nejdůležitější je na této části poznávání v činnosti. Pokud žák cítí potřebu slovního projevu, nastává **etapa slovesného slovního doprovodu**.Žák v tomto okamžiku nezná pojmenování geometrických jevů, proto je nahrazuje ukazovacími zájmeny. Když žák zvládá asociovat si daný jev se svými zkušenostmi, ocitá se v **etapě metaforického jazyka**. Ač pro každého žáka může znamenat určitý tvar jinou skutečnost, není těžké si navzájem porozumět. Občas se objeví nejasnosti, které žáky vedou k diskuzi o správnosti použité metafory. Tím se žáci ocitají v **etapě upřesňování metaforického jazyka. Etapa nástupu matematického jazyka** se pojí s opuštěním jazyka metaforického. Žáci postupně přechází k matematickým termínům. Tento přechod je velmi individuální a nevyplácí se ho uspěchat. Následuje **etapa matematické terminologie a znakového systému**, která je typická zpřesňováním vyjadřovacího jazyka. Pro popis jsou přidány znaky a není přípustná žádná mnohoznačná terminologie. Žáci často chápou situaci správně, ale je pro ně těžké najít přesnou formulaci své výpovědi. Poslední etapou je **etapa axiomatizace**, které již ale nespadá k 2D geometrii na prvním stupni, proto se jí nebudu podrobněji zabývat.

Ke komunikaci obecně se pojí i komunikační nedorozumění. V transmisivním vyučování často bývá nedorozumění v komunikaci vnímáno jako projev, toho že danému problému žák nerozumí, což je automaticky špatně a učitel následně považuje za nejvhodnější danou formulaci či definici zopakovat s přesvědčením, že tentokrát to již žák musel pochopit. Nedorozumění v konstruktivisticky pojaté výuce naopak nabízí prostor pro diskuzi. Učitel v této situaci vnímá potenciál k tomu, aby si žáci navzájem mohli daný problém vysvětlit a navzájem se obohatit. Dalším problémem při nedorozumění může být i nepřesnost nebo nedostatečnost v učitelově podání.

V mé diplomové práci používám pojem metaforický jazyk jako pojmenování pro ty situace, kdy žák svůj rovinný útvar označí slovem, které vyjadřuje konkrétní předmět vycházející z jeho zkušeností. Tento tvar nemusí být mnohoúhelníkem. Pojem metafora znamená: *„Básnický prostředek, nepřímé obrazné pojmenování na základě překvapivé* *podobnosti vzhledu, rozměru, množství, stavu, vlastností ap.“(*UNIVERSUM A-M, 2006, str. 601)

Pokud uvádím, že žák používá geometrický jazyk, znamená to pro mě situaci, kdy použije zavedenou geometrickou terminologii, i když ne vždy ve zcela přesném významu.

Užití pozičního jazyka vnímám tehdy, jestliže slovní vyjádření závisí na pozici útvaru vzhledem k umístění geoboardu.

2.2.8 Didaktické přístupy vyučování matematiky

Výuka vyžaduje, aby byly obě strany aktivní a určitým způsobem spolu komunikovaly a reagovaly na sebe. Učitel je ten, kdo směřuje žáky, případně jim zadává instrukce. Od žáka je většinou očekávána určitá odpověď. Zásadní je v tomto případě didaktický přístup, jež učitel používá.

2.2.8.1 Transmisivní přístup

„Vyučování zaměřené na výkon žáka má transmisivní charakter. Jak již latinské slovo „transmise“ říká, jedná se o přenos vědomostí z hlavy učitele do hlavy žáka.“ (Hejný, Jirotková, 1999, str. 6)

Každý z učitelů je charakteristický vlastním vyučovacím přístupem, kterým předává znalosti žákům. Tento přístup považuje za správný a vhodný pro danou skupinu žáků. Není to pouze o jeho volbě, ale musí zohlednit především žáky, které vyučuje. Musí mít na paměti jejich rozličné učební styly a další individuální potřeby. Didaktický přístup učitele by měl být co nejbližší a co nejvíce kompatibilní s učebními styly žáků, aby vzájemná spolupráce byla co nejsnazší a nejefektivnější.

Učitel, který využívá transmisivní edukační styl, je považován za autoritu, zná a ví vše nejlépe a správně. Od tohoto typu učitele je třeba tyto informace a vědomosti převzít a naučit se je v plném rozsahu. Často jsou vědomosti učeny zpaměti, jsou využívány mnemotechnické pomůcky pro jednodušší zapamatování nebo vzorečky, kterým žáci často ani nerozumí. Učitel se snaží všechny vědomosti předat jednoduchým způsobem a od žáka se očekává, že se vše naučí co nejrychleji a poté je co nejpřesněji aplikuje. Podobný tomuto přístupu je instruktivní styl, který se neliší formou přenosu vědomostí, ale liší se tím, že nepřistupuje na různé řešitelské strategie a nereaguje na žákovu tvořivost a originalitu. Žák se spíše setká s negativní reakcí, že pouze jediné řešení je správné a to ho brzy odradí od dalších pokusů něco vůbec řešit.

Učitel, který vyučuje transmisivně, přijme jiné možnosti řešení a žáka chválí a povzbuzuje. Tento přístup je stále často používaný a nelze říci, že je veskrze špatný. Transmisivní přístup je značně časově ekonomický, nevyžaduje dlouhou přípravu a i předání informací je poměrně rychlé. Současně se jedná o jasně vyloženou látku, takže je zde nízké procento nepochopení nebo nesprávného pochopení. A právě tyto dvě zmíněné výhody transmisivního přístupu jsou v přímém rozporu s konstruktivistickým přístupem, jež stojí přímo na aktivní účasti žáka, na jeho kognitivním myšlení a na celkovém rozvíjení jeho osobnosti. Žák se již samotným objevováním a zkoumáním učí mnohé, pro což mu není v prvním případě poskytnuta žádná příležitost. Vlastním poznáním žák proniká do hloubky a uvědomění si souvislostí a rozluštěním samotného problému se mu dostává kvalitnějšího porozumění a vědomost je tím pádem i trvalejší a snáze se mu vybavuje i v následující aplikaci. Zásadním rozdílem mezi oběma přístupy je i motivace. V transmisivním přístupu jde učitelům o to, aby se žáci naučili požadované, jelikož za to bude následovat odměna v určité podobě, která je nejčastěji formou známek, v lepším případě formou slovního hodnocení.

2.2.8.2 Konstruktivistický přístup

Konstruktivismus je víceméně opakem transmisivního vyučování. V konstruktivistickém přístupu nejde o žádnou odměnu, ale o čistou radost z osobního úspěchu a posunu, kterého sami dosáhli. Takovéhoto úspěchu může dosáhnout každý žák, i ten, který by při testování výkonu nezískal výbornou známku. Proto je cennější, když cítí tento úspěch a nevzdává ani své příští pokusy a snahy. Konstruktivisticky vyučující učitel zastává roli především průvodce a rádce. Ví, jak žáky nasměrovat a případně jim podat pomocnou ruku. Poskytuje konstruktivní rady, případně kritiku či hodnocení. Provádí je cestou matematiky a pomáhá překonat její těžkosti. Ten, kdo produkuje, není učitel, ale naopak žák. Jeho zásadní otázkou je Proč? a Co? Propojení s okolním světem je podstatná část konstruktivistické výuky Hejného metody vyučování matematice. Proto se úlohy často aplikují na sémantická prostředí, která jsou žákům blízká a známá.

Poslední, avšak stejně důležitou roli zastává individualizace, se kterou učitel přistupuje ke každému žákovi. Tím znovu napomáhá maximálnímu zapojení žáka a jeho potenciálnímu úspěchu, kterého by nemusel v klasicky vyučované matematice dosáhnout a tento předmět by stal se zdrojem frustrace a strachu, ačkoliv i méně nadaný žák může prožívat radost, jež se pojí s vlastním objevem, i když jde o objev sebemenší. V konstruktivismu nejde pouze o pochopení dané situace či jevu, ale pochopení situace v souvislostech, v širším kontextu.

Skalková (2007) tvrdí, *že přísně vzato, radikální konstruktivizmus vede k rozporům o možnostech podporovat vývoj a učení žáka a izoluje jej od sociálních interakcí. Proto většina pedagogů zastává jeho umírněnější podobu*. Proto bych se nyní chtěla zaměřit na konstruktivizmus genetický.

2.2.8.3 Genetický konstruktivismus

Konstruktivismus je poněkud široký pojem a Hejného metody vyučování matematice nezastávají všechny jeho znaky. Je třeba rozlišovat konstruktivismus extrémní, neboli radikální, od konstruktivismu genetického, jež zastává právě doc. Milan Hejný. Genetický konstruktivismus nebo jak ho nazývá Kuřima a Hejný „realistický konstruktivismus“. Odlišností od radikálního konstruktivismu je poměrně dost, proto se zaměřuji pouze na ty nejvýraznější.

Učitel není pasivní průvodce, na základě procesu práce přemýšlí o tom, jak žákovi nastolit promyšlenou soustavu úloh, kterými ho ponouká k překonání problému. Tyto úlohy jsou nazývány gradované úlohy. Obsahují promyšlený sled úloh, jež jsou žákovi předkládány na základě jeho úrovně a schopností.

*„Princíp ontickej záväznosti sa do genetického konštruktivizmu premieta tým, že deti nechává manipulovať s reálnymi predmetmi, stavať rôzne útvary zo skutočných kociek, počítať skutočné predmety svojho okolia, aby matematika vyrástla z priameho kontaktu so skutočnosťou (teda tým, čo onticky je).“ (*Kvasz, 2016, s. 15 – 45)

Výše zmíněná skutečnost naléhá na to, aby žáci poznávali matematiku takovou, jaká je. Aby nedostali od pana učitele či učitelky jasně danou definici, která něco znamená, a na nich je pouze její naučení. Aby si každé poznání budovali sami, sami si manipulovali a počítali věci. Aby pracovali se skutečností, která existuje a je přítomna. Částečně se s tímto pojí i matematická prostředí, jež žákům přibližují matematiku v řadě rozličných a jim blízkých situací. Častokrát se stává, že je právě tato část genetického konstruktivismu kritizována, jelikož v nich není na první pohled viditelný význam a smyls. Není jasné, co dané prostředí rozvíjí a k čemu je užitečné. Nicméně to, že žáci pracují se sémanticky ukotveným prostředím, žákům rozšiřuje dostupné poznatky. Díky tomu mohou pracovat s reprezentačními nástroji, jako jsou ikony a symboly. Je důležité tyto nástroje propojovat. Žákům je představen problém a je na nich, aby si vybrali cestu, kterou budou úlohu řešit. Následná diskuze o možných strategiích a vzájemné obohacování se navzájem je důležité pro všechny žáky ve třídě. Toto celkové propojení je dalším významným znakem genetického konstruktivismu. Je důležité, aby si žáci tímto způsobem ujednotili obsah daného jevu. Až poté přichází na řadu ujednocení terminologické. Gradované úlohy jsou pro genetický konstruktivismus zásadní protože: *„Žiak, riešiac tieto úlohy môže príslušný krok urobiť sám a tak rekapitulovať históriu objavu." (*Kvasz, 2016, s. 15 – 45)

Genetický konstruktivismus nepracuje s kompetencemi, které by žák měl zvládat díky výuce matematiky. Kompetence se jeví jako užitečné, když jsou rozvíjeny a podporovány například ve výuce cizích jazyků, avšak v matematice jsou kompetence zbytečné. Matematice je nutné rozumět, umět podívat se na ni z vícera úhlů, objevovat, bádat a diskutovat nad ní. Nejde o to, že se použije určitý vzoreček a je vše vyřízené. Takto se dá pracovat například v anglickém jazyce, kdy se pro nepravděpodobnou skutečnost použije kondicionál a není zde žádná diskuze a pochybnost o správném použití. Takže žák je schopný vyjádřit druhý/třetí kondicionál ve vhodných situacích a je kompetentní v jeho používání. Matematiku je možné pochopit, když se na základě jednotlivých zkušeností a objevů snažíme vyvodit pravdu o jiném jevu či problému. *„Keďže jazyk je ľudský výtvor, je plne v našej moci, dokážeme plne ovládnuť jeho pravidlá a stať sa kompetentnými hovorcami. Matematika nie je takto v našej moci, matematiku nikto plne neovláda, matematika nás presahuje, v matematike nikto nie je kompetentný." (*Kvasz, 2016, s. 15 – 45)

Matematika zahrnuje i řadu neřešitelných jevů, takže zde veškeré kompetence selhávají. Není zde tedy důvod zařazovat kompetence do výuky matematiky, když podstatné je objevovat, přemýšlet o jednotlivých situacích, jež nastanou v širším kontextu, nebát se experimentovat, diskutovat, přemýšlet do hloubky a mnoho dalších dovedností, které nás mohou dovést alespoň k částečnému porozumění světu matematiky.

Existuje i další řada argumentů, proč kompetence nepatří do matematiky. Dalším zásadním je například argument založený na principu genetické paralely, kdy se matematika vyučuje od úplných základů a na ty navazuje další a obtížnější učivo. Tak je matematiku vyučována v každé základní škole. Nikdo si neumí představit, že se začne vyučovat v první třídě rovnice o dvou neznámých. Pokud by se žáci učili stejným způsobem i cizímu jazyku, muselo by se také postupovat od prvopočátků jazyka a dokonale je ovládat, než by se mohlo přistoupit k novějším poznatkům o jazyce. Celé by to trvalo velmi dlouho, než by se žáci dostali k učivu současného jazyka. Což jen dokazuje propastný rozdíl mezi těmito dvěma předměty a současně to ukazuje, že nelze kompetence aplikovat na takto rozdílné disciplíny ve stejném rozsahu.

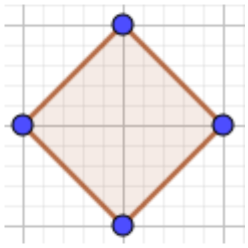
3 Praktická část

3.1 Ukázky tvorby

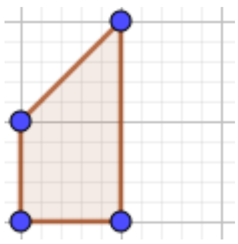
Pro zmapování toho, jaké jazyky používají lidé při setkání s geoboardem, jsem udělala průzkum. Výzkumný vzorek tohoto experimentu jsou náhodné osoby z mého okolí, přičemž nezáleží na jejich věku, ani pohlaví či dosaženém vzdělání. Tuto rozmanitost jsem zvolila právě proto, abych zjistila, zda je zde nějaká souvislost s užívání metaforického jazyka či jazyka geometrického. Několika osobám jsem dala geoboard a nechala je vytvořit jakýkoliv tvar. Většina dotazovaných držela geoboard v rukou poprvé. Poté mi měli pojmenovat, co vytvořili. Jejich pojmenování jsem rozdělila to výše zmíněných tří skupin dle užitého jazyka při popisu tvaru, respektive pouze dvou skupin, jelikož poziční jazyk nebyl vůbec použit. U každého jména je uvedený i věk dotazovaného.

Metaforický jazyk

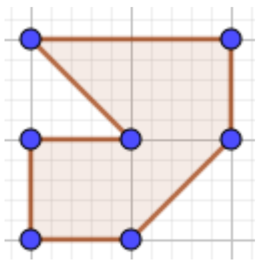
Anička 23 let – boxovací ring



Lenka 42 let – přístavba/rozbitý domeček

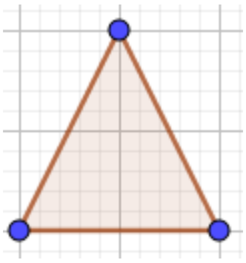


Jiří 64 let – francouzský klíč

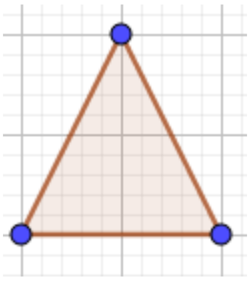


Geometrický jazyk

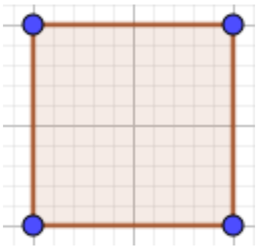
Lenka 23 let - trojúhelník



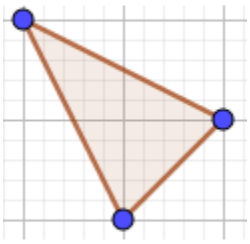
Vendula 12 let - trojúhelník



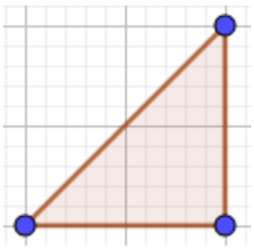
Jitka 13 let - čtverec



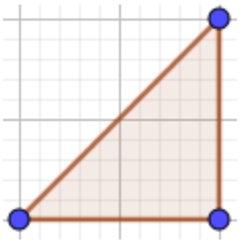
Katka 22 let – rovnoramenný trojúhelník



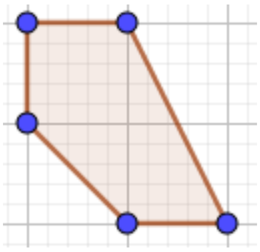
Vojta 10 let – trojúhelník



Kristýna 22 let – pravoúhlý trojúhelník



Iveta 21 let – pětiúhelník



Z tohoto průzkum je patrné, že téměř třetina dotazovaných používá stále metaforický jazyk. V tomto případě se jedná o dospělé osoby, které si patrně geoboardu nespojili přímo s geometrií. Předpokládám, kdyby znělo zadání: „Vytvoř geometrický tvar.“, naprostá většina dotazovaných by k popisu použila právě geometrický jazyk. Geometrický neboli odborný jazyk použili především osoby, pohybující se v prostředí školy nebo stále studující, které jsou s tímto jazykem v úzkém a pravidelném kontaktu, takže je evidentní, že jsou ovlivněni prostředím, v němž se pohybují.

3.2 Didaktický návod pro zavedení geoboardu do výuky

Jako preexperiment jsem zvolila zavádění pomůcky geoboardu do výuky. Zavadění této pomůcky jsem rozdělila do tří částí, které se odehrávají běžných vyučovacích hodinách v časovém rozestupu jednoho týdne. S časovou dotací 15 – 20 minut. Je nezbytné mít k dispozici právě geoboardy a gumičky.

Výzkumný vzorek tohoto preexperimentu jsou žáci 2. třídy (7 až 8 let). S geoboardem se žáci setkali jednu vyučovací hodinu v první třídě a už nebyli schopni říci, jak s ním pracovali. Takže předpokládám, že tato zkušenost nijak výrazně neovlivňuje následující preexperiment. Je důležité, aby žáci měli čas si novou pomůcku „osahat“. Měli by mít dostatek času na tvorbu jejích vlastních tvarů bez jakéhokoliv zadání. Tím, že minulý rok již tuto příležitost měli, nebrzdilo to nikterak úvod práce s geoboardem. Žáci se ve škole setkali pouze s pojmy čtverec, obdélník či trojúhelník. Nikdy to ale nebylo v rámci aktivity, jež by cílila právě na znalost těchto geometrických termínů. Vždy se s těmito termíny setkali pouze okrajově. Ve třídě je 22 žáků. Z toho je 13 dívek a 9 chlapců.

Cílem preexperimentu je vytvoření vhodného didaktického postupu, který je účinný při zavádění pomůcky geoboardu do výuky nehledě na to, jaká řada učebnic je používána při výuce.

Protokol experimentu 2017/2018_2C_A

Datum uskutečnění: 29. 11. 2017

Škola: FZŠ Táborská, Táborská 45, Praha 4

Třída: 2. C

Vyučující: Adéla Průšová

Počet přítomných žáků: 18 (6 chlapců, 12 dívek)

Délka experimentu: 12 minut

Téma hodiny: Rovinné útvary

Cíle hodiny: Žák pojmenuje útvar, který sám vytvoří.

Pomůcky: Geoboard, gumičky

Předpokládaný průběh:

Každý žák dostane svůj geoboardu a bude mí za úkol, vytvořit jakýkoliv tvar chce. Následně vytvořený tvar pojmenovat svými slovy.

Mé očekávání:

Očekávám, že někteří žáci se budou inspirovat jeden od druhého. Zároveň také očekávám, že se vyskytne někdo, kdo bude používat gumičku tak, že ji překryje jednou nebo i vícekrát. Myslím si, že žáci budou používat většinou metaforický jazyk než jazyk geometrický.

Průběh hodiny:

Experiment byl součástí vyučovací hodiny. Po organizačních záležitostech si žáci rozdali geoboardy s gumičkou tak, aby každý mohl vytvořit svůj rovinný útvar dle vlastní fantazie. Žákům byl poskytnut dostatečný dlouhý čas na seznámení s pomůckou (mohli zkoušet natahování gumičky a její různé způsoby uchycení). Po uplynutí asi 5 minut byli jednotliví žáci jmenovitě vyzváni, aby ukázali své výtvory a pojmenovali je. Každý žák byl osloven křestním jménem a stejnou formulací: „Co jsi vytvořil/a?“ a každý dostal příležitost představit svůj první rovinný útvar vytvořený na geoboardu. Po ukončení této aktivity pokračovala vyučovací hodina obvyklým způsobem.

Výsledky práce žáků, které jsem uspořádala podle společných znaků:

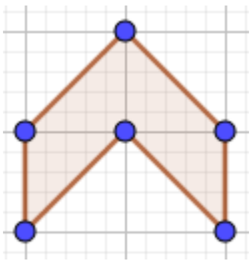
Jako metaforický jazyk pojmenovávám ty situace, kdy žák svůj rovinný útvar označí slovem, které vyjadřuje konkrétní předmět vycházející z jeho zkušeností. Tento tvar nemusí být mnohoúhelníkem.

Pokud uvádím, že žák používá geometrický jazyk, znamená to pro mě situaci, kdy použije zavedenou geometrickou terminologii, i když ne vždy ve zcela přesném významu.

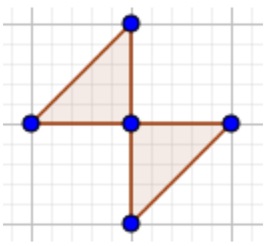
Užití pozičního jazyka vnímám tehdy, jestliže slovní vyjádření závisí na pozici útvaru vzhledem k umístění geoboardu.

a) **metaforický jazyk (bota, domeček, půldomeček, myška, liška, auto, okýnko, hvězdička, mašlička, kopeček, značka pro metro)**

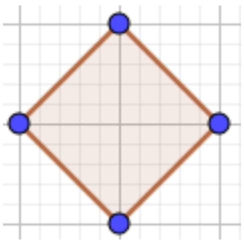
Radek: Značku pro metro.



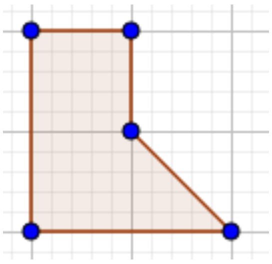
Katka: Mašličku.



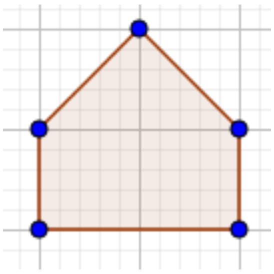
Táňa: Okýnko.



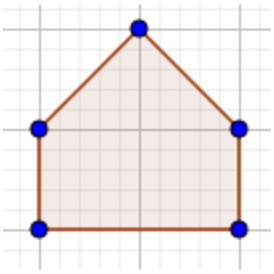
Daniel: Botu.



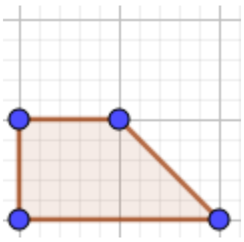
Ivan: Domeček.



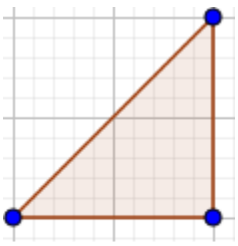
Alice: Domeček.



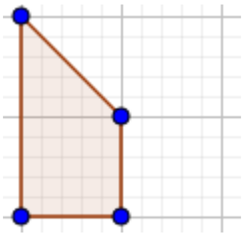
Martina: Myšku.



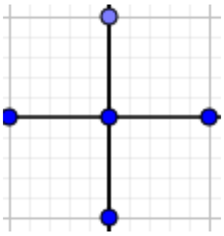
Lada.: Kopeček.



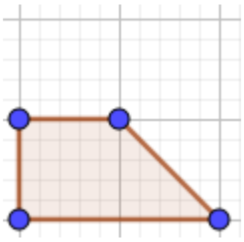
Laura.: Takový půldomeček.



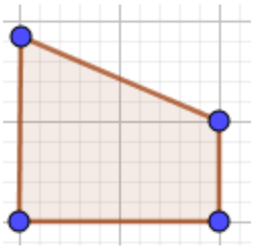
Aneta: Hvězdičku.



Jan: Lišku.

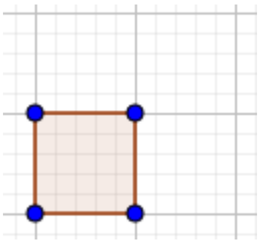


Amálie: Auto.

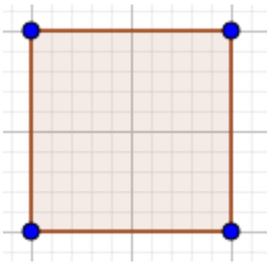


b) **geometrický jazyk (trojúhelník - ten větší, trojúhelník, obdélník, čtverec, čtyřúhelník)**

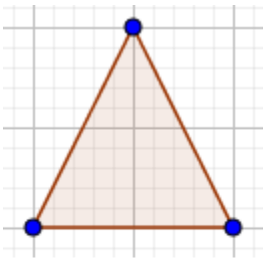
Štěpán: Čtverec.



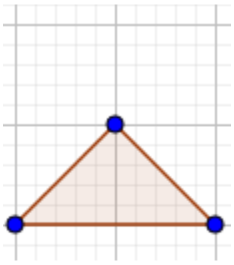
Viktorie: Čtverec.



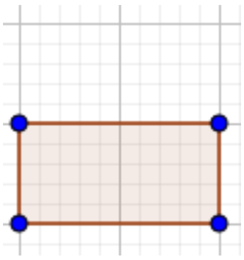
Monika: Trojúhelník. Ten větší.



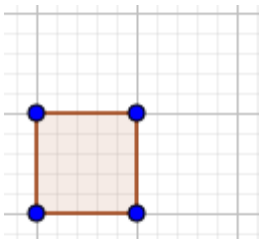
Adam: Trojúhelník.



Evan: Obdélník.

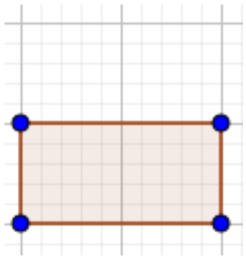


Emma: Čtyřúhelník.



c) **poziční jazyk (půlka tabulky)**

Marta: Půlku tabulky.



Reflexe:

Myslím si, že žáci dostali dostatečný čas na seznámení se s geoboardy. Každý dostal čas, aby si vymyslel tvar, který chce vytvořit a následně ho prezentoval mně. Žáky aktivita bavila a všichni se aktivně účastnili. Zadání bylo jasné, takže nikdo neměl problém s porozuměním. Překrývání gumiček se objevilo pouze dvakrát. Pokud žáci použili geometrické pojmenování, nebylo použito chybně.

Seznam sociálních jevů:

- Samovolné sdílení nápadů ve dvojici/s kamarády – na základě přátelských vztahů ve třídě

Protokol experimentu 2017/2018_2C_B

Datum uskutečnění: 29. 11. 2017

Škola: FZŠ Táborská, Táborská 45, Praha 4

Třída: 2. C

Vyučující: Adéla Průšová

Počet přítomných žáků: 18 (7 chlapců, 11 dívek)

Délka experimentu: 14 minut

Téma hodiny: Rovinné útvary

Cíle hodiny: Žák pojmenuje tvar, který sám vytvoří a umí to spolužáka navést k tomu, aby dostal stejný tvar, co sám vymyslel.

Pomůcky: Geoboard, gumičky

Předpokládaný průběh:

Žáci u okna začnou jako první. Mají za úkoly vymyslet libovolná tvar. Následně se snaží slovy popsat jejich tvar/případně tvorbu spolužáka ve dvojici. Mohou ho navádět pouze slovy a jinak do díla druhého nezasahovat. Žák, který navádí, nesmí ukazovat tvar, který popisuje.

Mé očekávání:

Žáci budou chtít používat i ruce k opravování a navádění spolužáka. Někdo nebude vědět, jaká slova použít. Těm řeknu, že je úplně jedno, jaká slova použije. Nemusí to být nic matematického. Zadání bude náročnější než prvotní seznámení s geoboardem. Bude třeba vícekrát zopakovat. Očekávám, že žáci budou používat metaforický jazyk.

Průběh hodiny:

Experiment byl součástí vyučovací hodiny. Po organizačních záležitostech si žáci rozdali geoboardy s gumičkou tak, aby první ze dvojice mohl vytvořit svůj rovinný útvar dle vlastní fantazie. Následně popisoval jeho tvorbu spolužákovi, který neviděl, jaký tvar je mu popisován a vytvářel ho pouze na základě slovních pokynů, které jsou mu zadávány spolužákem. Spolužák poté zkontroluje výsledek popsaného tvaru a zhodnotí, zda je shodný s jeho zadání.

Reflexe:

V jedné dvojici žákyně nebyla schopná popsat tvar, který si vytvořila. Tím, že seděla u okna, měla začínat první, což nebylo žádoucí. Proto v této dvojici začala žákyně, která si byla jistá, co má dělat. Ani poté nebylo pro žákyni lehké popsat vytvořený tvar. Nicméně tato aktivita nebyla zaměřená na úspěšnost popisu a už jen to, že zkoušela vytvořit popisovaný tvar, pro ni byla cenná zkušenost, díky které se jí třeba příště podaří tvar popsat. Jiné problémy se nevyskytly.

Kognitivní jevy:

- Používání metaforického jazyka

- Používání geometrického jazyka

Sociální jevy:

- Spolupráce ve dvojici – na základě zasedacího pořádku ve třídě

Protokol experimentu 2017/2018_2C_C

Datum uskutečnění: 5. 12. 2017

Škola: FZŠ Táborská, Táborská 45, Praha 4

Třída: 2. C

Vyučující: Adéla Průšová

Počet přítomných žáků: 19 (8 chlapců, 11 dívek)

Délka experimentu: 15 minut

Téma hodiny: Rovinné útvary

Cíle hodiny: Žáci popisují vytvořené tvary

Pomůcky: Geoboard, gumičky

Předpokládaný průběh:

Každý žák si vytvoří svůj vlastní tvar, který poté ukáže spolužákům před tabulí. Spolužáci hádají, co to pro tvůrce představuje. Tato aktivita by měla trvat maximálně 15 minut. Poté by už byla příliš zdlouhavá a hodně nápadů by se opakovalo.

Mé očekávání:

Předpokládám, že bude chtít každý žák předvést svůj tvar. Myslím, že vnímání toho, co tvar představuje je velmi subjektivní, proto neočekávám, že budou odhaleny asociace žáků, kteří předvádí jejich tvary. Toto „hádání" obohatí řadu žáků o metaforická přirovnání, jež budou zmíněna během hádání jednotlivých názvů tvarů.

Průběh hodiny:

Experiment byl součástí vyučovací hodiny. Po organizačních záležitostech si žáci rozdali geoboardy s gumičkou tak, aby každý mohl vytvořit svůj rovinný útvar dle vlastní fantazie. Následně byli jednotlivci vyzváni, aby ukázali svůj tvar před celou třídou, která hádala, o který tvar se jedná. Většinou nebyl tvar uhodnutý, jelikož se jednalo o subjektivní pojmenování metaforickým jazykem.

Kognitivní jevy:

- Používání metaforického jazyka
- Používání geometrického jazyka

Sociální jevy:

- Práce jednotlivce – prezentace před celou třídou

3.3 Postup tvoření výčtu všech mnohoúhelníků na geoboardu

3.3.1 Popis geoboardu

Pro orientaci na geoboardu jsem musela zvolit vlastní systém pro jednoznačný popis nalezených obrazců. Každý „hřebík", na kterém je natažena gumička pro vytvoření daného obrazce, má své pevné označení s ohledem na pozici geoboardu vzhledem k řešiteli. Jednotlivé body na geoboardu tedy jsou očíslovány zleva doprava a první označený bod se nachází v levém spodním rohu, vpravo od něj je bod číslo 2, v pravém dolním rohu je bod číslo 3. Nad bodem 3 se nachází bod číslo 4, vlevo od něj bod číslo 5 a vlevo uprostřed bod číslo 6. Nad bodem 6 bude bod číslo 7, dále bod číslo 8 a vpravo nahoře je bod číslo 9. Pro označení mnohoúhelníků používám tedy číslice 1-9. Musí se brát v úvahu pozice řešitele, k níž se číslování vztahuje.

Prostor, který je na geoboardu vymezený, je 2x2 jednotky a dalo by se říct, že se jedná o ohraničenou čtvercovou síť, ač poměrně omezenou. Proto je důležité zmínit výhody, které prostředí čtvercové sítě poskytuje žákům se zaměřením na výhody spojené s geoboardem. Čtvercová síť je ideálním prostředím pro experimenty s mnohoúhelníky či samotnou konstrukci mnohoúhelníků. Žáci se nemusí učit nejdříve umět rýsovat, aby mohli objevovat mnohoúhelníky či měřit délky jejich stran. Díky geoboardu je mohou jednoduše a rychle vytvořit. Strany jsou rovné a úhly nezkreslené, jak by tomu mohlo být při špatném rýsování či pouhém kreslení. Plně se ztotožňuji i s výrokem: *„V prostředí čtverečkovaného papíru je možné modelovat většinu matematických pojmů 1. stupně, a proto je důvěrná znalost čtverečkovaného papíru pro učitele i didakticky cenná.“* (Hejný, 1999, str. 2).

3.4 Didaktický potenciál pomůcky geoboard

Žák získává první zkušenosti s mnohoúhelníky skrze manipulaci, což činí jeho poznání hlubší a zábavnější, než když by mnohoúhelníky poznával na papíru. Žák se seznamuje s pojmy jako je úhel, strana nebo vrchol. Mnoho žáků vnímá manipulaci s gumičkou jako relaxační cvičení spíše než výuku. Žáci působí uvolněně a radostně. Na práci s geoboardy se velmi těší. Díky hrám, které mohou s geoboardy hrát (níže zmíněna v protokolu hodiny – ve dvojici popis tvaru a tvoření toho samého na základě slovních instrukcí) si žáci uvědomí naléhavost znalosti správné terminologie, jež jim umožní bezproblémovou komunikaci nad geometrickými tématy. Díky naznačené čtvercové síti, slouží geoboard jako propedeutická pomůcka, která připravuje žáky na učivo délka strany, obvod a obsah v prostředí čtverečkovaného papíru, s čímž se budou setkávat v pozdějších ročnících na prvním stupni. Geoboard slouží i k poznání osové souměrnosti. Dalším významným potenciálem pomůcky geoboard je řada možných řešení, které žákovi dávají příležitost k dalším objevům, a tím je příjemnou cestou nutí bádat za hranici prvního objevu.

3.5 Didaktické nástrahy

Jedinou, avšak neškodnou nástrahou, může být příliš brzký přechod od manipulativní práce s geoboardem na 2D papír. Pokud žák neobjeví dostatečné množství mnohoúhelníků, nebudou mu dostatečně jasné vztahy, které jednotlivé mnohoúhelníky mají. Jiné nástrahy se při použití této pomůcky nevyskytují. Není zde žádný negativní vliv na žáky při používání této pomůcky.

3.6 Vlastnosti mnohoúhelníků, jež mohou být vytvořeny na geoboardu

Nyní se budu zabývat vlastnostmi jednotlivých mnohoúhelníků. Již v teoretické části jsou vyjmenovány všechny trojúhelníky a čtyřúhelníky, jež můžeme vytvořit na geoboardu. Nyní přidávám i průvodní jevy a jejich stručné rozdělení.

Trojúhelník

- 3 strany, 3 vrcholy, 3 úhly, trojúhelníková nerovnost
  rovnoramenný – osově souměrný, dvě strany shodné
  rovnostranný – všechny strany shodné, osově souměrné
  pravoúhlý – jeden úhel pravý, dva ostré
  ostroúhlý – všechny úhly ostré
  tupoúhlý – jeden úhel tupý, dva ostré

Čtverec

- 4 strany, protilehlé strany jsou rovnoběžné, strany jsou stejně dlouhé, vnitřní úhly jsou pravé, má 4 vrcholy, 4 úhly, úhlopříčky jsou stejně dlouhé a navzájem kolmé, osově i středově souměrný

Obdélník

- protilehlé strany jsou stejně dlouhé a rovnoběžné, úhlopříčky jsou stejně dlouhé, osově i středově souměrný, 4 vrcholy, 4 úhly

Kosočtverec

- dvě na sebe kolmé úhlopříčky, střed souměrnosti, protilehlé strany jsou rovnoběžné, všechny strany stejně dlouhé, 4 vrcholy, 4 úhly,

Kosodélník

- protější úhly jsou stejně velké, sousední strany nejsou stejně dlouhé, protější strany jsou rovnoběžné a stejně dlouhé, 4 strany, 4 vrcholy, 4 úhly.

Lichoběžník

- Jedna dvojice stran je rovnoběžná, 4 vrcholy, 4 úhly, konvexní
  rovnoramenný – stejně dlouhá ramena
  pravoúhlý – rameno kolmé k základně

Různoběžník

- 4 vrcholy, 4 úhly, 4 strany, konvexní, nekonvexní, žádná strana není shodná

Pětiúhelník

- 5 stran, 5 úhlů, 5 vrcholů

Šestiúhelník

- 6 stran, 6 vrcholů, 6 úhlů

Sedmiúhelník

- 7 stran, 7 vrcholů, 7 úhlů

3.7 Výčet všech možných mnohoúhelníků

Pro zjištění, kolik mnohoúhelníků lze na geoboardu vytvořit, jsem zvolila techniku výčtu všech možností. Své mapování mnohoúhelníku jsem začala s hledáním všech trojúhelníků, které je možné na geoboardu vytvořit. Stejnou technikou jsem postupovala při objevení všech čtyřúhelníků, pětiúhelníků, šestiúhelníků i sedmiúhelníků. Díky této technice se mi podařilo zjistit, že není možné sestrojit osmiúhelník.

Při prácí jsem postupovala tak, že jsem si zvolila pevnou přímku a natahovala volnou stranu gumičky na všechny volné body. Pokud vznikl trojúhelník, označila jsem ho číslem. Pokud vznikl trojúhelník, který byl stejný nebo shodný, již jsem ho nezapisovala jako další trojúhelník. Takto jsem objevila všechny trojúhelníky. Při výčtu všech čtyřúhelníků jsem nevolila jednu pevnou přímku, ale vycházela jsem přímo z nalezených trojúhelníků a protahováním jedné strany (vzápětí strany druhé a nakonec strany třetí) jsem zapisovala nově nalezené čtyřúhelníky. Všechny zbývající trojúhelníky jsem využila stejným způsobem k nalezení všech čtyřúhelníků.

Jako příklad detailního hledání, uvádím postup výčtu trojúhelníků.

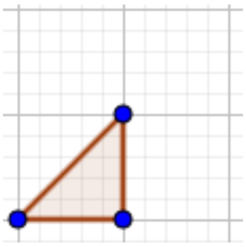
První pevnou úsečku jsem si zvolila úsečku 12. Následně jsem protáhla část gumičky na bod 7. Tím jsem vytvořila první trojúhelník 127. Druhý trojúhelník vytvořím změnou bodu 7 na bod 8 a vznikne mi trojúhelník 128, který je ale shodný se 127. Zachováním úsečky 12 a posunutím třetího bodu na 9 bod, je nalezen trojúhelník 129. Změnou pozice třetího bodu na bod 4 vzniká trojúhelník 124. Posunutím na vedlejší bod 5 vznikne trojúhelník 125 a přemístěním gumičky na bod 6 vznikne další trojúhelník 126, který je ale stejný jako trojúhelník 125. Gumičku prodloužíme z bodu 1 až na bod 3 a třetím bodem zvolíme 7, tím vytvoříme trojúhelník 137. Posunutím z bodu 7 na bod 8 vzniká trojúhelník 138. Trojúhelník 139 by byl shodný s trojúhelníkem 137. Zachováme spodní stranu 13 a přidáme bod 5, tím vzniká trojúhelník 135. Vyčerpali jsme tímto všechny možnosti, kde jsme se drželi jednou stranou v horizontální poloze. Za výchozí zvolím stranu 24 a jediná možnost, která nám vytvoří nový trojúhelník je 247. Všechny další nalezené možnosti jsou již nalezené trojúhelníky v jiných pozicích.

Všechny nalezené trojúhelníky: 127, 129, 124, 125, 135, 137, 138, 247.

Všechny popsané mnohoúhelníky uvádím s jejich definicí i definicí, jež může být blízká žákům 1. stupně ZŠ.

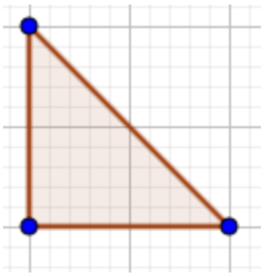
Trojúhelník 125 – rovnostranný pravoúhlý trojúhelník s délkou ramen 1 jednotka.

Vytvoř nejmenší možný trojúhelník.



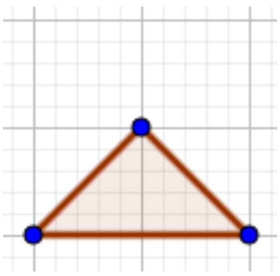
Trojúhelník 137 – pravoúhlý rovnostranný trojúhelník s délkou ramen 2 jednotky.

Vytvoř trojúhelník, který má nejdelší možnou stranu a vede přes 6 bodů.



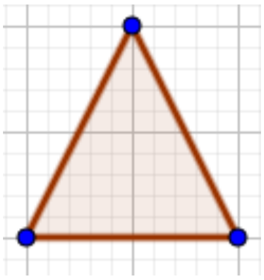
Trojúhelník 135 – rovnostranný pravoúhlý trojúhelník, jehož odvěsny jsou dlouhé √2 jednotky.

Vytvoř trojúhelník, který je pouze na jedné půlce geoboardu, vede přes 4 body a jeho dvě strany jsou stejně dlouhé.



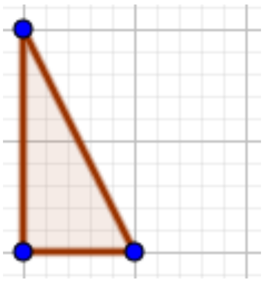
Trojúhelník 138 – rovnostranný trojúhelník s délkou přepony 2 jednotky a jeho odvěsny jsou dlouhé √10 jednotky.

Vytvoř trojúhelník, který vede přes 4 body a jeden bod se nachází uvnitř trojúhelníku.



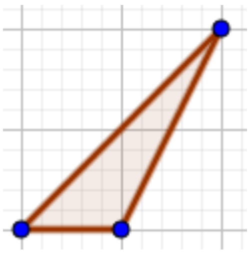
Trojúhelník 127 – různostranný pravoúhlý trojúhelník, jehož přepona má délku √10 jednotek.

Vytvoř trojúhelník, který je pouze na jedné půlce geoboardu, vede přes 4 body a každá jeho strana má jinou délku.



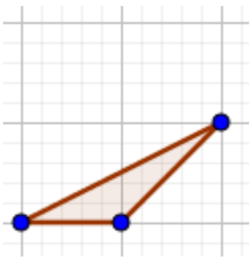
Trojúhelník 129 – různostranný trojúhelník, jehož strany jsou 1 délka, √10 jednotky √18 jednotky.

Vytvoř trojúhelník, který má jednu stranu nejdelší co lze vytvořit, a vede přes 4 body.



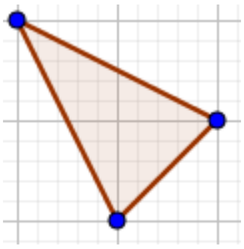
Trojúhelník 124 – délky stran jsou 1 jednotka, √2 jednotky a √10 jednotky.

Vytvoř trojúhelník, který má každou stranu jinak dlouhou a prochází před 3 body.



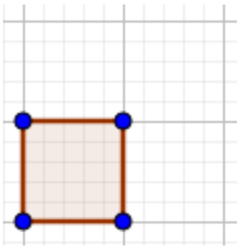
Trojúhelník 248 – rovnostranný trojúhelník, jehož délka základny je √2 jednotky.

Vytvoř trojúhelník, který vede přes 3 body a jeden bod je uvnitř.



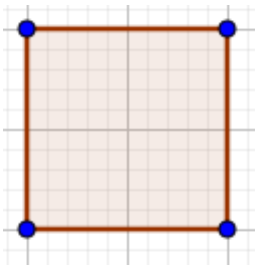
Čtverec 1256 – čtverec s délkou strany 1 jednotka.

Vytvoř nejmenší možný čtverec.



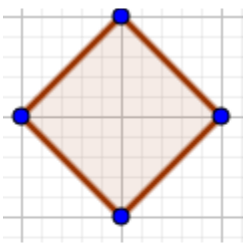
Čtverec 1379 – čtverec s délkou strany 2 jednotky.

Vytvoř největší možný čtverec.



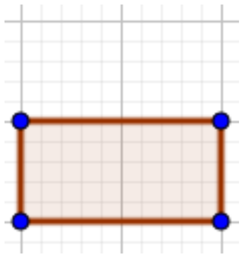
Čtverec 2486 – čtverec s délkou strany √2 jednotky.

Vytvoř čtverec, který vede přes 4 body a jeden bod je uvnitř čtverce.



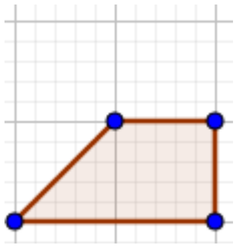
Obdélník 1346 – obdélník se stranami 1 jednotka a 2 jednotky.

Vytvoř obdélník.



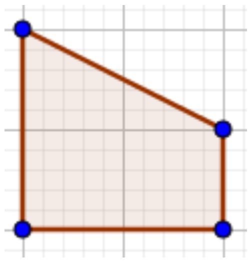
Čtyřúhelník 1345 – pravoúhlý lichoběžník s obsahem 2,5 jednotky.

Vytvoř čtyřúhelník. 4 jeho body spolu sousedí.



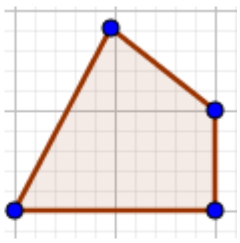
Čtyřúhelník 1347 – pravoúhlý lichoběžník s výškou 2 jednotky.

Vytvoř největší možný čtyřúhelník, který vede přes co nejvíce bodů (6).



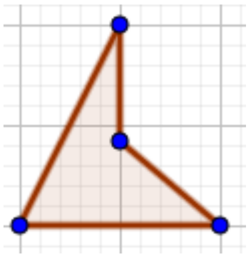
Čtyřúhelník 1348 – čtyřúhelník s pravým úhlem, který svírají strany o délkách 1 jednotka a 2 jednotky.

Vytvoř čtyřúhelník, který vede přes 5 bodu, má každou stranu jinak dlouhou a uvnitř má jeden bod.

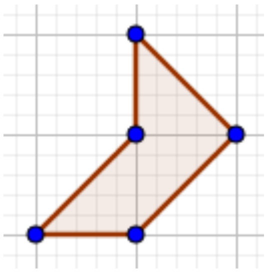


Čtyřúhelník 1358 – konkávní čtyřúhelník mající různé délky stran**.**

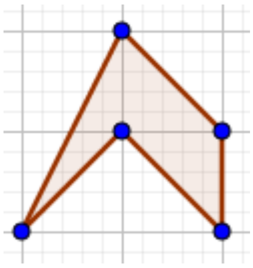
Vytvoř čtyřúhelník, procházející přes 5 bodů a 3 z nich jsou sousední body.



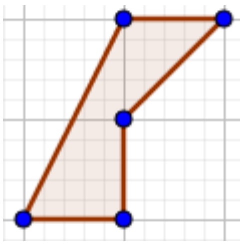
Pětiúhelník 12485 – 2 strany o stejné délce jsou rovnoběžné. Dvě ze zbylých tří stran jsou stejné délky. Rovnoběžné strany jsou dlouhé √2 jednotky a jsou nejdelšími stranami pětiúhelníku.



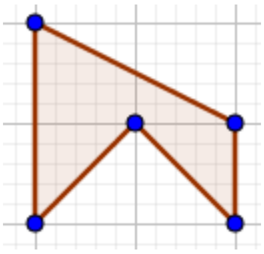
*P***ětiúhelník 15348** – 2 strany o délce √2 jednotky jsou rovnoběžné. Zbylé 3 strany mají rozdílné délky. Největší úhel má 270°.



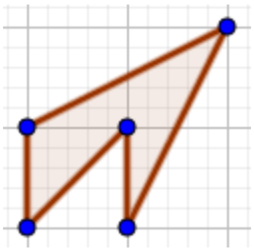
Pětiúhelník 12598 – 2 strany o délce 1 jednotka jsou rovnoběžné. Tento pětiúhelník má jeden pravý úhel a jeho největší úhel má 225°.



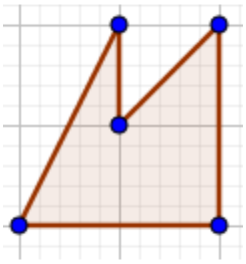
Pětiúhelník 15347 – Dvě rovnoběžné strany, jedna o délce 1 jednotka a druhá o délce 2 jednotky. Dvě ze tří zbylých stran jsou stejně dlouhé.



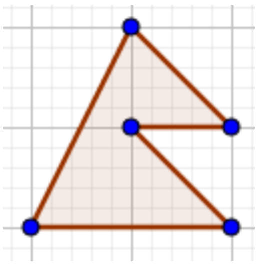
Pětiúhelník 15296 – Dvě strany jsou rovnoběžné a jejich délka je 1 jednotka. Ze zbylých stran jsou 2 stejně dlouhé. V tomto pětiúhelníku není žádný pravý úhel.



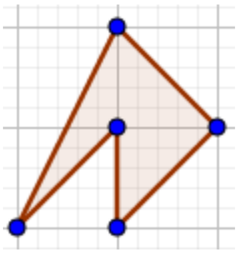
Pětiúhelník 13958 – Dvě strany o délce 2 jednotky svírají pravý úhel. Dvě jeho strany jsou rovnoběžné a každá má jinou délku.



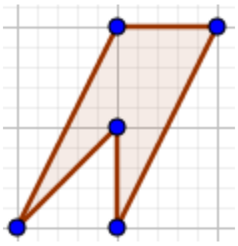
Pětiúhelník 13548 – Dvě dvojice rovnoběžných stran. Jedna z dvojic je stejné délky a druhá dvojice o různé délce. Není zde žádný pravý úhel.



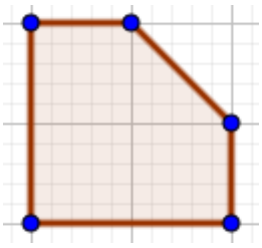
Pětiúhelník 15248 – 3 strany pětiúhelníku jsou o stejné délce a zároveň dvě z těchto stran jsou rovnoběžné. Je zde jeden pravý úhel a nejdelší strana měří √5.



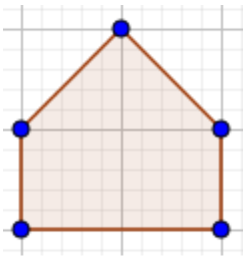
Pětiúhelník 15298 – Dvě nejdelší strany pětiúhelníku o délce √5 jsou jediné rovnoběžné.



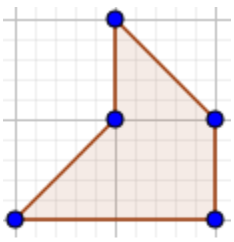
Pětiúhelník 13487 – Dvě dvojice stran jsou rovnoběžné a ani jedna z těchto dvojic nemá rovnoběžky stejně dlouhé. Jsou zde 3 pravé úhly a jeden vnitřní bod.



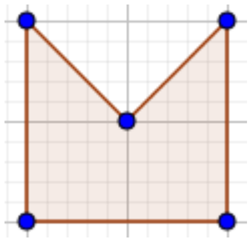
Pětiúhelník 13486 – osově souměrný pětiúhelník. Tento pětiúhelník má 3 pravé úhly. Jedna dvojice stran je rovnoběžný. Strany pětiúhelníka mají 3 rozdílné délky.



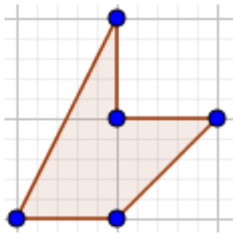
Pětiúhelník 13485 – Jedna dvojice stran je rovnoběžná. Pouze jeden pravý úhel. V pětiúhelníku jsou 4 rozdílné délky stran.



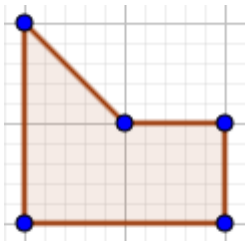
Pětiúhelník 13957 – Osově souměrný pětiúhelník. Dva pravé úhly. Jedna dvojice stran je rovnoběžná. Nejdelší strana měří 2 jednotky.



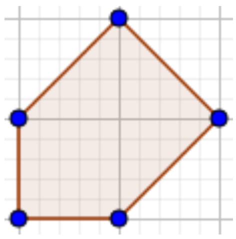
Pětiúhelník 12458 – Jedna dvojice stran je rovnoběžná. Navíc má tato dvojice stejné délky. Žádný pravý úhel. Největší úhel má 270°.



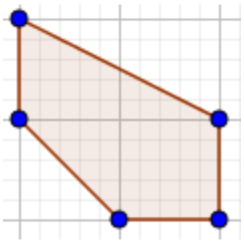
Pětiúhelník 13457 – Dvě dvojice rovnoběžných stran. 3 pravé úhly. Dvě dvojice mají délky stran stejné. Pětiúhelník není osově souměrný. Nejdelší strana měří 2 jednotky.



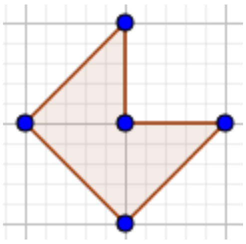
Pětiúhelník 12486 – Osově souměrný pětiúhelník. 3 pravé úhly. Trojice stran se stejnou délkou. Dvojice stran se stejnou délkou.



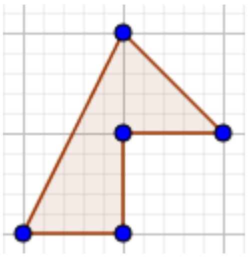
Pětiúhelník 23476 – Jedna dvojice rovnoběžných stran o stejné délce. 1 pravý úhel. 1 vnitřní bod.



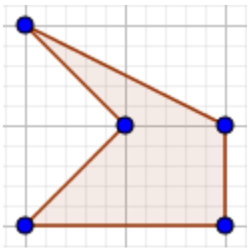
Pětiúhelník 24586 – Jedna dvojice se stejnou délkou je rovnoběžná. Trojice má stejnou délku stran. Dva pravé úhly. Osově souměrný pětiúhelník.



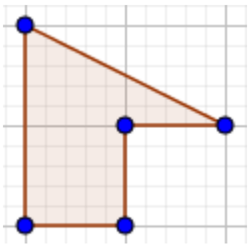
Pětiúhelník 12548 – Jedna dvojice stran je rovnoběžná. Pouze 1 pravý úhel. Trojice stran se stejnou délkou. Tyto tři strany jsou zároveň i nejkratší strany pětiúhelníku.



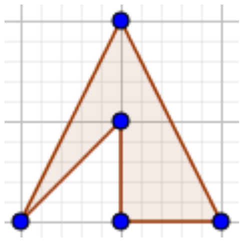
Pětiúhelník 13475 – Žádná ze stran není rovnoběžná. 1 dvojice má stejné délky - √2. 1 pravý úhel.



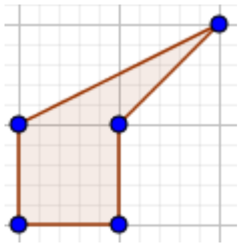
Pětiúhelník 12547 – Dvě dvojice rovnoběžných stran. Jedna trojice má stejné délky. Dva pravé úhly. Nejdelší strana je √5.



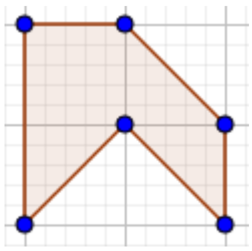
Pětiúhelník 15238 – Žádné strany nejsou rovnoběžné. Jedna dvojice stran má stejnou délku 1 jednotka. Pouze 1 pravý úhel.



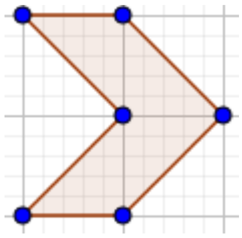
Pětiúhelník 12596 – Jedna trojice stran o stejné délce. Dva pravé úhly. Zbylé dvě strany jsou rozdílných délek.



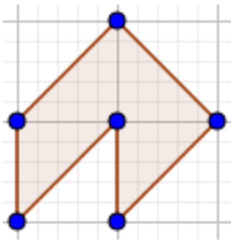
Šestiúhelník 153487 – dvě dvojice stran je rovnoběžná. Jedna z této dvojice má strany stejné délky a druhá dvojice má různě dlouhé strany. Je zde jeden pravý úhel. Největší úhel má 270°.



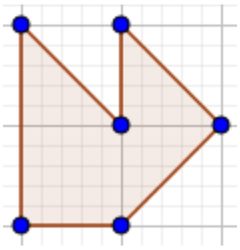
Šestiúhelník 124875 – osově souměrný šestiúhelník. Má tři dvojice rovnoběžných stran. Každá tato dvojice má stejně dlouhé strany. Žádný pravý úhel.



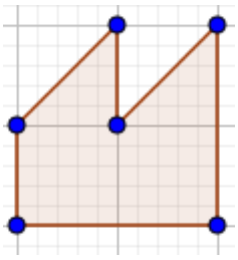
Šestiúhelník 152486 – Jedna trojice rovnoběžných stran. Jedna dvojice rovnoběžných stran. Dva pravé úhly. Největší úhel má 315°.



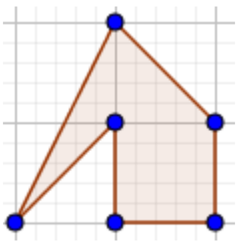
Šestiúhelník 124857 – Největší úhel je 315°. Dvě dvojice stran je rovnoběžná. Jedna z této dvojice má strany stejné délky a druhá dvojice má různě dlouhé strany. Je zde jeden pravý úhel.



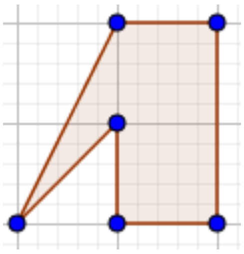
Šestiúhelník 139586 – Dva pravé úhly. Jedna trojice s rovnoběžnými stranami, ale pouze dvě tyto strany mají stejnou délku. Jedna dvojice s rovnoběžnými stranami o stejné délce. Největší úhel je 315°.



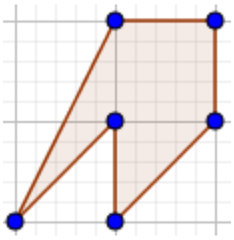
Šestiúhelník 152348 – Nejmenší úhel 22°5´. Jedna trojice stejně dlouhých stran svírá dva pravé úhly. Jedna dvojice rovnoběžných stran.



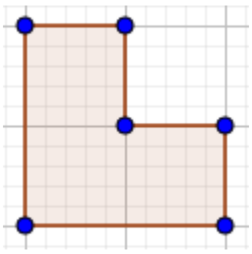
Šestiúhelník 152398 – Tři pravé úhly. Nejmenší úhel 22°5´. Dvě dvojice rovnoběžných stran. Ani v jednom z těchto rovnoběžných párů nemá stejné délky stran.



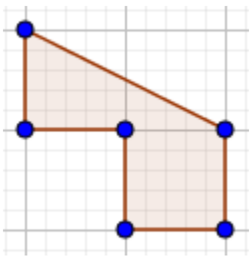
Šestiúhelník 152498 – Dvě strany o stejné délce svírají jediný pravý úhel.Nejmenší úhel 22°5´. Jedna dvojice stran je rovnoběžná. Tři strany stejně dlouhé.



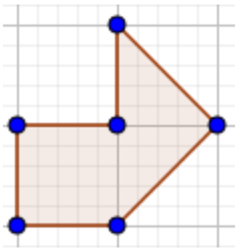
Šestiúhelník 134587 – Pět pravých úhlů.



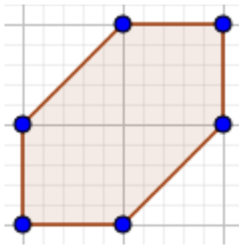
Šestiúhelník 234765 – Tři pravé úhly. Jedna trojice rovnoběžných stran se stejnými délkami. Jedna dvojice rovnoběžných stran se stejnými délkami. Nejdelší strana měří √5.



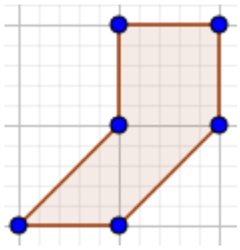
Šestiúhelník 124856 – Tři pravé úhly. Dvě dvojice rovnoběžných stran a zároveň jsou všechny tyto strany stejně dlouhé.



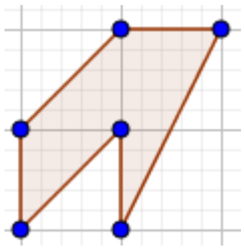
Šestiúhelník 124987 – Tři dvojice rovnoběžných stran. Dva pravé úhly. Jeden vnitřní bod.



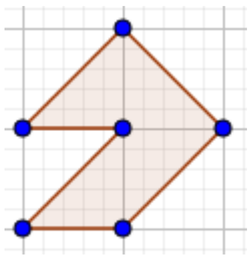
Šestiúhelník 124985 – Tři dvojice rovnoběžných stran. Dva pravé úhly. Žádný vnitřní bod.



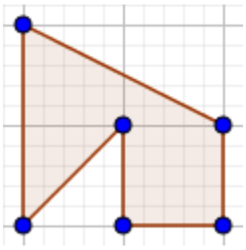
Šestiúhelník 152986 – Žádný pravý úhel. Tři strany mají stejnou délku. Dvě strany jsou rovnoběžné.



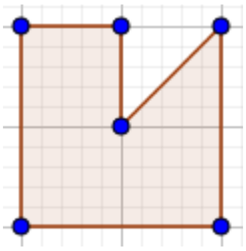
Šestiúhelník 124865 – Jedna trojice rovnoběžných stran. Jedna dvojice rovnoběžných stran. Čtyři strany mají stejné délky. Jedna dvojice má stejné délky. Dva pravé úhly.



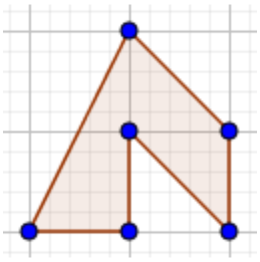
Šestiúhelník 152347 – Dva pravé úhly. Jedna trojice rovnoběžných stran, ale pouze dvě ze tří stran jsou stejně dlouhé. Nejdelší strana měří $\sqrt{5}$. Jedna trojice stran je o stejné délce.



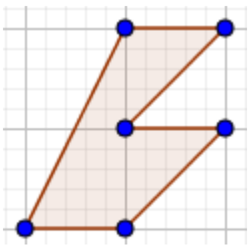
Šestiúhelník 139587 – Čtyři pravé úhly. Dvě dvojice rovnoběžných stran. Pouze jedna dvojice má strany stejně dlouhé. Tři strany jsou stejně dlouhé a měří 2 jednotky.



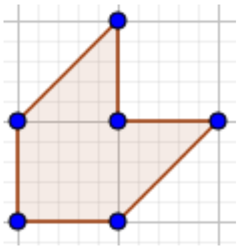
Šestiúhelník 125348 – Dvě dvojice rovnoběžných stran. Tři strany stejně dlouhé. Dvojice stejně dlouhých stran. Jeden pravý úhel. Nejdelší strana měří √5. Největší úhel má 315°. Nejmenší úhel 75°.



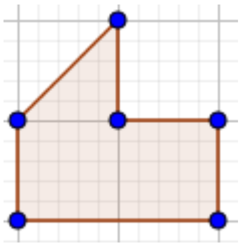
Šestiúhelník 124598 – Jedna trojice rovnoběžných stran o stejné délce. Jedna dvojice rovnoběžných stran o stejné délce. Žádný pravý úhel.



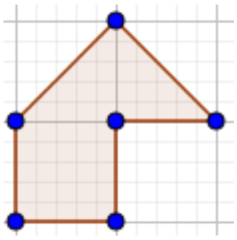
Šestiúhelník 124586 – Osově souměrný šestiúhelník. Tři dvojice rovnoběžných stran. Jeden pravý úhel.



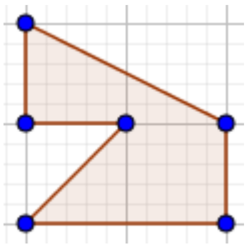
Šestiúhelník 134586 – Jedna trojice rovnoběžných stran, všechny o stejné délce. Jedna dvojice rovnoběžných stran o různé délce. Tři pravé úhly. Nejdelší strana měří 2 jednotky.



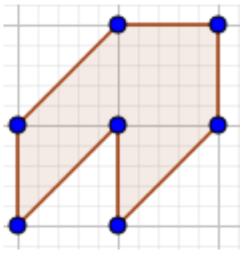
Šestiúhelník 125487 – Tři pravé úhly. Dvě dvojice rovnoběžných stran. Tato čtveřice stran je stejně dlouhá. Zbývající dvě také o stejné délce.



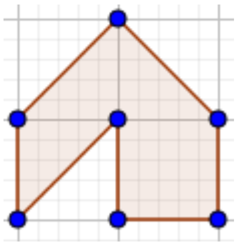
Šestiúhelník 134765 – Dvě dvojice rovnoběžných stran. Jedna ze dvojic má stejně dlouhé strany, druhá má strany rozdílně dlouhé. Dva pravé úhly. Čtyři různé délky stran.



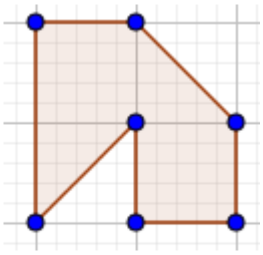
Sedmiúhelník 1524986 – Dvě trojice stran jsou rovnoběžné. Jedna trojice stran je o stejné délce. Druhá trojice stran je také stejných délek. Dvě strany stejné délky svírají pravý úhel, který je jediný v tomto sedmiúhelníku.



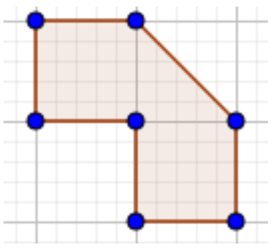
Sedmiúhelník 1523487 – Jedna dvojice rovnoběžných stran, které jsou stejně dlouhé. Jedna trojice stran rovnoběžných a zároveň stejně dlouhých. Nejdelší strana má délku √2 jednotky.



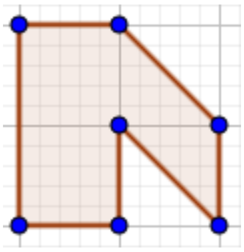
Sedmiúhelník 1523487 – Jedna dvojice rovnoběžných stran, které jsou stejně dlouhé. Jedna trojice rovnoběžných stran, které nejsou stejně dlouhé. Nejdelší strana sedmiúhelníku měří 2 jednotky.



Sedmiúhelník 2348765 – Dvě trojice rovnoběžných stran. Všech těchto 6 stran má stejné délky.



Sedmiúhelník 1253487 – Tři dvojice rovnoběžných stran. Jedna dvojice nemá strany stejně dlouhé.



ÚLOHY

Vlastnosti trojúhelníků

A) *Najdi tvar, který má přesně tři vrcholy* (všechny trojúhelníky)

1. *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy a gumička je napnutá jen na třech hřebících. –* ***124, 125, 248***

a) *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá jen na třech hřebících a jeden hřebík je uvnitř. –* **248**

b) *Najdi tvar, který má přes přesně 3 vrcholy a má každou stranu jinak dlouhou. –* **124**

c) *Najdi tvar, který má přesně přes 3 vrcholy a má jen dvě strany stejně dlouhé.* - **125**

2. *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy a gumička je napnutá přes 4 hřebíky. –* **135, 129, 138, 127**

a) Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě jeho strany jsou kolmé. – **135, 127**

b) Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě jeho strany jsou kolmé i stejně dlouhé. – **135**

c) Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě jeho strany jsou kolmé, ale každá strana má jinou délku. - **127**

d) Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a žádné dvě strany nejsou kolmé. – **129, 138**

e) Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky, žádné dvě strany nejsou kolmé a žádný hřebík není uvnitř. – **129**

f) Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky, žádné dvě strany nejsou kolmé a jeden hřebík je uvnitř. – **138**

3. *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy a gumička je napnutá na šesti hřebících.* - **137**

Vlastnosti čtyřúhelníků

B. *Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy a všechny strany stejně dlouhé.* – **1256, 1397, 2486**

a) *Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy, všechny strany stejně dlouhé, gumička je napnutá přes 4 hřebíky.* - **1256**

b) *Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy, všechny strany stejně dlouhé a gumička je napnutá přes 9 hřebíků.* – **1397**

c) *Najdi tvar, který má 4 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a jeden hřebík je uvnitř.* - **2486**

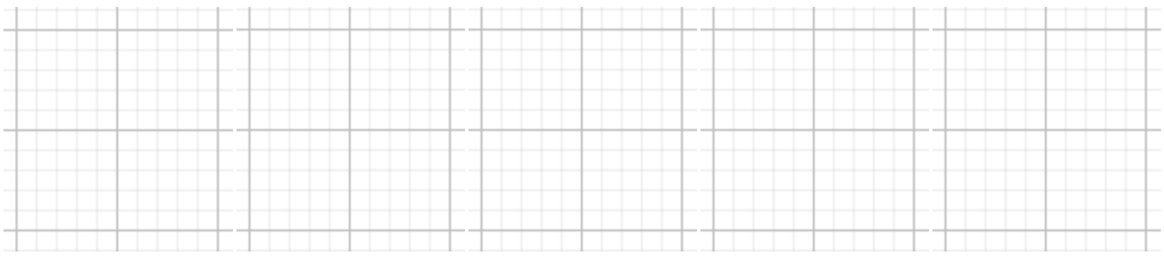
C. *Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy a každé dvě protější strany jsou rovnoběžné a stejně dlouhé.* - **1346**

3.8 Šablony

Jméno: KÓD - A1

Datum:

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy a gumička je napnutá jen na třech hřebících.*



Jméno: KÓD - A1a

Datum:

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá jen na třech hřebících a jeden hřebík je uvnitř.*

Jméno: KÓD - A1b

Datum:

Zadání: *Najdi tvar, který má přes přesně 3 vrcholy a má každou stranu jinak dlouhou.*

Jméno: KÓD - A1c

Datum:

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně přes 3 vrcholy a má jen dvě strany stejně dlouhé.*

Jméno: KÓD - A2

Datum:

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy a gumička je napnutá přes 4 hřebíky.*

Jméno: KÓD - A2a

Datum:

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě jeho strany jsou kolmé.*

Jméno: KÓD - A2b

Datum:

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě jeho strany jsou kolmé i stejně dlouhé.*

Jméno: KÓD - A2c

Datum:

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě jeho strany jsou kolmé, ale každá strana má jinou délku.*

Jméno: KÓD - A2d

Datum:

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a žádné dvě strany nejsou kolmé.*

Jméno: KÓD - A2e

Datum:

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky, žádné dvě strany nejsou kolmé a žádný hřebík není uvnitř.*

Jméno: KÓD - A2f

Datum:

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky, žádné dvě strany nejsou kolmé a jeden hřebík je uvnitř.*

Jméno: KÓD - A3

Datum:

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy a gumička je napnutá na šesti hřebících.*

Jméno: KÓD - B

Datum:

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy a všechny strany stejně dlouhé.*

Jméno: KÓD - Ba

Datum:

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy, všechny strany stejně dlouhé a gumička je napnutá přes 4 hřebíky a žádný hřebík není uvnitř.*

Jméno: KÓD - Bb

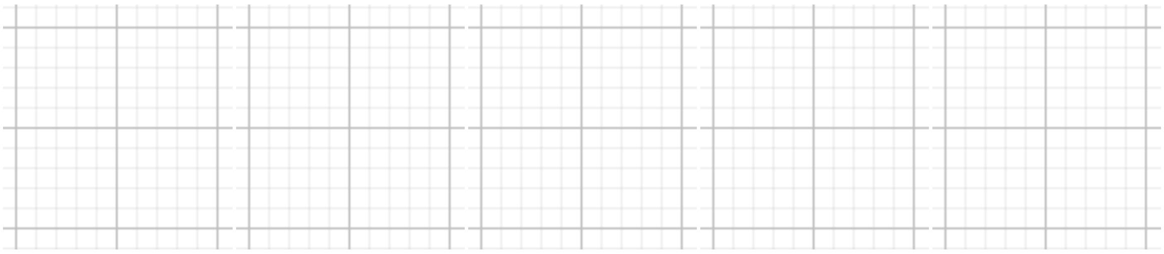
Datum:

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy, všechny strany stejně dlouhé a gumička je napnutá přes 9 hřebíků.*

Jméno: KÓD - Bc

Datum:

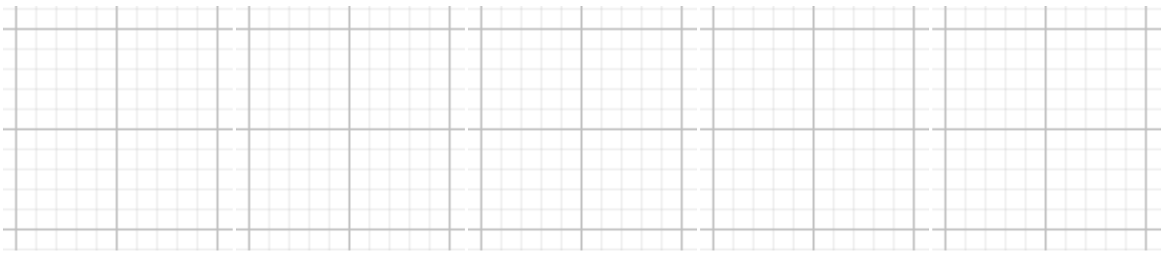
Zadání: *Najdi tvar, který má 4 vrcholy, gumička vede přes 4 hřebíky a jeden hřebík je uvnitř.*



Jméno: KÓD - C

Datum:

Zadání: *Vytvoř tvar, který má přesně 4 vrcholy a dvě dvojice mají stejně dlouhé strany.*



3.9 Šablony v praxi

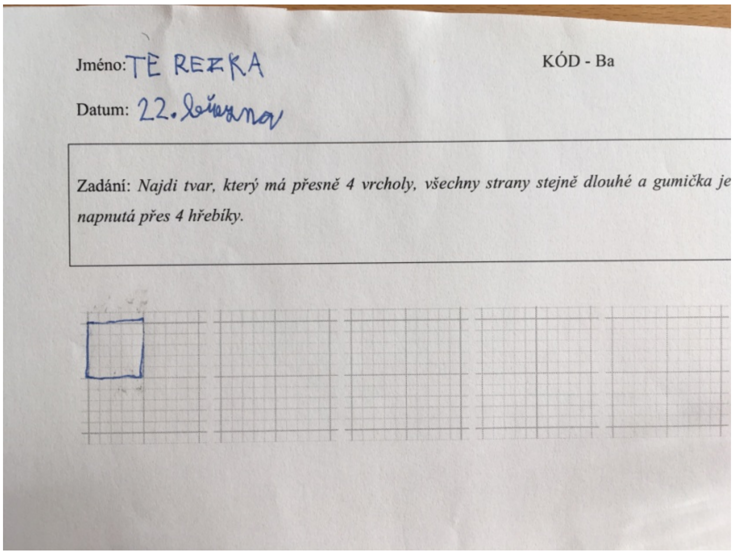
Šablony, jež jsem vytvořila, jsem dala testovat žákům druhé, třetí a čtvrté třídy. Analýzu provedu nejdříve po třídách a budu se zaměřovat především na úlohy, jež žákům dělaly problém. Komentovat budu především tu chybně zadanou úlohu, která se objeví jako první. Když se stejná úloha objeví znovu, nebudu ji komentovat, pokud nebude nutné zmínit něco dodatečného, co nebylo zmíněno v předchozím komentáři.

2. třída

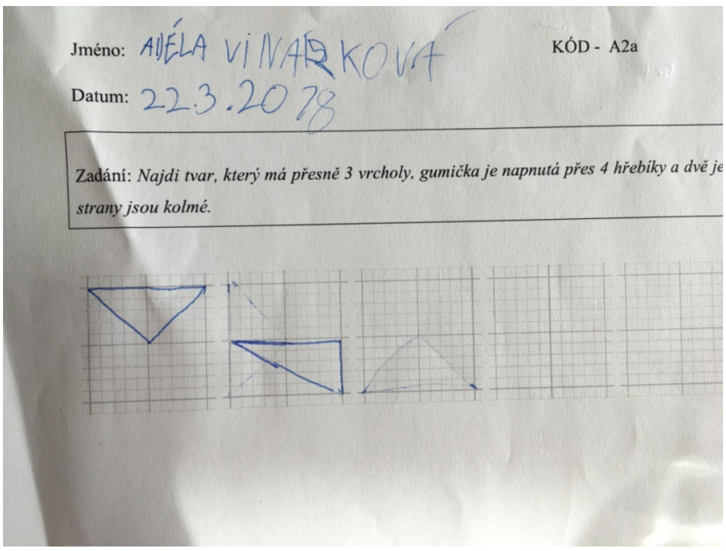
Úlohy jsem rozdělila podle úspěšnosti řešení takto:

1. Kompletní a správné řešení (zahrnuji sem i shodná řešení)
2. Částečné a správné řešení
3. Částečné a částečně správné řešení
4. Chybné řešení
5. Chybně zadané úlohy

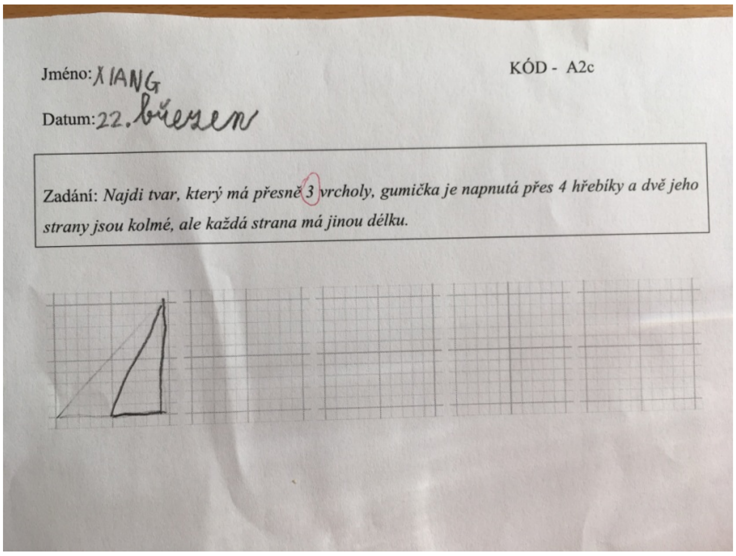
1. Kompletní a správné řešení (zahrnuji sem i shodná řešení)


Jméno: TEREZKA
KÓD - Ba
Datum: 22. března

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy, všechny strany stejně dlouhé a gumička je napnutá přes 4 hřebíky.*


Jméno: ADÉLA VINARKOVÁ
KÓD - A2a
Datum: 22.3.2018

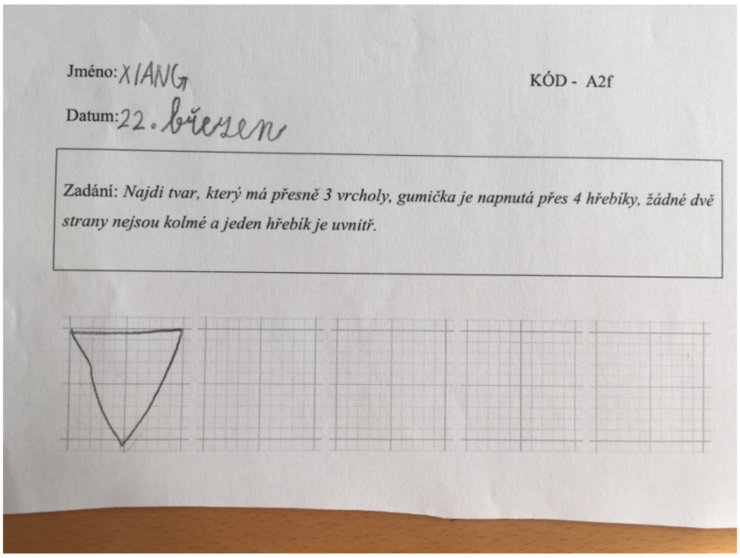
Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě je strany jsou kolmé.*



Jméno: XIANG KÓD - A2c

Datum: 22. březen

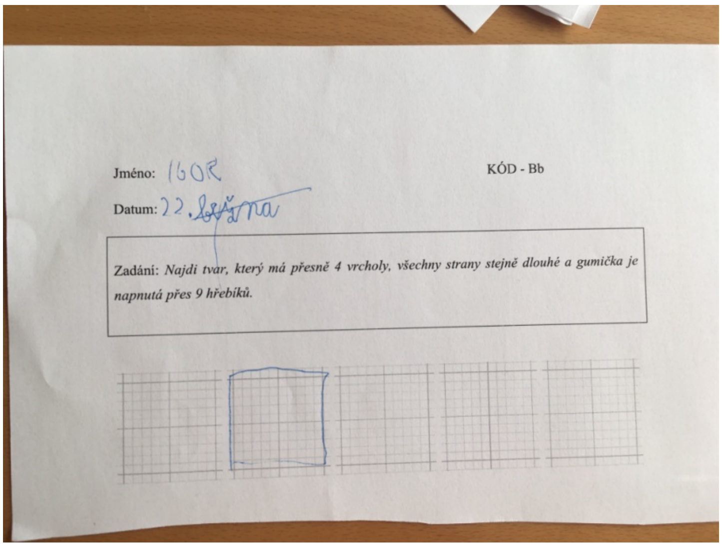
Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě jeho strany jsou kolmé, ale každá strana má jinou délku.*



Jméno: XIANG KÓD - A2f

Datum: 22. březen

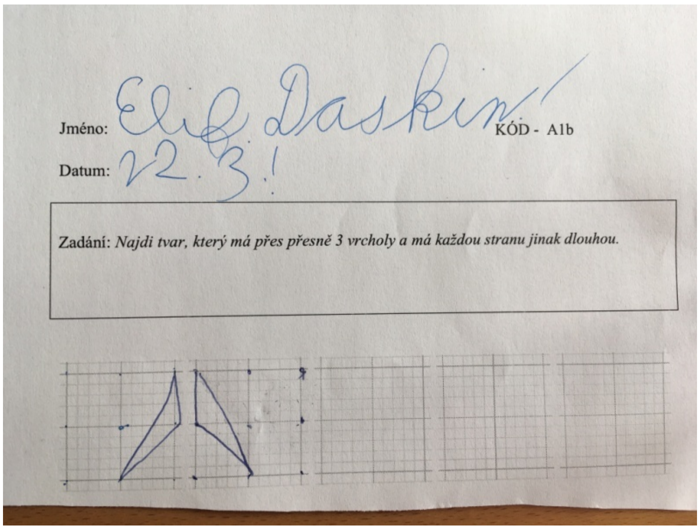
Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky, žádné dvě strany nejsou kolmé a jeden hřebík je uvnitř.*



Jméno: IGOR KÓD - Bb

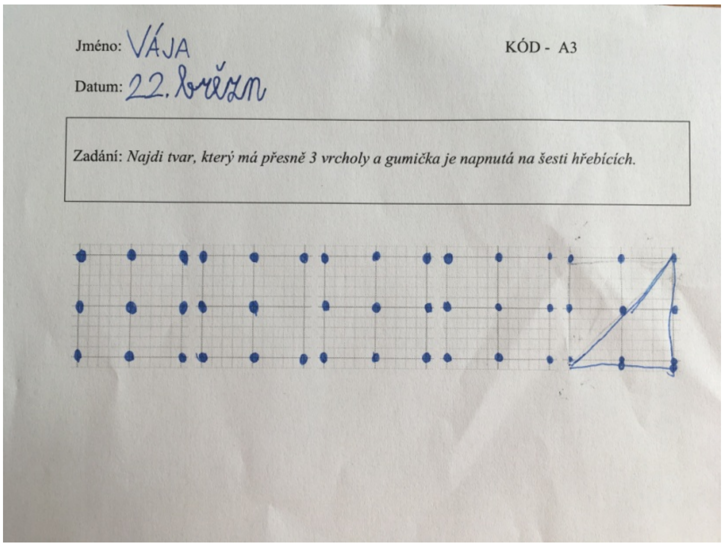
Datum: 22. března

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy, všechny strany stejně dlouhé a gumička je napnutá přes 9 hřebíků.*


Jméno: Elif Daskin! KÓD - A1b

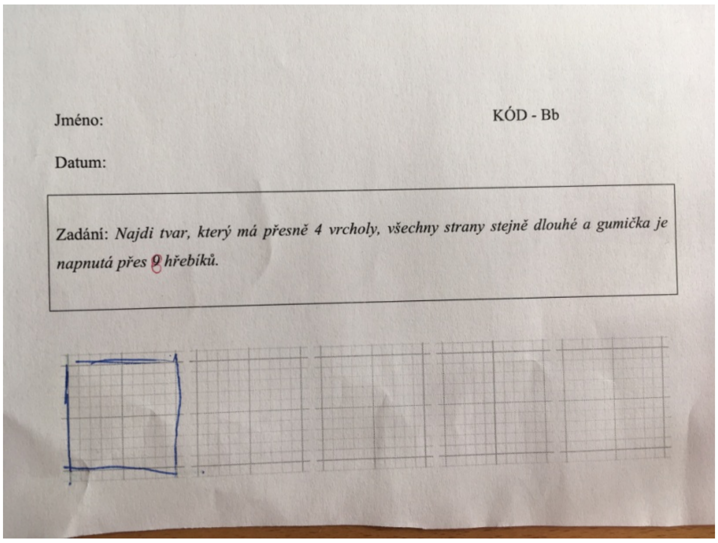
Datum: 22.3!

Zadání: *Najdi tvar, který má přes přesně 3 vrcholy a má každou stranu jinak dlouhou.*


Jméno: VÁJA KÓD - A3

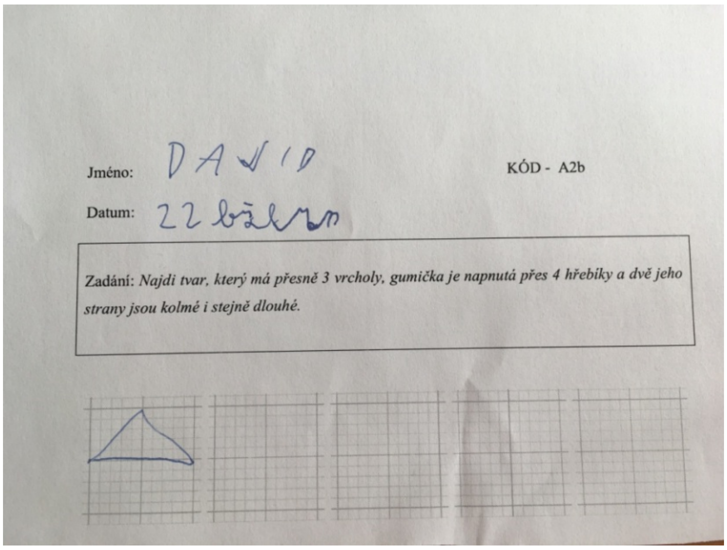
Datum: 22. březn

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy a gumička je napnutá na šesti hřebících.*

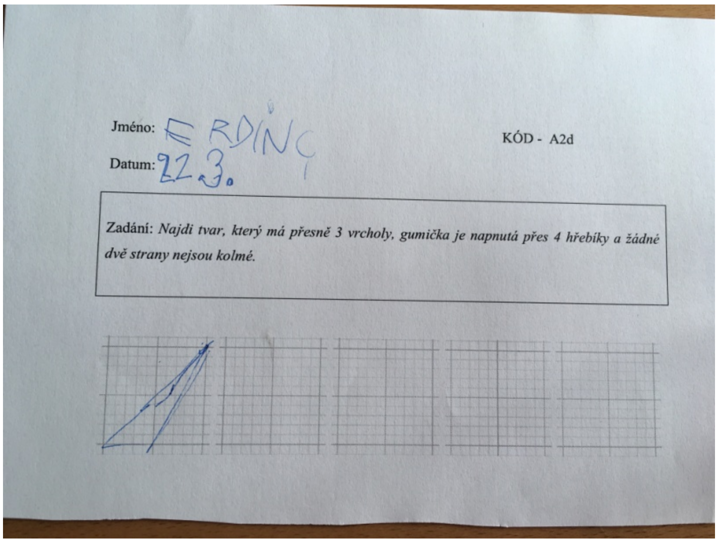

Jméno: KÓD - Bb

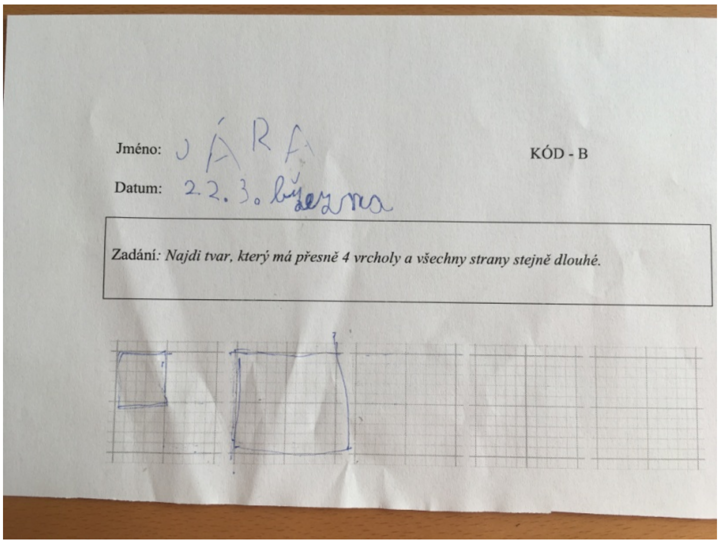
Datum:

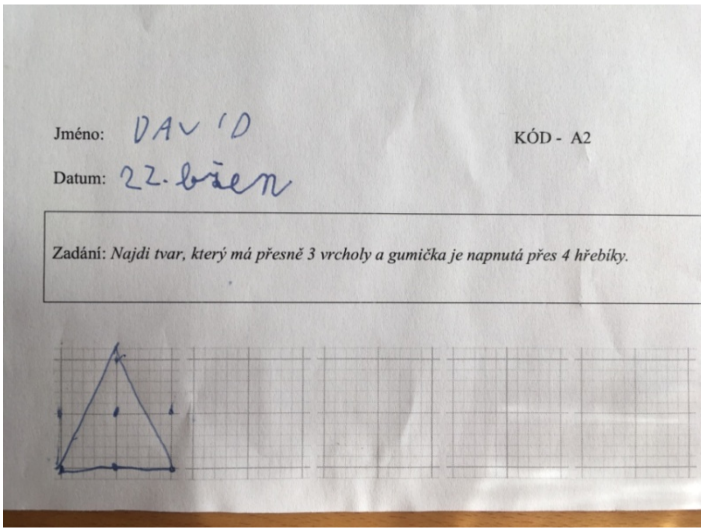
Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy, všechny strany stejně dlouhé a gumička je napnutá přes ~~9~~8 hřebíků.*

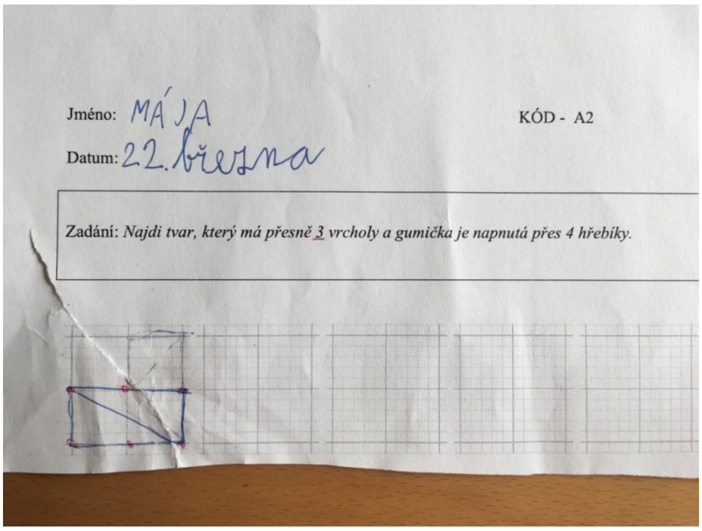


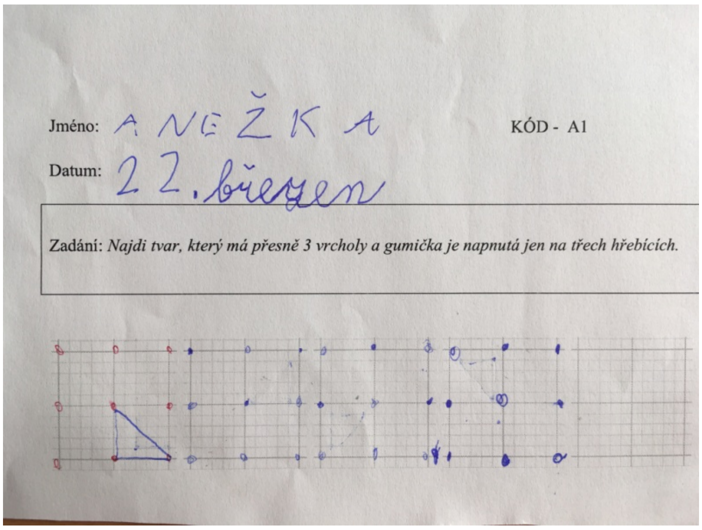
2. Částečné a správné řešení



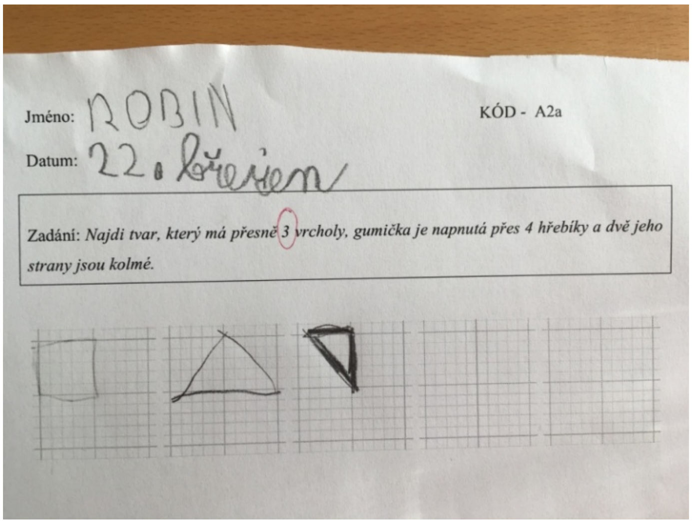


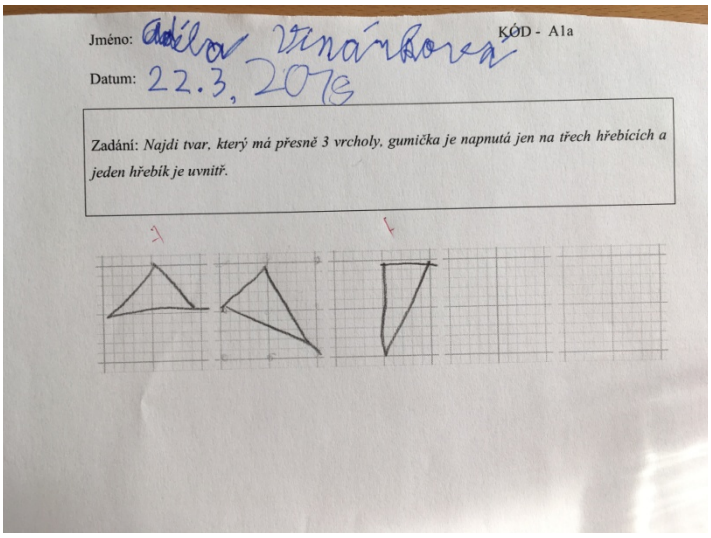

Jméno: DAVID
KÓD - A2
Datum:
Zadání: Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy a gumička je napnutá přes 4 hřebíky.

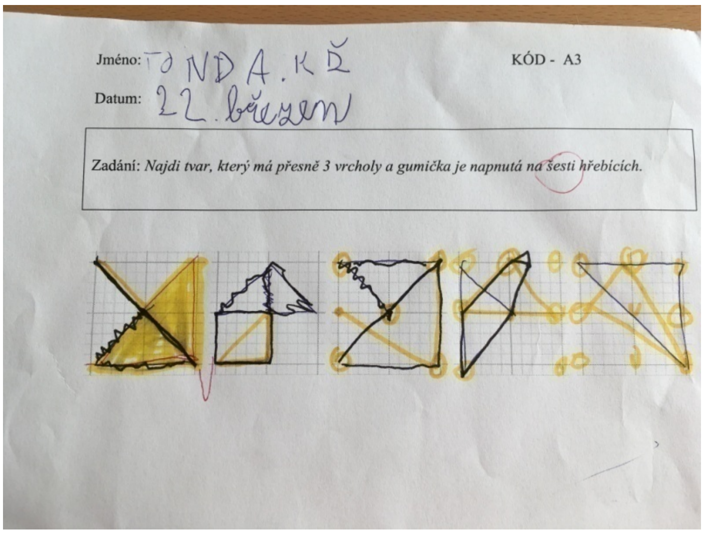

Jméno: MÁJA
KÓD - A2
Datum: 22. března
Zadání: Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy a gumička je napnutá přes 4 hřebíky.

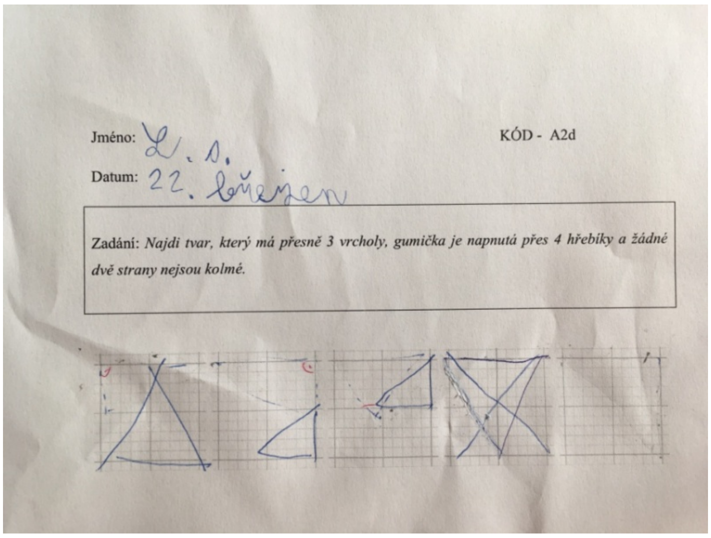

Jméno: ANEŽKA
KÓD - A1
Datum: 22. březen
Zadání: Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy a gumička je napnutá jen na třech hřebících.

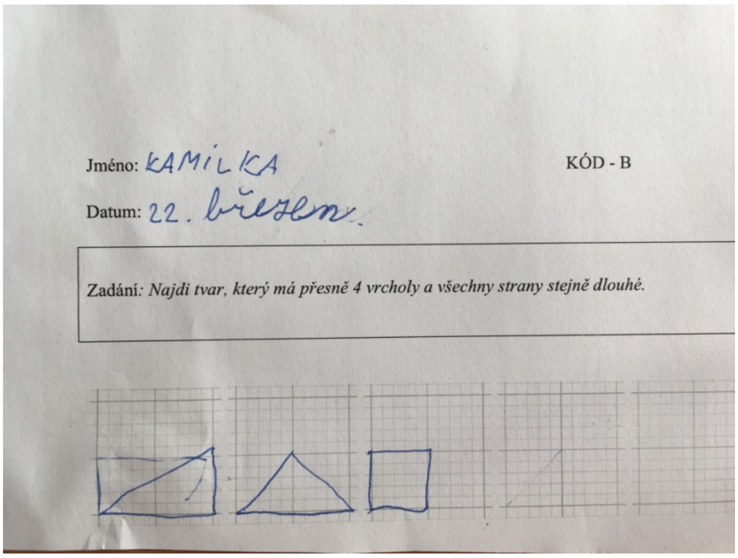
3. Částečné a částečně správné řešení



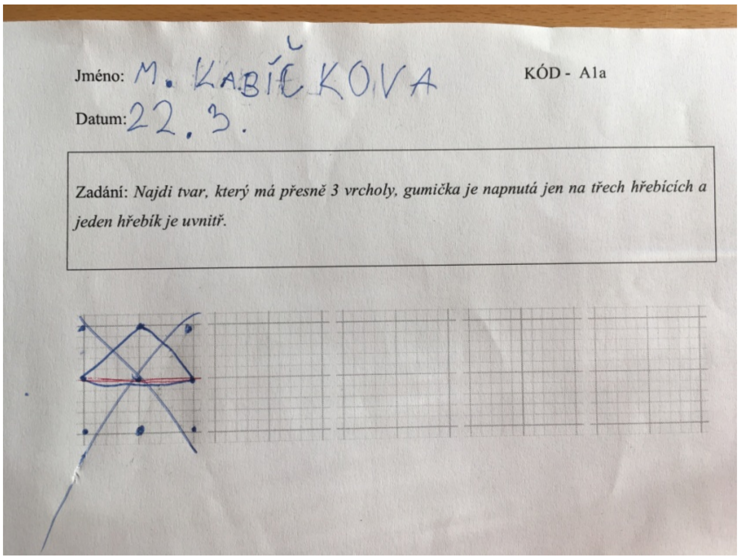


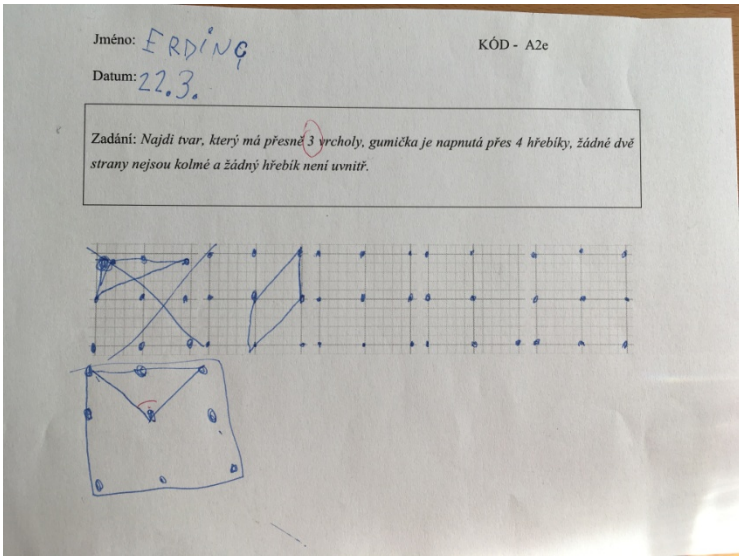


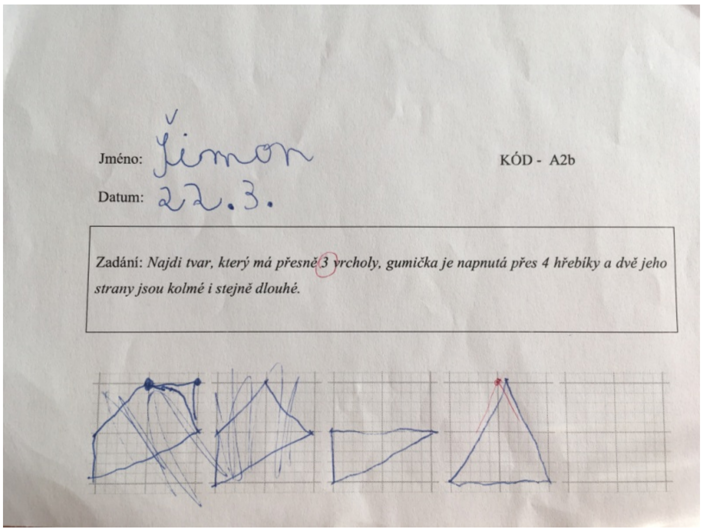


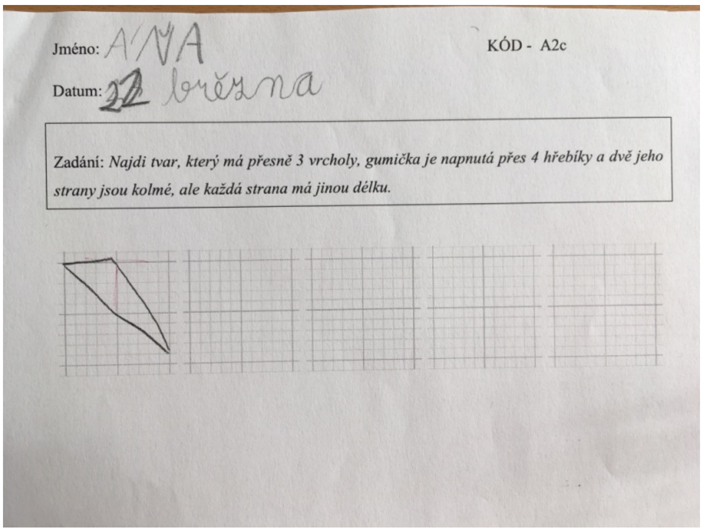


4. Chybné řešení

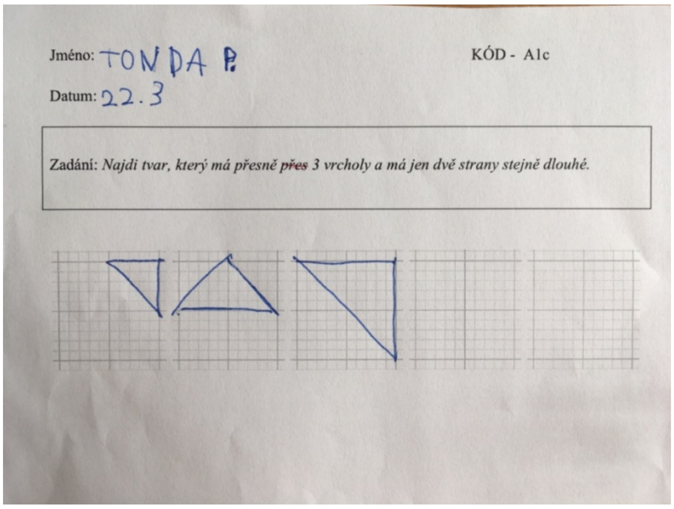


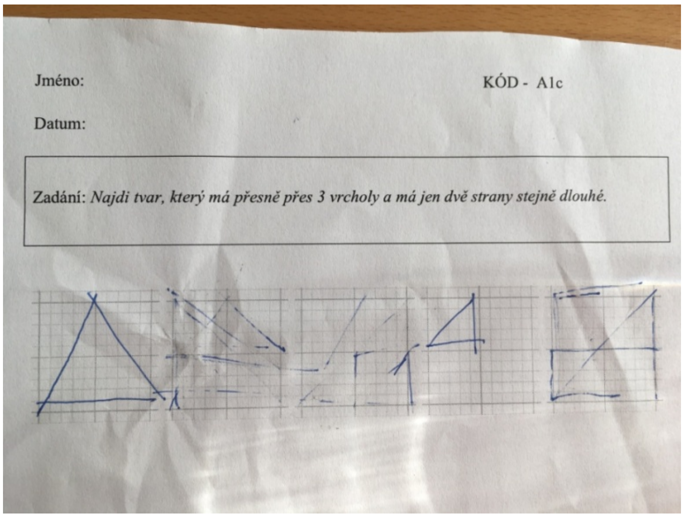

Jméno: ERDING
KÓD - A2e
Datum: 22.3.
Zadání: Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky, žádné dvě strany nejsou kolmé a žádný hřebík není uvnitř.


Jméno: Šimon
KÓD - A2b
Datum: 22.3.
Zadání: Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě jeho strany jsou kolmé i stejně dlouhé.


Jméno:
KÓD - A2c
Datum: 22 března
Zadání: Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě jeho strany jsou kolmé, ale každá strana má jinou délku.

5. Chybně zadané úlohy

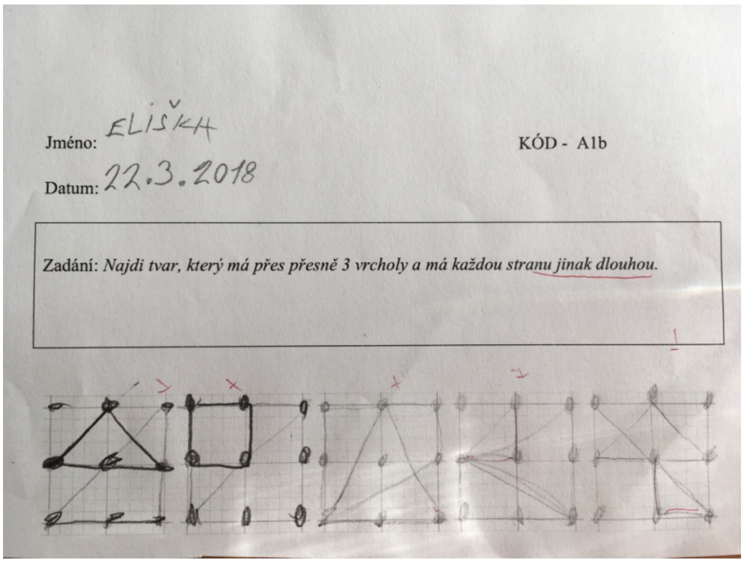




Komentář: Zde se objevily hned dvě chyby dohromady. První, méně závažná, je formulace zadání: Najdi tvar, který má přesně <u>přes</u> 3 vrcholy a má jen dvě strany stejně dlouhé. Zde je zbytečně a mylně zadané slovo přes. Nutno říci, že málokterému žákovi tato formulace vadila. Zaměřovali se spíše na obsah než na formulaci zadání.

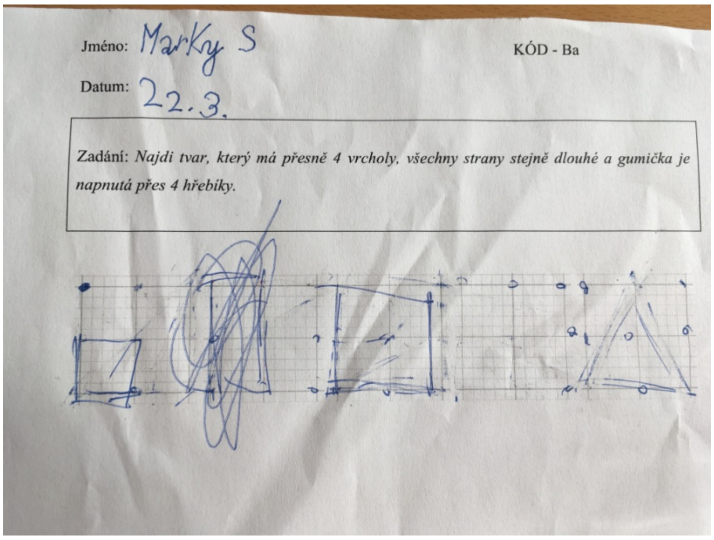
Druhou, závažnější chybou, je nedostatečné zadání. Instrukce měly obsahovat i zadání, které obsahuje podmínku nadřazenou, jež jsem zmínila v rozdělení, které je označené A1. Celé zadání tedy mělo znít: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá jen na třech hřebících a má jen dvě strany stejně dlouhé.*

Dle zadání, které bylo napsané na šabloně, žáci řešili úlohy správně. Jelikož se tato šablona objevuje i v dalším testování, nebudu se jí nadále věnovat.



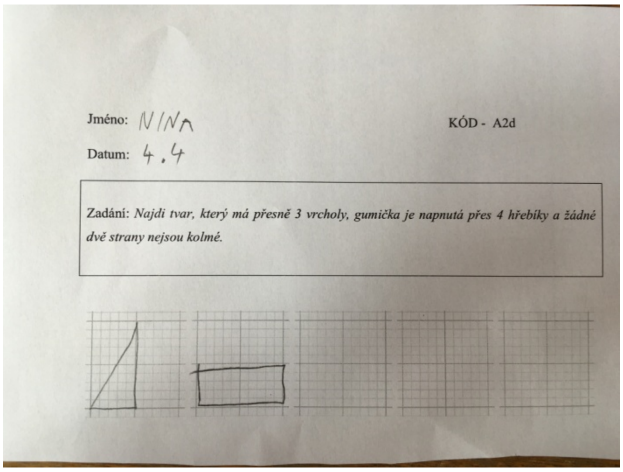
Chyba v tomto zadání je opět neúplné zadání. Nezadala jsem zde polovinu zadání, jež vymezuje, že tvar musí být napnutý pouze přes 3 hřebíky. Správné zadání by tedy znělo: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy*, *gumička je napnutá jen na třech hřebících a má každou stranu jinak dlouhou.* Je nutno se ještě zamyslet nad nutností změny slova *jinak*. Žáci by snadněji mohli pochopit slovo *různě* dlouhou.

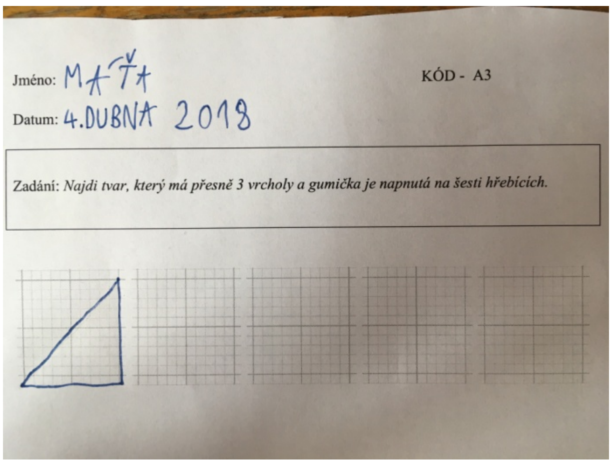
Obecně měli žáci problém s tím, co vlastně znamená kolmé strany. Často se také ptali, co je vrchol a jak to do šablon zapsat – chyběly jim tam vyznačené body. Někteří žáci si je vyznačili sami, jiným jsem tento nápad musela poradit já. Velmi často se stalo, že mi přinesli ukázat vypracovanou úlohu, ale nedrželi se zadání. Například si nevšimli, že mají hledat 4 vrcholy místo 3 vrcholů nebo že má být tvar přes 6 hřebíků místo 4 hřebíků. Proto jsem je nechala spočítat, kolik vrcholů (případně přes kolik bodů je gumička natažená) a poté se jich zeptala, zda to je v zadání. Většina dětí si to hned uvědomila a já jim dané číslo ještě zvýraznila, což si myslím, že by i na šablonách mělo být zvýrazněné. Problém shodnosti se zde objevuje sice v menší míře, než ve čtvrtém ročníku, nicméně podmínka o zapisování pouze neshodných tvarů by byla na místě. Věřím, že i tak by žáci občas zapsali shodný tvar, ale určitě by to někomu pomohlo.

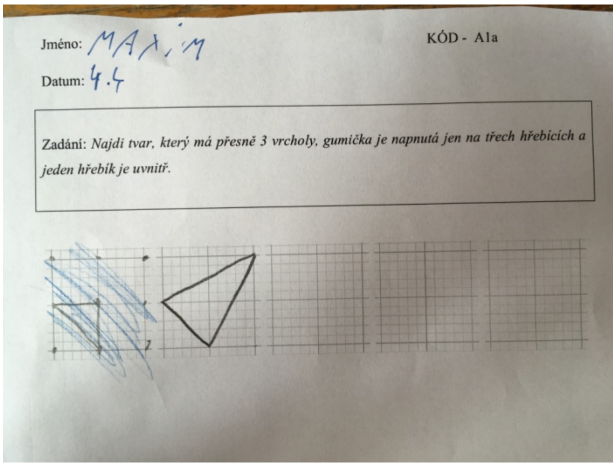


3. třída

1. Kompletní a správné řešení (zahrnuji sem i shodná řešení)



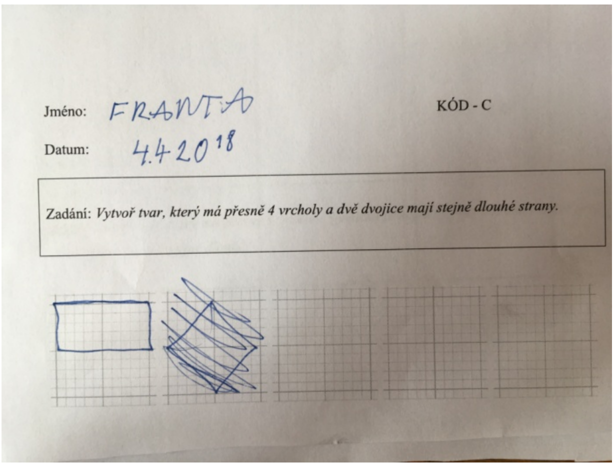



Jméno: MAXIM

KÓD - A1a

Datum: 4.4

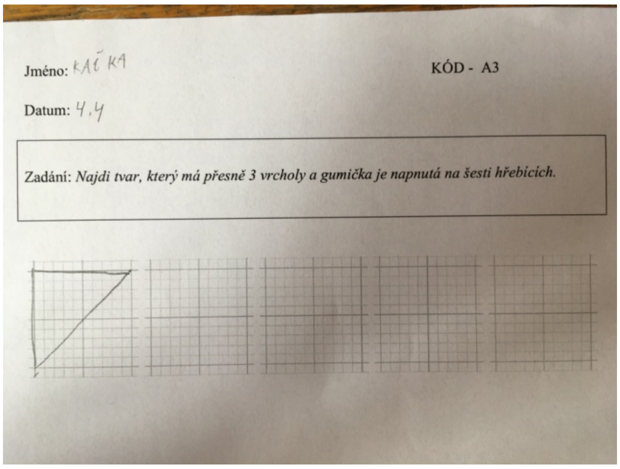
Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá jen na třech hřebících a jeden hřebík je uvnitř.*


Jméno: FRANTA

KÓD - C

Datum: 4.4.2018

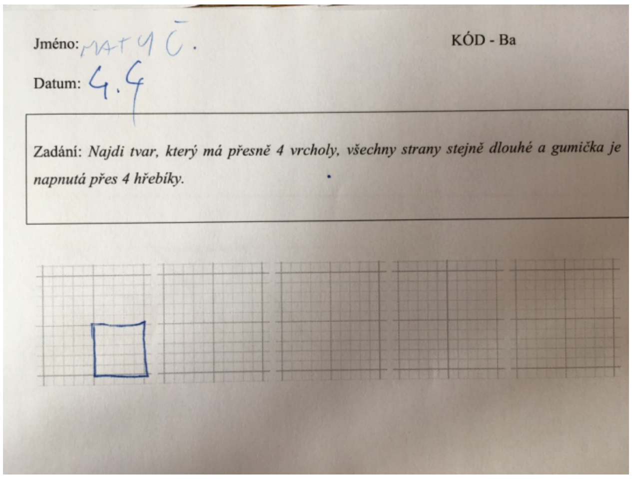
Zadání: *Vytvoř tvar, který má přesně 4 vrcholy a dvě dvojice mají stejně dlouhé strany.*


Jméno: KAČKA

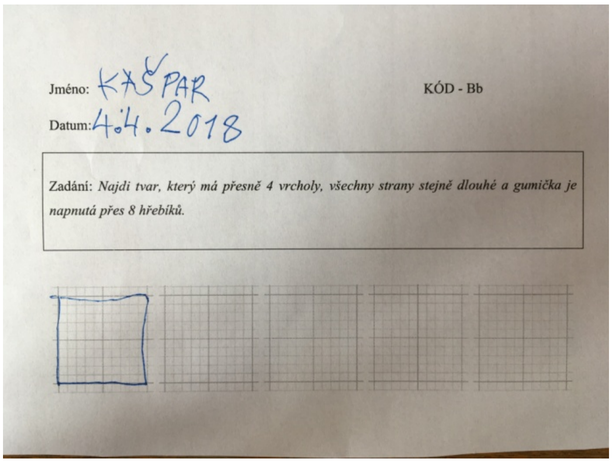
KÓD - A3

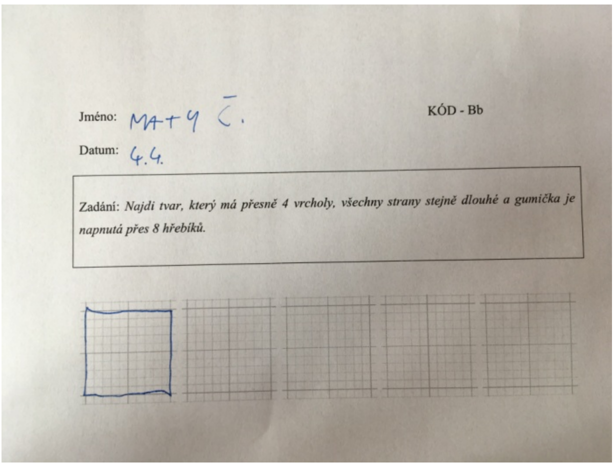
Datum: 4.4

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy a gumička je napnutá na šesti hřebících.*

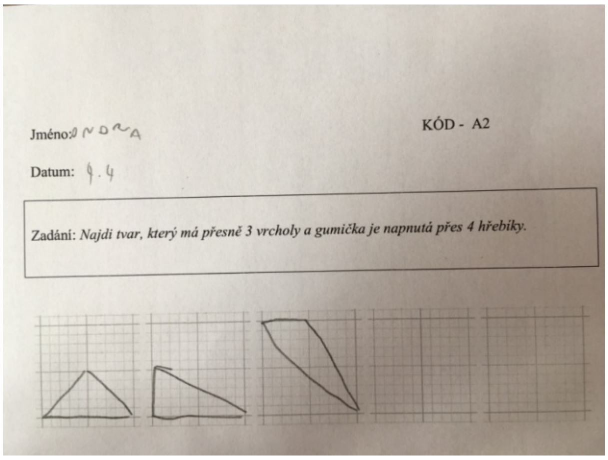


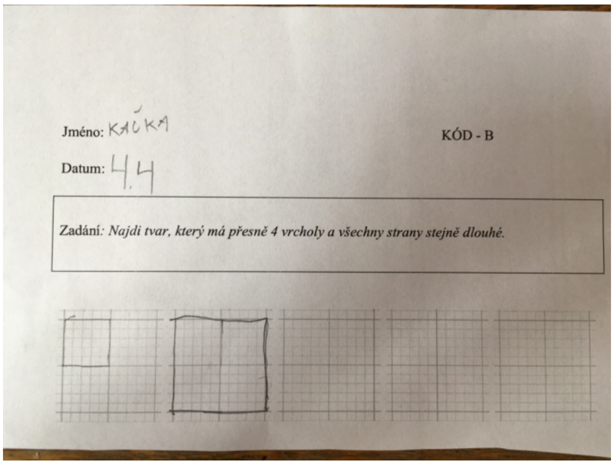
Komentář: Žákyně vytvořila požadovaný tvar, bez části zadáni, jež vymezuje tvar tím, že se uvnitř nenachází žádný hřebík. Pravděpodobně, kdyby hledala další možnosti, objevila by další tvar 2486, který by nevyhovoval původně myšleného zadání.

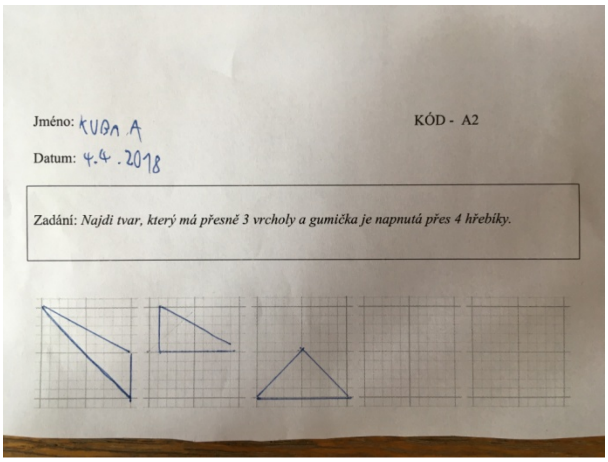


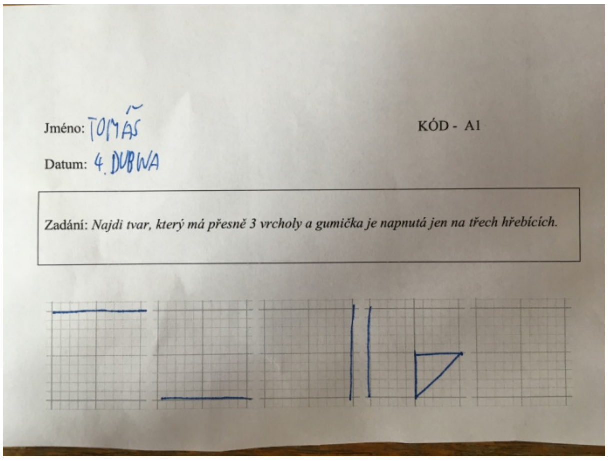


2. Částečná a správná řešené

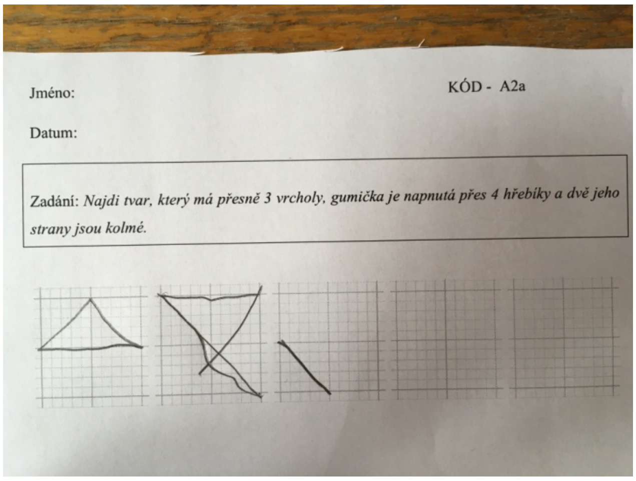


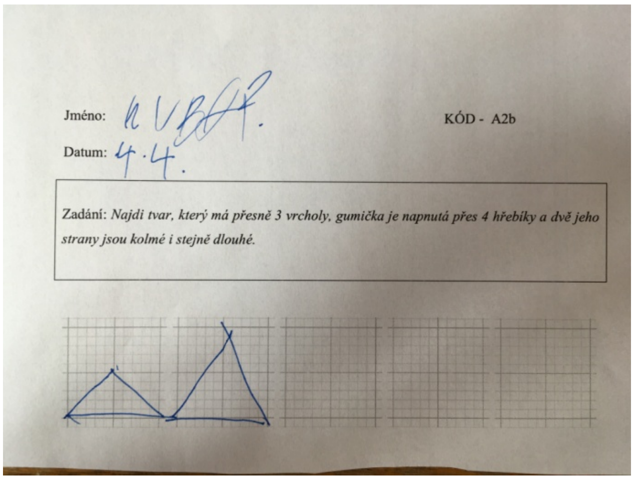


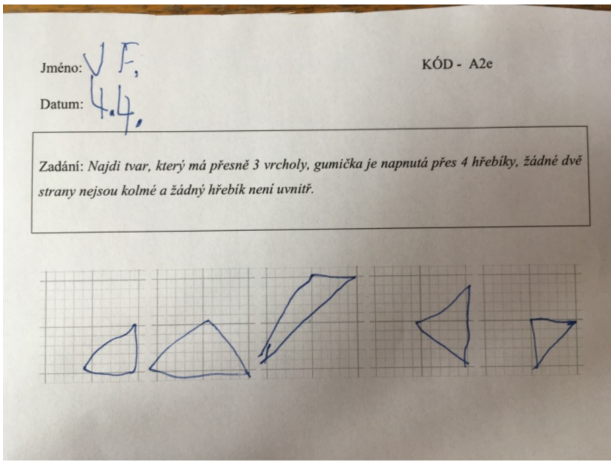




3. Částečné a částečně správné řešení





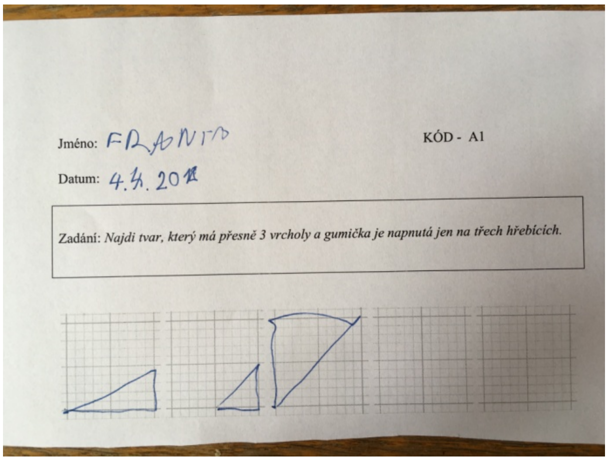


Jméno: V F,

Datum: 4.4.

KÓD - A2e

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky, žádné dvě strany nejsou kolmé a žádný hřebík není uvnitř.*

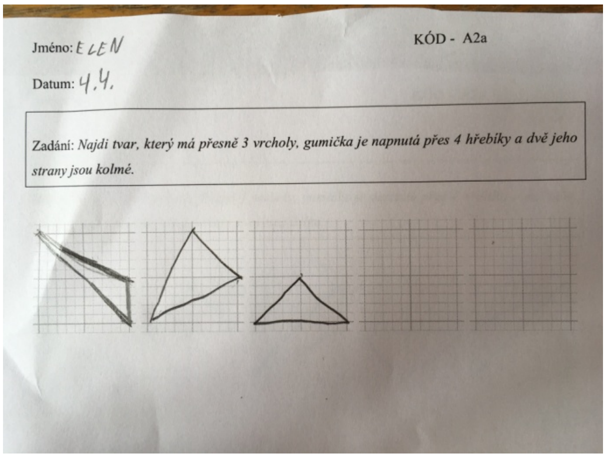


Jméno: FRANTO

Datum: 4.4. 20[illegible]

KÓD - A1

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy a gumička je napnutá jen na třech hřebících.*

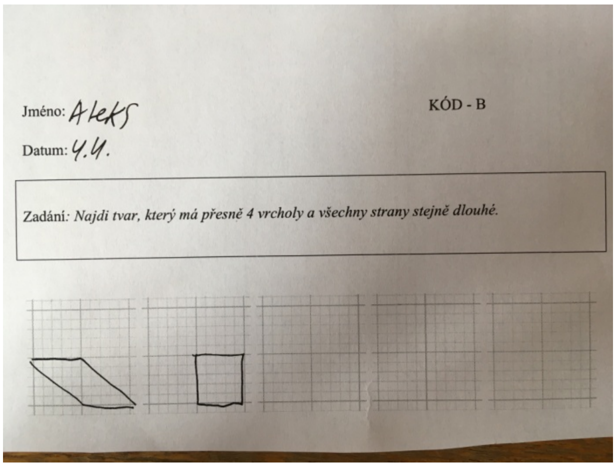


Jméno: ELEN

Datum: 4.4.

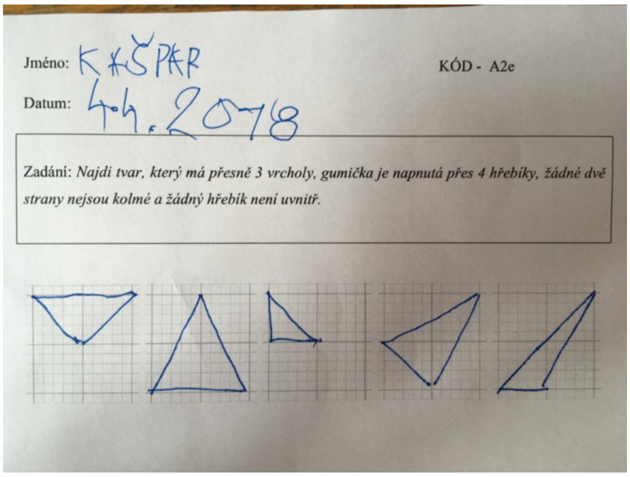
KÓD - A2a

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě jeho strany jsou kolmé.*


Jméno: Aleks KÓD - B

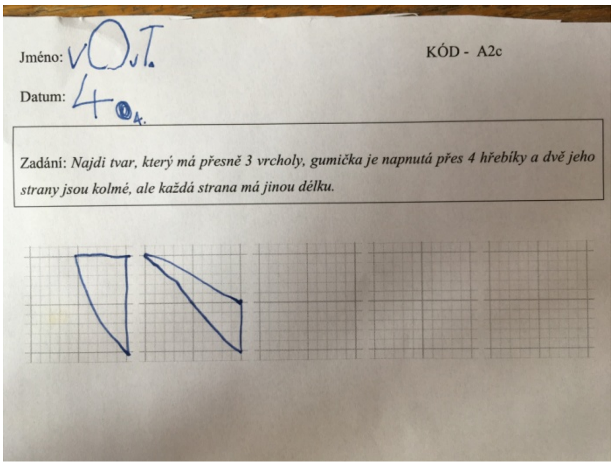
Datum: 4.4.

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy a všechny strany stejně dlouhé.*


Jméno: KAŠPAR KÓD - A2e

Datum: 4.4.2018

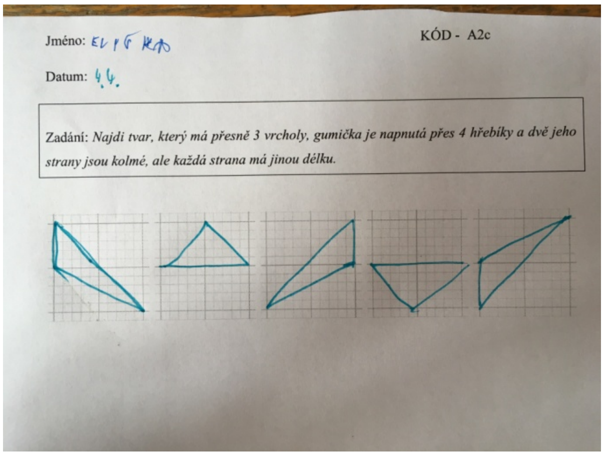
Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky, žádné dvě strany nejsou kolmé a žádný hřebík není uvnitř.*

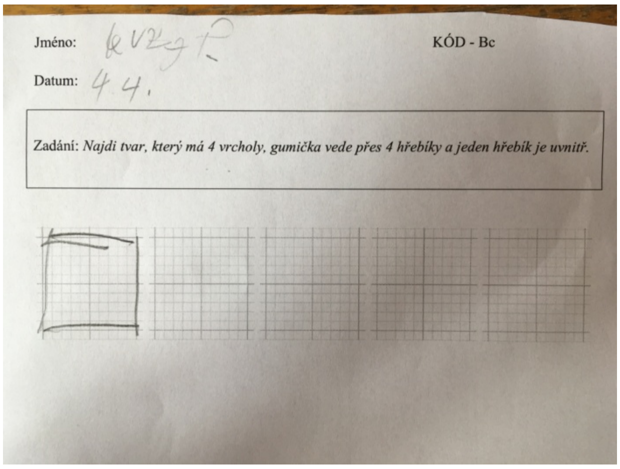

Jméno: VOJT. KÓD - A2c

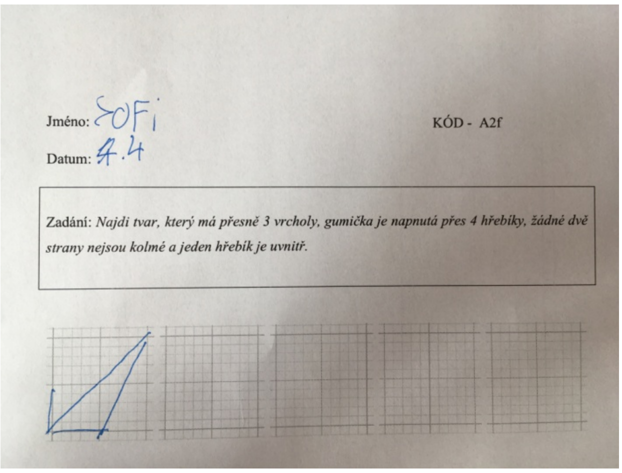
Datum: 4.4.

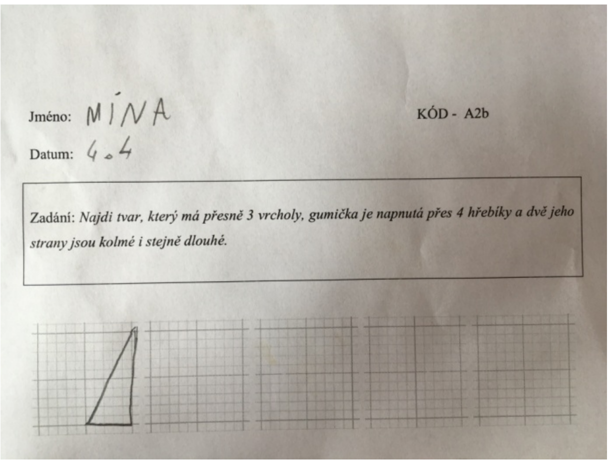
Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě jeho strany jsou kolmé, ale každá strana má jinou délku.*

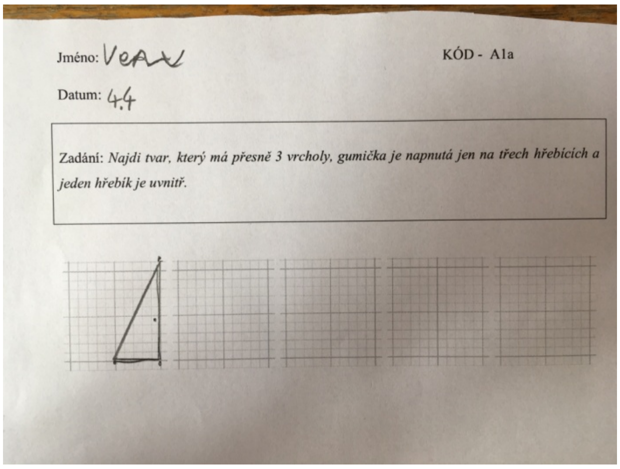
4. Chybné řešení

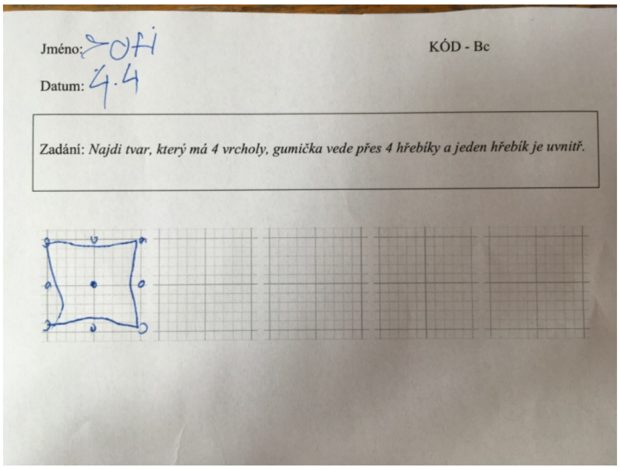


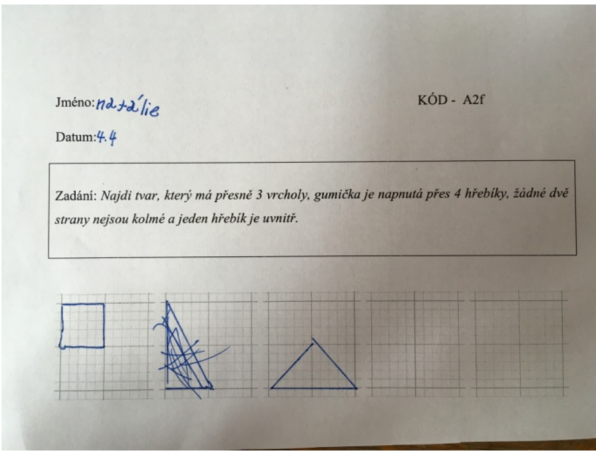





Jméno: MÍNA
KÓD - A2b
Datum: 4.4
Zadání: Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě jeho strany jsou kolmé i stejně dlouhé.


Jméno:
KÓD - A1a
Datum: 4.4
Zadání: Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá jen na třech hřebících a jeden hřebík je uvnitř.


Jméno:
KÓD - Bc
Datum: 4.4
Zadání: Najdi tvar, který má 4 vrcholy, gumička vede přes 4 hřebíky a jeden hřebík je uvnitř.

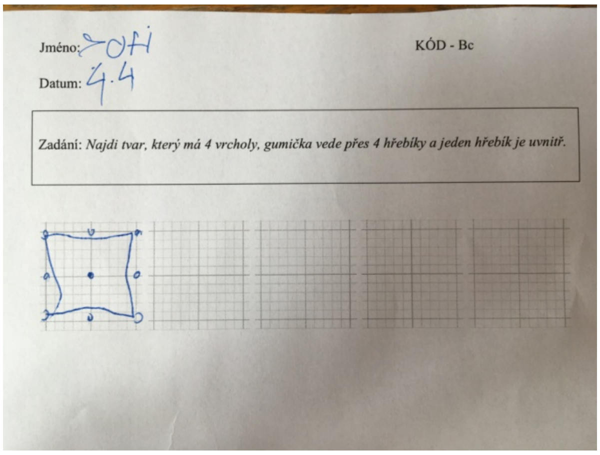


Jméno: natálie

KÓD - A2f

Datum: 4.4

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky, žádné dvě strany nejsou kolmé a jeden hřebík je uvnitř.*

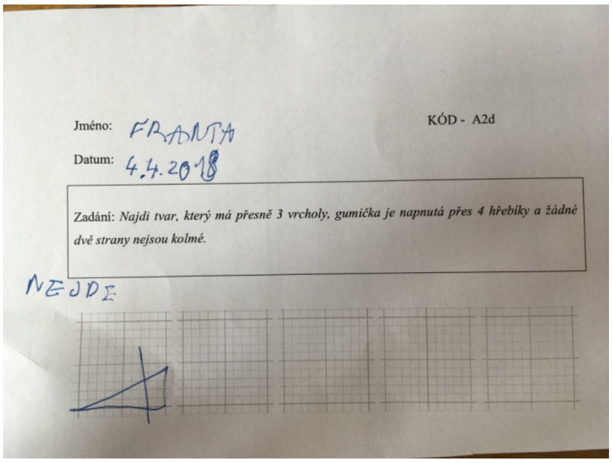


Jméno: Zofi

KÓD - Bc

Datum: 4.4

Zadání: *Najdi tvar, který má 4 vrcholy, gumička vede přes 4 hřebíky a jeden hřebík je uvnitř.*



Jméno: FRANTA

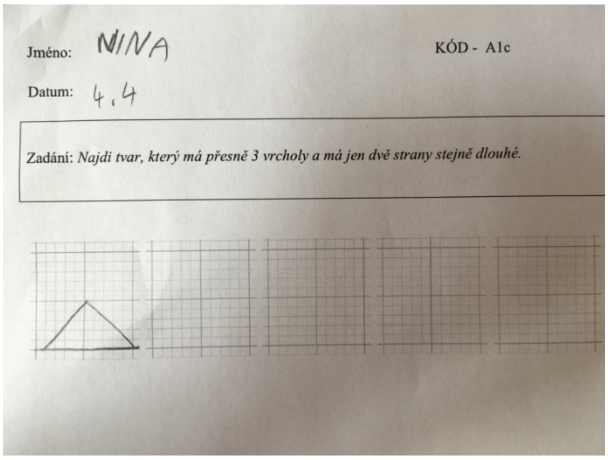
KÓD - A2d

Datum: 4.4.2018

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a žádné dvě strany nejsou kolmé.*

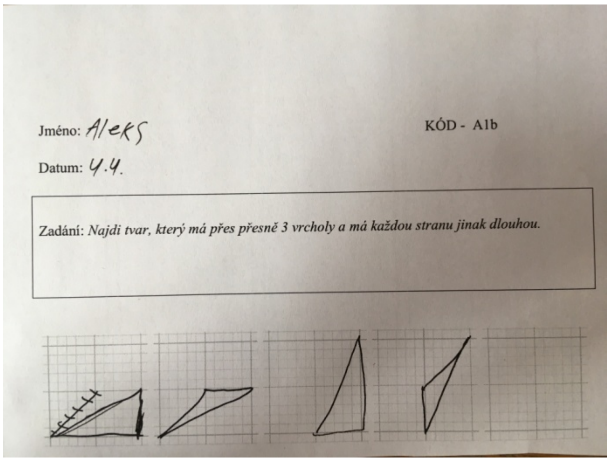
NEJDE

5. Chybně zadané úlohy


Jméno: NINA KÓD - A1c
Datum: 4.4

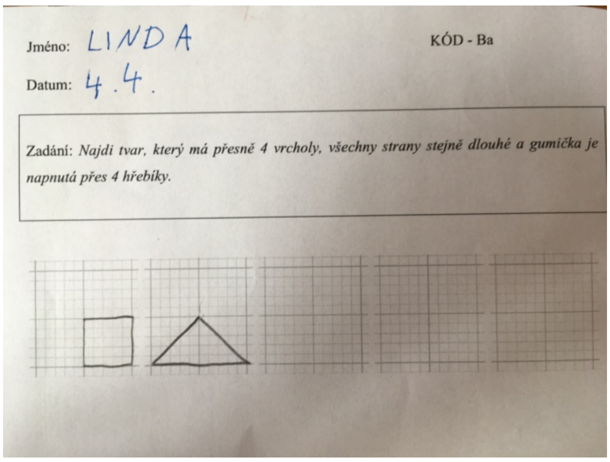
Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy a má jen dvě strany stejně dlouhé.*

Již zmíněno výše, v čem je úloha zadána chybně.


Jméno: Aleks KÓD - A1b
Datum: 4.4.

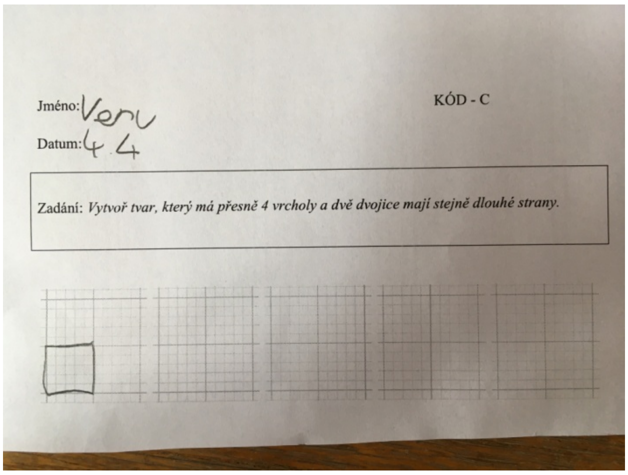
Zadání: *Najdi tvar, který má přes přesně 3 vrcholy a má každou stranu jinak dlouhou.*

Úloha je zadaná špatně, jelikož jsem očekávala pouze jeden výsledek a to trojúhelník 124.


Jméno: LINDA KÓD - Ba
Datum: 4.4.

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy, všechny strany stejně dlouhé a gumička je napnutá přes 4 hřebíky.*

Komentář: Úloha Ba byla vymyšlena s tím, že má pouze jedno řešení, a tím je čtverec 2486. Úloha je formulována chybně, protože není zmíněno, že nemá mít uvnitř žádný hřebík. Zadání tedy mělo znít*: Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy, všechny strany stejně dlouhé, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a žádný hřebík není uvnitř.*

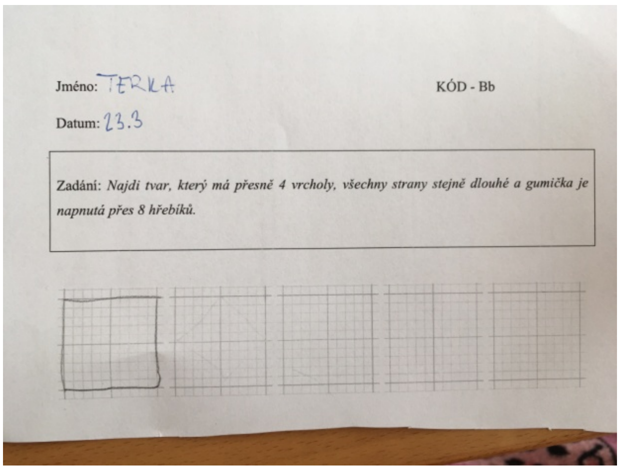


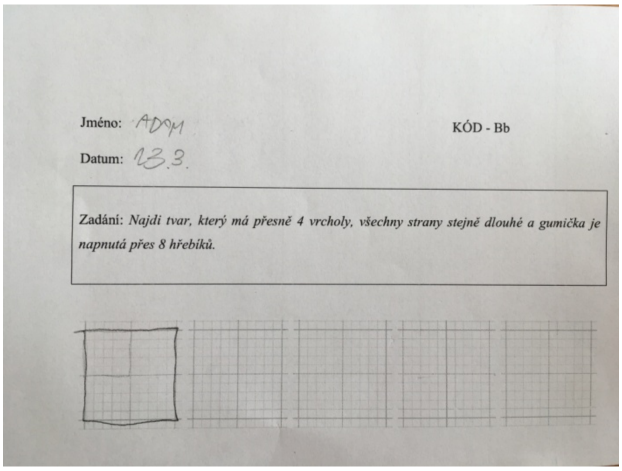
Komentář: Tato úloha je zadaná chybně, jelikož jsem očekávala, že žáci objeví pouze obdélník 1346. Proto její zadání musím upravit na to, že jsou tam dvě dvojice s různě dlouhými stranami. Zadání by tudíž mělo znít následovně: *Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy, jedna strana (použitá dvakrát) je polovinou strany druhé (také použitá dvakrát).*

Celkové shrnutí: Žáci s úlohami neměli větší obtíže. Zpočátku byli zaskočeni terminologií – natáhnutý přes 4 hřebíky, jelikož nevěděli, zda se počítá pouze to, že je na hřebíku uchycený nebo i když pouze „vede" přes hřebík. Pan učitel potvrdil, že toto pojmenování nepoužívají, tudíž to mohlo být pro žáky matoucí či nové.

4. třída

1. Kompletní a správné řešení (zahrnuji sem i shodná řešení)

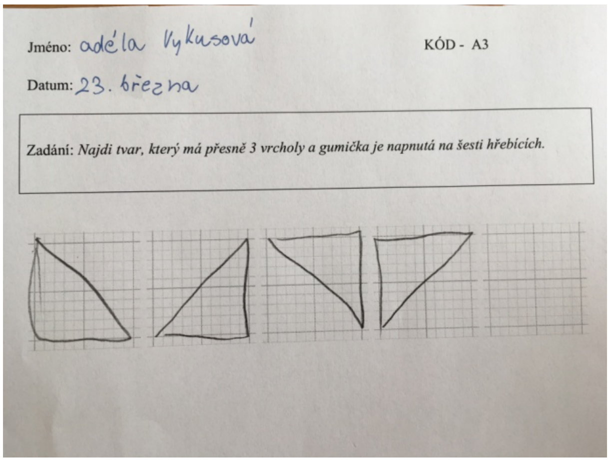



Jméno: ADAM

KÓD - Bb

Datum: 23.3.

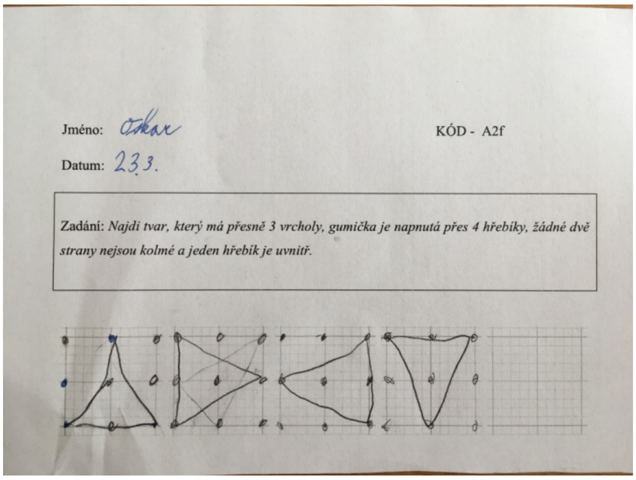
Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy, všechny strany stejně dlouhé a gumička je napnutá přes 8 hřebíků.*


Jméno: adéla Vykusová

KÓD - A3

Datum: 23. března

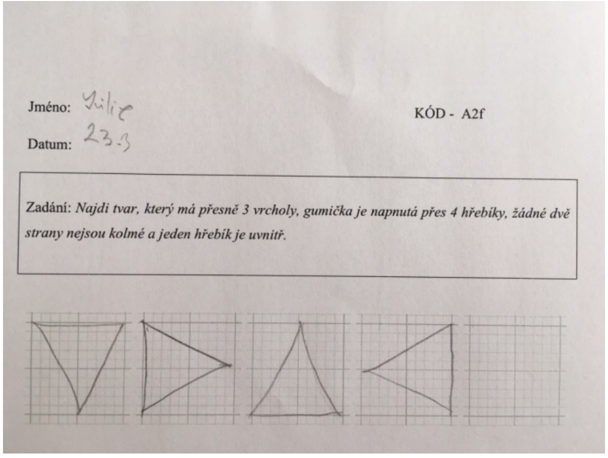
Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy a gumička je napnutá na šesti hřebících.*

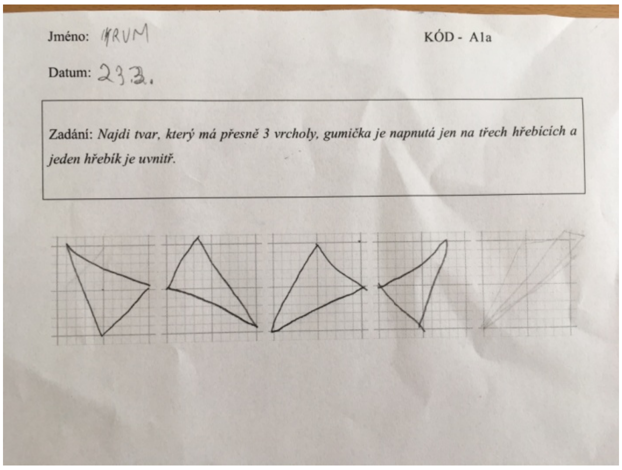

Jméno: Oskar

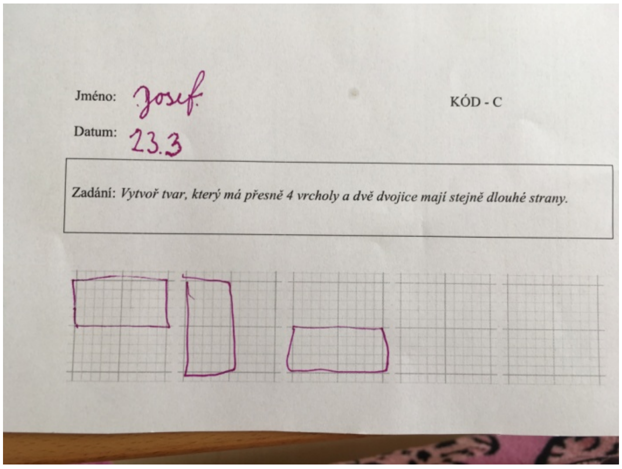
KÓD - A2f

Datum: 23.3.

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky, žádné dvě strany nejsou kolmé a jeden hřebík je uvnitř.*

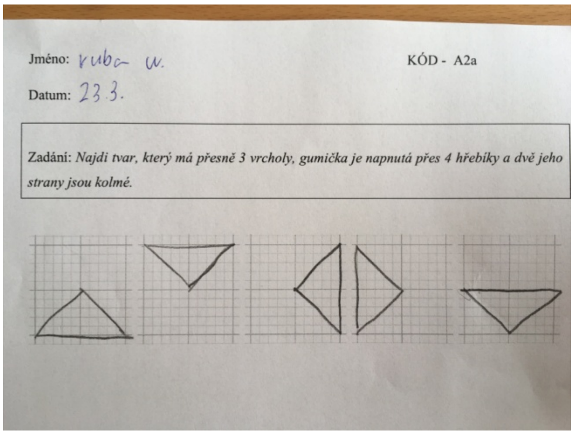


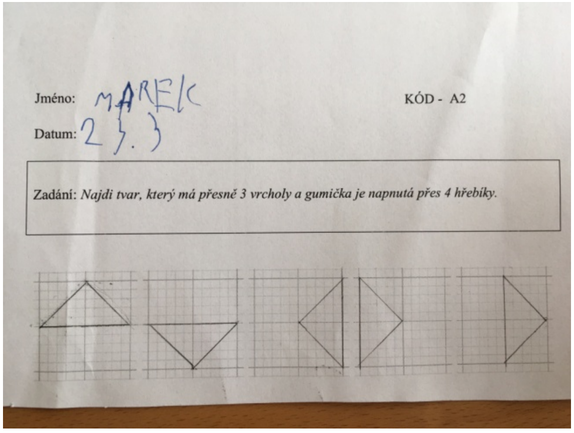


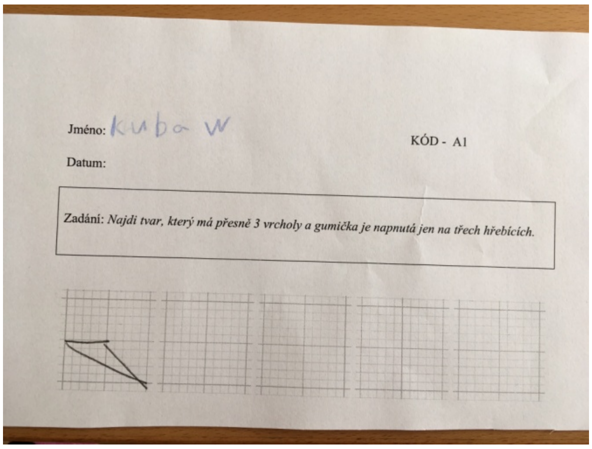


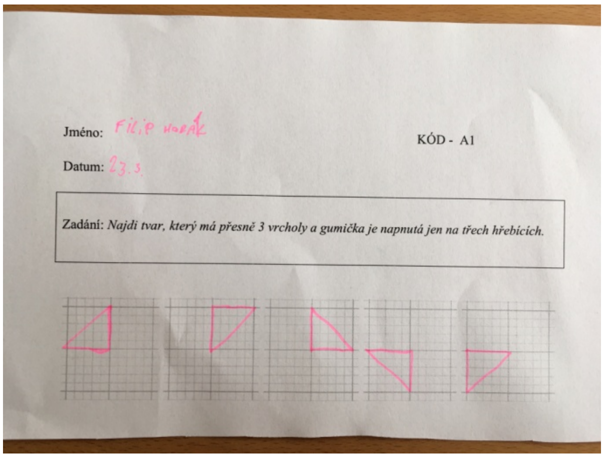
Josef našel požadovaný tvar, což znamená, že zadání nebylo formulováno chybně, ale mohlo působit na jednotlivé žáky rozdílně. Proto jsem níže, v části chybná zadání, instrukce přeformulovala.

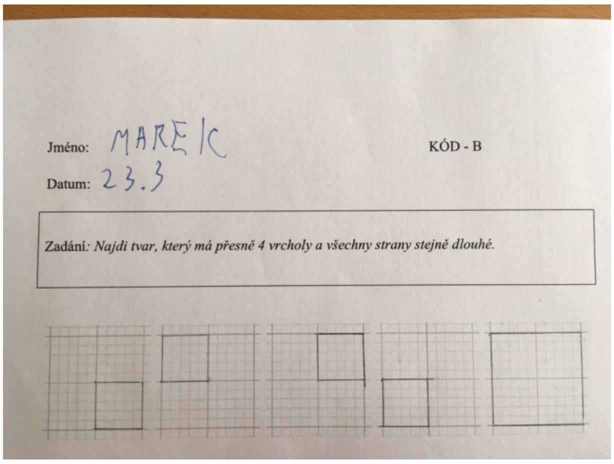
2. Částečné a správné řešení



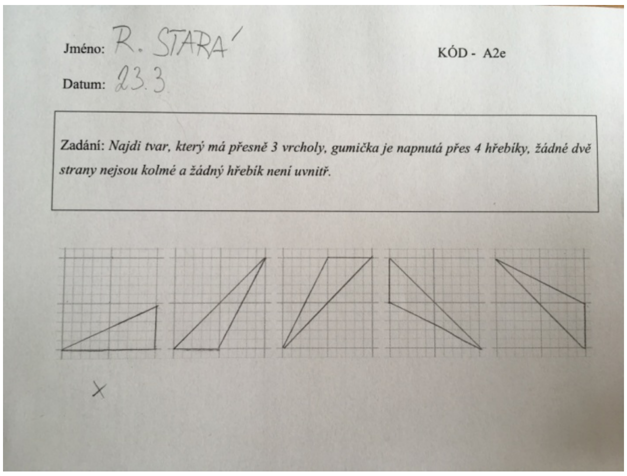


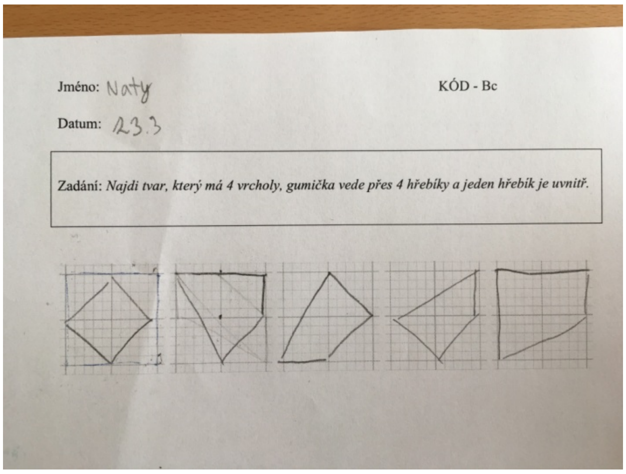






3. Částečné a částečně správné řešení

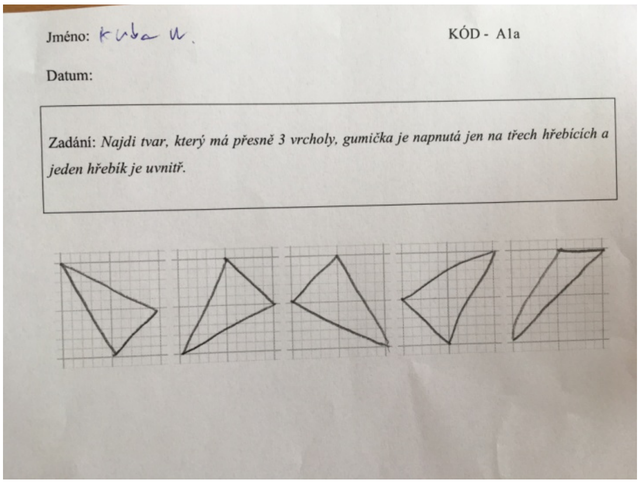




Jméno: Naty KÓD - Bc

Datum: 23.3

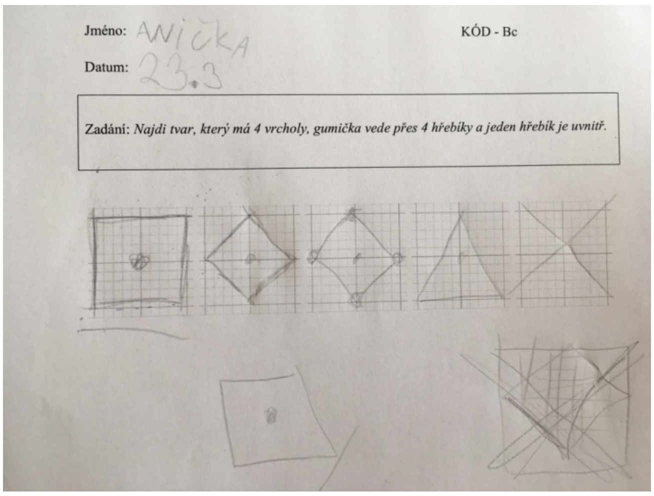
Zadání: *Najdi tvar, který má 4 vrcholy, gumička vede přes 4 hřebíky a jeden hřebík je uvnitř.*



Jméno: Kuba u. KÓD - A1a

Datum:

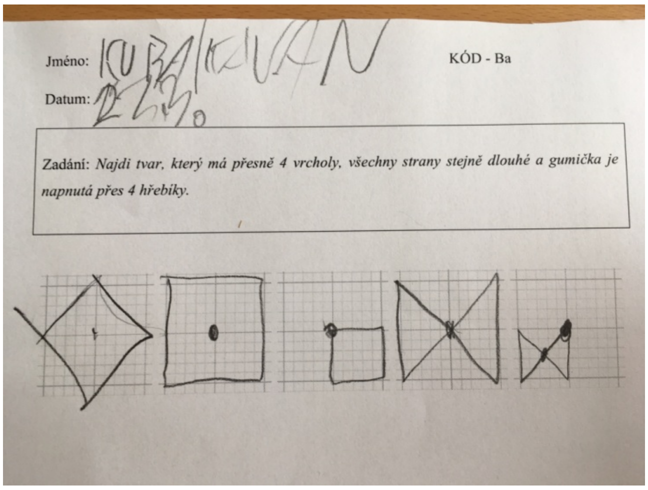
Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá jen na třech hřebících a jeden hřebík je uvnitř.*

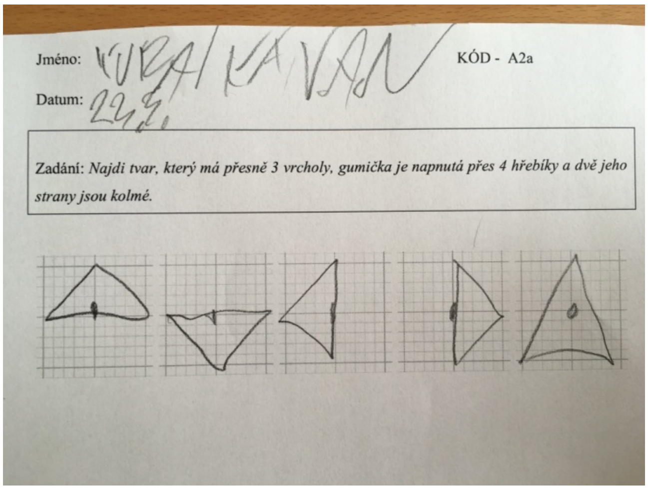


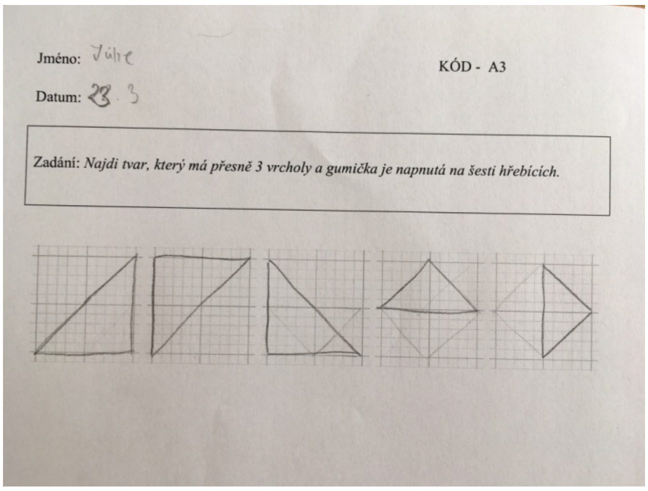
Jméno: ANIČKA KÓD - Bc

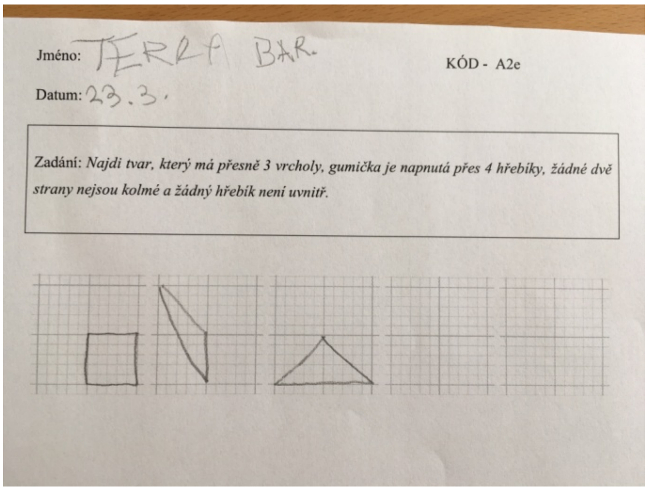
Datum: 23.3

Zadání: *Najdi tvar, který má 4 vrcholy, gumička vede přes 4 hřebíky a jeden hřebík je uvnitř.*


Jméno: KUBA KAVAN
KÓD - Ba
Datum: 22.3.
Zadání: Najdi tvar, který má přesně 4 vrcholy, všechny strany stejně dlouhé a gumička je napnutá přes 4 hřebíky.


Jméno: KUBA KAVAN
KÓD - A2a
Datum: 22.3.
Zadání: Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě jeho strany jsou kolmé.


Jméno: Julie
KÓD - A3
Datum: 23.3
Zadání: Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy a gumička je napnutá na šesti hřebících.



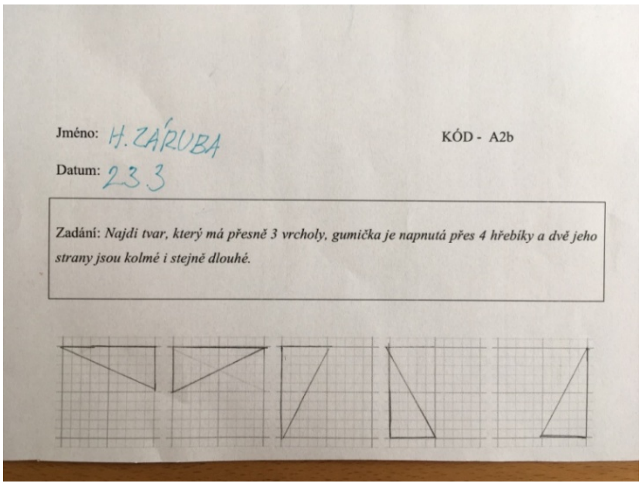
Jméno: TERRA BAR.

KÓD - A2e

Datum: 23.3.

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky, žádné dvě strany nejsou kolmé a žádný hřebík není uvnitř.*

4. Chybné řešení

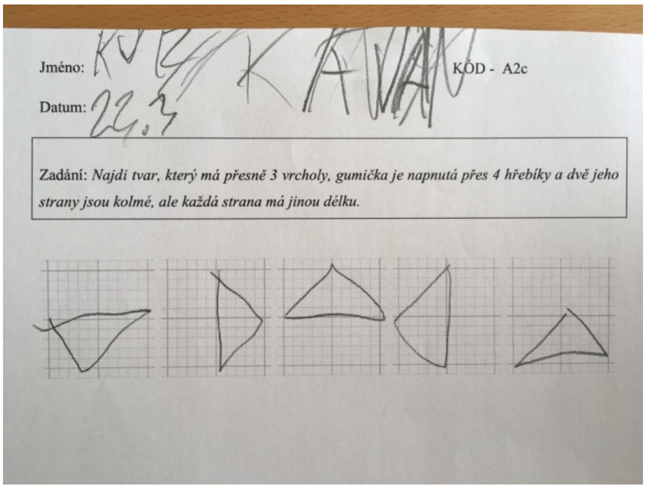


Jméno: H. ZÁRUBA

KÓD - A2b

Datum: 23 3

Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě jeho strany jsou kolmé i stejně dlouhé.*



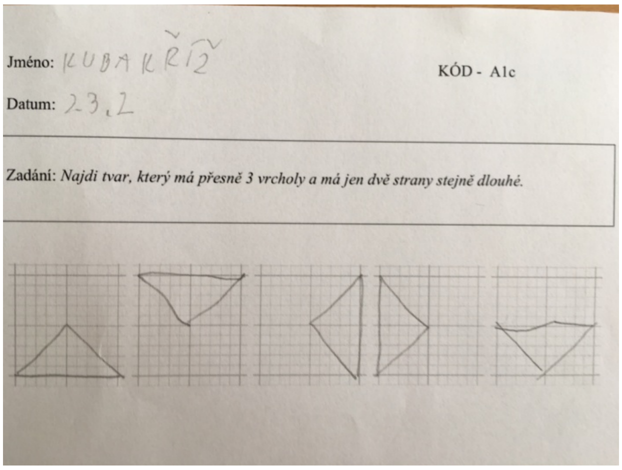
Jméno:

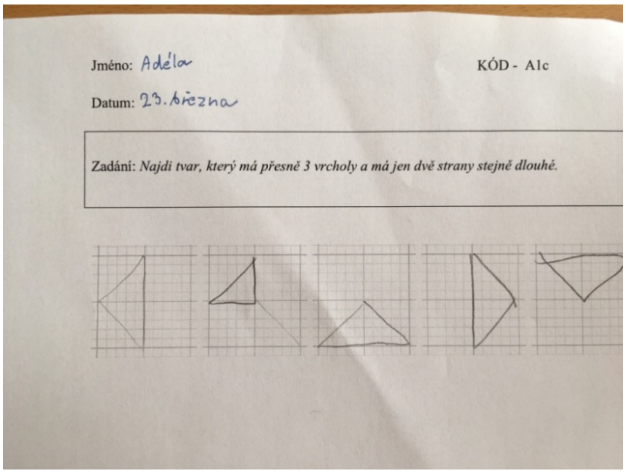
KÓD - A2c

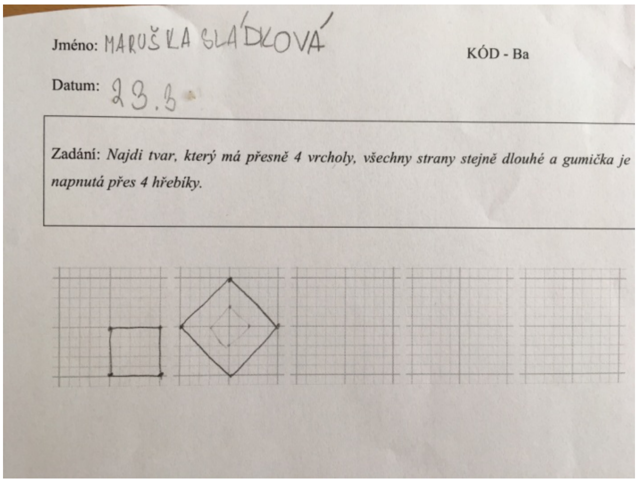
Datum: 22.3

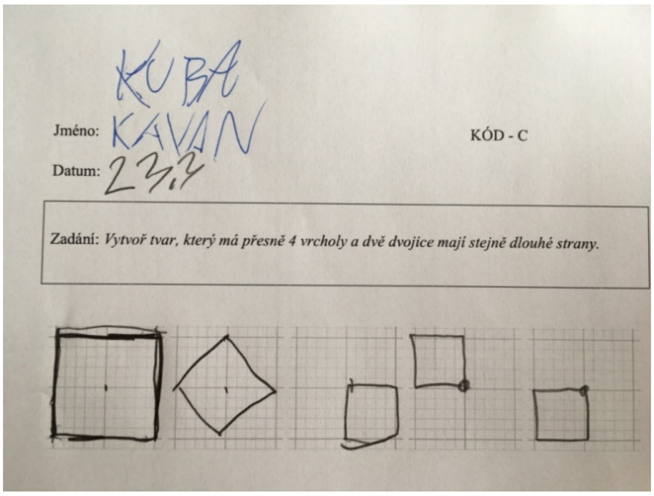
Zadání: *Najdi tvar, který má přesně 3 vrcholy, gumička je napnutá přes 4 hřebíky a dvě jeho strany jsou kolmé, ale každá strana má jinou délku.*

5. Chybně zadané úlohy









Shrnutí testování šablon

Na základě výsledků úloh shledávám, že pro 2. třídu jsou úlohy s pojmem kolmost značně obtížné, proto by měly patřit minimálně do 3. třídy. Dalším problémem je, že žáci nerozlišují, zda je tvar shodný s již nalezeným, či odlišný. Předpokládám, že je to částečně dané tím, že v nedávné době řešili shodnost tvarů, nicméně by v zadání mělo být zmíněno, že mají dbát na to, aby nezakreslili vícero shodných tvarů. Nicméně by měla být přidána podmínka, která omezuje zaznamenávání tvarů pouze na odlišné tvary. Pokud žáci zaznamenávají shodné tvary, jednak nebudou mít dostatek místa na zapsání nalezených tvarů a následně by trávili mnoho času na hledání různých pozičních variant shodných tvarů.

Pokud nebudu hodnotit obtížnost úloh, které byly chybně a mylně formulované, žákům dělaly nejvíce problémy úlohy A2b a A2c. Jedná se o úlohy, které po žákovi chtějí, aby nalezl trojúhelník, který má dvě strany kolmé. A2c má být gumička napnutá přes 4 body a kolmé strany mají být různě dlouhé. A2b má být gumička napnutá přes 3 hřebíky a kolmé strany jsou stejně dlouhé. Je evidentní, že žákům dělá problém relace kolmost, což mi ale nepřijde důvod k vyřazení daných úloh z navrhované sady. Naopak je důležité, aby tyto úlohy byly zařazeny a žákům předkládány ve vhodné době.

4 Závěr

Tato diplomová práce byla zaměřena na využití pomůcky geoboard v hodinách matematiky. Pomůcku jsem podrobně popsala, uvedla jsem příklady jejího možného využití ve výuce i v případech, že se pracuje s jinými řadami učebnic matematiky než z Nakladatelství Fraus. Vytvořila jsem a formulovala šablony aplikovatelné na pomůcku geoboard, jež je poměrně často využívaná na prvních stupních základních škol. Podrobně jsem popsala procesy probíhající ve vědomí žáka při objevování nových informací. U úvodu jsem si stanovila pět cílů.

Prvním cílem bylo formulování didakticky správných úloh, které měly žákům umožnit nalézt všechny možné mnohoúhelníky, jež jsou na geoboardu vytvořitelné. Tento cíl se v průběhu času ukázal jako zbytečně široký. Při tvorbě šablon, jsem usoudila, že vlastnosti trojúhelníků a čtyřúhelníků jsou natolik obšírné, že pokryjí pole působnosti i dalších mnohoúhelníků a jsou pro žáky přiměřeně problematické. V kapitole 3.3 jsem provedla výčet všech mnohoúhelníků, které je na geoboardu možno vytvořit. Didakticky správnou formulaci jsem ověřila na žácích druhého, třetího i čtvrtého ročníku a úlohy chybně formulované jsem přeformulovala do správné a srozumitelné podoby.

Druhým cílem bylo prostudovat alespoň dvě (tři) úplné řady učebnic pro první stupeň a nalézt všechny úlohy, které vybízejí k použití geoboardu ve výuce, provést úplné a vyčerpávající řešení daných úloh s didaktickým komentářem. V kapitole 2.2 jsem prostudovala tři úplné řady učebnic a vybrala jsem úlohy vybízející k práci s geoboardem. Úlohy z učebnic od Nakladatelství Fraus jsem rozdělila do skupin dle zaměření úlohy. Didaktickým komentářem jsem doplnila všechny úlohy z nakladatelství SNP a ALTER.

Třetím cílem bylo navrhnout vhodný didaktický postup při práci s pomůckou bez ohledu na používanou řadu učebnic. Tento cíl jsem zrealizovala v kapitole 3.1, kde jsou uvedené protokoly hodin, ve kterých probíhaly jednotlivé fáze postupu zavádění práce s pomůckou geoboard.

Čtvrtým cílem bylo upozornit na didaktický potenciál a didaktické nástrahy při používání pomůcky. Toto upozornění je rozpracované v kapitole 3. 2, kde se podrobně věnuji výhodám i nevýhodám, které mohou plynout z práce s geoboardem.

Pátý a poslední cíl byl vytvoření materiálu pro rozšiřující studium se zaměřením na využití geoboardu v rovinné geometrii. Tento materiál spočívá právě ve výčtu všech mnohoúhelníků, které se dají na geoboardu vytvořit – kapitola 3.6 a 3.7. Jako materiál pro studium může současně posloužit i popis geoboardu v kapitole 3.3.1.

Věřím totiž, že vypracování této diplomové práce nebylo přínosem jen mně, ale poslouží i žákům na prvním stupni, kteří budou mít k dispozici srozumitelné šablony na geoboard. Profitovat z této práce budou moci i učitelé, jelikož jim bude k dispozici již vytvořený materiál pro žáky, který bude obsahovat i správné řešení. Jako další pozitivum vnímám, že tato práce může být využita jako materiál pro výuku studentů oboru Učitelství pro 1. stupeň. Tématem Geoboard se zabývá jen jeden seminář v jednom semestru a pokud tuto hodinu studenti zameškají, je složité získat informace o geoboardu, jelikož o něm není vydaná žádná publikace. Všechny výše zmíněné body jsou pro mě zásadní a především v nich vidím smysluplnost své diplomové práce.

5 Zdroje

BLAŽKOVÁ, R., MATOUŠKOVÁ, K., VAŇUROVÁ, M. *Matematika pro 4. ročník základních škol*. 1. vyd. Všeň: Alter, 2009, 157 s. ISBN 978-80-7245-145-6

BLAŽKOVÁ, R., MATOUŠKOVÁ, K., VAŇUROVÁ, M., STAUDKOVÁ, H. *Matematika pro 3. ročník základních škol*. 2. vyd. Všeň: Alter, 2009, 159 s. ISBN 978- 80-7245-206-4

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 1. ročník základní školy*. 2. vydání. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2016. ISBN 978-80-7235-528-0.

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 1. ročník základní školy*. 2. vydání. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2016. ISBN 978-80-7235-581-5.

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 2. ročník základní školy*. 2. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2013. ISBN 978-80-7235-530-3.

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 2. ročník základní školy*. 2. vyd. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2013. ISBN 978-80-7235-527-3.

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 3. ročník základní školy*. 2. vydání. Ilustroval Antonín ŠPLÍCHAL. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 2014-. ISBN 978-80-7235-564-8.

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 3. ročník základní školy*. 2. vydání. Ilustroval Antonín ŠPLÍCHAL. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 2014-. ISBN 978-80-7235-536-5.

ČÍŽKOVÁ, Miroslava. *Matematika pro 3. ročník základní školy*. 2. vydání. Ilustroval Antonín ŠPLÍCHAL. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 2014-. ISBN 978-80-7235-537-2.

EIBLOVÁ, Ladislava, Jan MELICHAR a Miroslava ŠESTÁKOVÁ. *Matematika pro 4. ročník základní školy*. 2. vydání. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 2016-. ISBN 978-80-7235-573-0.

EIBLOVÁ, Ladislava, Jan MELICHAR a Miroslava ŠESTÁKOVÁ. *Matematika pro 4. ročník základní školy*. 2. vydání. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 2016-. ISBN 978-80-7235-599-0.

EIBLOVÁ, Ladislava, Jan MELICHAR, Miroslava ŠESTÁKOVÁ a Marie AUSBERGEROVÁ. *Matematika pro 4. ročník základní školy*. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2010. ISBN 978-80-7235-435-1.

EICHLEROVÁ, M., STAUDKOVÁ, H., VLČEK, O. *Matematika: příprava na násobení a dělení 5, 6, 7, 8, 9, 10*. Vyd. 9. Všeň: Alter, 2011, 32 s. ISBN 978-80-7245- 224-8 (sešit č. 7)

EICHLEROVÁ, M., STAUDKOVÁ, H., VLČEK, O. *Matematika: sčítání a odčítání dvojciferných čísel do 100, násobení a dělení 2, 3, 4*. Vyd. 10. Všeň: Alter, 2011, 32 s. ISBN 978-80-7245-260-6 (sešit č. 6)

FISHER, Robert. *Učíme děti myslet a učit se: praktický průvodce strategiemi vyučování*. Vyd. 3. Přeložil Karel BALCAR. Praha: Portál, 2011. Pedagogická praxe (Portál). ISBN 978-80-262-0043-7.

HEJNÝ, M. *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika 1.stupně.* Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta, 2014. 230 s. ISBN978-80-7290-776-2

HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ D., BOMEROVÁ, E. *Matematika: pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-943-8. (metodická příručka pro učitele)

HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ D., BOMEROVÁ, E. *Matematika: pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-941-4. (pracovní sešit 1)

HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ D., BOMEROVÁ, E. *Matematika: pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-942-1. (pracovní sešit 2) Nakladatelství ALTER

HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ D., BOMEROVÁ, E. *Matematika: učebnice pro 4. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2010. ISBN 978-80-7238-940-7. (učebnice)

HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ, J. *Matematika pro 2. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2008. 978-80-7238-771-7.(metodická příručka pro učitele)

HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ, J. *Matematika pro 2. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 9788072387687, K044.(pracovní učebnice 1. díl)

HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ, J. *Matematika pro 2. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-768-7.(pracovní učebnice 2. díl)

HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ, J. *Matematika pro 2. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2008. ISBN 978-80-7238-982-7.(pracovní učebnice 3. díl)

HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ, J., MICHNOVÁ, J. *Matematika: učebnice pro 3. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-807-2388-240. (učebnice)

HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ, J., MICHNOVÁ, J. *Matematika: učebnice pro 3. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-80-7238-827-1. (metodická příručka pro učitele)

HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ, J., MICHNOVÁ, J. *Matematika: pro 3. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN 978-807-2388-264. (pracovní sešit 2)

HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ D., SLEZÁKOVÁ-KRATOCHVÍLOVÁ, J., MICHNOVÁ,J. *Matematika: učebnice pro 3. ročník základní školy*. 1. vyd. Plzeň: Fraus, 2009. ISBN978-80-7238-825-7. (pracovní sešit 1)

HEJNÝ, M., JIROTKOVÁ, D. *Čtverečkovaný papír jako MOST mezi geometrií a aritmetikou*. Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta, 1999. 78 s. ISBN978-80-8603-992-3

HEJNÝ, M., KUŘINA, F. *Dítě, škola a matematika*. 2. vyd. Praha: Portál, 2009. 240 s. ISBN 978-80-7367-397-0

HELUS, Zdeněk. *Dítě v osobnostním pojetí: obrat k dítěti jako výzva a úkol pro učitele i rodiče*. Praha: Portál, 2004. Pedagogická praxe. ISBN 80-7178-888-0.

JAROLÍMEK, V. Geometrie pro nižší třídy škol reálných. Praha 1905

JIROTKOVÁ, D. *Cesty ke zkvalitnění výuky geometrie*. 1. vyd. Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta, 2010. 330 s. ISBN 978-80-7290-399-3

JUSTOVÁ, J. *Matematika pro 5. ročník základních škol*. 1. vyd. Všeň: Alter, 2008, 158 s. ISBN 978-80-7245-154-8

KRAEMER, Emil. *Analytická geometrie lineárních útvarů*. 2. vyd. Praha: Československá akademie věd, 1956.

KVASZ, Ladislav. Princípy genetického konštruktivizmu. *Orbis scholae*. Praha: Pedagogická fakulta UK, 2016, **10**(2), 15-45. ISSN 1802-4637.

LANDOVÁ, V., STAUDKOVÁ, H., TŮMOVÁ, V. *Matematika: numerace do 100, sčítání a odčítání bez přechodu desítky.* Vyd. 10. Všeň: Alter, 2011, 32 s. ISBN 978-80-7245-257-6 (sešit č. 5)

LANDOVÁ, V., STAUDKOVÁ, H., TŮMOVÁ, V. *Matematika: numerace do 20, sčítání a odčítání bez přechodu desítky.* Vyd. 11. Všeň: Alter, 2011, 32 s. ISBN 978-80- 7245-222-4 (sešit č. 3)

LANDOVÁ, V., STAUDKOVÁ, H., TŮMOVÁ, V. *Matematika: numerace, sčítání a odčítání do 6.* Vyd. 11. Všeň: Alter, 2010, 32 s. ISBN 978-80-7245-115-9 (sešit č. 1)

LANDOVÁ, V., STAUDKOVÁ, H., TŮMOVÁ, V. *Matematika: numerace, sčítání a odčítání do 10.* Vyd. 11. Všeň: Alter, 2011, 32 s. ISBN 978-80-7245-254-5 (sešit č. 2)

LANDOVÁ, V., STAUDKOVÁ, H., TŮMOVÁ, V. *Matematika: sčítání a odčítání do 20 s přechodem desítky.* Vyd. 11. Všeň: Alter, 2011, 32 s. ISBN 978-80-7245-225-5 (sešit č. 4/A)

LANDOVÁ, V., STAUDKOVÁ, H., TŮMOVÁ, V. *Matematika: sčítání a odčítání do 20 s přechodem desítky.* Vyd. 2. Všeň: Alter, 2011, 32 s. ISBN 978-80-7245-207-1 (sešit č. 4/B)

SKALKOVÁ, Jarmila. Základy pedagogiky. In: *Pedagogika: časopis pro pedagogickou teorii a praxi*. Praha: Státní nakladatelství učebnic 1951-, 2008, 2008, **58**(1), s. 83-84. ISSN 0031-3815.

Učebnice Nakladatelství Fraus

Universum: [encyklopedie pro 21. století]. V Praze: Knižní klub, 2006. ISBN 80-242-1755-4.

VACKOVÁ, Ivana, Ludmila FAJFRLÍKOVÁ a Zdeňka UZLOVÁ. *Matematika pro 5. ročník základní školy*. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, 2011. ISBN 978-80-7235-472-6.

VACKOVÁ, Ivana, Ludmila FAJFRLÍKOVÁ a Zdeňka UZLOVÁ. *Matematika pro 5. ročník základní školy*. 2., rozšířené vydání. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 2016-. ISBN 978-80-7235-578-5.

VACKOVÁ, Ivana, Ludmila FAJFRLÍKOVÁ a Zdeňka UZLOVÁ. *Matematika pro 5. ročník základní školy*. 2., rozšířené vydání. Praha: SPN - pedagogické nakladatelství, akciová společnost, 2016-. ISBN 978-80-7235-575-4.

6 Přílohy

Příloha 1 – Matematika a její aplikace (RVP ZV)

Výtah vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace z RVP ZV pro 1. stupeň – oblast Geometrie

Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru

1. stupeň

GEOMETRIE V ROVINĚ A V PROSTORU

Očekávané výstupy – 1. období

žák

- M-3-3-01*rozezná, pojmenuje, vymodeluje a popíše základní rovinné útvary a jednoduchá*

  tělesa; nachází v realitě jejich reprezentaci
- M-3-3-02*porovnává velikost útvarů, měří a odhaduje délku úsečky*
- M-3-3-03*rozezná a modeluje jednoduché souměrné útvary v rovině*

Očekávané výstupy – 2. období

žák

- M-5-3-01*narýsuje a znázorní základní rovinné útvary (čtverec, obdélník, trojúhelník*

  a kružnici); užívá jednoduché konstrukce
- M-5-3-02*sčítá a odčítá graficky úsečky; určí délku lomené čáry, obvod mnohoúhelníku*

  sečtením délek jeho stran
- M-5-3-03 *sestrojí rovnoběžky a kolmice*
- M-5-3-04*určí obsah obrazce pomocí čtvercové sítě a užívá základní jednotky obsahu*
- M-5-3-05*rozpozná a znázorní ve čtvercové síti jednoduché osově souměrné útvary a určí osusouměrnosti útvaru překládáním papíru*

Učivo

- **základní útvary v rovině** – lomená čára, přímka, polopřímka, úsečka, čtverec, kružnice,

  obdélník, trojúhelník, kruh, čtyřúhelník, mnohoúhelník

- **základní útvary v prostoru** – kvádr, krychle, jehlan, koule, kužel, válec
- délka úsečky; jednotky délky a jejich převody
- obvod a obsah obrazce
- vzájemná poloha dvou přímek v rovině
- osově souměrné útvary

(http://www.msmt.cz/vzdelavani/zakladni-vzdelavani/upraveny-ramcovy-vzdelavaciprogram-pro-zakladni-vzdelavani)