



**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA**
Univerzita Karlova

DISERTAČNÍ PRÁCE

Antonín Bučánek

**Diagnostika kovariancí chyb
předběžného pole ve spojeném systému
globální a regionální asimilace dat**

Katedra fyziky atmosféry

Vedoucí disertační práce: RNDr. Radmila Brožková, CSc.

Studijní program: Fyzika

Studijní obor: Meteorologie a klimatologie

Praha 2018

Prohlašuji, že jsem tuto disertační práci vypracoval(a) samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne 22. 5. 2018

Podpis autora

Děkuji vedoucí mé disertační práce, RNDr. Radmile Brožkové, CSc., za možnost vypracování disertační práce v prostředí Českého hydrometeorologického ústavu, za odbornou pomoc, podněty a připomínky, které mi pomohly zlepšit kvalitu disertační práce. Jsem vděčný Mgr. Aleně Trojákové za ochotu a pomoc při řešení různých technických problémů a za inspirativní diskuze o problematice asimilace dat. Děkuji Mgr. Patriku Benáčkovi za vývoj verifikačních nástrojů a možnost jejich použití. Dále děkuji rodině a přátelům, kteří mě během práce podporovali.

Název práce: Diagnostika kovariancí chyb předběžného pole ve spojeném systému globální a regionální asimilace dat

Autor: Antonín Bučánek

Katedra: Katedra fyziky atmosféry

Vedoucí disertační práce: RNDr. Radmila Brožková, CSc., Český hydrometeorologický ústav

Abstrakt: Tato práce se zabývá tvorbou počátečních podmínek pro numerickou předpověď počasí v modelech na omezené oblasti ve vysokém rozlišení. Soustředí se na problematiku zachování velkoměřítkové části analýzy globálního řídicího modelu, kterou nelze v modelech na omezené oblasti určit v dostatečné kvalitě. Za tímto účelem je využito tzv. BlendVar schéma. To se skládá z aplikace metody Digital Filter (DF) Blending, která zabezpečuje přenos velkoměřítkové části analýzy řídicího modelu do modelu na omezené oblasti, a z třídímní variační metody (3D-Var) ve vysokém rozlišení. Práce se zaměřuje na vhodnou specifikaci chyb předběžného odhadu počátečních podmínek, která je jednou z klíčových komponent metody 3D-Var. Jsou vyšetřeny různé přístupy k modelování chyb předběžného odhadu, včetně možnosti zohlednění vývoje chyb v závislosti na aktuální meteorologické situaci. Přístupy jsou hodnoceny i z hlediska možnosti praktické implementace. Studie vývoje chyb v průběhu asimilačních cyklů metod DF Blending a BlendVar vede k novému návrhu tvorby kovarianční matice chyb předběžného odhadu, která je vhodná pro asimilační schéma BlendVar. Použití nové kovarianční matice chyb přináší žádanou vlastnost posunu impaktu metody 3D-Var směrem k menším měřítkům.

Klíčová slova: asimilace dat, BlendVar, kovariance chyb předběžného odhadu

Title: Diagnostics of background error covariances in a connected global and regional data assimilation system.

Author: Antonín Bučánek

Department: Department of Atmospheric Physics

Supervisor: RNDr. Radmila Brožková, CSc., Czech Hydrometeorological Institute

Abstract: The thesis deals with the preparation of initial conditions for numerical weather prediction in high resolution limited area models. It focuses on the problem of preserving the large-scale part of the global driving model analysis, which can not be determined in sufficient quality in limited-area models. For this purpose, the so-called BlendVar scheme is used. The scheme consists of the application of the Digital Filter (DF) Blending method, which assures the transmission of a large-scale part of the analysis of the driving model to the limited area model, and of the three-dimensional variational method (3D-Var) at high resolution. The thesis focuses on the appropriate background error specification, which is one of the key components of 3D-Var. Different approaches to modeling of background errors are examined, including the possibility of taking into account the flow-dependent character of background errors. Approaches are also evaluated from the point of view of practical implementation. Study of evolution of background errors during DF Blending and BlendVar assimilation cycles leads to a new proposal for the preparation of a background error covariance matrix suitable for the BlendVar assimilation scheme. The use of the new background error covariance matrix gives the required property of shifting the 3D-Var impact towards smaller scales.

Keywords: data assimilation, BlendVar, background error covariances

Obsah

Úvod	3
1 Variační asimilační metody	5
1.1 Metoda 3D-Var	8
1.2 Metoda 4D-Var	10
2 Tvorba kovariančních matic	12
2.1 Specifikace chyb pozorování	12
2.2 Specifikace chyb předběžného odhadu	13
2.2.1 Hollingsworthova a Lönnbergova metoda	14
2.2.2 NMC a lagged NMC metoda	15
2.2.3 Ansámblová metoda	16
3 Model ALADIN a implementace metody 3D-Var	21
3.1 Implementace kovarianční matice chyb	23
3.1.1 Křížové kovariance	23
3.1.2 Autokovariance horizontální	24
3.1.3 Autokovariance vertikální	25
3.1.4 Tvorba kovarianční matice chyb předběžného odhadu	25
3.2 Použitá pozorování	26
4 Asimilační schéma BlendVar	27
4.1 Metoda DF Blending	27
4.2 BlendVar v modelu ALADIN v ČHMÚ	29
5 Heterogenní variance závislé na meteorologických podmínkách	31
5.1 Testy s jedním pozorováním	32
5.2 Simulace operativního provozu	35
6 Vývoj variancí chyb v průběhu asimilačního cyklu	40
6.1 Variance v asimilačním cyklu obsahujícím pouze DF Blending	41
6.2 Variance v BlendVar asimilačním cyklu	43
7 Speciální kovarianční matice pro BlendVar schéma	48
7.1 Specifikace chyb předběžného odhadu pro 3D-Var	49
7.2 Specifikace chyb předběžného odhadu pro BlendVar	49
7.3 Porovnání specifikací chyb předběžného odhadu	50
7.3.1 Směrodatné odchylky a variance chyb	50
7.3.2 Autokorelace chyb	52
7.3.3 Křížové korelace chyb	55
7.3.4 Spin-up	56
7.4 Experimenty a jejich verifikace	59
7.4.1 Výsledky verifikace	60
7.5 Diskuze	65
Závěr	66

Seznam použité literatury	68
Seznam obrázků	76
Seznam použitých zkratk	77
Seznam použitých symbolů	78
Seznam publikací	80
Přílohy	81
1 Asimilační schéma BlendVar v ČHMÚ	82
2 Background error covariances for a BlendVar assimilation system .	89

Úvod

V numerické předpovědi počasí je snaha popsat co nejlépe chování atmosféry, popřípadě systému povrchu Země a atmosféry pomocí matematických vztahů. Avšak ani nejlepší matematický model nemůže dobře předpovídat počasí bez znalosti aktuálního stavu atmosféry. Právě analýzou stavu atmosféry či tvorbou počátečních podmínek pro integraci numerické předpovědi počasí se zabývá obor asimilace dat. Klíčovou komponentou jsou pozorování atmosféry pomocí dostupných čidel a přístrojů, protože pouze pozorování umožňují získat aktuální fyzikální stav atmosféry a vytvořit jeho matematický popis.

Tato práce se soustředí na tvorbu počátečních podmínek v kontextu modelů na omezené oblasti (v dalším textu bude použita zavedená anglická zkratka LAM = Limited Area Model) s vysokým rozlišením. Zde je nejjednodušším přístupem tzv. dynamická adaptace, kdy jsou počáteční podmínky tvořeny analýzou globálního řídicího modelu interpolovanou na rozlišení modelu na omezené oblasti. Vyšší formou přípravy počátečních podmínek je aplikace nějaké metody asimilace dat, čehož využívá řada současných modelů LAM. Zároveň se rozvíjejí i metody kombinující analýzy řídicího (globálního) modelu a LAM modelu s ohledem na měřítko, která popisují. V tomto kontextu budeme navazovat na pseudoasimilační metodu Digital Filter (DF) Blending (Brožková *et al.*, 2001). Její hlavní myšlenkou je kombinace analýzy globálního modelu a předběžného odhadu modelu na omezené oblasti ve spektrálním prostoru na základě měřítek, která jednotlivé modely dobře reprezentují. Metodu DF Blending rozšíříme o přímou asimilaci dat tří dimenzionální variační metodou (3D-Var), která bude aplikována po provedení DF Blendingu ve formě tzv. BlendVar schématu (Bučánek *et al.*, 2015). V práci se zaměříme na vhodné nastavení metody 3D-Var pro schéma BlendVar a soustředíme se zejména na specifikaci chyb předběžného odhadu, pomocí které se informace z pozorování filtruje a propaguje do jeho okolí (Berre a Desroziers, 2010). Prozkoumáme i možnost upravovat ve 3D-Var specifikaci chyb předběžného odhadu v závislosti na aktuální meteorologické situaci. Struktura práce je následující.

V kapitole 1 stručně popíšeme algoritmus variačních asimilačních metod, včetně jejich účelových funkcí a přístupu k jejich řešení. V kapitole 2 se zaměříme na hlavní komponenty variančních metod, tedy na specifikaci chyb předběžných odhadů i chyb pozorování. Shrneme přístup k modelování kovarianční matice chyb pozorování a ukážeme tři přístupy k modelování kovarianční matice chyb předběžného odhadu. V kapitole 3 vysvětlíme specifika metody 3D-Var v kontextu numerického předpovědního modelu na omezené oblasti ALADIN¹ (Termonia *et al.*, 2018), který bude použit v průběhu celé práce. V kapitole 4 blíže představíme asimilační schéma BlendVar.

Těžiště práce dále spočívá ve zdokonalení kovarianční matice chyb předběžného odhadu. Nejprve prozkoumáme přístup k potlačení homogenního a izotropního charakteru chyb předběžných odhadů a zároveň připustíme změnu chyb v závislosti na meteorologické situaci, viz kapitola 5. V kapitole 6 provedeme studii vývoje chyb jednotlivých kroků v průběhu asimilačních cyklů metod DF Blending a BlendVar. V kapitole 7 na základě závěrů získaných z kapitoly 6 vytvoříme

¹ALADIN je akronym: Aire Limitée Adaptation Dynamique Développement International

speciální kovarianční matici chyb předběžných odhadů vhodnou pro asimilační schéma BlendVar. Inovace v kapitole 7 je též popsána v příložené publikaci Bučánek a Brožková (2017).

K této práci jsou přiloženy dva recenzované články:

1. BUČÁNEK, A., BROŽKOVÁ, R. a TROJÁKOVÁ, A. (2015). Asimilační schéma BlendVar v ČHMÚ. *Meteorol. Zprávy*, **68**(6), 180–185. ISSN 0026-1173.
2. BUČÁNEK, A. a BROŽKOVÁ, R. (2017). Background error covariances for a BlendVar assimilation system. *Tellus A Dyn. Meteorol. Oceanogr.*, **69**(1), 1355718. ISSN 1600-0870. 10.1080/16000870.2017.1355718. URL <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/16000870.2017.1355718>.

1. Variační asimilační metody

Cílem asimilačních metod v numerické předpovědi počasí (v dalším textu bude použita zavedená anglická zkratka NWP = Numerical Weather Prediction) je nalézt nejlepší možný odhad skutečného stavu atmosféry reprezentovaný numerickým modelem. Výsledkem aplikace asimilačních algoritmů je analýza, která se buď přímo, nebo po provedení tzv. inicializace použije jako počáteční podmínka při následné předpovědi numerického modelu. Při tvorbě analýzy je výhodné použít co nejvíce dostupných informací. Těmi jsou meteorologická pozorování, která jsou ovšem rozmístěna relativně řídko v prostoru a čase, a předběžný odhad stavu atmosféry obvykle reprezentovaný krátkodobou předpovědí NWP modelu. Pro optimální kombinaci těchto, řekněme dvou vstupů, je nutné vzít do úvahy statistické vlastnosti jejich chyb (Kalnay, 2003).

Pro objasnění problematiky uvedeme klasický příklad hledání nejlepšího odhadu skalární veličiny (Kalnay, 2003), například skutečné teploty T_* , pomocí dvou nezávislých pozorování T_1, T_2 :

$$\begin{aligned} T_1 &= T_* + e_1, \\ T_2 &= T_* + e_2, \end{aligned} \tag{1.1}$$

kde e_1, e_2 jsou chyby měření, které neznáme. Předpokládáme ovšem, že měření nemají systematické chyby, proto $E(T_1 - T_*) = E(T_2 - T_*) = 0$, nebo alternativně:

$$E(e_1) = E(e_2) = 0, \tag{1.2}$$

kde $E()$ značí střední hodnotu. Dále předpokládáme, že známe statistiku chyb, tedy alespoň jejich varianci:

$$E(e_1^2) = \sigma_1^2, \quad E(e_2^2) = \sigma_2^2, \tag{1.3}$$

a navíc předpokládáme, že chyby e_1 a e_2 nejsou vzájemně korelované. Skutečnou teplotu T_* odhadneme pomocí lineární kombinace měření T_1 a T_2 , protože reprezentují veškeré známé informace o skutečnosti.

$$T_a = a_1 T_1 + a_2 T_2 \tag{1.4}$$

Analýza T_a by také neměla být vychýlená, $E(T_a) = E(T_*)$, a proto se suma vah a_1 a a_2 musí rovnat jedné:

$$a_1 + a_2 = 1. \tag{1.5}$$

Hledáme analýzu, která má minimální střední kvadratickou odchylku od skutečnosti:

$$\begin{aligned} \sigma_a^2 &= E[(T_a - T_*)^2] = E[(a_1(T_1 - T_*) + a_2(T_2 - T_*))^2] \\ &= E[(a_1 e_1 + a_2 e_2)^2]. \end{aligned} \tag{1.6}$$

Rovnici (1.6) minimalizujeme podle a_1 za použití rovnice (1.5), potom váhy lineární kombinace (1.4) jsou:

$$a_1 = \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}, \quad a_2 = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}. \tag{1.7}$$

Z uvedeného vyplývá, že pro získání analýzy s minimální chybou je nutné použít váhy úměrné přesnosti měření, kterou definujeme jako inverzi variance chyby. Navíc, použitím vah z (1.7) v rovnici (1.6) zjistíme, že přesnost analýzy se rovná součtu přesností jednotlivých měření:

$$\frac{1}{\sigma_a^2} = \frac{1}{\sigma_1^2} + \frac{1}{\sigma_2^2}. \quad (1.8)$$

Nyní předpokládejme, že místo dvou měření teploty máme předběžný odhad získaný pomocí numerického předpovědního modelu a jednoho pozorování. Rovnici (1.4) upravíme na tvar (1.9). Poté teplotu T_1 nahradíme předběžným odhadem T_b a pozorování T_2 označíme T_o . S využitím vztahu (1.7) má rovnice analýzy tvar (1.10). Jedná se o nejjednodušší formu tzv. BLUE (Best Linear Unbiased Estimator) rovnice pro skalární případ.

$$T_a = T_1 + a_2 (T_2 - T_1), \quad (1.9)$$

$$T_a = T_b + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_b^2 + \sigma_o^2} (T_o - T_b), \quad (1.10)$$

Podívejme se na limitní případy, než přejdeme k zobecnění pro více pozorování a třídídimenzionální stav atmosféry. Pokud je chyba předběžného odhadu mnohonásobně větší než chyba pozorování ($\sigma_b \gg \sigma_o$), potom je výsledná teplota v analýze rovna teplotě pozorování. Jinými slovy, velikost korekce předběžného odhadu je tím větší, čím větší je jeho chyba. Naopak, pokud chyba pozorování bude mnohonásobně větší než chyba předběžného odhadu ($\sigma_b \ll \sigma_o$), potom je výsledná teplota analýzy rovna teplotě předběžného odhadu.

V reálném případě potřebujeme zobecnit rovnici (1.9) pro předběžný odhad \mathbf{x}_b a analýzu \mathbf{x}_a , jež jsou třídídimenzionální pole, která obsahují všechny asimilované veličiny ve všech uzlových bodech numerického modelu. Typická dimenze těchto polí je přes 10^7 prvků. Vektor pozorování \mathbf{y} může obsahovat i přes 10^5 prvků. Variance chyb je potřeba nahradit zobecněním, tedy kovariančními maticemi chyb předběžného odhadu \mathbf{B} a pozorování \mathbf{R} . Váhu a_2 v rovnici (1.9) nahradíme maticí vah \mathbf{K} a získáme třídídimenzionální verzi tzv. BLUE rovnice:

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \mathbf{K}(\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}_b), \quad (1.11)$$

kde \mathbf{H} je datový operátor převádějící předběžný odhad z prostoru modelu do prostoru pozorování. Pro jednoduchost je zatím zaveden pouze v linearizované podobě. Je nezbytný, protože interpoluje do míst pozorování a konvertuje modelové veličiny na měřené.

Kovarianční matice chyb má na diagonále variance a mimo diagonální elementy jsou kovariance mezi chybami v různých místech nebo mezi různými veličinami, například:

$$\mathbf{B} = \overline{(\mathbf{e}_b - \bar{\mathbf{e}}_b)(\mathbf{e}_b - \bar{\mathbf{e}}_b)^T}, \quad (1.12)$$

kde $\mathbf{e}_b = [e_1 \ e_2 \ e_3 \ \dots \ e_n]$ je vektor chyb předběžného odhadu ve všech uzlových bodech numerického modelu a pro všechny asimilované veličiny. Linie nad rovnicí (1.12) označuje střední hodnotu výrazu. V maticové reprezentaci je zápis

následující:

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \sigma_{b,1}^2 & \text{cov}(e_1, e_2) & \dots & \text{cov}(e_1, e_n) \\ \text{cov}(e_2, e_1) & \sigma_{b,2}^2 & \dots & \text{cov}(e_2, e_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(e_n, e_1) & \text{cov}(e_n, e_2) & \dots & \sigma_{b,n}^2 \end{pmatrix}. \quad (1.13)$$

Jedná se tedy o čtvercovou symetrickou matici. Obdobná rovnice (1.12) platí i pro kovarianční matice chyb pozorování \mathbf{R} a analýzy \mathbf{A} .

Pro optimální analýzu, která je nejbližší realitě ve smyslu střední kvadratické odchylky, je matice vah \mathbf{K} v rovnici (1.11) následující:

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}\mathbf{H}^T(\mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}. \quad (1.14)$$

Matice \mathbf{K} je odvozena za několika předpokladů, viz Bouttier a Courtier (2002). Předpokládá se, že:

1. změny datového operátoru v blízkosti předběžného odhadu jsou lineární, tedy $H(\mathbf{x}) - H(\mathbf{x}_b) = \mathbf{H}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_b)$,
2. kovarianční matice \mathbf{B} a \mathbf{R} jsou pozitivně definitní matice, což implikuje existenci inverzních matic \mathbf{B}^{-1} a \mathbf{R}^{-1} ,
3. chyby nejsou vychýlené, tudíž jejich střední hodnota je nula, $\overline{\mathbf{x}_b - \mathbf{x}_*} = \overline{\mathbf{e}_b} = \overline{\mathbf{y} - H(\mathbf{x}_*)} = \overline{\mathbf{e}_o} = 0$, připomeňme, že symbolem \mathbf{x}_* označujeme skutečnost v reprezentaci numerického modelu,
4. chyby nejsou vzájemně korelované, $\overline{(\mathbf{x}_b - \mathbf{x}_*)(\mathbf{y} - H(\mathbf{x}_*))^T} = \text{cov}(\mathbf{e}_b, \mathbf{e}_o) = 0$.

BLUE rovnice (1.11) je pouhý vážený průměr dvou vstupů, předběžného odhadu a pozorování. Přesto BLUE rovnici (1.11) můžeme považovat za základní rovnici velké části asimilačních metod, ať již se jedná o deriváty optimální interpolace (Gandin, 1966), nebo Kalmánova filtru (Kalman, 1960; Kalnay, 2003). Za uvedených předpokladů lze také ukázat ekvivalenci mezi BLUE rovnicí (1.11) a variačními asimilačními metodami, tedy konkrétně třídimenzionální variační metodou (3D-Var) viz Bouttier a Courtier (2002).

Variační asimilační metody využívají tzv. účelových funkcí k měření odchylky předběžného odhadu od odhadu analýzy a zároveň odchylky pozorování od odhadu analýzy. Analýzou se pak nazve takový stav, kdy účelová funkce nabývá svého minima (Kalnay, 2003). První zmínka o snaze použít variační přístup k asimilaci dat pochází z roku 1958, kdy Sasaki (1958) navrhl použití kvadratické účelové funkce. Větší rozvoj těchto metod nastává v osmdesátých letech minulého století. Rostoucí množství dostupných meteorologických pozorování, zejména družicových, vyvolalo potřebu vývoje asimilačních schémat, která si s tímto typem pozorování a jeho množstvím dokáží poradit (např. Courtier *et al.*, 1998). Optimální interpolace z důvodu zjednodušení kovariančního modelu z BLUE rovnice (1.11) a asimilaci pozorování po částech (Lorenc, 1981) přestala vyhovovat. Implementace Kalmánova filtru pro asimilaci atmosférických polí byla natolik obtížná a na výpočetní výkon náročná, že se vývoj soustředil právě na variační

asimilační metody (Blayo *et al.*, 2014, kapitola 3). V devadesátých letech minulého století byla sice myšlenka Kalmanova filtru revitalizována, kdy se pro zjednodušení propagace kovariančních matic využilo ansámblu, přesto se v praktické implementaci začínají v globálních NWP modelech implementovat variační asimilační metody. Například v Evropském centru pro střednědobou předpověď počasí (ECMWF) byla nejprve implementována metoda 3D-Var v roce 1996 (Courtier *et al.*, 1998; Rabier *et al.*, 1998). Posléze ji rozšířili na čtyřdimenzionální verzi (4D-Var) podle návrhu Courtier *et al.* (1994) s úpravami pro multiinkrementální techniku 4D-Var (Derber a Bouttier, 1999) a reformulací kovariančního modelu (Veersé a Thépaut, 1998). Výsledky operativní implementace 4D-Var se zjednodušeným tvarem parametrizací fyzikálních procesů lze nalézt v Rabier *et al.* (2000).

Výhodou variačních systémů je práce s celým stavem atmosféry (v modelu se stavovým vektorem \mathbf{x}) najednou a ne po částech jako v případě provozních implementací optimální interpolace. Práce s celým stavovým vektorem \mathbf{x} umožňuje využití informace o dynamice systému uložené ve statistické podobě v kovarianční matici \mathbf{B} . Navíc v případě 4D-Var je využita dynamika numerického modelu přímo pro implicitní propagaci kovariančního modelu v čase, v průběhu asimilačního okna. Dalším krokem ve vývoji variačních schémat je snaha o zohlednění časového a prostorového vývoje chyb předběžného odhadu pomocí asimilačních ansámblů (Isaksen *et al.*, 2010; Berre *et al.*, 2015; Buehner *et al.*, 2015). V současnosti jsou vyvíjeny hybridní systémy kombinující variační a ansámblové techniky asimilace dat, avšak převážně v kontextu globálních modelů. Bannister (2017) uvádí přehled těchto systémů. Hybridní systémy jsou vzhledem k použití asimilačních ansámblů značně výpočetně náročné nejen při provozní nasazením, ale i při jejich vývoji.

V následujících sekcích stručně vysvětlíme dvě nejběžnější verze variačních asimilačních metod — tří a čtyřdimenzionální variační metodu. Uvedeme jak obecný, tak v praxi častěji používaný inkrementální tvar.

1.1 Metoda 3D-Var

Třídimezionalní variační asimilační metoda (3D-Var) vytváří analýzu stavu atmosféry \mathbf{x}_a v numerickém modelu minimalizací účelové funkce. Tato účelová funkce měří odchylku stavového vektoru \mathbf{x} od předběžného odhadu \mathbf{x}_b a dostupných pozorování \mathbf{y} . Odchylka stavového vektoru \mathbf{x} je nepřímo úměrná velikosti a kovarianci chyb jednotlivých vstupů. Kvadratickou účelovou funkci lze vyjádřit pomocí dvou členů: J_b měřícího odchylku od předběžného odhadu a J_o měřícího odchylku od jednotlivých pozorování. Využijeme zápisu z Kalnay (2003):

$$\begin{aligned} J(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_b)^T \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_b) + \frac{1}{2}(\mathbf{y} - H(\mathbf{x}))^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{y} - H(\mathbf{x})) \\ &= J_b(\mathbf{x}) + J_o(\mathbf{x}). \end{aligned} \quad (1.15)$$

Analýza \mathbf{x}_a se poté rovná stavovému vektoru \mathbf{x} , který minimalizuje účelovou funkci a vyhovuje rovnici:

$$\nabla J(\mathbf{x}) = 0. \quad (1.16)$$

Při analytickém řešení rovnice (1.16) a za použití předpokladu, že změny datového operátoru v blízkosti předběžného odhadu jsou lineární jako u odvození

matice vah \mathbf{K} v rovnici (1.14), lze dojít k BLUE rovnici (1.11). V praxi je ovšem minimalizace účelové funkce provedena některou z iterativních metod.

Dále se při řešení úlohy široce používá inkrementální technika. Podle Courtier *et al.* (1998) můžeme inkrementální formulaci 3D-Var za předpokladu linearizace datového operátoru H zapsat následovně:

$$J(\delta\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\delta\mathbf{x}^T\mathbf{B}^{-1}\delta\mathbf{x} + \frac{1}{2}(\mathbf{H}\delta\mathbf{x} - \mathbf{d})^T\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{H}\delta\mathbf{x} - \mathbf{d}), \quad (1.17)$$

kde $\delta\mathbf{x}$ je vektor označovaný jako inkrement, který obsahuje všechny analyzované proměnné ve všech uzlových bodech výpočetní sítě. Vektor \mathbf{d} označovaný jako inovační je definován v prostoru pozorování:

$$\mathbf{d} = \mathbf{y} - H(\mathbf{x}_b). \quad (1.18)$$

Při minimalizaci účelové funkce $J(\delta\mathbf{x})$ se využívá jejího gradientu:

$$\nabla J(\delta\mathbf{x}) = (\mathbf{B}^{-1} + \mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H})\delta\mathbf{x} - \mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{d}. \quad (1.19)$$

Nechť $\delta\mathbf{x}_a$ je inkrement získaný minimalizací účelové funkce (1.17), potom vektor analýzy \mathbf{x}_a vznikne součtem inkrementu a předběžného odhadu:

$$\mathbf{x}_a = \delta\mathbf{x}_a + \mathbf{x}_b. \quad (1.20)$$

Hlavní zjednodušení inkrementální formulace (1.17) proti rovnici (1.15) spočívá pouze v jednom vyčíslení inovačního vektoru \mathbf{d} . Tím odpadá jeho opakované vyčíslování v průběhu minimalizace i vyčíslování plného datového operátoru H .

Pro rychlou konvergenci minimalizačních algoritmů je vhodné použít přechod k tzv. kontrolnímu vektoru χ , který je obvykle nazýván jako kontrolní proměnná. Při transformaci inkrementu $\delta\mathbf{x}$ na kontrolní vektor χ se pomocí série operátorů obsažených v $\mathbf{B}^{-\frac{1}{2}}$ postupně odstraňují korelace chyb, až získáme novou proměnnou χ , jejíž kovarianční matice je jednotková (Courtier *et al.*, 1998). Poté účelovou funkci a její gradient zapíšeme ve tvaru:

$$J(\chi) = \frac{1}{2}\chi^T\chi + \frac{1}{2}(\mathbf{H}\mathbf{B}^{\frac{1}{2}}\chi - \mathbf{d})^T\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{H}\mathbf{B}^{\frac{1}{2}}\chi - \mathbf{d}), \quad (1.21)$$

$$\nabla J(\chi) = (1 + \mathbf{B}^{\frac{T}{2}}\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{B}^{\frac{1}{2}})\chi - \mathbf{B}^{\frac{T}{2}}\mathbf{H}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{d}. \quad (1.22)$$

Pro úplnost uvádíme, že se plná matice \mathbf{B} rovná součinu odmocněné a k ní transponované matice \mathbf{B} : $\mathbf{B} = \mathbf{B}^{\frac{1}{2}}\mathbf{B}^{\frac{T}{2}}$. Nejenže díky rovnici (1.21) minimalizace konverguje rychleji, ale navíc se elegantně vyhneme inverzi kovarianční matice \mathbf{B} . Celá minimalizace je držena v prostoru kontrolní proměnné χ a až výsledný kontrolní vektor χ_a se převede zpět do prostoru numerického modelu pomocí:

$$\delta\mathbf{x}_a = \mathbf{B}^{\frac{1}{2}}\chi_a. \quad (1.23)$$

Pro další snížení dimenze úlohy se například v globálním předpovědním systému IFS/ARPEGE (Integrated Forecasting System/Action de Recherche Petite Echelle Grande Echelle; Courtier *et al.*, 1991), který je provozován v ECMWF, respektive v Météo-France, využívá spektrální reprezentace stavového vektoru \mathbf{x} . Ten je tvořen koeficienty spektrálního rozvoje polí teploty, složek větru, přízemního tlaku a specifické vlhkosti.

U metody 3D-Var se předpokládá, že všechna použitá pozorování byla změřena v čase, pro který vytváříme analýzu. V praxi je nutné pozorování sbírat po určitou dobu, aby se zajistil jejich dostatečný počet. Tzv. asimilační okno určuje časový interval kolem termínu analýzy, ve kterém jsou pozorování sbírána, a v případě 3D-Var jsou považována za změřená v čase analýzy. Pokud bychom chtěli uvažovat i čas měření, pak je vhodné použít čtyřdimenzionální zobecnění metody 3D-Var, viz následující sekce.

1.2 Metoda 4D-Var

Čtyřdimenzionální variační metoda 4D-Var využívá pozorování v časové konzistenci s NWP modelem a zároveň implicitně propaguje kovarianční model v průběhu asimilačního okna (Thépaut *et al.*, 1996). Vývoj této metody začíná v osmdesátých letech minulého století na jednoduchých modelech. Začátkem devadesátých let se už uvažuje o operativním nasazením 4D-Var, viz například Courtier *et al.* (1994). Zde uvedeme pouze multiinkrementální verzi 4D-Var, která je operativně použita v systému IFS/ARPEGE. Hlavní myšlenkou multiinkrementální verze 4D-Var je rozdělení minimalizačního problému do několika částí. Nejdříve se nalezne minimum účelové funkce pro největší měřítko a postupně se přidávají stále jemnější a jemnější škály při okapované minimalizaci účelové funkce. Tím se očekává, že analýza neskončí v lokálním minimu účelové funkce, ale dosáhne globálního minima (Veersé a Thépaut, 1998). Účelovou funkci 4D-Var v multiinkrementální formulaci můžeme zapsat podle Rabier *et al.* (2000):

$$J(\delta\mathbf{x}_0^n) = \frac{1}{2}(\delta\mathbf{x}_0^n + \mathbf{x}_0^{n-1} - \mathbf{x}_b)^T \mathbf{B}^{-1}(\delta\mathbf{x}_0^n + \mathbf{x}_0^{n-1} - \mathbf{x}_b) + \frac{1}{2} \sum_{k=0}^K (\mathbf{H}_k \delta\mathbf{x}_k^n - \mathbf{d}_k^{n-1})^T \mathbf{R}_k^{-1}(\mathbf{H}_k \delta\mathbf{x}_k^n - \mathbf{d}_k^{n-1}). \quad (1.24)$$

Dolní index k označuje index času, ve kterém bylo pozorování změřeno. Horní index n je index minimalizace. \mathbf{x}_0^{n-1} je odhad stavu atmosféry na počátku asimilačního okna pro $n - 1$ analýzu (při první minimalizaci je roven předběžnému odhadu \mathbf{x}_b). $\delta\mathbf{x}_0^n$ je inkrement na počátku asimilačního okna a jeho propagací pomocí linearizované verze numerického modelu do časového kroku k vznikne inkrement $\delta\mathbf{x}_k^n$ podle rovnice:

$$\delta\mathbf{x}_{k+1}^n = \mathbf{M}_k \delta\mathbf{x}_k^n, \quad k = 0, \dots, K - 1, \quad (1.25)$$

kde \mathbf{M}_k označuje integraci linearizované verze (anglicky označované jako tangent linear model) NWP modelu M_k v časovém kroku k a v blízkosti modelového stavu \mathbf{x}_k^{n-1} , který vznikne nelineární integrací NWP modelu z počáteční podmínky \mathbf{x}_0^{n-1} podle:

$$\mathbf{x}_{k+1}^{n-1} = M_k \mathbf{x}_k^{n-1}, \quad k = 0, \dots, K - 1. \quad (1.26)$$

\mathbf{B} je jako obvykle kovarianční matice předběžného odhadu a \mathbf{R}_k je kovarianční matice chyb pro pozorování v časovém kroku k asimilačního okna. \mathbf{H}_k je linearizovaná verze datového operátoru H_k . Inovační vektor \mathbf{d}_k^{n-1} se opět jako v případě 3D-Var spočítá pouze jednou pro daný index minimalizace n . Inovační vektor je určen rovnicí:

$$\mathbf{d}_k^{n-1} = \mathbf{y}_k - H_k(\mathbf{x}_k^{n-1}). \quad (1.27)$$

Vektor pozorování \mathbf{y}_k obsahuje pozorování pro daný časový krok asimilačního okna. V praxi jsou ovšem pozorování uspořádána do pravidelných intervalů v rámci asimilačního okna, například po hodině. Porovnání s pozorováními je poté provedeno jednou za hodinu a index k vyjadřuje pořadové číslo hodinového intervalu.

Pro určení minima účelové funkce (1.24) pomocí iterativních metod je nutné vyčíslit její gradient pro inkrement v čase $k = 0$. Rovnici gradientu lze zapsat pomocí série sdružených operátorů (v kontextu 4D-Var je zavedený anglický termín *adjoint model*) k linearizovaným částem NWP modelu \mathbf{M}_k :

$$\begin{aligned} \nabla J(\delta \mathbf{x}_0^n) &= \mathbf{B}^{-1}(\delta \mathbf{x}_0^n + \mathbf{x}_0^{n-1} - \mathbf{x}_b) \\ &+ \sum_{k=0}^K \mathbf{M}_1^T \mathbf{M}_2^T \dots \mathbf{M}_k^T \mathbf{H}_k^T \mathbf{R}_k^{-1} (\mathbf{H}_k \mathbf{M}_k \mathbf{M}_{k-1} \dots \mathbf{M}_1 \delta \mathbf{x}_0^n - \mathbf{d}_k^{n-1}). \end{aligned} \quad (1.28)$$

Pomocí operátorů \mathbf{M}_k^T je provedena zpětná integrace v čase. Vlastní vyčíslení gradientu se provádí pomocí rekurentních vztahů, viz Bouttier a Courtier (2002).

Multiinkrementální formulace umožňuje volit rozlišení inkrementu a dokonce kvalitu linearizované části, kdy operátory \mathbf{M}_k mohou být nahrazeny jejich zjednodušenou formou. Při opakování minimalizace se vzrůstajícím indexem n se obvykle zvyšuje rozlišení linearizovaného modelu nebo jeho komplexita. Počet těchto minimalizací neboli „vnějších cyklů“ (outer loops) je předmětem nastavení systému.

Při srovnání 4D-Var s 3D-Var zjistíme, že 4D-Var využívá pozorování ve správný čas a zároveň může asimilovat i pozorování ze stejné stanice, pokud poskytuje četnější měření. To je vykoupeno potřebou integrovat nelineární NWP model i jeho linearizovanou a k ní sdruženou formu, čímž vznikají mnohem větší požadavky na výpočetní výkon i paměť superpočítačů. Metoda 4D-Var byla primárně vyvinuta a aplikována v globálních modelech, i když existují operativní implementace i v modelech na omezené oblasti (LAM), například Gustafsson *et al.* (2017) zmiňují tři LAM 4D-Var systémy. Vývoj linearizovaných a sdružených operátorů je velmi náročný a je otázkou, jestli v nelineárních modelech konvekčních měřítek ještě tyto aproximace dávají smysl.

Metoda 4D-Var je uvedena pouze pro srovnání s metodou 3D-Var a dále se jí v této práci zabývat nebudeme. Výpočetní náročnost 4D-Var a neexistence linearizované formy parametrizací používaných v konvekčních měřítkách v NWP modelu ALADIN jsou hlavní limitující faktory pro její implementaci. V další kapitole se zaměříme na specifikaci chyb předběžného odhadu a pozorování, tedy na konstrukci matic \mathbf{B} a \mathbf{R} .

2. Tvorba kovariančních matic

Kovarianční matice chyb předběžného odhadu a chyb pozorování jsou klíčové pro variační metody, tedy i pro metodu 3D-Var. Tyto matice určují váhy, podle kterých bude opraven předběžný odhad pomocí vstupujících pozorování. Pro určení chyby předběžného odhadu či pozorování musíme nejprve znát stav atmosféry, který lze zjistit pouze pomocí pozorování nebo numerického modelu. V důsledku tohoto „začarovaného kruhu“ je nezbytné chyby určit nepřímo.

2.1 Specifikace chyb pozorování

Pro zjednodušení asimilačních algoritmů se obvykle používá diagonální kovarianční matice chyb pozorování \mathbf{R} , kde jsou jednotlivé komponenty variance chyb pozorování. Předpokládá se, že chyby dvou různých pozorování jsou nekorelované v důsledku fyzikálně odlišných příčin. Tento předpoklad však nemusí být splněn pro pozorování s vysokým prostorovým pokrytím, typickým příkladem jsou družicová a letecká pozorování. Případným korelacím se předchází pomocí prostorového ředění dat nebo umělým navýšením chyby pozorování (Bormann a Bauer, 2010).

Vlastní chybu pozorování (varianci chyby) v matici \mathbf{R} tvoří několik zdrojů: chyba měřicího přístroje, chyba datového operátoru H , chyba reprezentativnosti a chyby v kontrole kvality, jak je přehledně uvedeno například v Benáček (2016). Chyba měřicího přístroje je určena z jeho laboratorních charakteristik a obsahuje i chyby způsobené vnějšími vlivy, které se mohou vyskytnout v průběhu měření např. vítr či sluneční záření. Pouze instrumentální chyba lze vyčíslit relativně přesně. Naopak další zdroje chyb vznikají v důsledku algoritmizace, diskretizace a použitých zjednodušení v asimilačních schématech, proto je nelze přímo určit.

Chybou datového operátoru H rozumíme chyby, které vznikají při převodu měřené veličiny na kontrolní proměnné modelu. Jedná se zejména o chyby způsobené interpolacemi (extrapolacemi) mezi body měření a uzlovými body modelové sítě, dále také o chyby ve fyzikálních parametrizacích potřebných pro převod měřených veličin na kontrolní proměnné modelu, např. převod jasových teplot z družicových pozorování na komponenty kontrolní proměnné modelu.

Chyby pozorování by také měly obsahovat chybu reprezentativnosti; ta označuje stav, kdy pozorování nejsou v časové či prostorové shodě s předběžným odhadem. Časová nekonzistence vzniká při použití pozorování, která byla změřena v jiném čase, než je čas platnosti analýzy. V případě metody 3D-Var nejsou letecká pozorování obvykle změřena v termínu analýzy, ale jsou shromažďována v tzv. asimilačním okně. Časová nekonzistence je přítomna i v měření radiosond, protože sonda stoupá kolem 40 minut do výšky 16 km (WMO, 2008). Prostorová nekonzistence vzniká za předpokladu, že pozorování rozlišují měřítka, která numerický model nedokáže rozlišit (Daley, 1991). Představme si numerický model s krokem výpočetní sítě 10 km a meteorologické měření uprostřed hlubokého, ale úzkého údolí. Dané údolí je pro numerický model nerozlišitelné a rozdíl mezi výškou orografie modelu a skutečností může být dost značný. V takovém případě by bylo měření pro numerický model nereprezentativní. Například i snos radiosondy přispívá k chybě reprezentativnosti, protože často nebývá uvažován.

Kontrola kvality vstupujících pozorování má také nedostatky. Kontrolou kvality označujeme kroky přípravy dat před vlastním spuštěním asimilace. Zkoumá se úplnost přicházejících pozorování, vyřazují se pozorování označená za trvale či dočasně chybná. Kontroluje se konzistence pozorování vůči předběžnému odhadu a odstraňují se pozorování s hrubými chybami. Případně se odstraňují systematické chyby z pozorování, zpravidla u družicových pozorování.

Jak už bylo zmíněno, většinu zdrojů chyb týkajících se pozorování nelze určit přímo, proto jsou předmětem ladění systému. Pro odhad chyby pozorování existuje celá řada metod, zde však uvedeme jen dva přístupy. Takzvaná Hollingsworthova a Lönnbergova metoda (Hollingsworth a Lönnberg, 1986) využívá odchylek pozorování od předběžného odhadu. Jejím klíčovým předpokladem je existence dostatečně husté sítě pozorování. Tuto metodu lze využít i pro specifikaci chyb předběžného odhadu, proto bude vysvětlena v oddílu 2.2.

Desroziers *et al.* (2005) navrhli diagnostiku, která kontroluje nastavení asimilačního schématu v prostoru pozorování při specifických předpokladech. V optimálně nastaveném systému by se měla střední hodnota kovariancí mezi odchylkami pozorování od analýzy \mathbf{d}_a^o a odchylkami pozorování od předběžného odhadu \mathbf{d} rovnat kovarianční matici \mathbf{R} :

$$E[\mathbf{d}_a^o \mathbf{d}^T] = \mathbf{R}. \quad (2.1)$$

Pro diagnostiku variancí chyb podmnožiny pozorování (i) s množstvím pozorování p_i lze vztah vyjádřit následovně:

$$(\sigma_i^o)^2 = (\mathbf{d}_a^o)^T(\mathbf{d})_i/p_i. \quad (2.2)$$

Výpočet je početně nenáročný a umožňuje rychlé porovnání diagnostikovaných hodnot s hodnotami předepsanými v kovarianční matici \mathbf{R} .

2.2 Specifikace chyb předběžného odhadu

Specifikace kovarianční matice chyb předběžného odhadu je jedním z hlavních problémů asimilace dat. Je velmi důležitá, protože škáluje, prostorově filtruje a propaguje pozorovanou informaci z místa pozorování do jeho okolí (Berre a Desroziers, 2010). Předpokládejme, že numerický model je perfektní — neobsahuje chyby. Potom lze předpokládat, že chyby jednotlivých proměnných numerického modelu se vyvíjejí podle stejných rovnic jako proměnné tohoto modelu, tudíž jsou jednotlivé chyby proměnných svázány stejnými vazbami jako vlastní proměnné modelu. Tato vlastnost by měla být zahrnuta v kovarianční matici chyb předběžného odhadu \mathbf{B} alespoň ve statistické podobě. Poté se oprava jedné proměnné modelu v důsledku vazeb rozšíří v opravy všech závislých proměnných. Například jedno pozorování teploty způsobí opravu předběžného odhadu v místě a blízkosti pozorování a zároveň se opraví o část chyby i pole větru, vlhkosti či případně další svázané proměnné.

Kovariance chyb předběžného odhadu závisejí (podle Brousseau *et al.*, 2011):

- na použitém NWP modelu i na jeho rozlišení; například Ștefănescu *et al.* (2006) porovnali statistiky chyb předběžného odhadu u globálního modelu a modelu na omezené oblasti, kde zjistili rozdíly hlavně v krátkovlnné části spektra variancí chyb předběžného odhadu, které globální model nedokázal popsat;

- na geografické oblasti; chyby jsou jiné například v tropech a ve středních zeměpisných šířkách (Derber a Bouttier, 1999);
- na režimu počasí; například kdy se struktura chyb liší v oblastech se srážkami a bez nich (Montmerle a Berre, 2010);
- na denní době (chyby mají denní chod), na sezóně (zima/léto), viz Monteiro a Berre (2010);
- na hustotě pozorovací sítě; například chyba analýzy bývá menší v oblastech s velkou hustotou pozorování než v oblastech, kde jsou pozorování řídká (Belo-Pereira a Berre, 2006).

Z uvedeného vyplývá, že přesné určení statistiky chyb je velmi náročné. Navíc v praxi je nutné provést řadu zjednodušení kovariančního modelu. Jednou z nejběžnějších aproximací je použití klimatologické statistiky chyb předběžného odhadu počítané za delší časové období, na což se spoléhá většina NWP center (viz Brousseau *et al.*, 2011). Pro výpočet těchto klimatologických statistik se využívá různých metod, proto si představíme ty nejběžnější: Hollingsworthovu a Lönnbergovu metodu, dvě verze tzv. NMC (National Meteorological Center) metody a v současnosti nejpoužívanější přístupy pomocí asimilačních ansámbků.

2.2.1 Hollingsworthova a Lönnbergova metoda

Hollingsworth a Lönnberg (1986) využívají statistiku odchylek pozorování od předběžného odhadu k vyčíslení jak variancí chyb pozorování, tak kovariancí chyb předběžného odhadu. Předpokládají existenci dostatečně husté a rozlehle sítě pozorování, která nemají korelované chyby ($\mathbf{R}_{ij} = 0$ pokud $i \neq j$). Dále předpokládají nekorelovanost chyb předběžného odhadu a pozorování.

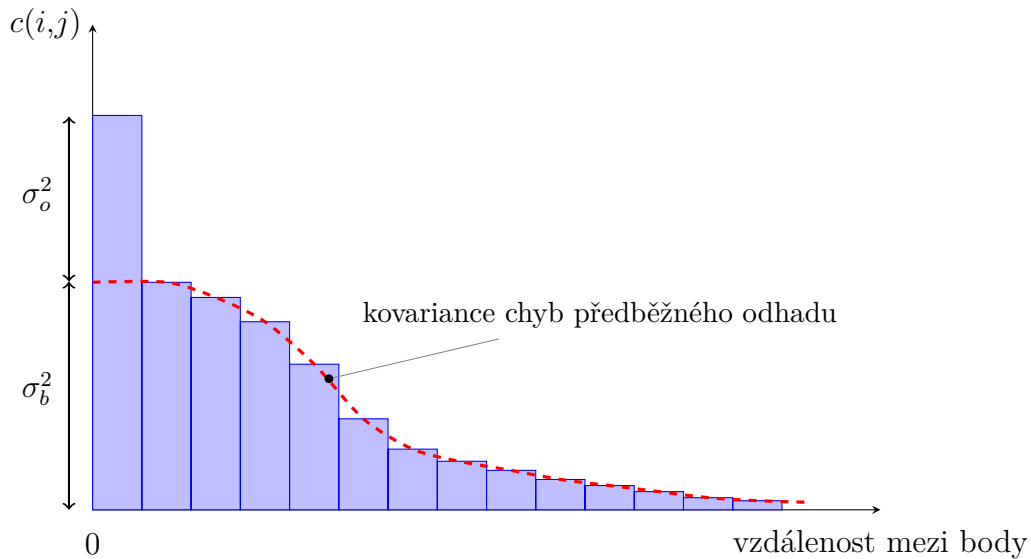
Cílem je vytvořit histogram kovariancí inovací podle vzdálenosti, kdy inovace označuje odchylku pozorování od předběžného odhadu v místě pozorování. Pro nulovou vzdálenost histogram udává součet variance chyby předběžného odhadu a chyby pozorování. Pro vzdálenosti větší než nula poté udává kovariance chyb předběžného odhadu. Provedením limity kovariančního modelu pro předběžný odhad do nulové vzdálenosti určíme varianci chyby předběžného odhadu. Potom se variance chyby pozorování rovná rozdílu histogramu v nulové vzdálenosti a určené variance chyby předběžného odhadu.

Matematicky lze kovariance inovací mezi dvěma body pozorování $c(i,j)$ za uvedených předpokladů vyjádřit (podle Bouttier a Courtier, 2002):

$$c(i,j) = \overline{(y_i - \mathbf{H}_i \mathbf{x}_b)(y_j - \mathbf{H}_j \mathbf{x}_b)^T} \quad (2.3)$$

$$= \mathbf{R}_{ij} + \mathbf{H}_i \mathbf{B} \mathbf{H}_j^T. \quad (2.4)$$

Linie nad rovnicí (2.3) označuje střední hodnotu výrazu za delší časové období. Symboly y_i, y_j reprezentují pozorování v i -tém, respektive v j -tém bodě. Datový operátor \mathbf{H}_i převádí předběžný odhad \mathbf{x}_b do i -tého bodu pozorování. Výraz $\mathbf{H}_i \mathbf{B} \mathbf{H}_j^T$ je kovariance chyb předběžného odhadu mezi i -tým a j -tým bodem pozorování. Tento výraz vyjadřuje kovarianční matici \mathbf{B} v prostoru pozorování. Pokud $i \neq j$, tak se tento výraz rovná kovarianci inovací, $c(i,j) = \mathbf{H}_i \mathbf{B} \mathbf{H}_j^T$. Pokud $i = j$, tak $c(i,i) = \sigma_o^2(i) + \sigma_b^2(i)$, neboli diagonální komponenty matice $c(i,j)$ jsou součty



Obrázek 2.1: Schématické znázornění Hollingsworthovy a Lönnbergovy metody. Kovariance inovací jsou rozděleny podle vzdálenosti, červenou čarou je zobrazen odhad kovariančního modelu pro chyby předběžného odhadu, kdy průsečík v nule tohoto odhadu s histogramem umožňuje oddělit chyby předběžného odhadu a pozorování.

variancí chyb pozorování σ_o^2 a předběžného odhadu σ_b^2 jak už bylo uvedeno. Odhad $\sigma_b^2(i) = \lim_{j \rightarrow i} c(i, j)$ a $\sigma_o^2(i) = c(i, i) - \sigma_b^2(i) = \mathbf{R}_{ii}$, viz Obrázek 2.1.

Předpoklad dostatečně husté a rozlehlé sítě pozorování, která nemají korelované chyby, je v praxi obtížné splnit. Hollingsworth a Lönnberg (1986) aplikovali metodu na síť radiosond v Severní Americe, kde nejmenší vzdálenost mezi dvěma radiosondážními stanicemi byla kolem 200 km. Podobné vzdálenosti jsou i mezi radiosondážními stanicemi v Evropě, avšak tato síť není příliš homogenní. Navíc pro modely s vysokým rozlišením by korelace chyb byly v intervalu 1–200 km určeny pouze fitovací funkcí histogramu. Kromě radiosond bychom mohli uvažovat letecká pozorování, ale narazíme na podobný problém s homogenitou, protože jsou rozmístěna velmi nerovnoměrně. V blízkosti letišť jsou velmi hustá a ve větších vzdálenostech od letišť jsou naopak řídká.

2.2.2 NMC a lagged NMC metoda

Kovarianční matice chyb předběžného odhadu by se měla ideálně počítat z rozdílu mezi realitou (pravdou) a předběžným odhadem. Skutečný stav atmosféry nikdo nezná, proto se Parrish a Derber (1992) rozhodli nahradit pravdu analýzou a předpokládali, že chyba předběžného odhadu je úměrná rozdílu mezi 24hodinovou předpovědí a analýzou platnou ve stejný čas. Interval 24 h byl vybrán pro odstranění vlivu denního chodu. Zároveň však používali 6hodinový asimilační cyklus, proto získané kovariance museli škálovat z předpovědní délky 24 h na 6 h.

Ukázalo se, že takto získané kovariance chyb mají podobnou strukturu jako kovariance získané pomocí Hollingsworthovy a Lönnbergovy metody, viz oddíl 2.2.1. Výhoda této metody oproti Hollingsworthově a Lönnbergově je v globální reprezentaci kovariancí na plném rozlišení numerického modelu včetně křížových

kovariancí mezi proměnnými.

Pod pojmem NMC metoda se označuje i příprava \mathbf{B} matice pomocí rozdílu mezi předpověďmi s různou délkou, ale platnými ve stejný čas (např. Berre, 2000). Důvod pro použití takto modifikované NMC metody je prostý — při prvotním spuštění asimilačního algoritmu ještě není kovarianční model k dispozici a neexistují analýzy, proto je nutné je nějak nahradit. Parrish a Derber (1992) tento problém obešli a pro získání analýz nutných pro výpočet využili operativního systému optimální interpolace (OI).

Modifikovanou verzi NMC metody využili při implementaci 3D-Var v Evropském centru pro střednědobou předpověď počasí (ECMWF, Rabier *et al.*, 1998). Porovnali předpovědi na 24 hodin a na 48 hodin platné ve stejný čas. Délku předpovědi volili s ohledem na inicializační šok, který je přítomen na začátku každé numerické předpovědi. Rozdíl v délce předpovědi je dostatečně dlouhý, aby předpovědi nebyly příliš stejné, a zároveň dostatečně krátký, aby struktury chyb mohly být podobné jako pro 6hodinový předběžný odhad. Matematické vyjádření je následující:

$$\mu\mathbf{x} = \mathbf{x}(24 \text{ h}) - \mathbf{x}(48 \text{ h}) - \overline{(\mathbf{x}(24 \text{ h}) - \mathbf{x}(48 \text{ h}))}, \quad (2.5)$$

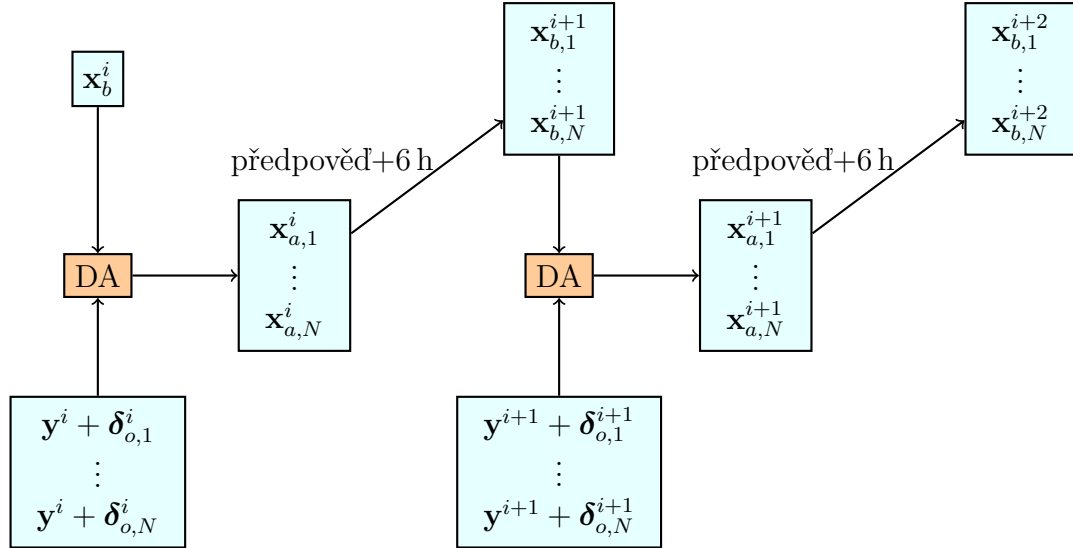
$$\mathbf{B} = \overline{\mu\mathbf{x}\mu\mathbf{x}^T}. \quad (2.6)$$

Kde $\mathbf{x}(24 \text{ h})$ ($\mathbf{x}(48 \text{ h})$) je stavový vektor pro předpovědi na 24 h, respektive 48 h. Z rozdílů předpovědi jsou odstraněny případné systematické chyby, jak ukazuje rovnice (2.5). Nevýhodou NMC metody je podle Berre *et al.* (2006) na teoretické i experimentální úrovni nadhodnocení korelací chyb předběžného odhadu.

Pro NWP modely na omezené oblasti byla navržena další modifikace NMC metody, takzvaná lagged NMC metoda (Široká *et al.*, 2003). Jejím cílem je odstranit chyby řídicího modelu před výpočtem kovarianční matice chyb \mathbf{B} . Při klasickém běhu modelu na omezené oblasti se využívají vždy nejčerstvější okrajové podmínky z řídicího modelu, tzn. pro předpověď na 24 h a 48 h budou jiné, pokud mají být předpovědi platné ve stejný čas. Naopak při výpočtu předpovědi pro metodu lagged NMC se využívá stejných okrajových podmínek pro předpověď na 24 h a 48 h. Tento způsob výpočtu kovarianční matice posunul maxima variancí chyb směrem k menším měřítkům, oproti klasické NMC metodě. Berre *et al.* (2006) však ukazují, že navržená implementace lagged NMC metody ve statistikách odráží více rozdíly mezi řídicím a LAM modelem než vlastní odstranění chyby řídicího modelu.

2.2.3 Ansámblová metoda

Ansámblové metody mají za cíl simulovat vývoj chyb v průběhu asimilačního cyklu (Houtekamer *et al.*, 1996; Belo-Pereira a Berre, 2006). Využívají perturbací pozorování popřípadě perturbací v předběžném odhadu. Perturbace pozorování jsou tvořeny s podobnými statistickými vlastnostmi, jako mají předpokládané chyby pozorování. Využívá se náhodného výběru z normálního rozdělení se střední hodnotou rovnou nule a variancí úměrnou chybě pozorování. Takto získané perturbace jsou přidány k pozorováním asimilovaným v průběhu asimilačního cyklu. Každý člen ansámblu má svůj asimilační cyklus se stejnou množinou vstupujících pozorování, jen s jinou perturbací, viz Obrázek 2.2. Po několika iteracích asimilačního cyklu systém zapomene počáteční perturbace v předběžném odhadu



Obrázek 2.2: Schématické znázornění ansámblové metody podle Belo-Pereira a Berre (2006). DA označuje provedení asimilace dat. Pro každý člen ansámbly n (kde $n = 1, \dots, N$) je náhodná perturbace pozorování označena $\delta_{o,n}^i$ v čase t_i . Analýza n -tého členu ansámbly je $\mathbf{x}_{a,n}^i$. Následná předpověď jednotlivých členů tvoří předběžný odhad dalšího kroku asimilačního cyklu $\mathbf{x}_{b,n}^{i+1}$. Délka předpovědi v asimilačním cyklu bývá často 6 hodin nebo kratší. U tohoto schématu všechny členy ansámbly začínají ze stejného předběžného odhadu \mathbf{x}_b .

(El Ouaraini a Berre, 2011). Tím pádem nezáleží na tom, jestli všechny členy ansámbly začnou ze stejného předběžného odhadu nebo nějakým způsobem perturbovaných předběžných odhadů. Předpokládá se, že rozdíl mezi předpověďmi (předběžnými odhady) jednotlivých členů ansámbly je úměrný chybě předběžného odhadu, protože se rozdíly vyvíjejí podle stejné rovnice jako chyby předběžného odhadu, viz následující sekce.

Vývoj chyb v asimilačním cyklu

Nyní vyjádříme vývoj chyby v asimilačním cyklu (podle Berre *et al.*, 2006). Pro jednoduchost budeme předpokládat, že operátory použité v předpovědi i analýze jsou lineární (podobné rovnice lze odvodit i pro nelineární případ). Rozdíl mezi analýzou \mathbf{x}_a^i a skutečným stavem atmosféry \mathbf{x}_*^i v čase t_i odpovídá chybě analýzy $\mathbf{e}_a^i = \mathbf{x}_a^i - \mathbf{x}_*^i$. Předběžný odhad v čase t_{i+1} vznikne integrací numerického modelu \mathbf{M} s počáteční podmínkou rovnou analýze \mathbf{x}_a^i , tj. $\mathbf{x}_b^{i+1} = \mathbf{M}\mathbf{x}_a^i$. Vývoj skutečnosti reprezentuje operátor \mathbf{M}_* , potom $\mathbf{x}_*^{i+1} = \mathbf{M}_*\mathbf{x}_*^i$. Chybu předběžného odhadu můžeme vyjádřit následovně, $\mathbf{e}_b^{i+1} = \mathbf{x}_b^{i+1} - \mathbf{x}_*^{i+1}$, potom:

$$\mathbf{e}_b^{i+1} = \mathbf{M}\mathbf{x}_a^i - \mathbf{M}_*\mathbf{x}_*^i, \quad (2.7)$$

$$= \mathbf{M}\mathbf{e}_a^i + (\mathbf{M} - \mathbf{M}_*)\mathbf{x}_*^i, \quad (2.8)$$

$$= \mathbf{M}\mathbf{e}_a^i + \mathbf{e}_m. \quad (2.9)$$

\mathbf{e}_m je kumulovaná chyba modelu během jedné integrace asimilačního cyklu.

Dalším krokem je oprava předběžného odhadu pomocí asimilace dat. Využijeme definici BLUE rovnice (1.11) pro tvorbu analýzy:

$$\mathbf{x}_a^{i+1} = \mathbf{x}_b^{i+1} + \mathbf{K}(\mathbf{y}^{i+1} - \mathbf{H}\mathbf{x}_b^{i+1}). \quad (2.10)$$

Připomeňme, že \mathbf{K} je matice vah v BLUE rovnici, \mathbf{y}^{i+1} je vektor pozorování a \mathbf{H} reprezentuje datový operátor. Rovnice analýzy pro skutečný stav atmosféry by skutečnost neměla nijak opravovat. Jinými slovy, předběžný odhad a analýza je stejná pro skutečný stav. U zápisu rovnice analýzy pro skutečný stav atmosféry proto využijeme převodu skutečného stavu do prostoru pozorování pomocí datového operátoru, $\mathbf{y}_{*,H}^{i+1} = \mathbf{H}\mathbf{x}_*^{i+1}$. Pak lze tuto rovnici zapsat:

$$\mathbf{x}_*^{i+1} = \mathbf{x}_*^{i+1} + \mathbf{K}(\mathbf{y}_{*,H}^{i+1} - \mathbf{H}\mathbf{x}_*^{i+1}). \quad (2.11)$$

Z rozdílu rovnic (2.10) a (2.11) je zřejmé, že BLUE rovnice analýzy je zároveň rovnicí, která transformuje chyby předběžného odhadu a pozorování na chyby analýzy:

$$\mathbf{e}_a^{i+1} = \mathbf{e}_b^{i+1} + \mathbf{K}(\mathbf{e}_o^{i+1} - \mathbf{H}\mathbf{e}_b^{i+1}), \quad (2.12)$$

kde chyba pozorování $\mathbf{e}_o^{i+1} = \mathbf{y}^{i+1} - \mathbf{y}_{*,H}^{i+1} = \mathbf{y}^{i+1} - \mathbf{H}\mathbf{x}_*^{i+1}$. Její specifikace je diskutována v oddílu 2.1. Zajímavé je, jak uvádí Berre *et al.* (2006), že odvození rovnice (2.12) pro chybu analýzy nevyžaduje předpoklad dokonalé analýzy. To znamená, že rovnice bude platná i v případě nepřesného datového operátoru \mathbf{H} i nepřesně určených kovariančních matic chyb \mathbf{R} a \mathbf{B} , které jsou součástí matice vah \mathbf{K} .

Simulace vývoje chyb pomocí ansámblu

Cílem ansámblových metod je simulovat vývoj chyb v průběhu asimilačního cyklu pomocí rozdílů mezi různými členy ansámblu. V následujícím odvození budeme používat dva členy ansámblu s indexem k a l . Budeme postupovat podobně jako při popisu vývoje chyb v asimilačním cyklu. Rozdíl analýz mezi dvěma členy ansámblu v čase t_i označíme $\boldsymbol{\varepsilon}_a^i$, kde $\boldsymbol{\varepsilon}_a^i = \mathbf{x}_{a,k}^i - \mathbf{x}_{a,l}^i$. Nyní provedeme dvě integrace numerického modelu za použití zmíněných dvou analýz jako počátečních podmínek. Zároveň mohou být přidány perturbace do řešení numerického modelu $\boldsymbol{\delta}_{m,k}^{i+1}$, $\boldsymbol{\delta}_{m,l}^{i+1}$. Potom se předběžné odhady v čase t_{i+1} rovnají: $\mathbf{x}_{b,k}^{i+1} = \mathbf{M}\mathbf{x}_{a,k}^i + \boldsymbol{\delta}_{m,k}^{i+1}$ a $\mathbf{x}_{b,l}^{i+1} = \mathbf{M}\mathbf{x}_{a,l}^i + \boldsymbol{\delta}_{m,l}^{i+1}$. Rozdíl mezi těmito dvěma předběžnými odhady označíme $\boldsymbol{\varepsilon}_b^{i+1}$ a můžeme psát:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_b^{i+1} = \mathbf{x}_{b,k}^{i+1} - \mathbf{x}_{b,l}^{i+1}, \quad (2.13)$$

$$= \mathbf{M}\mathbf{x}_{a,k}^i + \boldsymbol{\delta}_{m,k}^{i+1} - \mathbf{M}\mathbf{x}_{a,l}^i + \boldsymbol{\delta}_{m,l}^{i+1}, \quad (2.14)$$

$$= \mathbf{M}\boldsymbol{\varepsilon}_a^i + \boldsymbol{\varepsilon}_m^{i+1}, \quad (2.15)$$

kde $\boldsymbol{\varepsilon}_m^{i+1} = \boldsymbol{\delta}_{m,k}^{i+1} - \boldsymbol{\delta}_{m,l}^{i+1}$. Můžeme si všimnout podobnosti rovnice (2.15) a (2.9).

Předběžné odhady v čase t_{i+1} použijeme v dalším kroku asimilace dat (box DA na Obrázku 2.2). Nechť máme dvě sady pozorování \mathbf{y}_k^{i+1} , \mathbf{y}_l^{i+1} , které se liší pouze náhodnými perturbacemi přidanými ke každé sadě pozorování: $\mathbf{y}_k^{i+1} = \mathbf{y}^{i+1} + \boldsymbol{\delta}_{o,k}^{i+1}$ a $\mathbf{y}_l^{i+1} = \mathbf{y}^{i+1} + \boldsymbol{\delta}_{o,l}^{i+1}$. Perturbace jsou konstruovány jako náhodné výběry z normálního rozdělení se střední hodnotou nula a variancí rovnou předepsaným hodnotám v kovarianční matici \mathbf{R} . Potom rovnice analýzy pro tyto dva členy ansámblu může být zapsána:

$$\mathbf{x}_{a,k}^{i+1} = \mathbf{x}_{b,k}^{i+1} + \mathbf{K}(\mathbf{y}_k^{i+1} - \mathbf{H}\mathbf{x}_{b,k}^{i+1}), \quad (2.16)$$

$$\mathbf{x}_{a,l}^{i+1} = \mathbf{x}_{b,l}^{i+1} + \mathbf{K}(\mathbf{y}_l^{i+1} - \mathbf{H}\mathbf{x}_{b,l}^{i+1}). \quad (2.17)$$

Odečtením rovnic (2.16) a (2.17) zjistíme, že BLUE rovnice analýzy je zároveň rovnicí, která transformuje rozdíly mezi předběžnými odhady jednotlivých členů ansámblu a rozdíly mezi sadami pozorování na rozdíly analýz jednotlivých členů ansámblu:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_a^{i+1} = \boldsymbol{\varepsilon}_b^{i+1} + \mathbf{K}(\boldsymbol{\varepsilon}_o^{i+1} - \mathbf{H}\boldsymbol{\varepsilon}_b^{i+1}), \quad (2.18)$$

kde $\boldsymbol{\varepsilon}_o^{i+1}$ je vektor rozdílů mezi sadami pozorování, respektive jejich perturbacemi, $\boldsymbol{\varepsilon}_o^{i+1} = \boldsymbol{\delta}_{o,k}^{i+1} - \boldsymbol{\delta}_{o,l}^{i+1}$. Z podobnosti rovnic (2.15), (2.9) a (2.18), (2.12) lze usuzovat, že procesy, které se podílejí na vývoji chyb v asimilačním cyklu, jsou stejné jako procesy zabezpečující rozdíly mezi jednotlivými členy ansámblu.

Skutečnou kovarianční matici chyb předběžného odhadu \mathbf{B}_* lze za předpokladu nepřítomnosti systematických chyb vyjádřit:

$$\mathbf{B}_* = \overline{\mathbf{e}_b \mathbf{e}_b^T}. \quad (2.19)$$

Kovarianční matice rozdílů jednotlivých členů ansámblu po odstranění systematické komponenty je dána rovnicí:

$$\mathbf{B}_\varepsilon = \overline{\boldsymbol{\varepsilon}_b \boldsymbol{\varepsilon}_b^T}. \quad (2.20)$$

Otázkou zůstává vztah mezi těmito dvěma kovariančními maticemi. Vyjádřeme rozdíl mezi dvěma předběžnými odhady ansámblu pomocí perturbací vůči nějakému kontrolnímu běhu:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_b = \mathbf{x}_{b,k} - \mathbf{x}_{b,l}, \quad (2.21)$$

$$= \mathbf{x}_b + \boldsymbol{\delta}_{b,k} - \mathbf{x}_b + \boldsymbol{\delta}_{b,l}, \quad (2.22)$$

$$= \boldsymbol{\delta}_{b,k} - \boldsymbol{\delta}_{b,l}. \quad (2.23)$$

Potom se kovarianční matice rozdílů rovná:

$$\mathbf{B}_\varepsilon = \overline{(\boldsymbol{\delta}_{b,k} - \boldsymbol{\delta}_{b,l})(\boldsymbol{\delta}_{b,k} - \boldsymbol{\delta}_{b,l})^T}, \quad (2.24)$$

$$= \overline{\boldsymbol{\delta}_{b,k}(\boldsymbol{\delta}_{b,k})^T} + \overline{\boldsymbol{\delta}_{b,l}(\boldsymbol{\delta}_{b,l})^T} + \overline{\boldsymbol{\delta}_{b,l}(\boldsymbol{\delta}_{b,k})^T} + \overline{\boldsymbol{\delta}_{b,k}(\boldsymbol{\delta}_{b,l})^T}. \quad (2.25)$$

Pokud jsou perturbace jednotlivých členů ansámblu nekorelované, $\overline{\boldsymbol{\delta}_{b,l}(\boldsymbol{\delta}_{b,k})^T} = 0$ a $\overline{\boldsymbol{\delta}_{b,k}(\boldsymbol{\delta}_{b,l})^T} = 0$, a pokud jsou prostorové kovariance chyb shodné se skutečností, potom lze očekávat, že kovarianční matice z rozdílů předběžných odhadů bude 2 krát větší než skutečná kovarianční matice \mathbf{B}_* (Berre *et al.*, 2006), tj.:

$$\mathbf{B}_\varepsilon = 2\mathbf{B}_*. \quad (2.26)$$

Ansámblové metody lze s ohledem na simulaci vývoje chyby také použít pro specifikaci tzv. kovarianční matice dne (B matrix of the day), kdy kovarianční matice plně, či částečně závisí na aktuálním počasí. První přístupy zohledňují časový vývoj pouze variancí chyb předběžného odhadu. Využívají k tomu ansámblu jen s několika členy v důsledku jejich velké výpočetní náročnosti. Například globální asimilační ansámbl v Météo-France měl v roce 2013 pouze 6 členů. Pro výpočet variancí získávají větší vzorek dat z několika po sobě jdoucích běhů asimilačního ansámblu, přesto ze získaných variancí odstraňují šum pomocí filtrů (Raynaud *et al.*, 2008, 2009, 2011). Posléze plnou kovarianční matici dne s potlačenou homogenitou kovariancí implementovali do operativního provozu v globálním modelu ARPEGE, viz Berre *et al.* (2015).

Asimilační ansámby poskytují mocný nástroj pro specifikaci chyb předběžného odhadu závisících nejen na místě ve výpočetní oblasti, ale i na aktuální meteorologické situaci. Pro jejich správnou funkčnost je vhodné velmi obezřetně nastavit veškeré zdroje chyb. Nyní si připomeňme zdroj označovaný jako chyby numerického modelu (model errors) viz \mathbf{e}_m v rovnici (2.9). Asimilační ansámby jsou často provozovány za předpokladu perfektního numerického modelu ($\boldsymbol{\varepsilon}_m^{i+1} = 0$ v rovnici (2.15)), kde se neuvažují chyby v modelových rovnicích, použitých parametrizacích ani chyby způsobené vlastním rozlišením modelu. Takto získané kovariance chyb předběžného odhadu mohou být podhodnoceny, proto se pomocí diagnostik upravuje jejich velikost (Desroziers *et al.*, 2005; Desroziers a Ivanov, 2001). Desroziers *et al.* (2005) diagnostikují chyby v prostoru pozorování, viz také sekce 2.1. Diagnostikovanou kovarianční matici \mathbf{B} lze vyjádřit pomocí střední hodnoty kovariancí inkrementů analýzy \mathbf{d}_b^a (analýza mínus předběžný odhad) a inovací \mathbf{d} (pozorování mínus předběžný odhad):

$$E[\mathbf{d}_b^a \mathbf{d}^T] = \mathbf{H}\mathbf{B}\mathbf{H}^T. \quad (2.27)$$

Variance chyb předběžného odhadu jsou diagnostikovány následovně pro podmnožinu pozorování (i) s p_i pozorováními:

$$(\sigma_i^b)^2 = (\mathbf{d}_b^a)_i^T (\mathbf{d})_i / p_i. \quad (2.28)$$

Poměr diagnostikované variance a hodnoty předepsané v kovarianční matici \mathbf{B} určuje tzv. inflační koeficient. Průměr inflačních koeficientů jednotlivých pozorovaných parametrů je poté použit pro škálování kovarianční matice chyb.

Dalším přístupem k realističtějšímu zohlednění chyb modelu je zvětšení perturbací jednotlivých členů ansámblu $\boldsymbol{\delta}_{b,k}$ po každé předpovědi v asimilačním cyklu diagnostikovaným koeficientem α . Raynaud *et al.* (2012) ukazují, jak tento koeficient získat pomocí přístupu Desroziers a Ivanov (2001), a zároveň odůvodňují, že zvětšení perturbací jednotlivých členů ansámblu je ekvivalentní předpokladu, že chyba modelu v předpovědi asimilačního cyklu je proporcionalní růstu chyby analýzy:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_m^{i+1} = (\alpha - 1)\mathbf{M}\boldsymbol{\varepsilon}_a^i. \quad (2.29)$$

V následující kapitole si ukážeme implementaci asimilační metody 3D-Var v modelu ALADIN včetně použitých zjednodušení kovariančního modelu.

3. Model ALADIN a implementace metody 3D-Var

V této práci budeme využívat numerický předpovědní model ALADIN (Aire Limitée Adaptation Dynamique Développement International) viz Radnóti *et al.* (1995); Aladin IT (1997); Termonia *et al.* (2018). Jedná se o spektrální model na omezené oblasti, který byl historicky vyvíjen jako LAM verze globálního modelu ARPEGE. Od globálního modelu jej odlišuje pouze rovinná geometrie, báze funkce spektrální reprezentace (dvojitá Fourierova transformace namísto sférických harmonických řad) včetně tvaru spektra a použití okrajových podmínek z řídicího modelu. Pro problematiku asimilace dat je právě tato spektrální reprezentace stavového vektoru důležitým faktorem, protože snižuje dimenzi asimilační úlohy.

Model ALADIN využívá formulaci pohybových rovnic v konformním zobrazení na rovinu mapy a ve vertikále hybridní η souřadnicový systém. Dále využívá dvouhladinové semi-implicitní časové schéma se semi-Lagrangeovskou advekcí. To umožňuje při integraci používat relativně dlouhý časový krok. Další popis předpovědní části modelu včetně tzv. kanonických modelových konfigurací je v Termonia *et al.* (2018). V této práci bude využita pouze jeho hydrostatická verze, protože s ohledem na použitá rozlišení, 4,7 a 9 km, ještě není aplikace nehydrostatické verze nutná. Řídicím modelem je v našem případě globální model ARPEGE (Courtier *et al.*, 1991) s intervalem aktualizace bočních okrajových podmínek 3 hodiny.

Pro tvorbu počátečních podmínek lze v modelu ALADIN zvolit různé přístupy, ať již se jedná o dynamickou adaptaci¹ nebo metodu Digital Filter Blending² či asimilaci dat. V této části se omezíme pouze na asimilaci dat do atmosférických polí modelu ALADIN, pro níž se primárně využívá třídimenzionální variační metoda (3D-Var), která je velmi oblíbená v modelech na omezené oblasti pro svou schopnost poradit si s vysokou dimenzí úlohy a pro svou nízkou výpočetní náročnost. Zároveň umožňuje použití nekonvenčních pozorování a na rozdíl od metody s časovou dimenzí 4D-Var nepotřebuje linearizovanou ani k ní sdruženou formu numerického modelu (Bučánek *et al.*, 2015).

V modelu ALADIN je použita inkrementální formulace metody 3D-Var s přechodem ke kontrolní proměnné, viz rovnice (1.21), obdobně jako v systému IFS/ARPEGE. S ním sdílí nejen metodiku, ale i datový operátor upravený pro omezenou oblast (Fischer *et al.*, 2005). Stavový vektor \mathbf{x} je při asimilaci dat tvořen koeficienty spektrálního rozvoje polí teploty, složek větru ve formě vorticity a divergence, přízemního tlaku a specifické vlhkosti.

Tato spektrální reprezentace polí je určena konečným Fourierovským rozvojem, který vyžaduje periodicitu na uvažovaném intervalu. Ta je zajištěna metodou „biperiodizace“ (Haugen a Machenhauer, 1993), kdy je integrační oblast modelu rozšířena o umělou zónu, ve které je řešení relaxováno k biperiodické podmínce.

¹Dynamická adaptace označuje převzetí počátečních podmínek z řídicího modelu.

²Metoda Digital Filter Blending bude vysvětlena v kapitole 4

Dvojitou Fourierovu transformaci lze poté zapsat následovně:

$$x(i_x, i_y, \eta) = \sum_{m=-M}^M \sum_{n=-N}^N x_{mn}^\eta e^{2\pi i \left(\frac{mi_x}{nxl} + \frac{ni_y}{nyl} \right)}, \quad (3.1)$$

$$x_{mn}^\eta = \frac{1}{nxlnyl} \sum_{i_x=1}^{nxl} \sum_{i_y=1}^{nyl} x(i_x, i_y, \eta) e^{-2\pi i \left(\frac{mi_x}{nxl} + \frac{ni_y}{nyl} \right)}, \quad (3.2)$$

kde i_x, i_y je horizontální pozice ve směru x, y vyjádřena pořadovým číslem uzlového bodu výpočetní sítě, η je vertikální souřadnice, x vyjadřuje složku stavového vektoru v daném místě i_x, i_y, η a x_{mn}^η jsou spektrální koeficienty Fourierova rozvoje stavového vektoru. Symboly nxl, nyl je označen počet uzlových bodů rozšířené výpočetní oblasti ve směru osy x a y. Těchto nxl, nyl bodů uzlové sítě můžeme popsat pomocí $M = (nxl - 1)/2$ a $N = (nyl - 1)/2$ vln. Potom m, n značí vlnová čísla v zonálním a meridionálním směru. Pro homogenní a izotropní rozlišení se spektrum ořezává elipticky:

$$\frac{m^2}{M^2} + \frac{n^2}{N^2} \leq 1, \quad (3.3)$$

potom jsou koeficienty x_{mn}^η vně eliptické plochy nulové. Celkové vlnové číslo \mathbf{k}^* lze potom vyjádřit:

$$\mathbf{k}^* = N_s \left(\frac{m}{nxl}, \frac{n}{nyl} \right) \quad (3.4)$$

a jeho normu pomocí:

$$k^* = N_s \sqrt{\frac{m^2}{nxl^2} + \frac{n^2}{nyl^2}}, \quad (3.5)$$

kde N_s je škálovací parametr. Další podrobnosti implementace spektrální reprezentace lze nalézt například v Bubnová (1994).

Připomeňme, že ve spektrální reprezentaci jsou držena pouze prognostická pole teploty, vorticity, divergence, přízemního tlaku a specifické vlhkosti. Ostatní prognostické proměnné jako hydrometeory, turbulentní kinetická energie a další proměnné používané v parametrizacích fyzikálních procesů jsou drženy v uzlové síti modelu a při asimilaci dat jsou pouze převzaty z předběžného odhadu, čímž se lépe zajistí rovnovážný stav analýzy pro reálnou vlhkou atmosféru. Minimalizace účelové funkce (1.21) je v modelu ALADIN provedena kvazi-Newtonovou metodou, která využívá druhé derivace.

Kovarianční matice chyb pozorování je diagonální a odpovídá specifikaci ze sekce 2.1. Kovarianční matici chyb předběžného odhadu adaptoval Berre (2000) pro potřeby modelu ALADIN z globálního systému IFS/ARPEGE. Berre (2000) ji navíc rozšířil o křížové kovariance k chybám specifické vlhkosti na rozdíl od systému IFS/ARPEGE, kde se vazby specifické vlhkosti k ostatním komponentám kontrolní proměnné neuvažují. V systému IFS/ARPEGE proto určují pouze variance chyb specifické vlhkosti, a to pomocí empirické formule, viz Rabier *et al.* (1998). Základní vlastnosti kovarianční matice chyb předběžného odhadu v modelu ALADIN by se daly shrnout následovně: kovariance jsou konstruovány homogenní, izotropní a v prostoru neoddělitelné. To znamená, že horizontální korelace závisejí na výšce a vertikální korelace závisejí na horizontálním měřítku, viz následující sekce.

3.1 Implementace kovarianční matice chyb v modelu ALADIN

V modelu ALADIN je kovarianční matice \mathbf{B} zapsána jako série ne zcela lineárních operátorů (podle Fischer, 2007):

$$\mathbf{B} = \mathbf{L}\mathbf{D}\mathbf{V}\mathbf{W}\mathbf{W}^T\mathbf{V}^T\mathbf{D}^T\mathbf{L}^T. \quad (3.6)$$

Tento komplexní výraz využívá vlastnosti druhé odmocniny kovarianční matice, kde $\mathbf{B} = \mathbf{B}^{1/2}\mathbf{B}^{T/2}$, potom:

$$\mathbf{B}^{1/2} = \mathbf{L}\mathbf{D}\mathbf{V}\mathbf{W}. \quad (3.7)$$

Operátor $\mathbf{B}^{-1/2}$ (inverze $\mathbf{B}^{1/2}$) transformuje vektor chyby předběžného odhadu \mathbf{e}_b z prostoru modelu do prostoru kontrolní proměnné (viz sekce 1.1) :

$$\hat{\mathbf{e}}_b = \mathbf{B}^{-1/2}\mathbf{e}_b, \quad (3.8)$$

tedy do prostoru, kde chyby nejsou vzájemně korelované a mají jednotkovou varianci. To umožňuje rychlejší konvergenci minimalizace účelové funkce, viz sekce 1.1. Nyní si dokážeme, že kovarianční matice chyb v prostoru kontrolní proměnné je jednotková (podle Fischer, 2007). Vyjádříme kovarianční matici chyb podle rovnice (2.19) a dále ji upravujeme až získáme jednotkovou matici:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{B}} &= \overline{\hat{\mathbf{e}}_b\hat{\mathbf{e}}_b^T} = \overline{\mathbf{B}^{-1/2}\mathbf{e}_b\mathbf{e}_b^T\mathbf{B}^{-T/2}} = \mathbf{B}^{-1/2}\overline{\mathbf{e}_b\mathbf{e}_b^T}\mathbf{B}^{-T/2} \\ &= \mathbf{B}^{-1/2}\mathbf{B}\mathbf{B}^{-T/2} = \mathbf{B}^{-1/2}\mathbf{B}^{1/2}\mathbf{B}^{T/2}\mathbf{B}^{-T/2} = \mathbf{I}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

Kovarianční matice se skládá ze třech typů kovariancí pro všechny asimilované veličiny. Jedná se o (1) křížové kovariance mezi jednotlivými veličinami \mathbf{L} , (2) horizontální autokovariance pro každou modelovou proměnnou \mathbf{D} a (3) vertikální autokovariance $\mathbf{V}\mathbf{W}$. Při přechodu k nekorelovaným proměnným se nejprve z proměnné odstraní ta část, která se podílí na křížových kovariancích, poté část podílející se na autokovariancích horizontálních a následně část podílející se na autokovariancích vertikálních:

$$\mathbf{B}^{-1/2} = (\mathbf{W}^{-1}\mathbf{V}^{-1})(\mathbf{D}^{-1})(\mathbf{L}^{-1}). \quad (3.10)$$

V praxi matice \mathbf{B}^{-1} ani $\mathbf{B}^{-1/2}$ není potřeba. Právě použitím kontrolní proměnné χ (viz sekce 1.1) se zcela vyhne inverzi kovarianční matice \mathbf{B} a využívá se pouze $\mathbf{B}^{1/2}$ a $\mathbf{B}^{T/2}$, což dále přispívá k rychlejší konvergenci asimilační úlohy. Zde uvádíme inverzní tvary kovariančních matic pouze z teoretických důvodů.

3.1.1 Křížové kovariance

Podobně jako v Parrish *et al.* (1997) se využívá multilineární regrese k odvození empirické závislosti mezi chybami různých veličin předběžného odhadu. To umožní odstranit křížovou kovarianční komponentu chyb předběžného odhadu a zároveň vytvoření komponent kontrolní proměnné, které na sobě nebudou záviset. V modelu ALADIN je multilineární regrese rozšířena o specifickou vlhkost

a je řízena následující sadou rovnic (Berre, 2000):

$$\begin{aligned}
\zeta &= \zeta \\
\eta &= \mathcal{M}\mathcal{H}\zeta + \eta_u \\
(T, P_s) &= \mathcal{N}\mathcal{H}\zeta + \mathcal{P}\eta_u + (T, P_s)_u \\
q &= \mathcal{Q}\mathcal{H}\zeta + \mathcal{R}\eta_u + \mathcal{S}(T, P_s)_u + q_u
\end{aligned} \tag{3.11}$$

kde ζ , η , (T, P_s) , q jsou chyby předběžného odhadu vorticity, divergence, teploty, logaritmu přízemního tlaku a specifické vlhkosti. η_u , $(T, P_s)_u$, q_u jsou rezidua lineární regrese pro η , (T, P_s) , q . Index u u reziduí vychází z anglického termínu „unbalanced part“. Balanční nebo také geostrofický operátor \mathcal{H} je diagonální matice transformující spektrální koeficienty vorticity na koeficienty geopotenciálu P_b pomocí lineární regrese, $P_b = \mathcal{H}\zeta$. Jedná se o přiblížení k řešení rovnice pro kvazi-geostrofickou vorticitu pomocí lineární regrese, viz Berre (2000, sekce 4.). Matice \mathcal{M} , \mathcal{N} , \mathcal{P} , \mathcal{Q} , \mathcal{R} , \mathcal{S} jsou takzvané vertikální balanční operátory. Jsou to blokově diagonální matice obsahující regresní koeficienty odvozené z křížově kovariančních a autokovariančních matic. Například matice \mathcal{M} je odvozena z autokovarianční matice pro P_b a z křížových kovariancí mezi η a P_b , $\mathcal{M} = \overline{\eta P_b^T (P_b P_b^T)^{-1}}$.

Velmi důležitou vlastností lineární regrese je, že rezidua jsou nekorelovaná s prediktory. Uvedme příklad kovariance mezi reziduem η_u a geopotenciálem P_b , jejíž hodnota se dle očekávání rovná nule:

$$\begin{aligned}
\overline{\eta_u P_b^T} &= \overline{(\eta - \mathcal{M}P_b) P_b^T} \\
&= \overline{\eta P_b^T} - \mathcal{M} \overline{P_b P_b^T} \\
&= \overline{\eta P_b^T} - \overline{\eta P_b^T (P_b P_b^T)^{-1}} \overline{P_b P_b^T} \\
&= 0.
\end{aligned} \tag{3.12}$$

Touto vlastností lineární regrese můžeme odstranit křížové korelace mezi chybami různých proměnných pomocí operátoru \mathbf{L}^{-1} , kdy pro přechod k chybám bez křížových korelací použijeme následující vztah:

$$(\mathbf{e}_b)_u = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{e}_b, \tag{3.13}$$

kde

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 & 0 \\ \mathcal{M}\mathcal{H} & \mathbf{1} & 0 & 0 \\ \mathcal{N}\mathcal{H} & \mathcal{P}\mathcal{H} & \mathbf{1} & 0 \\ \mathcal{Q}\mathcal{H} & \mathcal{R}\mathcal{H} & \mathcal{S}\mathcal{H} & \mathbf{1} \end{pmatrix}, \tag{3.14}$$

$$\mathbf{e}_b = \begin{pmatrix} \zeta \\ \eta \\ (T, P_s) \\ q \end{pmatrix}, \quad (\mathbf{e}_b)_u = \begin{pmatrix} \zeta_u \\ \eta_u \\ (T, P_s)_u \\ q_u \end{pmatrix}. \tag{3.15}$$

3.1.2 Autokovariance horizontální

Pro jejich konstrukci se využívá předpokladu horizontální homogenity, kdy kovariance mezi dvěma body ve výpočetní mřížce závisí pouze na separačním vektoru spojujícím tyto body (kovariance je tedy invariantní vůči posunu). Ve

spektrální reprezentaci modelu ALADIN to znamená, že spektrální módy, jejichž vlnová čísla se liší, nejsou korelované. Dalším zjednodušením je předpoklad, že kovariance závisí pouze na směru a velikosti separačního vektoru, ale ne na jeho orientaci. Třetím zjednodušením je předpoklad izotropie kovariancí, kdy kovariance závisí pouze na velikosti separačního vektoru, ale ne na jeho směru. Ve spektrálním prostoru to znamená, že horizontální kovariance v dané modelové hladině závisí pouze na normě celkového vlnové čísla \mathbf{k}^* . Díky předpokladu homogenity a izotropie se sníží dimenze kovarianční matice. Matice \mathbf{B} je pak řídká, blokově diagonální.

Další vlastností kovariancí chyb v modelu ALADIN je neoddělitelnost horizontálních a vertikálních kovariancí ve spektrálním prostoru. Horizontální korelace se mění s výškou (s modelovou hladinou) a vertikální korelace se mění s horizontálním měřítkem (s celkovým vlnovým číslem).

Matice \mathbf{D} obsahuje spektrální směrodatné odchylky chyb předběžného odhadu, je to diagonální matice obsahující příspěvky každého celkového vlnového čísla \mathbf{k}^* k celkové varianci. Tím je určen tvar horizontálních korelací (Fischer, 2007).

3.1.3 Autokovariance vertikální

Na vertikálních korelacích se podílí matice \mathbf{V} obsahující vlastní vektory vertikální autokorelační matice a také matice \mathbf{W} , která normalizuje chyby pomocí druhé odmocniny vlastních čísel. Aplikací \mathbf{V}^{-1} v rovnici (3.10) respektive v rovnici (3.8) se docílí proměnné, která má kovarianční matici chyb diagonální. Aplikace \mathbf{W}^{-1} vytvoří výslednou proměnnou, jejíž kovarianční matice chyb je jednotková.

3.1.4 Tvorba kovarianční matice chyb předběžného odhadu

V modelu ALADIN lze technicky použít kteroukoliv metodu jmenovanou v sekci 2.2. Ale jak už bylo zmíněno, jako nejvhodnější se jeví použití ansámblové metody, která je diskutována v sekci 2.2.3. Ta se snaží simulovat vývoj chyby v průběhu asimilačního cyklu, přesto jsou obvykle použity jen její klimatologické statistiky.

V modelech na omezené oblasti lze použít jednodušší variantu ansámblového přístupu umožňující získání tzv. spin-up ansámblové kovarianční matice. Využívá se asimilačního ansámblu řídicího modelu, který má plný asimilační cyklus. Ansámbl na omezené oblasti pak vůbec neobsahuje asimilaci dat. Pouze se integrují předpovědi jednotlivých členů LAM ansámblu na několik hodin (typicky 6 hodin), kdy počáteční podmínky tvoří analýzy řídicího ansámblu interpolované na rozlišení LAM ansámblu. Kovarianční matice se opět počítá z rozdílů mezi předpověďmi jednotlivých členů LAM ansámblu. Tímto zjednodušením se výrazně sníží komplexita ansámblu, i když za cenu mírně horší kovarianční matice předběžného odhadu (Brousseau *et al.*, 2011), než jaká by se dala získat pomocí LAM verze asimilačního ansámblu ze sekce 2.2.3.

V této práci bude využit ansámblový přístup pro tvorbu klimatologické statistiky chyb předběžného odhadu. Spin-up varianta ansámblového přístupu je po-

užita pro prvotní nastavení statistik, dokud ještě asimilace dat nebyla v provozu. V experimentální části práce si ukážeme chování různých nastavení chyb předběžného odhadu v průběhu asimilačního cyklu. Pozastavíme se nad možností použití statistik zohledňujících aktuální vývoj chyby předběžného odhadu a v kapitole 7 bude prezentována nová speciální varianta ansámblového přístupu vhodná pro tvorbu kovarianční matice chyb předběžného odhadu pro tzv. BlendVar schéma, viz následující kapitola 4.

3.2 Použitá pozorování

Asimilace dat metodou 3D-Var je v modelu ALADIN v ČHMÚ připravena pro použití následujících meteorologických pozorování:

- tlak vzduchu z přízemních stanic;
- teplota, relativní vlhkost, směr a rychlost větru z aerologických sondáží;
- satelitní pozorování větru označovaná jako AMV (Atmospheric Motion Vector);
- radiance z geostacionární družice Meteosat-10 z přístroje Spinning-Enhanced Visible and Infrared Imager (SEVIRI);
- letecká pozorování teploty, směru a rychlosti větru označovaná AMDAR.

Časová nekonzistence (viz sekce 2.1) leteckých popřípadě aerologických pozorování vede ke ztrátě optimality výsledné 3D-Var analýzy, proto je nutné stanovit jistý kompromis mezi množstvím vstupujících pozorování a chybou způsobenou jejich časovou odchylkou od termínu analýzy. V modelu ALADIN v ČHMÚ jsme zvolili délku asimilačního okna 3 hodiny, $\pm 1,5$ h kolem termínu analýzy. Zde je vhodné upozornit na to, že přízemní pozorování, satelitní pozorování AMV i data z geostacionární družice jsou dostupná v termínu analýzy.

Vlastní asimilaci pozorování vždy předchází kontrola jejich kvality, která vyřadí pozorování chybná, duplicitní nebo nereprezentativní. Dále se redukuje množství pozorování s vysokou prostorovou hustotou, aby se potlačily případné korelace chyb pozorování (viz sekce 2.1). V naší konfiguraci je redukována hustota leteckých a družicových pozorování na základě výsledků empirických testů. Vybírá se pouze jedno měření daného letadla ve čtverci o hraně 25 km pro každou modelovou hladinu. Družicová pozorování jsou vybrána ze čtverce o hraně 70 km. Celkově kontrola kvality včetně prostorového ředění vyřazuje asi 96 % družicových pozorování, asi 12 % leteckých pozorování a méně než 5 % aerologických a přízemních pozorování.

Výše zmíněná nastavení jsou použita v experimentální části práce. Případné odchylky od referenčních nastavení jsou popsány pro konkrétní případy, včetně upřesnění. V následující kapitole vysvětlíme koncept BlendVar, ve kterém je použita tato implementace asimilační metody 3D-Var.

4. Asimilační schéma BlendVar

Vyšší rozlišení modelů na omezené oblasti (LAM) umožňuje popis jevů, jež jsou podměřítkové pro jejich řídicí modely, zpravidla globální. Naopak největší měřítko nejsou v LAM modelech tak dobře popsána jako v modelech globálních, právě v důsledku omezené oblasti (Berre, 2000). Pro úlohu asimilace není limitující pouze velikost oblasti LAM, ale i náročnost metod tvorby analýzy respektive počátečních podmínek. Tyto nedostatky se snaží kompenzovat přístupy kombinující velkoměřítkovou část analýzy řídicího modelu s předběžným odhadem, popřípadě analýzou LAM modelu. Díky tomu se zachovávají velkoměřítkové struktury cirkulace z řídicího modelu a dále se profituje z jeho asimilační metody, která je často komplexnější než v LAM modelu (e.g. 4D-Var versus 3D-Var).

Brožková *et al.* (2001) představili metodu Digital Filter (DF) Blending aplikovanou ve spektrálním prostoru stavového vektoru. DF Blending využívá nízkopásmový (low-pass) digitální filtr, aby inkrementálně přidal velkoměřítkovou část analýzy globálního modelu do LAM modelu. Metoda DF Blending se stala oblíbenou pro její relativní jednoduchost, například Brožková *et al.* (2006) využili metodu DF Blending pro zlepšení toků v blízkosti pobřeží z atmosféry do oceánografického modelu ve vysokém rozlišení. V ansámblové předpovědi počasí byl DF Blending také použit (Derková a Belluš, 2007). Široká *et al.* (2003) navrhli kombinovat DF Blending s 3D-Var metodou, s DF Blendingem aplikovaným buď před (BlendVar), nebo po (VarBlend) analýze 3D-Var. Guidard *et al.* (2006) aplikovali koncept BlendVar s pozitivním impaktem na asimilaci pozorování v periodě intenzivních pozorování z mezoměřítkového alpského programu (the Mesoscale Alpine Programme). Konceptně podobnou metodu k Varblend navrhuje Yang (2005), Wang *et al.* (2014) tuto metodu adaptuje a testuje konfiguraci BlendVar i Varblend, výsledky testů pak hodnotí velmi slibně v porovnání se samotnou metodou 3D-Var.

Alternativně Guidard a Fischer (2008) navrhují přidání analýzy řídicího modelu jako další člen účelové funkce v 3D-Var, protože DF Blending neodpovídá žádnému statistickému konceptu. Dahlgren a Gustafsson (2012) testovali konceptně shodnou metodu, kde sice asimilovali pouze vorticitu, avšak s použitím nediagonální kovarianční matice chyb předběžného odhadu.

DF Blending má oproti těmto jmenovaným přístupům několik výhod. Je technicky jednodušší než možná tvorba kovarianční matice chyb řídicího modelu na denní bázi, protože chyby řídicího modelu se v čase mění. Digitální filtry umožňují hladce kombinovat velká měřítko z analýzy řídicího modelu s předběžným odhadem ve vysokém rozlišení bez nutnosti dalších zjednodušení, například kovariančního modelu v Guidard a Fischer (2008); Dahlgren a Gustafsson (2012).

V následující sekci 4.1 rozebereme konstrukci metody DF Blending a v sekci 4.2 poté implementaci schématu BlendVar v modelu ALADIN v ČHMÚ, která je součástí této práce.

4.1 Metoda DF Blending

Metodu DF Blending lze považovat za pseudoasimilační metodu, pokud je použita v časové konzistenci s asimilačním cyklem řídicího modelu. DF Blending

kombinuje ve spektrálním prostoru dobře reprezentovaná měřítka analýzy řídicího modelu s předběžným odhadem LAM modelu, proto je dlouhovlnná část spektra převzata z analýzy řídicího modelu a krátkovlnná část z předběžného odhadu LAM modelu. Připomeňme symbolickou rovnici DF Blendingu:

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + F_{L \rightarrow H} \{ \overline{F_{H \rightarrow L}(\mathbf{g}_a)} \} - F_{L \rightarrow H} \{ \overline{F_{H \rightarrow L}(\mathbf{x}_b)} \}, \quad (4.1)$$

kde \mathbf{x}_a je analýza LAM modelu, \mathbf{x}_b je její předběžný odhad. Analýza řídicího modelu interpolovaná do rozlišení LAM modelu je \mathbf{g}_a . F označuje změnu spektrálního rozlišení (změnu ořezání spektra), kde dolním indexem H je označeno spektrum vysokého rozlišení a dolním indexem L pak spektrum ořezané na nižší rozlišení. Ořezání spektra je ohraničeno vlnovým číslem určeným empirickou formulí, viz Giard (2001); Derková a Belluš (2007). Horizontální čára na operátory $F_{H \rightarrow L}$ symbolizuje aplikaci nerekurzivního Dolph-Chebyshevova filtru (Lynch *et al.*, 1997), který je vhodně nastaven pro dané nižší spektrální rozlišení, aby odstranil nadbytečný krátkovlnný šum v prostoru i čase.

Z rovnice (4.1) vyplývá, že spektra obou vstupů jsou nejprve transformována do nízkého spektrálního rozlišení, filtrována a transformována zpět do vysokého spektrálního rozlišení. Následně je jejich rozdíl inkrementálně přidán k předběžnému odhadu LAM modelu. Inkrementální přístup spolu s filtry zajišťuje dostatečně hladké přidání analýzy řídicího modelu k předběžnému odhadu modelu LAM.

Nyní se vrátíme zpět k empirické formulí určující ořezání spektra pro symbolickou rovnici DF Blendingu (4.1). Využívá se geometrického průměru rozlišení analýzy řídicího modelu T_a , vlastního rozlišení řídicího modelu T_g a rozlišení LAM modelu T_l . Rozlišení jsou vyjádřena maximálním počtem vln podél rovniku Země, v případě LAM modelu je toto číslo určeno přepočtem za použití délky kroku výpočetní sítě LAM. Empirickou formulí pro určení měřítka ořezání můžeme vyjádřit takto:

$$T_c = \sqrt[3]{T_a T_g T_l}. \quad (4.2)$$

Délka nejkratší vlny reprezentovaná ořezaným spektrem je určena podílem obvodu Země a měřítkem ořezání T_c :

$$\lambda_c \approx 40\,000\,000/T_c \quad (4.3)$$

V případě modelu ALADIN v ČHMÚ s horizontální rozlišením 4,7 km a použitím analýzy globálního modelu ARPEGE včetně okrajových podmínek je délka nejkratší vlny reprezentovaná ořezaným spektrem přibližně 30 km. 4D-Var analýza globálního modelu ARPEGE je počítána na nižším spektrálním rozlišení, než je vlastní rozlišení modelu ARPEGE, právě v důsledku výpočetní náročnosti a konvergence metody 4D-Var. Konkrétně je rozlišení analýzy 4D-Var v experimentech T323 a rozlišení modelu ARPEGE je $T798/c2,4$. Kde $c=2,4$ je tzv. koeficient dilatace, který zabezpečuje proměnlivý krok výpočetní sítě. To je ekvivalentní maximálnímu rozlišení T1915 v místě pólu dilatace (model ARPEGE má pól umístěný v geografickém středu Francie v obci Nassigny) a minimálnímu rozlišení T332 na protipólu. Pro úplnost lze dodat, že rozlišení modelu ALADIN je po přepočtu ekvivalentní T4255.

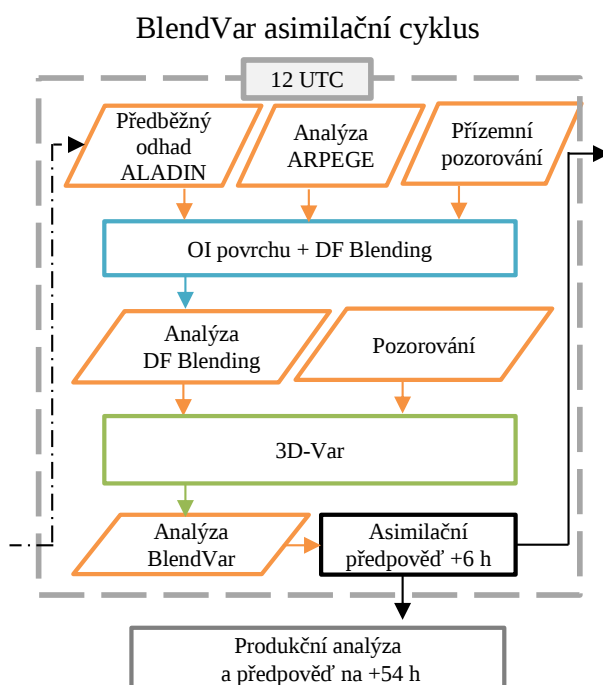
DF Blending je aplikován na pole větru, teploty, specifické vlhkosti a přízemního tlaku. Navzdory své jednoduchosti překonává kvalitou nejen tzv. dynamickou

adaptaci¹ (Brožková *et al.*, 2001; Derková a Belluš, 2007), ale i asimilační metodu 3D-Var použitou samostatně, jak potvrzují výsledky v kapitole 7.

4.2 BlendVar v modelu ALADIN v ČHMÚ

Inspirováni pracemi Široká *et al.* (2003) a Guidard *et al.* (2006) jsme se rozhodli implementovat rozšíření metody DF Blending o přímou asimilaci dat ve formě tzv. BlendVar schématu (Bučánek *et al.*, 2015, viz příloha). Metodu BlendVar lze považovat za jistou analogii k tzv. multiinkrementální metodě používané pro urychlení hledání minima v globálních modelech (4D-Var), kde se minimalizace provede v postupných krocích. Nejprve se nalezne minimum účelové funkce pro nejdelší planetární vlny. Poté se přidá další část spektra (zvýší se rozlišení) a procedura hledání minima se opakuje (Courtier *et al.*, 1994).

Konfigurace BlendVar kombinuje DF Blending s analýzou 3D-Var. Prvním krokem je analýza dlouhých vln za pomoci DF Blendingu, jenž zajistí převzetí dlouhovlnné části analýzy řídicího modelu ARPEGE. To je do jisté míry analog k výše zmíněné multiinkrementální metodě, i když se z čistě matematického hlediska nejedná o totéž. Následuje analýza metodou 3D-Var. Její úlohou je analyzovat informaci ve škálách, které již model ARPEGE nedokáže dobře popsat. Aby celý systém poskytoval kvalitnější počáteční podmínky, než lze získat samotnou metodou DF Blending, je nutné nalézt optimální konstrukci a ladění kovariančních matic \mathbf{R} a \mathbf{B} . Pro první přiblížení je použita spin-up varianta ansámbového přístupu tvorby klimatologické kovarianční matice \mathbf{B} , další optimalizací se pak budeme zabývat v kapitole 7.



Obrázek 4.1: Schématické znázornění BlendVar asimilačního cyklu.

Schématické znázornění 6hodinového asimilačního cyklu BlendVar včetně

¹Dynamická adaptace označuje převzetí počátečních podmínek z řídicího modelu.

tvorby počátečních podmínek parametrů zemského povrchu je na obrázku 4.1. Nejprve se asimilují dostupná přízemní pozorování pomocí optimální interpolace při tvorbě analýzy parametrů zemského povrchu. Poté se pomocí DF Blendingu provede kombinace analýzy globálního modelu ARPEGE s předběžným odhadem modelu ALADIN, což je předchozí 6hodinová předpověď. Pak následuje analýza atmosférických polí pomocí metody 3D-Var. Výsledná analýza je zároveň počáteční podmínkou pro následnou 6hodinovou předpověď asimilačního cyklu, tj. nový předběžný odhad modelu ALADIN.

V následující části prozkoumáme přístup k potlačení homogenního a izotropního charakteru chyb předběžných odhadů a zároveň připustíme změnu chyb v závislosti na meteorologické situaci.

5. Heterogenní variance závislé na meteorologických podmínkách

V sekci 3.1 jsme ukázali, jak je implementována statická verze kovarianční matice \mathbf{B} v modelu ALADIN zohledňující pouze homogenní a izotropní kovariance chyb předběžného odhadu. Pokud bychom chtěli ustoupit od předpokladu homogenní kovariance chyb, nabízí se použití tzv. wavelet funkcí, které jsou s úspěchem používané v globálních modelech (Fisher, 2003; Berre *et al.*, 2015). V LAM modelech však není jejich použití přímočaré, viz Deckmyn a Berre (2005). Další možností, jak částečně zohlednit heterogenní charakter chyb předběžného odhadu, je použití směrodatných odchylek chyb v uzlové síti modelu (v tzv. grid-point prostoru), přestože je kovarianční model formulován ve spektrálním rozvoji. Důvod je prostý, je jednodušší zohlednit změny variancí v uzlové síti než ve spektrální reprezentaci. Tato možnost je v modelu ALADIN převzata z globálního systému ARPEGE/IFS. Navíc, pokud se použijí směrodatné odchylky generované asimilačním ansámblem, získáme kovarianční model závislejší na meteorologických podmínkách. Toto lze považovat jako první krok k takzvané kovarianční matici dne (viz sekce 2.2.3) s potlačením předpokladu homogenity. Kovarianční matice chyb předběžného odhadu potom vypadá následovně:

$$\mathbf{B} = \mathbf{LFSF}^{-1}\mathbf{DVWW}^T\mathbf{V}^T\mathbf{D}^T\mathbf{F}^{-T}\mathbf{S}^T\mathbf{F}^T\mathbf{L}^T. \quad (5.1)$$

Porovnáním s rovnicí (3.6) zjistíme, že navíc přibyly operátory \mathbf{FSF}^{-1} a jejich transpozice. Operátor \mathbf{F} zajišťuje přechod mezi spektrálním prostorem a prostorem uzlových bodů pomocí Fourierovy transformace a \mathbf{F}^{-1} zajistí přechod zpět do spektra. \mathbf{S} je diagonální matice obsahující normalizované směrodatné odchylky chyb předběžného odhadu pro každý bod modelové sítě, každou vertikální hladinu a pro každou asimilovanou veličinu. Směrodatné odchylky jsou již ve spektrálním prostoru v matici \mathbf{D} , proto je pouze násobíme normalizovanými směrodatnými odchylkami. Normalizace je následující:

$$\tilde{\sigma}_b(i, var, lev) = \frac{\sigma_b(i, var, lev)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{N_{gp}} \frac{1}{N_{gp}} \sigma_b^2(i, var, lev)}}, \quad (5.2)$$

kde $\tilde{\sigma}_b$ je normalizovaná směrodatná odchylka pro i -tý bod uzlové sítě, vertikální hladinu lev a modelovou proměnnou var . N_{gp} je počet uzlových bodů. Normalizace je konstruována tak, aby průměr normalizované směrodatné odchylky byl jedna. To umožní změny směrodatných odchylek v horizontále při zachování celkové velikosti směrodatné odchylky z matice \mathbf{D} pro danou vertikální hladinu.

Získat směrodatné odchylky chyb je možné pomocí asimilačních ansámblů jako v případě ansámblové metody tvorby kovarianční matice chyb předběžného odhadu v sekci 2.2.3. Směrodatné odchylky chyb předběžného odhadu můžeme vyjádřit:

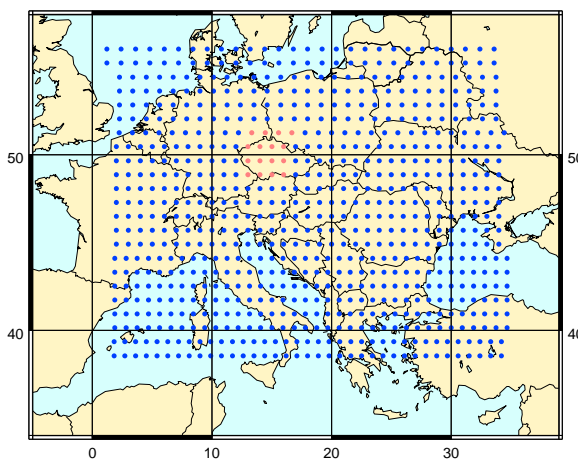
$$\sigma_b(i, var, lev) = \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^K \left(x_{b,k}(i, var, lev) - \frac{1}{K} \sum_{l=1}^K x_{b,l}(i, var, lev) \right)^2}, \quad (5.3)$$

kde $x_{b,k}(i, var, lev)$ je předběžný odhad v i -tém bodu uzlové sítě k -tého členu asimilačního ansámblu. Celkový počet členů ansámblu značí K . Připomeňme, že není uvažován časový průměr za delší období jako v případě klimatologických statistik, proto se zde vynoří zásadní problém, a tím je počet členů asimilačního ansámblu, který je obvykle velmi malý. Pro potlačení šumu z takto získaných směrodatných odchylek se využívá buď horizontálního průměrování směrodatných odchylek (Raynaud *et al.*, 2008) nebo převodu do spektrálního prostoru, kde se provede nízkopásmový (low-pass) filtr a výsledek se převede zpět do prostoru uzlových bodů (Raynaud *et al.*, 2009, 2011).

Za účelem získání vhodnější reprezentace chyb předběžného odhadu jsme tento přístup implementovali do konfigurace modelu ALADIN v ČHMÚ. Nejprve ověříme funkcionální algoritmu ve zjednodušených podmínkách a následně ověříme potenciál této metody v kontextu algoritmu BlendVar.

Nastavení modelu ALADIN

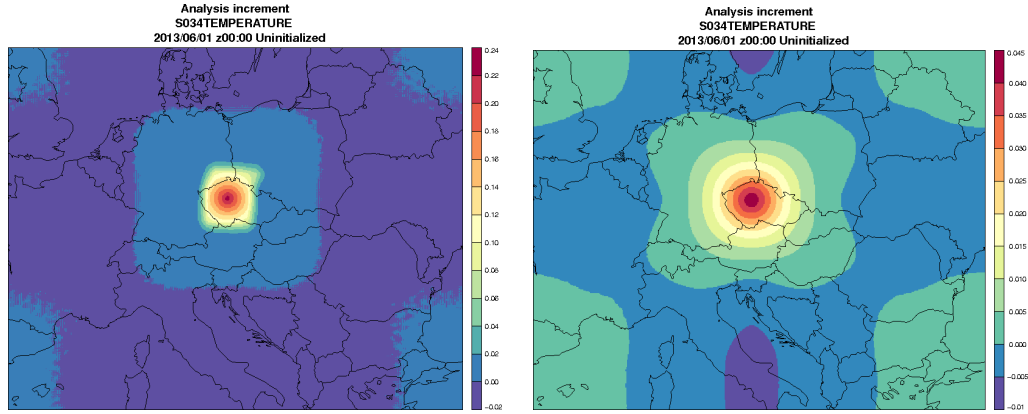
V následující studii má model ALADIN horizontální krok výpočetní sítě 4,7 km a 87 vertikálních hladin. Výpočetní oblast (~ 2500 km x ~ 2000 km) zaujímá centrální část Evropy. Pro boční okrajové podmínky je použit globální model ARPEGE s frekvencí aktualizace bočních okrajových podmínek 3 h. BlendVar experiment simulující operativní provoz využívá 6 hodinový asimilační cyklus, který je synchronní s asimilačním cyklem řídicího modelu ARPEGE. Využívá se spin-up varianta klimatologické kovarianční matice chyb.



Obrázek 5.1: Uzlová síť směrodatných odchylek s rozlišením asimilačního ansámblu modelu ARPEGE. Oranžová barva značí body s nenulovou hodnotou směrodatné odchylky naopak modrá barva označuje body, kde $\sigma_b = 0$.

5.1 Testy s jedním pozorováním

Funkcionální algoritmu demonstrujeme pomocí jednoho pozorování teploty v blízkosti Prahy ve výšce 500 hPa a pomocí uměle vytvořených směrodatných odchylek chyb. Tyto umělé směrodatné odchylky mají nenulové hodnoty pouze v malé přibližně obdélníkové oblasti, která je zobrazena oranžovými body na

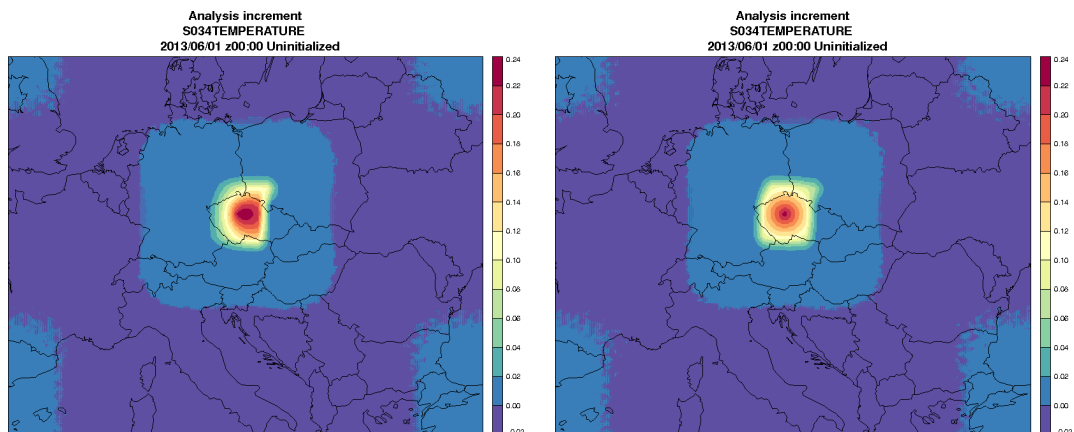


Obrázek 5.2: Porovnání inkrementů analýzy $\delta \mathbf{x}_a$ teploty v 500 hPa při použití uměle vytvořených směrodatných odchylek s inkrementy referenční analýzy (standardní 3D-Var). Inkrementy analýzy při použití uměle vytvořených směrodatných odchylek jsou vlevo, pravý sloupec obsahuje inkrementy referenční analýzy. Obrázky v levém i pravém sloupci mají jinou barevnou škálu v důsledku posunu velikosti inkrementu o jeden řád.

obrázku 5.1. Stejná konfigurace směrodatných odchylek chyb je pak aplikována ve všech modelových hladinách.

První test obsahuje velmi jednoduchou formu nehomogenity prostorového rozložení směrodatných odchylek chyb. Hodnoty směrodatných odchylek teploty, lépe řečeno směrodatných odchylek rezidua teploty T_u z rovnice (3.11), jsou konstantní — rovny jedné v oranžově označené oblasti na obrázku 5.1 a zbytek domény je vyplněn nulami. Po normalizaci pomocí rovnice (5.2) je hodnota směrodatné odchylky přibližně ~ 7.58 v oranžové oblasti, zatímco jinde se rovná nule. Směrodatné odchylky ostatních asimilačních parametrů (ζ , η_u , $(P_s)_u$, q_u) jsou konstantní, přesněji rovny jedné v celé výpočetní oblasti. To je ekvivalentní vynechání jmenovaných parametrů z transformace \mathbf{FSF}^{-1} a její transpozice. Pro tyto parametry je tedy kovarianční matice chyb beze změn. Tento test má ověřit schopnost algoritmu získat nulový inkrement analýzy v modré oblasti na obrázku 5.1 a zároveň ověřit, že tvar inkrementu teploty v oranžové oblasti bude stejný jako u standardní metody 3D-Var. Jeho velikost by pak měla být větší než u standardní metody, protože v oranžové oblasti definujeme 7krát větší chybu než u standardní metody. Obrázek 5.2 ukazuje výsledek tohoto testu, kdy dle očekávání je inkrement analýzy s uměle vytvořenými odchylkami téměř nulový v modré oblasti (levá část obrázku). Úplně nulové hodnoty v modré oblasti nejsou dosaženy v důsledku Fourierových transformací mezi spektrálním prostorem a prostorem uzlových bodů v kovarianční matici \mathbf{B} , viz rovnice (5.1). V oranžové oblasti má inkrement tvar soustředných kruhů jako u standardní metody 3D-Var. Zároveň je inkrement přibližně 6krát větší než u standardní metody, což odpovídá našim očekáváním.

Dále otestujeme lehce složitější formu nehomogenity. Vytvoříme směrodatné odchylky chyb rezidua teploty, které lineárně vzrůstají od západu k východu v oranžové oblasti. Na západní hranici oranžové oblasti jsou směrodatné odchylky rovny nule, lineárně rostou až dosáhnou východní hranice, kde jsou hodnoty rovny jedné. Mimo oranžovou oblast jsou hodnoty směrodatných odchylek opět nulové.

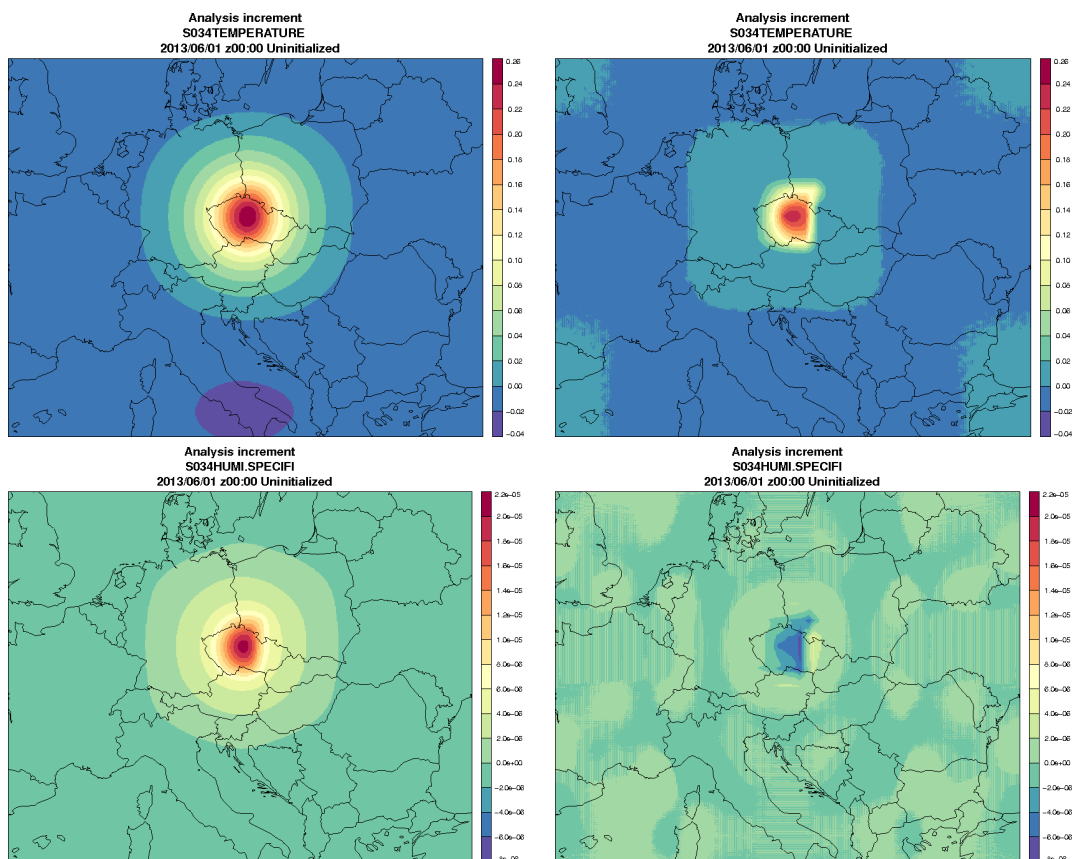


Obrázek 5.3: Porovnání inkrementů analýz při asimilaci jednoho pozorování teploty. Levá část obrázku zobrazuje inkrementy analýzy teploty při lineárním růstu směrodatných odchylek chyb teploty v oranžové oblasti. Pravá část obrázku zobrazuje inkrementy při konstantních směrodatných odchylkách chyb teploty v oranžové oblasti.

Směrodatné odchylky ostatních parametrů jsou jako v předchozím testu rovny jedné v celé výpočetní oblasti. Při této konfiguraci směrodatných odchylek očekáváme, že inkrement analýzy bude mít jistý stupeň asymetrie. To potvrzuje výsledek zobrazený na obrázku 5.3, kde v levé části obrázku je zobrazen inkrement analýzy při použití lineárně rostoucích směrodatných odchylek a v pravé části při konstantních odchylkách v oranžové oblasti. V levé části obrázku 5.3 můžeme vidět kapkovitý tvar inkrementu analýzy ve směru růstu směrodatných odchylek i vyšší hodnotu inkrementu než v pravé části obrázku 5.3. Tato vyšší hodnota inkrementu je způsobena normalizací pomocí rovnice (5.2). Tímto jsme ověřili, že algoritmus má schopnost velmi výrazně měnit tvar inkrementů analýzy, přestože lze tento příklad považovat do značné míry za extrémní.

Provedeme ještě další test s jedním pozorováním teploty. Opět použijeme lineárně rostoucích směrodatných odchylek chyb, ale tentokrát budeme uvažovat vorticitu namísto teploty. Obdobně jako v předchozím testu jsou hodnoty směrodatných odchylek mimo oranžovou oblast nulové. Směrodatné odchylky ostatních parametrů, teplota, vlhkost a divergence jsou rovny jedné v celé výpočetní oblasti. Tyto lineárně rostoucí směrodatné odchylky jsou aplikovány na inkrementy vorticity, které vzniknou v důsledku balanční rovnice (3.11) z inkrementů teploty. Analytický odhad výsledku není snadný pro jeho iterativní povahu, a proto že je balanční rovnice aplikována několikrát v gradientu účelové funkce (1.22).

Na obrázku 5.4 se podíváme na srovnání s předchozím testem, kdy byly použity lineárně rostoucí směrodatné odchylky teploty. Pokud se podíváme na maximální hodnoty inkrementu teploty v levé části obrázku, tak jsou srovnatelné s předchozím testem, kdy jsme uvažovali přímo směrodatné odchylky teploty v uzlové síti modelu, viz pravá část obrázku. V tomto případě jsou však inkrementy teploty tvořeny převážně v důsledku balanční rovnice z inkrementů vorticity, protože bez zvýšeného příspěvku z balanční rovnice by výsledek vypadal jako pravá část obrázku 5.2. Tvar inkrementu teploty obsahuje jistý stupeň nehomogenity, přesto výrazně menší než při přímém použití grid-point směrodatných odchylek chyb teploty. V případě inkrementů specifické vlhkosti můžeme vidět výrazný



Obrázek 5.4: Porovnání inkrementů analýz při asimilaci jednoho pozorování teploty. Levá část obrázku zobrazuje inkrementy analýzy teploty a specifické vlhkosti při lineárním růstu směrodatných odchylek chyb vorticity v oranžové oblasti. Pravá část obrázku zobrazuje inkrementy analýzy teploty a specifické vlhkosti při lineárním růstu směrodatných odchylek chyb teploty v oranžové oblasti.

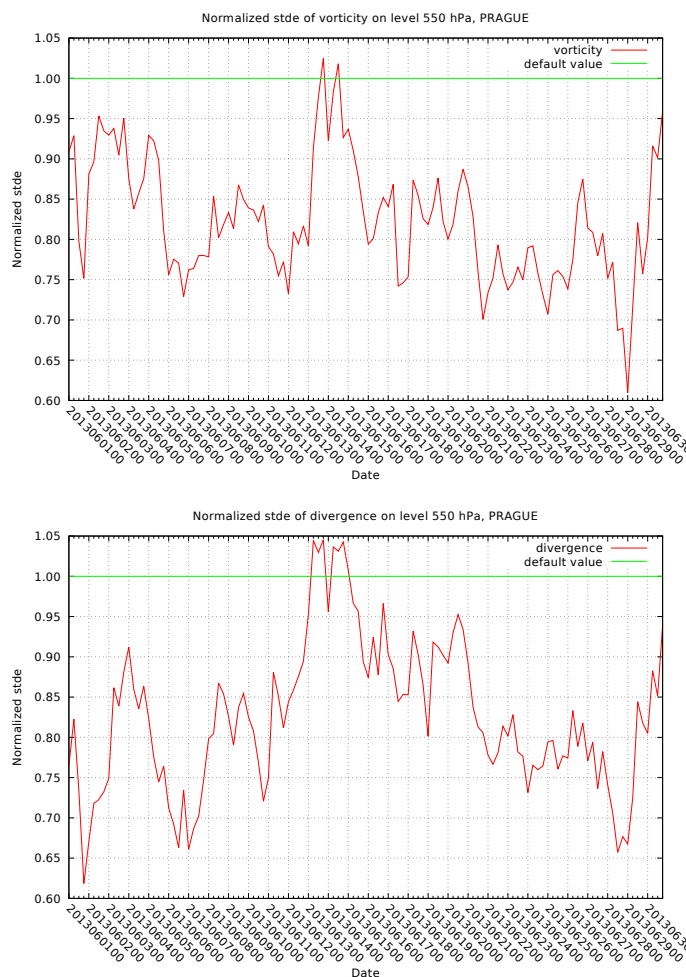
rozdíl mezi testy. V levé části obrázku 5.4 jsou inkrementy specifické vlhkosti tvořeny převážně příspěvkem vorticity přes balanční rovnici, naopak v pravé části obrázku k inkrementům specifické vlhkosti přispívá převážně teplota. Znaménko inkrementu vlhkosti odpovídá nastavení v kovarianční matici chyb. Teplota je v kovarianční matici chyb záporně korelovaná na hladině 500 hPa se specifickou vlhkostí, naopak vorticity má korelace kladné. Tomu odpovídá i výsledek testu.

Všechny zmíněné testy potvrzují naše očekávání, proto nyní přistoupíme k experimentu simulujícím operativní nasazení BlendVar schématu se směrodatnými odchylkami chyb v prostoru uzlových bodů výpočetní sítě.

5.2 Simulace operativního provozu

Jak bylo zmíněno v úvodu pro tvorbu grid-point směrodatných odchylek chyb předběžného odhadu, které budou poplatné aktuálním meteorologickým podmínkám, je nutné provozovat asimilační ansámbl. To však není vhodné pro operativní provoz v našich podmínkách z důvodu jeho výpočetní náročnosti, proto je zvolen jiný přístup vhodnější při omezené výpočetní kapacitě. Směrodatné od-

chybky chyb nebudou generované LAM asimilačním ansámblem, ale využijeme směrodatných odchylek generovaných asimilačním ansámblem globálního modelu ARPEGE. Dalo by se namítnout, že použití směrodatných odchylek chyb z jiného modelu není poplatné chybám předběžného odhadu námi použitého modelu ALADIN. Do jisté míry je to pravda, přesto předpokládáme, že nejistota předběžného odhadu závisující na aktuální meteorologické situaci bude podobná mezi modely ARPEGE a ALADIN i vzhledem k tomu, že model ARPEGE je použit jako řídicí model modelu ALADIN.



Obrázek 5.5: Normalizované směrodatné odchylky chyb vorticity (nahore) a divergence (dole) v uzlovém bodě v blízkosti Prahy na hladině ~ 550 hPa.

Technicky jsou směrodatné odchylky uloženy v externím souboru, který má rozlišení úměrné filtrovaným směrodatným odchylkám asimilačního ansámblu modelu ARPEGE, v našem případě přibližně 80 km. Tyto směrodatné odchylky jsou před použitím lineárně interpolovány do rozlišení modelu ALADIN. Pro vizualizaci prostorových i časových změn směrodatných odchylek jsou na obrázcích zobrazeny normalizované směrodatné odchylky. Ty určují procentuální změnu vůči směrodatným odchylkám předepsaným v kovarianční matici \mathbf{B} . Podívejme se na jejich časovou variabilitu na obrázku 5.5, můžeme vidět kolísání normalizované směrodatné odchylky vorticity a divergence v blízkosti Prahy na hladině ~ 550 hPa. Z obrázku vyplývá, že na období červen 2013 globální ansámbl modelu

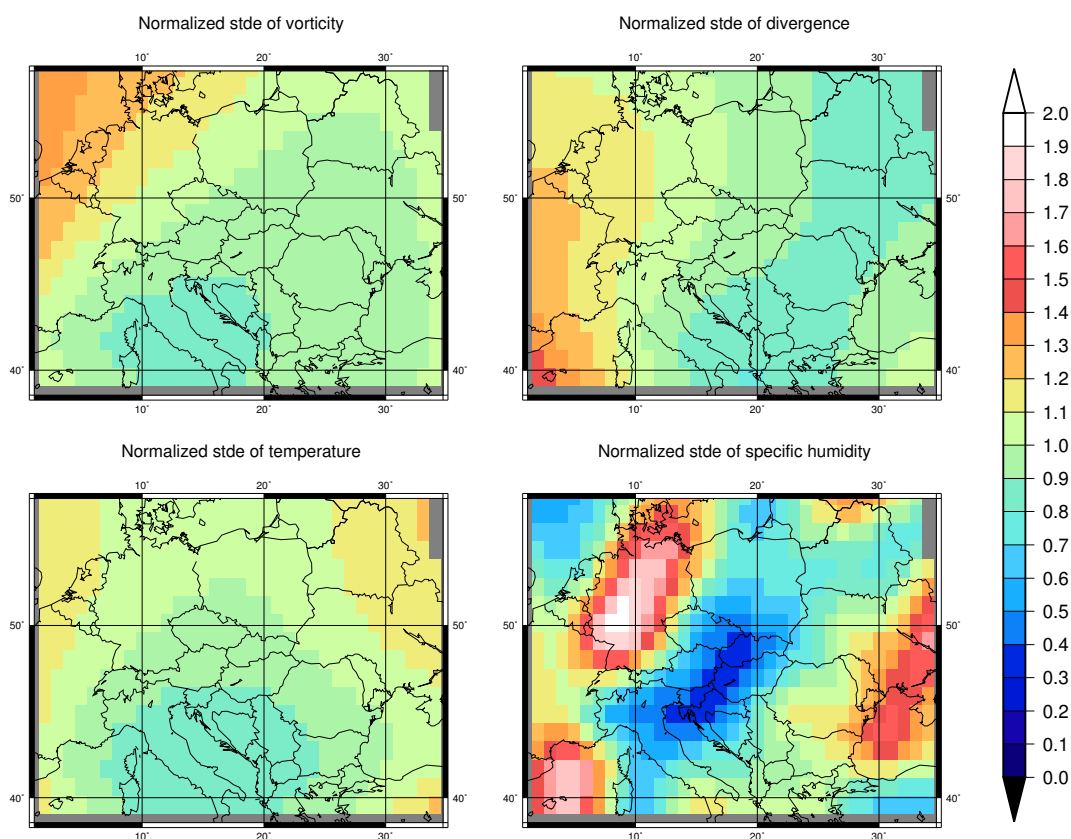
ARPEGE předpokládal převážně menší chyby předběžného odhadu v blízkosti Prahy než jsou specifikované v kovarianční matici **B**. Minimální hodnoty jsou až o 40 % menší než směrodatné odchylky chyb z kovarianční matice.

Změny směrodatných odchylek v čase jsou výrazné, obdobně by se dala shrnout i horizontální variabilita směrodatných odchylek. Relativně hrubé prostorové rozlišení směrodatných odchylek generovaných ansámblem modelu ARPEGE můžeme vidět na obrázku 5.6. Je to příklad, kdy měly směrodatné odchylky výraznější prostorovou variabilitu. Porovnejme tyto směrodatné odchylky chyb s meteorologickou situací na obrázku 5.7, kde přes západní část Evropy postupovala studená fronta. Větší chyby vorticity, než jsou specifikovány v kovarianční matici chyb, jsou spojeny s oblastí nízkého tlaku v severozápadní části domény, naopak menší chyby jsou převážně v oblasti tlaku vyššího. Obdobná distribuce chyb je i pro teplotu. Pokud se podíváme na chyby specifické vlhkosti, tak jsou nízké v relativně suchých oblastech a vysoké v oblastech s vyšší vlhkostí. Z uvedeného vyplývá, že jsou směrodatné odchylky chyb generované asimilačním ansámblem modelu ARPEGE do značné míry poplatné aktuální meteorologické situaci.

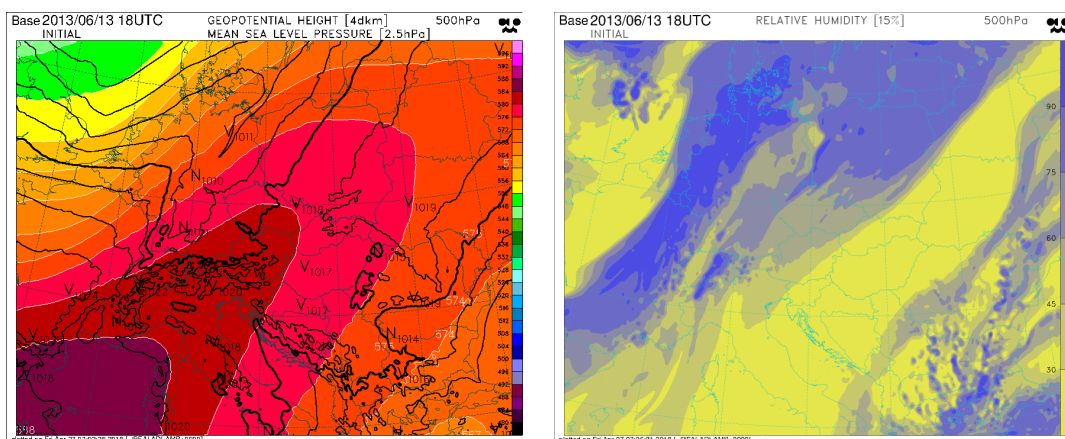
Nyní přistupme k vyhodnocení BlendVar experimentu simulujícím operativní provoz za použití směrodatných odchylek chyb generovaných asimilačním ansámblem modelu ARPEGE. Bylo vybráno kratší 14 denní testovací období, 26. 5.–10. 6. 2013. Mezi asimilovaná pozorování patří tlak vzduchu z přízemních stanic, data z aerologických sondáží, satelitní pozorování větru AMV, letecká pozorování AMDAR. Referenční experiment má stejná nastavení, jen nepoužívá směrodatné odchylky chyb v uzlové síti, ale pouze kovarianční matici chyb. Verifikace pomocí standardních metrik byla provedena proti aerologickým pozorováním pro předpovědi z 0 a 12 UTC dohromady, aby se částečně potlačilo nízké množství aerologických pozorování v termínech 6 a 18 UTC. Na obrázku 5.8 lze přesto vidět oscilování RMSE¹ skóre geopotenciálu způsobené malým vzorkem dat pro předpovědní hodiny: 6, 18, 30, 42, proto je vhodné přisuzovat RMSE skóre v těchto termínech menší význam. Z obrázku 5.8 je patrné, že největší rozdíly mezi experimenty jsou právě v termínech kdy je málo dostupných pozorování. V ostatních termínech jsou verifikační skóre téměř nerozlišitelná s výjimkou relativní vlhkosti, kde pozorujeme zhoršení ve střední části troposféry. Ani v systematických chybách nenalézáme významné rozdíly (není zobrazeno). Experimentální období sice zahrnuje povodňovou epizodu v České republice, ale ani ve srážkovém poli nejsou rozdíly významné (není zobrazeno). Výsledky verifikace jsou proto spíše neutrální až negativní a s ohledem na další úsilí spojeném s vyšší komplexitou systému a přenosem vstupních souborů je od tohoto konceptu ustoupeno, jelikož se ukázal jako neperspektivní.

Právě tyto nepřesvědčivé výsledky aplikace heterogenních směrodatných odchylek chyb předběžných odhadů v BlendVar schématu nás přivedly na myšlenku nejprve diagnostikovat vývoj chyb v BlendVar asimilačním cyklu, než se zaměříme na případné další vylepšení BlendVar schématu. Proto se v následující kapitole se zaměříme na diagnostiku a vývoj chyb nejen v průběhu BlendVar asimilačního cyklu, ale i asimilačního cyklu při DF Blendingu.

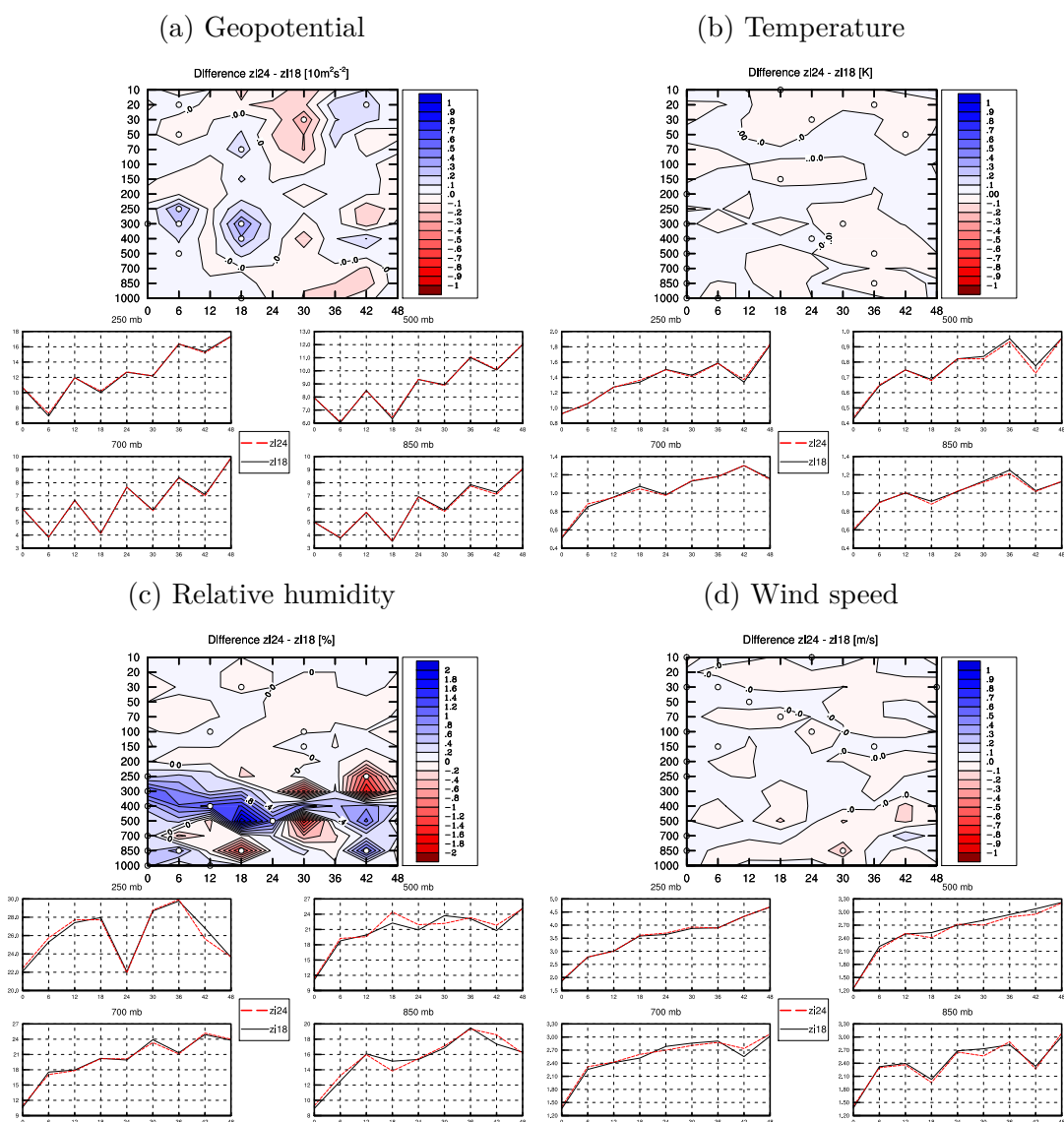
¹Zkratka značí odmocninu ze střední kvadratické odchylky modelu od pozorování.



Obrázek 5.6: Horizontální variabilita normalizovaných směrodatných odchylek chyb vorticity (vlevo nahoře), divergence (vpravo nahoře), teploty (vlevo dole) a specifické vlhkosti (vpravo dole) na hladině ~550 hPa dne 13. 6. 2013 v 18 UTC.



Obrázek 5.7: Meteorologická situace dne 13. 6. 2013 18 UTC. Vlevo pole absolutní topografie a tlak na hladině moře, vpravo pole relativní vlhkosti na hladině 500 hPa.



Obrázek 5.8: Časový vývoj RMSE BlendVar (zi24) experimentu se směrodatnými odchylkami chyb v uzlové síti modelu ALADIN v porovnání s referencí (zi18). Verifikace je provedena proti aerologickým pozorováním pro (a) geopotenciál, (b) teplotu, (c) relativní vlhkost a (d) rychlost větru. Grafy s barevnou škálou zobrazují rozdíl mezi BlendVar experimentem a referencí, kde na ose x je čas v hodinách a na ose y je tlak v hPa, jednotka zobrazované veličiny je v hranatých závorkách. Červená barva označuje zlepšení, modrá barva zhoršení BlendVar experimentu vůči referenci. Dále je zobrazen časový vývoj RMSE veličiny na hladinách 250, 500, 700, 850 hPa, kdy červenou přerušovanou čarou je zobrazen BlendVar experiment a černou čarou je zobrazen referenční experiment.

6. Vývoj variancí chyb v průběhu asimilačního cyklu

V této kapitole prozkoumáme vývoj chyb v jednotlivých krocích 6hodinového asimilačního cyklu jak u DF Blendingu, tak u BlendVar schématu. Inspirací je diagnostická studie Ștefănescu *et al.* (2006), kde byly porovnávány variance chyb předběžného odhadu v řídicím globálním modelu a v LAM modelu při použití tzv. dynamické adaptace¹. Ze závěrů studie vyplývá, že krok analýzy by měl snížit variance chyb. Dále, že příspěvek globálního modelu k varianci chyb v LAM modelu je hlavně v dlouhých vlnách. S tím počítá pseudoasimilační metoda DF Blending kombinující analýzu řídicího globálního modelu a LAM modelu na základě měřítok, která dobře reprezentují.

Využijeme ansámblový přístup k výpočtu variancí a směrodatných odchylek chyb předběžného odhadu, viz sekce 2.2.3. Pomocí dvoučlenného LAM ansámblu modelu ALADIN přejímajícího okrajové podmínky z globálního asimilačního ansámblu modelu ARPEGE (Berre *et al.*, 2009) budeme vyčíslovat homogenní a izotropní statistiky variancí a směrodatných odchylek chyb jednotlivých kroků asimilačních cyklů. Statistiky jsou vypočítány z rozdílů mezi těmito dvěma členy ansámblu, které mají nezávislé asimilační cykly. Zkoumané období je vybráno náhodně, jedná se o období 2–28. 2. 2011. Celkem je nasbíráno 108 diferencí, ale v důsledku homogenizace je vzorek dat pro výpočet variancí výrazně větší.

Rozlišení globálního asimilačního ansámblu modelu ARPEGE je ~ 50 km. A abychom předešli příliš velkému skoku v rozlišení, které by mohlo představovat omezení (Caian a Geleyn, 1997), použijeme model ALADIN s horizontálním rozlišením 9 km. Jedná se o rozlišení jež bylo operativně používáno v ČHMÚ do roku 2010, proto je vhodné nastavení modelu ALADIN převzato z této operativní konfigurace. Nastavení ořezaného spektra při DF Blendingu je upraveno pro asimilační ansámbel modelu ARPEGE, proto je délka nejkratší vlny ořezaného spektra při DF Blendingu nastavena na 100 km.

Nejprve prozkoumáme chyby asimilačního cyklu při DF Blendingu a poté se zaměříme na vývoj chyb v BlendVar schématu.

Nastavení modelu ALADIN

V této kapitole má model ALADIN horizontální krok výpočetní sítě 9 km a 43 vertikálních hladin. Výpočetní oblast (~ 2879 km x ~ 2591 km) zaujímá centrální část Evropy. Pro boční okrajové podmínky je použit globální asimilační ansámbel modelu ARPEGE s frekvencí aktualizace bočních okrajových podmínek 3 h. Využívá se 6 hodinový asimilační cyklus, který je synchronní s asimilačním cyklem řídicího modelu ARPEGE. V BlendVar schématu se využívá spin-up variantu klimatologické kovarianční matice chyb.

¹Dynamická adaptace označuje převzetí počátečních podmínek z řídicího modelu.

6.1 Variance v asimilačním cyklu obsahujícím pouze DF Blending

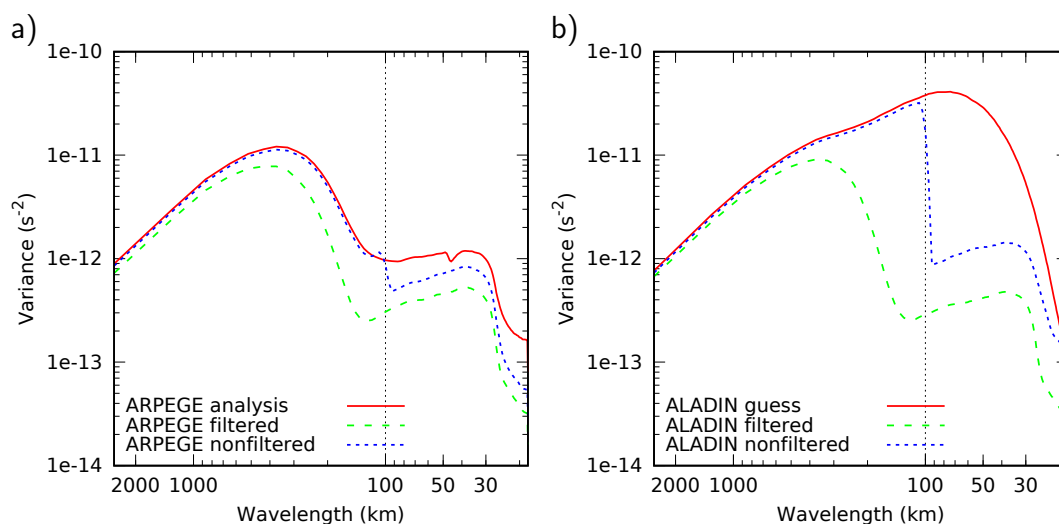
Připomeňme, že vstupy do asimilačního cyklu při DF Blendingu jsou analýza globálního modelu a předběžný odhad LAM modelu. Oba vstupy jsou nejprve transformovány do nižšího spektrálního rozlišení, kde jsou filtrovány, aby se následně transformovaly zpět do vysokého rozlišení. Poté jsou inkrementálně přidány k předběžnému odhadu LAM modelu, viz sekce 4.1. Tato procedura se provede pro každý člen LAM ansámblu, kdy jeden člen LAM ansámblu je svázán s jedním členem globálního ansámblu. Asimilační cyklus pokračuje pomocí 6hodinové integrace z takto získané analýzy, aby se vytvořil nový předběžný odhad. Zde se podíváme na jednotlivé fáze tohoto asimilačního cyklu a s ním svázané variance chyb.

Variance chyb vorticity v ~ 750 hPa jednotlivých kroků asimilačního ansámblu modelu ARPEGE a asimilačního ansámblu modelu ALADIN jsou zobrazeny na obrázku 6.1. Obrázek 6.1 (a) zobrazuje spektrum variancí chyb analýz ansámblu modelu ARPEGE, spektrum filtrovaných analýz a spektrum analýz transformovaných do nízkého spektrálního rozlišení a zpět bez aplikace filtru. Můžeme vidět, že maximum variancí chyb analýz se nachází ve vlnových délkách kolem 400–500 km, tedy pro relativně dlouhé vlny. Pro kratší vlnové délky variance chyb prudce klesají až k hodnotám kolem 10^{-12} s^{-2} , kde se spektrum zploští a s dalším postupem směrem ke kratším vlnám se téměř nemění. Od vlnové délky přibližně 30 km hodnoty variancí opět velmi rychle klesají.

Oblast zploštění spektra analýz (červená čára) je způsobena interpolací z rozlišení globálního ansámblu modelu ARPEGE na rozlišení ansámblu modelu ALADIN. To potvrzuje modrá krátce přerušovaná křivka, tedy spektrum analýz transformovaných do nízkého spektrálního rozlišení a zpět bez aplikace filtru. Zde můžeme vidět skok ve spektru kolem nejkratší vlny ořezaného spektra při DF Blendingu a následnou zploštěnou oblast, která vznikne zpětnou transformací do vysokého spektrálního rozlišení. V ideálním případě by se zploštělá oblast u přechodu do nízkého spektrálního rozlišení a zpět neměla objevit, naopak by spektrum mělo mít nulové hodnoty pro vlny kratší, než je nejkratší vlna ořezaného spektra při DF Blendingu, tedy pro vlny kratší než 100 km. Hodnoty variancí chyb ansámblu modelu ARPEGE v této zploštělé oblasti proto můžeme považovat za šum vznikající při změnách rozlišení.

Podívejme se ještě na zelenou přerušovanou křivku na obrázku (a), variance chyb jsou po aplikaci digitálního filtru v nízkém spektrálním rozlišení výrazně ztlumeny až do vlnových délek kolem 400–500 km, naopak pro nejdelší vlny je spektrum téměř totožné se spektrem analýz ARPEGE ansámblu (plná červená čára). Zde je vhodné připomenout, že jsou variance počítané z rozdílů mezi dvěma členy ansámblu, a přesto lze pozorovat aplikaci nízkopásmového digitálního filtru.

Na obrázku 6.1 (b) je zobrazeno spektrum variancí chyb předběžných odhadů ansámblu modelu ALADIN, spektrum odhadů filtrovaných a nefiltrovaných obdobně jako pro ansámbl modelu ARPEGE na obrázku (a). Zde můžeme vidět posun maxima variancí chyb předběžného odhadu směrem ke kratším vlnám při porovnání s analýzami ARPEGE ansámblu, maximum variancí mají vlny s délkou kolem 60–70 km. Opět vidíme skok ve spektru nefiltrovaných variancí (modrá



Obrázek 6.1: Horizontální spektra variací chyb vorticity v ~ 750 hPa (v modelové hladině 29) pro kroky DF Blendingu aplikované (a) na globální asimilační ansámbl modelu ARPEGE, (b) na LAM asimilační ansámbl modelu ALADIN. Na obrázku (a) plná červená čára označuje spektrum analýzy ARPEGE ansámblu; zelená přerušovaná čára označuje spektrum analýzy po transformaci do nízkého spektrálního rozlišení, aplikaci filtru a transformaci zpět do vysokého rozlišení; modrá krátce přerušovaná čára označuje spektrum analýzy po transformaci do nízkého spektrálního rozlišení a transformaci zpět do vysokého rozlišení bez provedení filtru; a černá tečkovaná čára označuje vlnovou délku nejkratší vlny ořezaného spektra při DF Blendingu. Na obrázku (b) plná červená čára označuje spektrum předběžného odhadu ALADIN ansámblu; zelená přerušovaná čára označuje spektrum předběžného odhadu po transformaci do nízkého spektrálního rozlišení, aplikaci filtru a transformaci zpět do vysokého rozlišení; modrá krátce přerušovaná čára označuje spektrum předběžného odhadu po transformaci do nízkého spektrálního rozlišení a transformaci zpět do vysokého rozlišení bez provedení filtru; a černá tečkovaná čára opět označuje vlnovou délku nejkratší vlny ořezaného spektra při DF Blendingu.

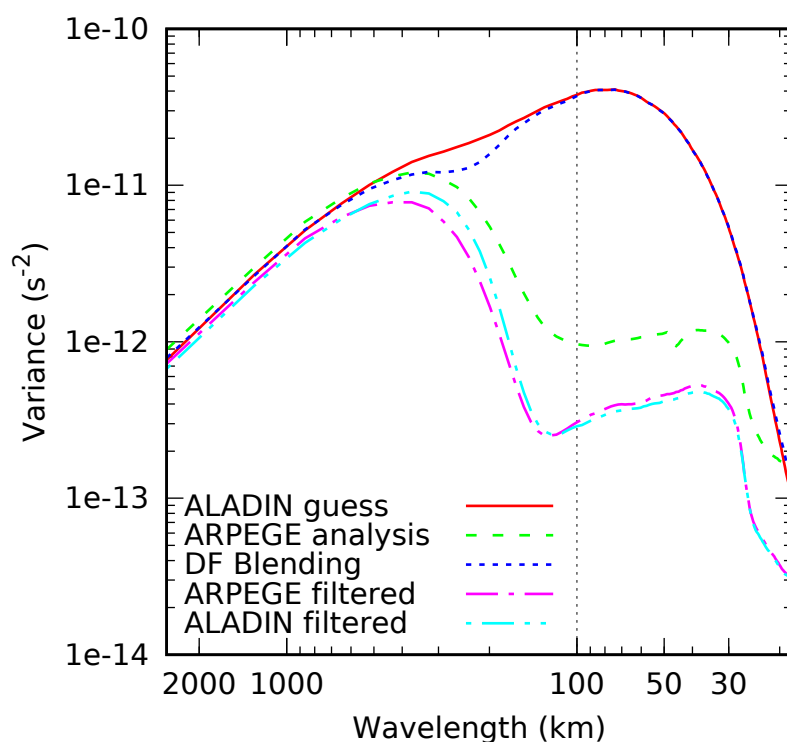
krátce přerušovaná čára) a oblast zploštění. Skok je výraznější než v případě analýz ARPEGE ansámblu a oblast zploštění má podobnou velikost variancí jako v případě analýz ARPEGE ansámblu. Hodnoty menší než 10^{-12} s^{-2} lze proto považovat za nerozlišitelné od šumu vznikajícího transformacemi. Filtrované variance chyb předběžného odhadu modelu ALADIN mají velmi podobné hodnoty variancí jako filtrované analýzy modelu ARPEGE jen s maximem posunutým lehce ke kratším vlnám, což je lépe zobrazeno na obrázku 6.2.

Variance obou vstupů metody DF Blending včetně jejich transformací jsou porovnány na obrázku 6.2. Můžeme vidět, že analýzy ARPEGE ansámblu mají lehce vyšší hodnoty variancí pro vlny delší než 500 km, naopak pro kratší vlny jsou dominující variance chyb předběžných odhadů ALADIN ansámblu. Filtrované analýzy i filtrované předběžné odhady mají hodnoty variancí nerozlišitelné od šumu pro vlny kratší 200 km. Tomu odpovídá spektrum variancí po aplikaci DF Blendingu, kde pro vlny kratší než 200 km je spektrum po DF Blendingu nerozlišitelné od spektra předběžných odhadů ALADIN ansámblu. Pro vlny s délkou 200–600 km vidíme výrazný propad variancí po DF Blendingu při porovnání se spektrem předběžných odhadů. To je přechodová zóna mezi předběžným odhadem modelu ALADIN a analýzou modelu ARPEGE. Tento propad variancí odstraní následná 6hodinová integrace asimilačního cyklu při tvorbě nového předběžného odhadu. Obdobné chování variancí je pozorovatelné i v ostatních parametrech a výškách modelových hladin.

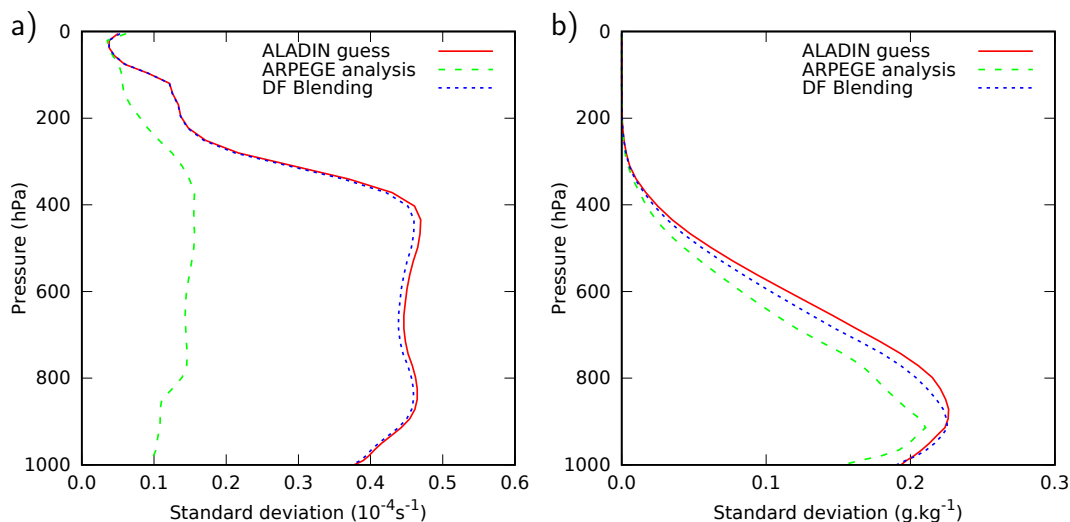
Nyní se podíváme na směrodatné odchytky chyb vstupů při DF Blendingu. Na obrázku 6.3 jsou zobrazeny vertikální profily horizontálně průměrovaných směrodatných odchylek chyb vorticity a teploty. Směrodatné odchytky chyb analýz vorticity ARPEGE ansámblu jsou výrazně menší než směrodatné odchytky předběžných odhadů vorticity ALADIN ansámblu na obrázku 6.3 (a). To je v souladu s očekáváním, protože variance chyb vorticity mají maximum variance v malých měřítkách, viz obrázek 6.2. Obdobné chování lze pozorovat i u divergence. Směrodatné odchytky chyb analýz specifické vlhkosti a teploty jsou u ansámblu modelu ARPEGE jen o trochu menší než u předběžných odhadů ALADIN ansámblu, viz obrázek 6.3 (b) a 6.4 (a). Ani to není překvapivé, protože jak teplota, tak specifická vlhkost mají maximum variancí chyb předběžných odhadů v dlouhých vlnách (není zobrazeno). Aplikace DF Blendingu pak průměrné směrodatné odchytky téměř nemění, nebo je jen trochu zmenší vůči předběžným odhadům ALADIN ansámblu.

6.2 Variance v BlendVar asimilačním cyklu

Připomeňme, že se asimilační schéma BlendVar skládá ze dvou komponent, nejdříve se aplikuje DF Blending a po něm následuje asimilační metoda 3D-Var. Pro diagnostiku variancí chyb je opět použit dvoučlenný ansámbl modelu ALADIN, kde aplikace DF Blendingu na předběžné odhady ansámblu modelu ALADIN a analýzy ansámblu modelu ARPEGE je stejná jako v předchozí sekci. Poté následuje asimilace perturbovaných konvenčních pozorování: přízemní pozorování tlaku, aerologická pozorování a pozorování z letadel (AMDAR). Připomeňme, že perturbace jsou tvořeny pomocí náhodných výběrů z normálního rozdělení se střední hodnotou nula a variancí rovnou předpokládaným chybám pozorování $\mathcal{N}(0, \sigma_o^2)$ stejně jako u ansámblové metody v sekci 2.2.3.



Obrázek 6.2: Horizontální spektra variancí chyb vorticity v ~ 750 hPa (v modelové hladině 29) pro jednotlivé kroky DF Blendingu. Plná červená čára označuje spektrum předběžného odhadu ALADIN ansámblu; zelená přerušovaná čára označuje spektrum analýzy ARPEGE ansámblu; modrá krátce přerušovaná čára označuje spektrum po DF Blendingu; růžová čerchovaná čára označuje analýzy ARPEGE ansámblu po transformaci do nízkého spektrálního rozlišení, aplikaci filtru a transformaci zpět do vysokého rozlišení; světle modrá čerchovaná čára označuje spektrum předběžného odhadu po transformaci do nízkého spektrálního rozlišení, aplikaci filtru a transformaci zpět do vysokého rozlišení; a černá tečkovaná čára označuje vlnovou délku nejkratší vlny ořezaného spektra při DF Blendingu.

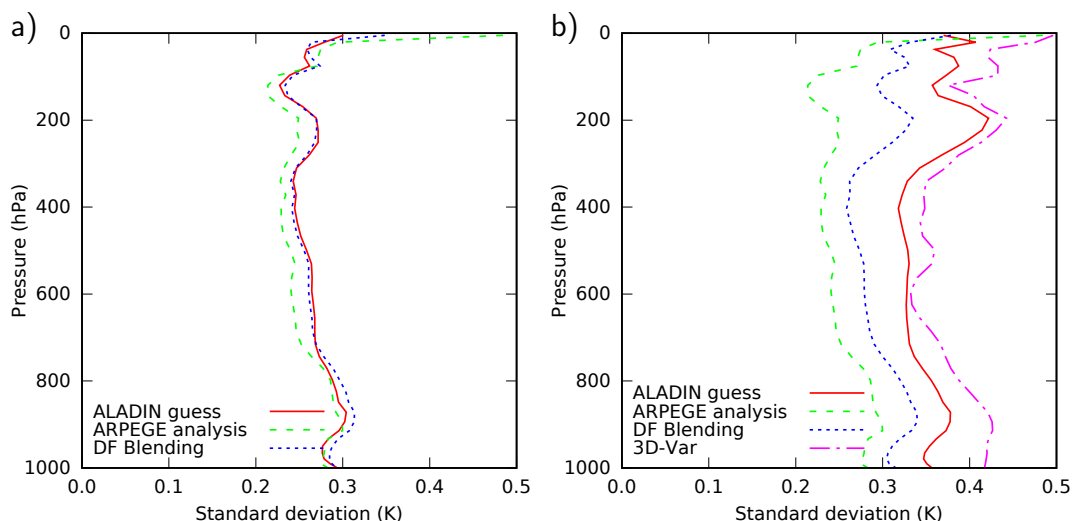


Obrázek 6.3: Vertikální profily horizontálně průměrovaných směrodatných odchylek kroků DF Blendingu. Obrázek (a) zobrazuje profily vorticity a obrázek (b) profily specifické vlhkosti. Plná červená čára označuje profil předběžného odhadu ALADIN ansámblu; zelená přerušovaná čára označuje profil analýzy ARPEGE ansámblu; a modrá krátce přerušovaná čára označuje profil po aplikaci DF Blendingu.

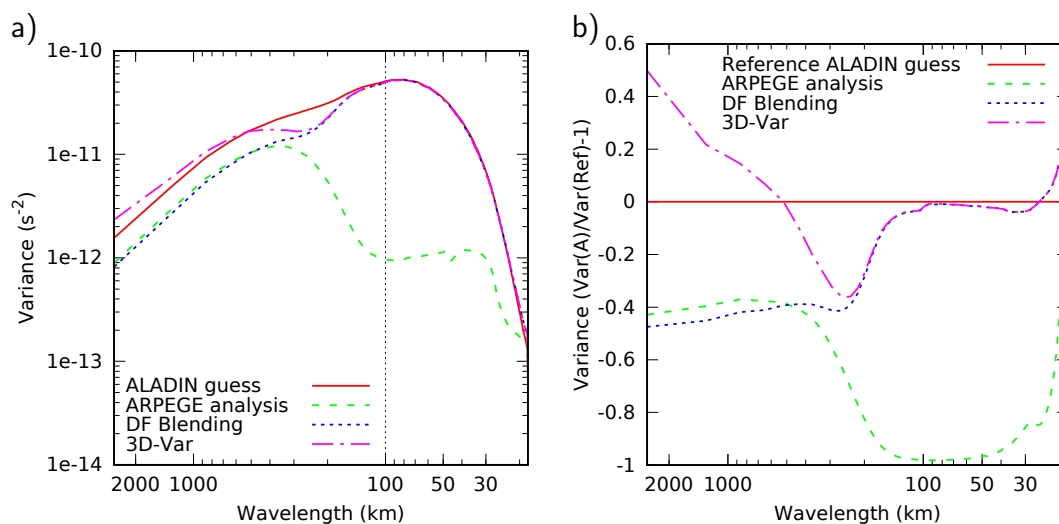
Podívejme se na vývoj směrodatných odchylek chyb v průběhu jednotlivých kroků BlendVar asimilačního cyklu na obrázku 6.4 (b), kde jsou zobrazeny vertikální profily směrodatných odchylek teploty. Při srovnání s DF Blending asimilačním cyklem vidíme nárůst velikosti směrodatných odchylek předběžných odhadů v BlendVar asimilačním cyklu, červené čáry na obrázcích 6.4 (a) a (b). Dále pozorujeme výrazný pokles směrodatných odchylek chyb v BlendVar cyklu po aplikaci DF Blendingu při srovnání s DF Blending cyklem, rozdíl červených a modrých čar na obrázcích (a) a (b). Tento pokles je navíc patrný v celém vertikálním profilu. Dalším krokem je asimilace perturbovaných pozorování metodou 3D-Var, na obrázku 6.4 (b) vidíme nárůst směrodatných odchylek vůči kroku DF Blending i vůči hodnotám u předběžných odhadů ALADIN ansámblu. To nebylo očekáváno, protože analýza by měla naopak směrodatné odchylky snižovat, i přestože jsou při asimilaci použita perturbovaná pozorování. Asimilační ansámbl asi není zcela optimálně nastaven a jednotlivé členy mají příliš stejné řešení po 6hodinové předpovědi. To může být spojeno s nízkým počtem vstupujících pozorování i s kvalitou asimilačního ansámblu modelu ARPEGE. Podívejme se, která část spektra modelu ALADIN je tímto nárůstem nejvíce zasažena.

Obrázek 6.5 (a) zobrazuje spektrum variancí chyb vorticity v ~ 750 hPa jednotlivých kroků BlendVar asimilačního cyklu, obrázek (b) pak zobrazuje relativní pokles či nárůst variancí chyb vůči předběžným odhadům ALADIN ansámblu. Při srovnání variancí předběžných odhadů mezi DF Blending cyklem a BlendVar cyklem zjistíme, že tvar spektra je velmi podobný, ale hodnoty variancí chyb vorticity v BlendVar asimilačním cyklu jsou vyšší asi o 50 % v nejdelších vlnách a o 20 % ve vlnách krátkých, viz obrázky 6.2 a 6.5 (a). Krok DF Blendingu v BlendVar schématu nemá propad variancí jako v DF Blending cyklu, zato výrazně snižuje variance chyb v dlouhých vlnách, a to zhruba o 40 %, viz obrázek 6.5 (b).

Nyní se podíváme na variance po asimilaci perturbovaných pozorování. Z ob-



Obrázek 6.4: Porovnání vertikálních profilů horizontálně průměrovaných směrodatných odchylek teploty. Na obrázku (a) jsou profily při DF Blendingu a na obrázku (b) jsou profily při použití metody BlendVar. Plná červená čára označuje profil předběžného odhadu ALADIN ansámblu; zelená přerušovaná čára označuje profil analýzy ARPEGE ansámblu; modrá krátce přerušovaná čára označuje profil po aplikaci DF Blendingu; a růžová čerchovaná čára označuje profil po aplikaci 3D-Var.



Obrázek 6.5: Horizontální spektra variancí chyb vorticity v ~ 750 hPa (v modelové hladině 29) pro jednotlivé kroky metody BlendVar. Obrázek (a) zobrazuje absolutní hodnoty variancí chyb a obrázek (b) jejich relativní hodnoty vůči předběžnému odhadu ALADIN ansámblu. Plná červená čára označuje spektrum předběžného odhadu ALADIN ansámblu; zelená přerušovaná čára označuje spektrum analýzy ARPEGE ansámblu; modrá krátce přerušovaná čára označuje spektrum po DF Blendingu; růžová čerchovaná čára označuje spektrum po aplikaci 3D-Var; a černá tečkovaná čára označuje vlnovou délku nejkratší vlny ořezaného spektra při DF Blendingu.

rázku 6.5 (b) lze jasně vidět, že jsou po 3D-Var modifikovány jen vlny delší než 250 km. Variance nečekaně vzrůstají vůči kroku DF Blending a nejvíce pro nejdelší vlny. Berre *et al.* (2006) naopak ukázali, že proces analýzy využívá pozorování k tomu, aby snížil amplitudu dlouhovlnné části chyb předběžného odhadu. Jak již bylo zmíněno, tento rozdíl v získaných výsledcích poukazuje na nevhodné nastavení asimilačního ansámblu modelu ALADIN. Přesto můžeme v souladu s Berre *et al.* (2006) říci, že asimilace metodou 3D-Var modifikuje primárně dlouhé vlny, pokud je použita spin-up varianta ansámblové kovarianční matice chyb, viz sekce 3.1.4. Pro úplnost jen zmíníme, že obdobné chování, i když s jinými hodnotami, lze pozorovat v ostatních parametrech a vertikálních hladinách.

Právě tato modifikace dlouhovlnné části spektra metodou 3D-Var není v BlendVar schématu žádoucí. 3D-Var analyzuje škály, které již byly převzaty z analýzy globálního modelu metodou DF Blending, a proto se v následující kapitole zaměříme na potlačení tohoto chování a vhodnou tvorbu kovarianční matice chyb předběžných odhadů pro BlendVar schéma.

7. Speciální kovarianční matice pro BlendVar schéma

V této kapitole se zaměříme na vhodnou specifikaci chyb předběžného odhadu pro asimilační schéma BlendVar. Víme, že modelování chyb předběžného odhadu je diskutabilní pro měřítka větší než čtvrtina nejdelší vlny na omezené oblasti (Berre, 2000). Dále víme, že proces analýzy využívá pozorování tak, že jsou nejvíce modifikována právě nejdelší měřítka, viz kapitola 6 nebo Berre *et al.* (2006). Proto lze očekávat, že aplikací 3D-Var po DF Blendingu se mohou velká měřítka převzatá z analýzy globálního modelu deformovat. Přirozeným postupem jak toto omezení odstranit je tvorba kovarianční matice chyb pomocí ansámblu, který bude obsahovat DF Blending i 3D-Var. Například bychom mohli vytvořit ansámbl kombinující analýzy globálního asimilačního ansámblu modelu ARPEGE s předběžnými odhady LAM ansámblu pomocí DF Blendingu před aplikací 3D-Var. Nicméně, horizontální rozlišení jednotlivých členů globálního asimilačního ansámblu je výrazně nižší (v našem případě ~ 50 km), než je rozlišení ansámblu na omezené oblasti (~ 4.7 km). Nežádoucí účinky tak velkého skoku v rozlišení mohou představovat omezení (Caian a Geleyn, 1997), proto prozkoumáme jiný přístup. Využijeme analýzy poskytnuté deterministickou verzí globálního modelu ARPEGE, jejíž rozlišení je vyšší a je odhadnuto na 25 km. Vytvoříme LAM BlendVar ansámbl, kde každý člen ansámblu bude kombinován pomocí DF Blendingu se stejnou globální analýzou a následná asimilace metodou 3D-Var bude používat perturbovaná pozorování. Tento přístup můžeme považovat za analog založený na ansámblovém přístupu k lagged NMC metodě tvorby kovarianční matice chyb předběžného odhadu, viz sekce 2.2.2. Díky tomu se potlačí velkoměřítková chyba ansámblu a impakt metody 3D-Var se posune směrem k menším měřítkům.

V sekci 7.2 budeme diskutovat novou tvorbu kovarianční matice chyb pro BlendVar schéma a porovnáme její vlastnosti v sekci 7.3 s kovarianční maticí ze sekce 7.1 určenou klasickým ansámblovým způsobem. Posléze v sekci 7.4 vyhodnotíme impakt těchto dvou specifikací chyb v BlendVar schématu, a navíc impakt DF Blendingu i metody 3D-Var aplikované samostatně.

Nastavení modelu ALADIN

V této kapitole má model ALADIN horizontální krok výpočetní sítě 4,7 km a 87 vertikálních hladin. Výpočetní oblast (~ 2500 km x ~ 2000 km) zaujímá centrální část Evropy. Pro boční okrajové podmínky je použit globální model ARPEGE s frekvencí aktualizace bočních okrajových podmínek 3 h. Všechny experimenty v této kapitole využívají 6 hodinový asimilační cyklus, který je synchronní s asimilačním cyklem řídicího modelu ARPEGE.

7.1 Specifikace chyb předběžného odhadu pro 3D-Var

Připomeňme, že v modelu ALADIN v metodě 3D-Var jsou kovariance chyb předběžného odhadu tvořeny jako homogenní, izotropní a neoddělitelné, více viz sekce 3.1. Při aplikaci metody 3D-Var samostatně je vhodné pro specifikaci kovarianční matice chyb předběžného odhadu použít klasickou ansámblovou metodu, viz sekce 2.2.3. V našem případě je pro specifikaci kovarianční matice chyb použit ansámbl se čtyřmi nezávislými 3D-Var asimilačními cykly s perturbovanými pozorováními. Připomeňme, že perturbace jsou tvořeny pomocí náhodných výběrů z normálního rozdělení se střední hodnotou nula a variancí rovnou předpokládaným chybám pozorování $\mathcal{N}(0, \sigma_o^2)$. Předběžné odhady jednotlivých členů ansámblu jsou poté perturbovány implicitně díky předpovědi v 6hodinovém asimilačním cyklu. Každý člen ansámblu modelu ALADIN přebírá okrajové podmínky z asimilačního ansámblu globálního modelu ARPEGE, který je provozován Météo-France (Berre *et al.*, 2009). Horizontální rozlišení globálního ansámblu je 50 km na období tvorby kovarianční matice (40 dní, od 21 června do 30 července 2014). Je použit předpoklad perfektního numerického modelu, proto nejsou chyby numerického modelu \mathbf{e}_m v rovnici (2.9) uvažovány.

Mezi asimilovaná pozorování patří tlak vzduchu z přízemních stanic; teplota, relativní vlhkost, rychlost a směr větru z aerologických sondáží; radiance z geostacionární družice Meteosat-10 z přístroje Spinning Enhanced Visible and Infrared Imager (SEVIRI); dále odvozený družicový produkt AMV (Atmospheric Motion Vector); teplota, rychlost a směr větru z leteckých pozorování typu AMDAR.

Klimatologické statistiky chyb jsou určeny pomocí rozdílů mezi vždy dvěma členy asimilačního ansámblu. Pro výpočet rozdílů jsou použity 6hodinové předpovědi členů ansámblu. Na zmíněném období je získáno celkem 320 rozdílů, avšak vzhledem k předpokladu homogenity a izotropie je vzorek dat větší, protože pro dané celkové vlnové číslo existuje více rozdílů, viz sekce 3.1.2. V dalším textu bude pro tento ansámbl využíváno označení ENS.

7.2 Specifikace chyb předběžného odhadu pro BlendVar

Úkolem DF Blendingu v BlendVar schématu je vytvoření dlouhovlnné části počátečních podmínek pomocí 4D-Var analýzy globálního modelu ARPEGE. Od následné aplikace metody 3D-Var se očekává zlepšení hlavně jemnějších škál na rozdíl od již analyzovaných velkých měřítek. Metoda 3D-Var ovlivňuje všechna měřítká podle specifikace kovariancí chyb předběžného odhadu, a proto pro potlačení aktivity metody 3D-Var v dlouhých vlnách vytvoříme nové kovariance, které mají maximum variance posunuté směrem k jemnějším škálám.

Pro splnění našich požadavků vytvoříme ansámbl, který má velká měřítká podobná, přesněji tato měřítká budou stejná z donucení. Jemné škály jsou pak ponechány, aby se volně vyvíjely v průběhu asimilačního cyklu. Tento LAM BlendVar asimilační ansámbl dále nazývaný ENSBV se skládá ze dvou částí. Nejprve se aplikuje metoda DF Blending na jednotlivé předběžné odhady členů ansámblu ENSBV a na deterministickou analýzu modelu ARPEGE, jejíž rozlišení je při-

bližně 25 km. Poté každý člen ansámblu asimiluje perturbovaná pozorování metodou 3D-Var. Všechny čtyři členy ansámblu ENSBV mají navíc stejné okrajové podmínky právě z deterministické předpovědi modelu ARPEGE, což dále přispívá k větší shodě členů ansámblu v dlouhých vlnách.

Výpočetní období, množina použitých pozorování i jejich perturbace jsou shodné jako v ansámblu ENS. Za zmínku stojí, že ansámbly ENS a ENSBV mají také stejné nastavení 3D-Var. Takže například klimatologická kovarianční matice chyb předběžného odhadu je u obou ansámblů získána spin-up variantou ansámblového přístupu z důvodu prvotního nastavení asimilace dat, viz sekce 3.1.4.

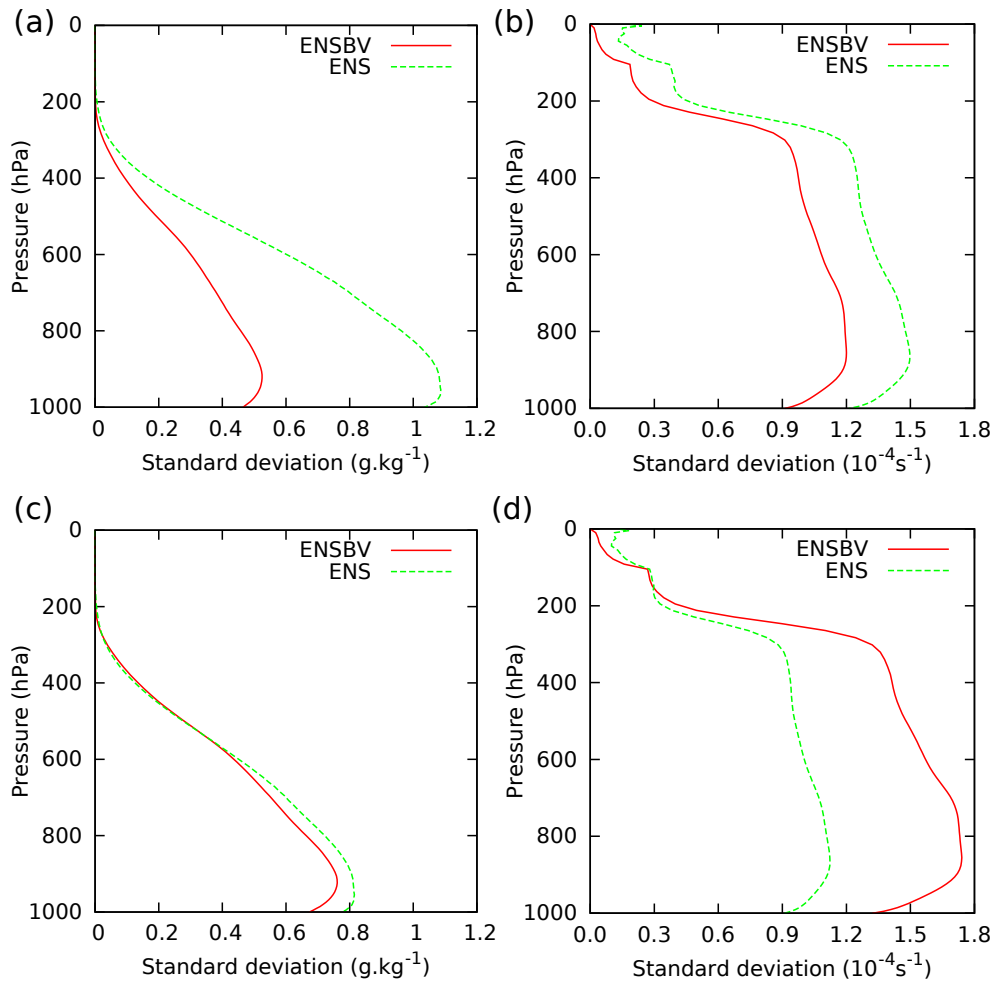
7.3 Porovnání specifikací chyb předběžného odhadu

V této sekci budou porovnány oba přístupy ke specifikaci chyb předběžného odhadu. Jen připomeňme, že oba ansámbly ENS a ENSBV jsou počítány na stejném období, abychom se vyhnuli případným diferencím způsobeným rozdílným počasím. Období 21. 6.–30. 7. 2014 bylo zvoleno náhodně, přesto zahrnuje různé režimy počasí od velmi stabilních podmínek až po konvektivní. Rozdíly mezi statistikami chyb budou demonstrovány pomocí směrodatných odchylek, spektra variancí, profily délkových měřítek, horizontálními a vertikálními korelacemi a také křížovými korelacemi mezi jednotlivými veličinami kontrolní proměnné. Nakonec prozkoumáme nerovnováhy, které se vyskytují na počátku integrace numerické předpovědi jako důsledek přidání nové informace do stavového vektoru modelu. Tyto nerovnováhy jsou v anglické literatuře označovány termínem „spin-up“, v důsledku neexistence českého ekvivalentu budeme dále používat tento anglický termín. Spin-up obou ansámblů budeme studovat pomocí tendence přízemního tlaku a budeme zkoumat, jestli není přítomen ve spektrech variancí.

7.3.1 Směrodatné odchylky a variance chyb

V naší konfiguraci 3D-Var se mohou směrodatné odchylky chyb měnit nejen ve vertikále, ale i v závislosti na celkovém vlnovém čísle k^* . Vertikální profily horizontálně průměrovaných směrodatných odchylek chyb specifické vlhkosti a vorticity jsou zobrazeny na obrázku 7.1 (a), (b). Směrodatné odchylky chyb specifické vlhkosti jsou v ansámblu ENSBV redukovány přibližně o 50 % oproti ansámblu ENS, totéž platí pro teplotu, která není zobrazena. Směrodatné odchylky chyb vorticity a divergence, jež není zobrazena, jsou také redukovány, ale pouze o $\sim 20\%$. Tvar vertikálních profilů je velmi podobný pro oba ansámbly a jejich kontrolní proměnné. Dokonce se zdá, že jsou vertikální profily ansámblů vůči sobě posunuty o konstantu kromě profilu specifické vlhkosti, viz obrázek 7.1 (b).

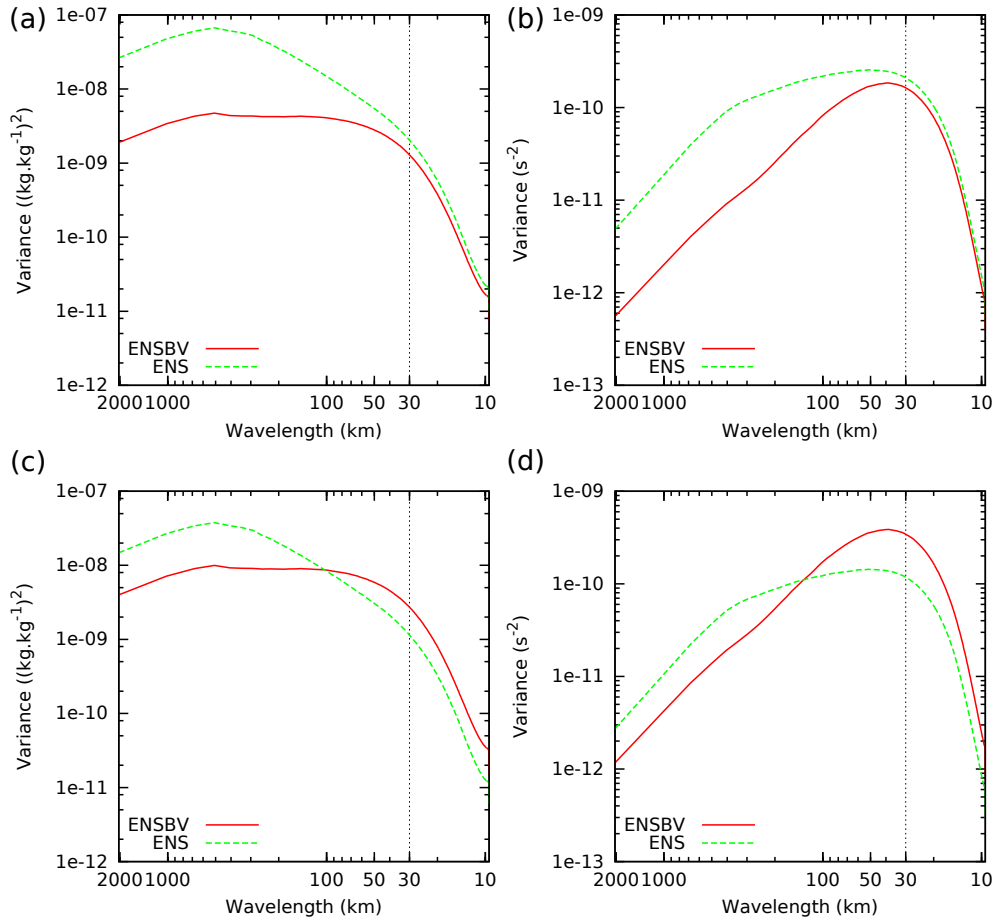
Běžnou praxí je získané statistiky škálovat, v našem případě přeškálujeme pomocí diagnostiky navržené v Desroziers *et al.* (2005) a popsané v sekci 2.2.3. Podle ní má optimálně nastavený systém diagnostikované hodnoty směrodatných odchylek rovny hodnotám předepsaným v systému. Je potřeba mít na paměti, že tato diagnostika používá specifické předpoklady: předpokládá lineární datový operátor, nekorelovanost chyb předběžného odhadu a pozorování a další diskutované Berre a Desroziers (2010), které nejsou v reálných systémech splněny. Přesto



Obrázek 7.1: Vertikální profily horizontálně průměrovaných směrodatných odchylek chyb předběžných odhadů ansámblů ENSBV (plná červená čára) a ansámblu ENS (zelená přerušovaná čára) pro: (a) specifickou vlhkost, (b) vorticitu, (c) přeškálovanou specifickou vlhkost a (d) přeškálovanou vorticitu.

se očekává, že přeladění systému pomocí diagnostiky přinese zlepšení. Diagnostika se počítá iterativní procedurou z rozdílů analýzy a předběžného odhadu od použitých pozorování. Nakonec se koeficient získaný poměrem diagnostikovaných a předepsaných směrodatných odchylek použije pro škálování systému, i. e., předepsané směrodatné odchylky jsou násobeny získaným koeficientem. Na obrázku 7.1 (c), (d) můžeme vidět vertikální profily specifické vlhkosti a vorticity po přeškálování pomocí koeficientů získaných z diagnostiky. Diagnostika ukázala, že předepsané směrodatné odchylky chyb předběžného odhadu ansámblu ENSBV jsou podhodnocené (koeficient se rovná 1,45), a naopak u ansámblu ENS jsou směrodatné odchylky chyb nadhodnocené (koeficient se rovná 0,75). Směrodatné odchylky chyb specifické vlhkosti a teploty jsou velmi blízké pro oba ansámbly ENSBV a ENS, naopak pro vorticitu a divergenci jsou směrodatné odchylky chyb v ansámblu ENSBV větší než v ansámblu ENS.

Podíváme-li se na spektrum variancí chyb předběžného odhadu, zjistíme, že jsou variance dlouhých vln výrazně redukovány v ansámblu ENSBV oproti ansámblu ENS, viz obrázek 7.2 (a), (b). Naopak variance krátkých vln jsou velmi podobné mezi oběma ansámbly. Vertikální tečkovaná čára na obrázku 7.2 označuje



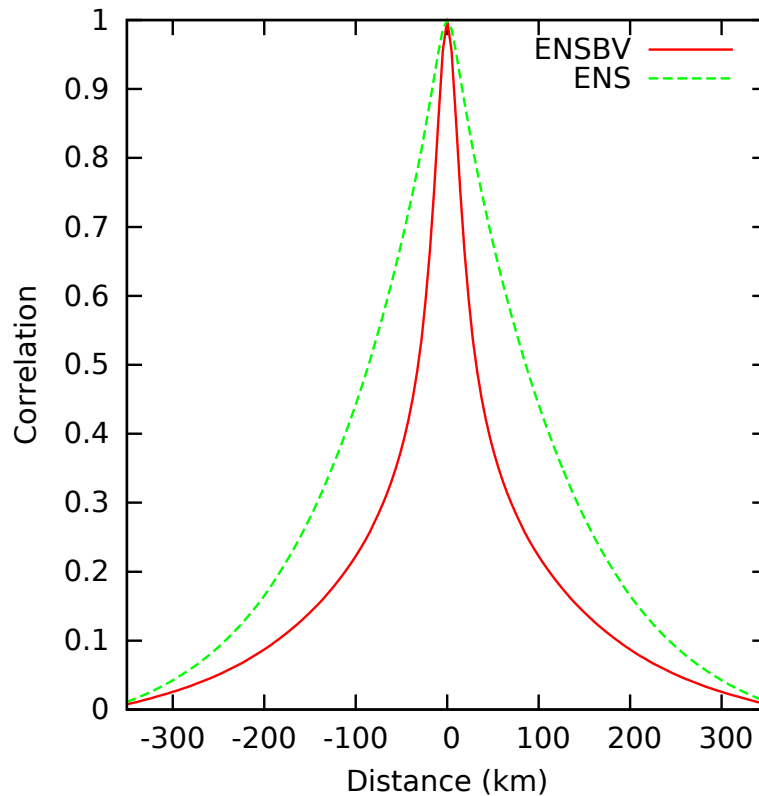
Obrázek 7.2: Horizontální spektrum variací chyb předběžného odhadu v ~ 850 hPa (v modelové hladině 63) pro (a) specifickou vlhkost, (b) vorticitu, (c) přeškálovanou specifickou vlhkost a (d) přeškálovanou vorticitu. Plná červená čára označuje spektrum ansámblu ENSBV, zelená přerušovaná čára označuje spektrum ansámblu ENS a černá tečkovaná čára označuje vlnovou délku nejkratší vlny ořezaného spektra při DF Blendingu.

nejkratší vlnu ořezaného spektra při DF Blendingu (~ 30 km). Tato nejkratší vlna se nachází v první třetině spektra modelu ALADIN, i když se může zdát velmi krátká.

Po přeškálování jsou variance dlouhých vln v ansámblu ENSBV stále mnohem menší než v ansámblu ENS, zato variance vln kratších než 100 km jsou v ansámblu ENSBV naopak větší než v ansámblu ENS. Toto je žádaná vlastnost, protože největší korekce chyb předběžného odhadu nastávají pro vlny, kde variance chyb nabývá svého maxima (Daley, 1991). Jinými slovy, dlouhé vlny budou v 3D-Var modifikovány výrazně méně, pokud použijeme specifikaci chyb předběžného odhadu získanou z ansámblu ENSBV proti specifikaci z ansámblu ENS.

7.3.2 Autokorelace chyb

Jak už bylo zmíněno, variance krátkých vln jsou v ansámblu ENSBV větší než v ansámblu ENS. Z tohoto důvodu mají horizontálních korelace mnohem strmější průběh v ansámblu ENSBV. Obrázek 7.3 ukazuje rychlý pokles velikosti horizontálních korelací teploty ve střední části troposféry (~ 500 hPa) v ansámblu



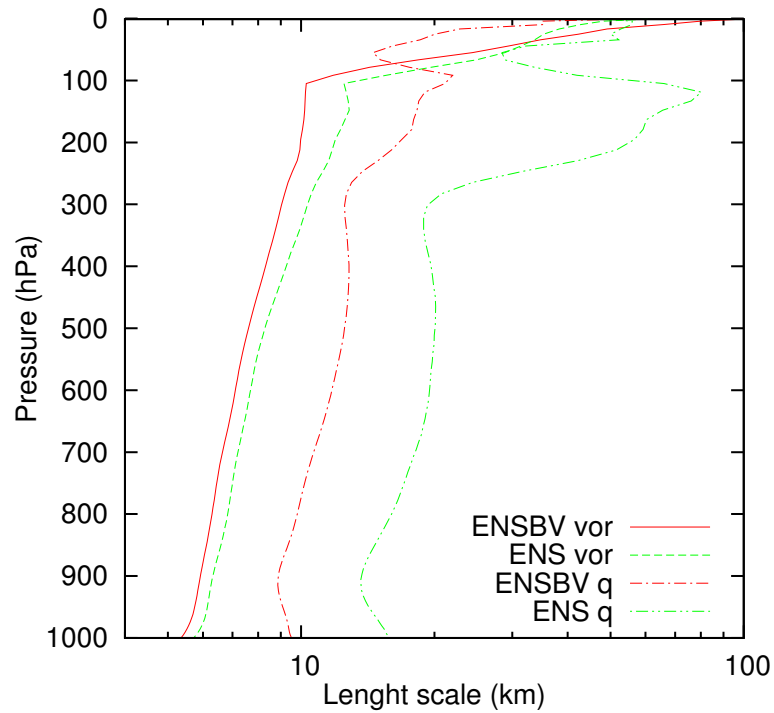
Obrázek 7.3: Horizontální korelační funkce chyb předběžného odhadu teploty v ~ 500 hPa (v modelové hladině 34) ansámblu ENSBV, zobrazeno plnou červenou čarou, a ansámblu ENS, zobrazeno zelenou přerušovanou čarou.

ENSBV v porovnání s ansámblem ENS. Na obrázku lze vidět, že jsou horizontální korelace ve vzdálenosti 100 km v ansámblu ENSBV více než dvakrát menší oproti ansámblu ENS. Toto chování je přítomno ve všech vertikálních modelových hladinách, jak můžeme vidět na obrázku 7.4. Ten zobrazuje vertikální profily délkových měřítek, které určují strmost poklesu korelací se vzdáleností. Čím kratší je délkové měřítko, tím rychleji korelace klesají se vzdáleností. Pro výpočet délkových měřítek je použita definice navržená v Berre (2000) v rovnici 2.

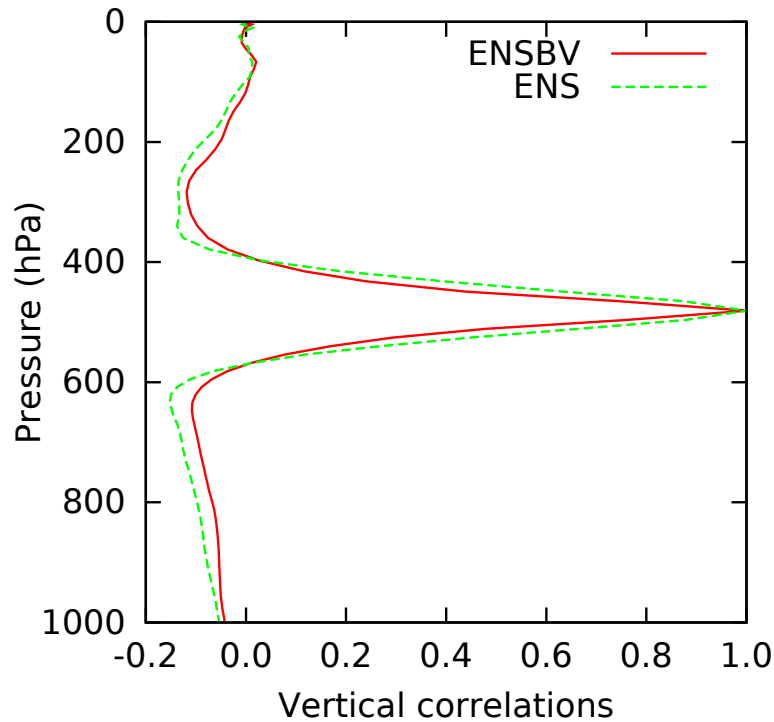
Na druhou stranu, rozdíl mezi vertikálními korelačními funkcemi obou ansámblů není příliš výrazný. Jako příklad uvádíme vertikální korelační funkci chyb předběžného odhadu teploty ve střední části troposféry (~ 500 hPa) na obrázku 7.5. Můžeme vidět lehce menší korelace chyb v ansámblu ENSBV v porovnání s ansámblem ENS, ačkoli z celkového hlediska jsou velmi podobné.

Méně korelované chyby předběžného odhadu v ansámblu ENSBV způsobují, že inkrementy analýzy 3D-Var obsahují převážně menší horizontální měřítka a nezkrslují dlouhé vlny, které byly aktualizovány pomocí DF Blendingu.

Zde je vhodné poznamenat, že pro efektivní řízení asimilace dat v malých měřítkách je vhodné použít pozorování s vysokou hustotou pokrytí (Brousseau *et al.*, 2011), tedy i za použití specifikace chyb z ansámblu ENSBV. Avšak vedle vysokého množství pozorování je třeba zajistit, aby jejich chyby nebyly korelované, protože implementace asimilační metody zohledňující korelaci chyb pozorování je v praxi velmi obtížná.



Obrázek 7.4: Vertikální profily horizontálních délkových měřítek vorticity (vor) a specifické vlhkosti (q) ansámblu ENSBV (červená čára) a ENS (zelená čára).

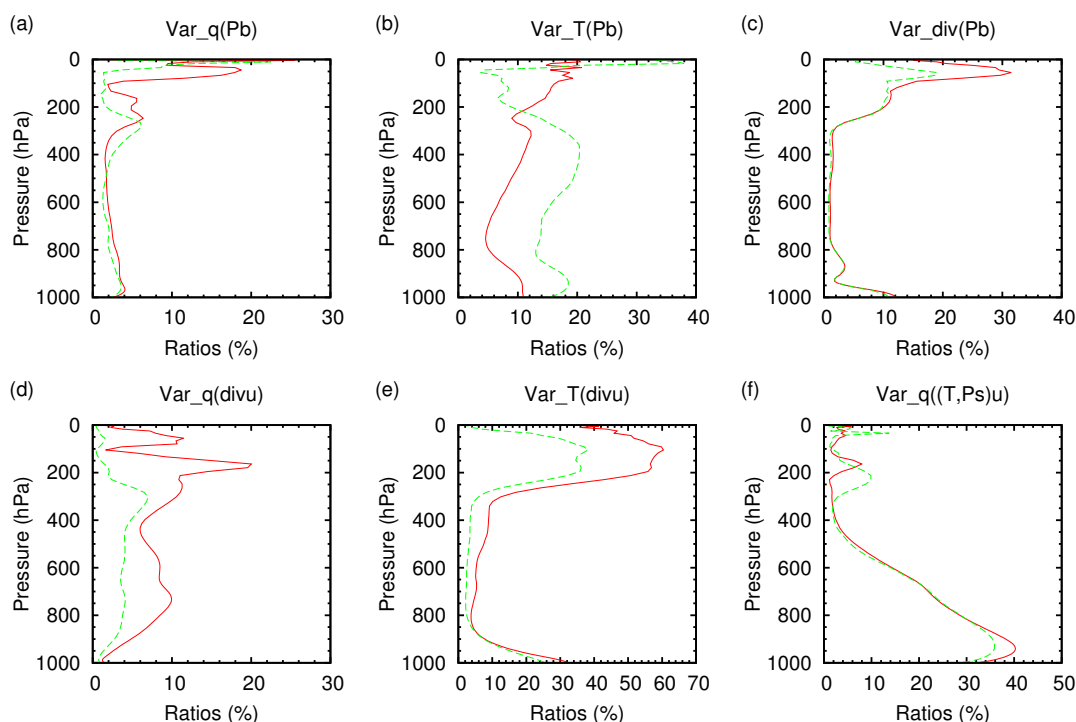


Obrázek 7.5: Vertikální korelační funkce chyb předběžného odhadu teploty v ~ 500 hPa (v modelové hladině 34). Ansámbl ENSBV je zobrazen plnou červenou čarou a ansámbl ENS je zobrazen zelenou přerušovanou čarou.

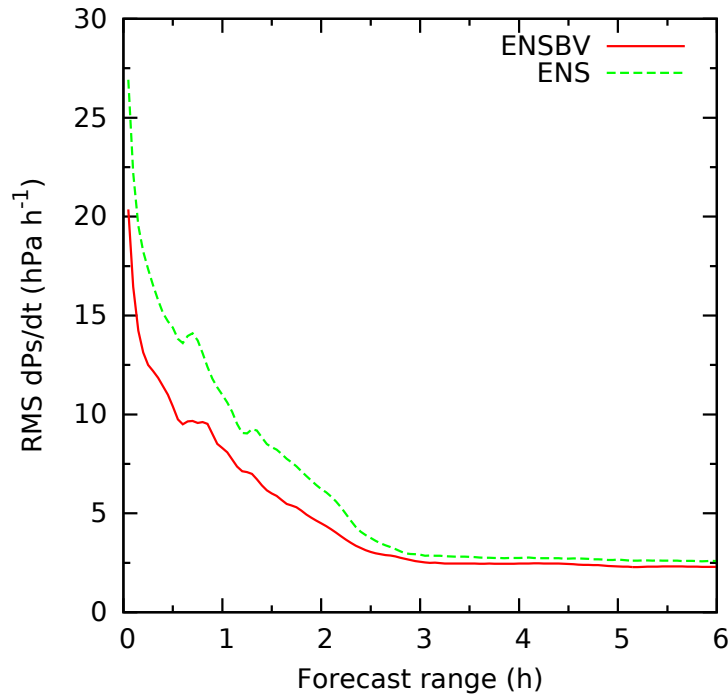
7.3.3 Křížové korelace chyb

Propagaci informace z jedné komponenty kontrolní proměnné na druhou budeme studovat pomocí procentuální části vysvětlené variance chyby dané komponenty kontrolní proměnné. Tato procentuální část je definována jako poměr vysvětlené části dané komponenty kontrolní proměnné pomocí balanční rovnice (3.11), např. vysvětlená část teploty, a celkové komponenty kontrolní proměnné, např. celkové teploty, podobně jako v Berre (2000). Připomeňme, že stupeň geostrofičnosti je aproximován pomocí lineární regrese mezi vorticitou a geopotenciálem.

Variance chyb divergence a specifické vlhkosti je jen málo vysvětlená geopotenciálem v obou ansámblech, viz obrázek 7.6 (a), (c). To není překvapivé, protože geopotenciál je považován za prediktor velkých měřítek (Berre, 2000). Troposférická variance chyby teploty je vysvětlena geopotenciálem v ansámbli ENSBV méně než v ansámbli ENS, viz obrázek 7.6 (b). To je v souladu s celkovým posunem spektra variance chyb směrem k malým měřítkům v ansámbli ENSBV, viz obrázek 7.2 (c), (d). Lineární vazba chyb teploty a specifické vlhkosti s reziduem chyby divergence je v ansámbli ENSBV zvýšena oproti ansámbli ENS, obrázek 7.6 (d), (e). To vidíme jako důsledek větší váhy malých měřítek v ansámbli ENSBV. Totéž platí pro lineární vazbu mezi chybami specifické vlhkosti a reziduem chyby teploty ve spodní části troposféry, obrázek 7.6 (f).



Obrázek 7.6: Vertikální profily procentuální části vysvětlené variance chyby dané komponenty kontrolní proměnné. Jsou zobrazeny následující profily: (a) chyby specifické vlhkosti, (b) teploty a (c) divergence vysvětlené geopotenciálem; (d) chyby specifické vlhkosti a (e) teploty vysvětlené reziduem chyby divergence; (f) chyby specifické vlhkosti vysvětlené reziduem chyby teploty. Plná červená čára označuje profily ansámbli ENSBV a zelená přerušovaná čára profily ansámbli ENS.

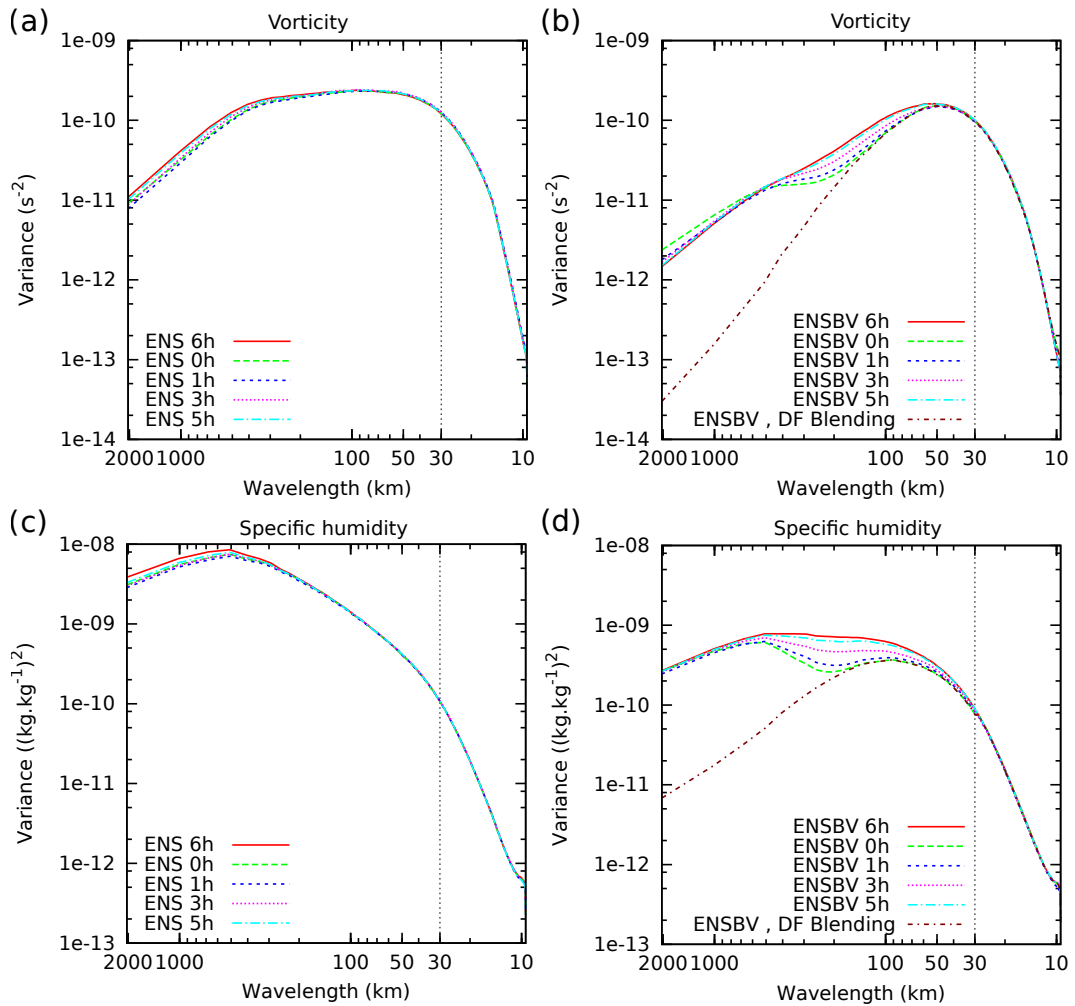


Obrázek 7.7: Časový vývoj odmocniny střední kvadratické tendence přízemního tlaku průměrované přes výpočetní doménu a přes 8 předpovědí. Plná červená čára označuje vývoj ansámblu ENSBV a zelená přerušovaná čára vývoj ansámblu ENS.

7.3.4 Spin-up

V důsledku přidání nové informace do stavového vektoru numerického modelu pomocí asimilace dat vznikají na začátku integrace nerovnováhy, určitou dobu pak trvá, než se model dostane zpět do rovnováhy. Pro tento proces budeme používat zavedený anglický termín spin-up. Problém nerovnováh a s nimi spojeného spin-up se řeší pomocí inicializačních technik nebo se zavádějí balanční vazby do samotné asimilace dat. Je žádoucí zkrátit dobu trvání spin-up, a to zejména v případě kratších asimilačních cyklů, 1hodinových či 3hodinových, jak bylo popsáno v Brousseau *et al.* (2016). Zde se zaměříme na srovnání spin-up ansámblů ENS a ENSBV. Obrázek 7.7 ukazuje časový vývoj tendence přízemního tlaku, měřený jako odmocnina střední kvadratické tendence průměrované přes výpočetní doménu a přes 8 integrací asimilačního cyklu. Vyšší hodnoty tendencí přízemního tlaku na začátku předpovědi poukazují na potřebu přizpůsobení modelových polí ke své vnitřní rovnováze, jinými slovy označují spin-up. Oba ansámblы se vypořádají se spin-up přibližně po stejné době integrace, asi po dvou až třech hodinách předpovědi. Nicméně ansámbl ENSBV vykazuje menší spin-up ve srovnání s ansámblem ENS během celé 6hodinové integrace asimilačního cyklu.

Dále se budeme zabývat nárůstem chyb předběžného odhadu v průběhu integrace předpovědi asimilačního cyklu, abychom prozkoumali chování spekter ansámblů ENS a ENSBV a saturaci jejich tvaru v čase. Chyby přirozeně rostou s délkou předpovědi a podléhají dennímu chodu, jako například nárůstu turbulence v denních hodinách a jejím útlumu v hodinách nočních nebo vzniku a roz-

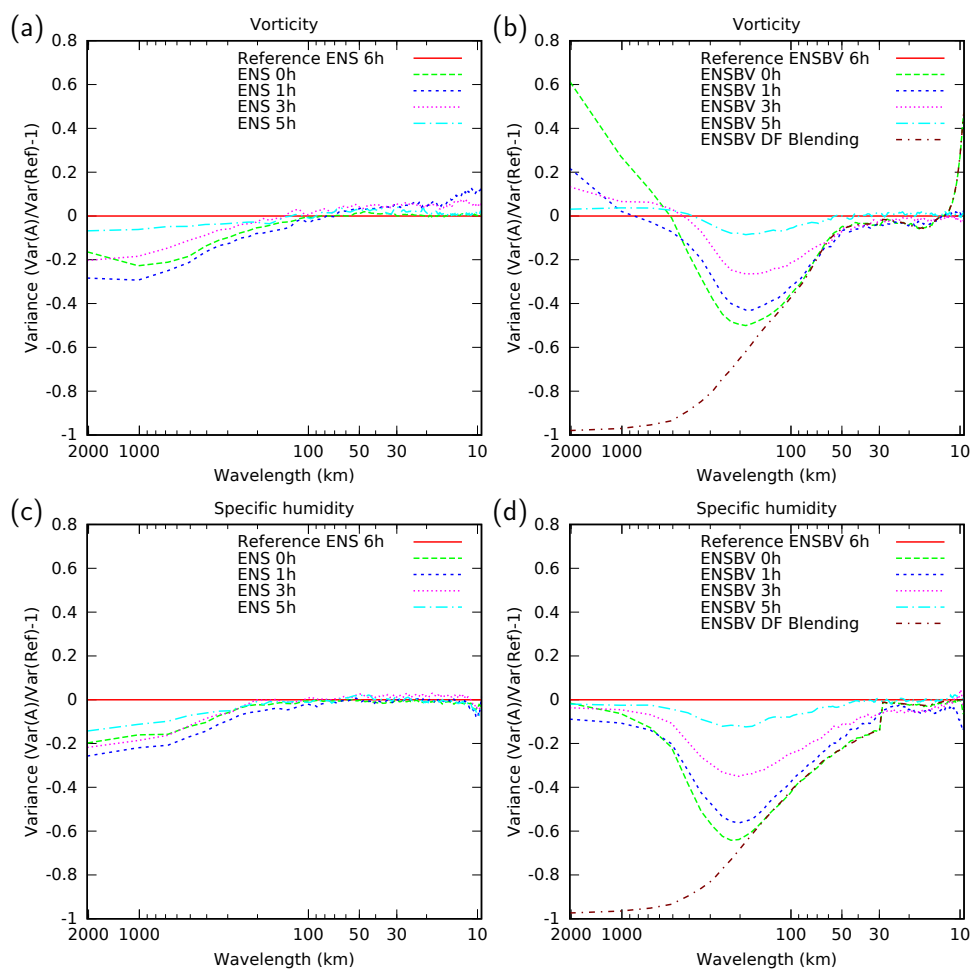


Obrázek 7.8: Vývoj horizontálního spektra variancí chyb předběžného odhadu v ~ 500 hPa (v modelové hladině 34) pro (a) vorticitu v ansámblu ENS, (b) vorticitu v ansámblu ENSBV, (c) specifickou vlhkost v ansámblu ENS, (d) specifickou vlhkost v ansámblu ENSBV. Zobrazeno je spektrum pro předpověď na +6 h (plná červená čára), +0 h (zelená přerušovaná čára), +1 h (modrá dlouze přerušovaná čára), +3 h (ružová tečkovaná čára), +5 h (světle modrá čárko-tečkovaná čára) a spektrum po aplikaci DF Blendingu v ansámblu ENSBV (hnědá čárko-tečkovaná čára).

padu vlhké hluboké konvekce. Pro potlačení vlivu denního chodu chyb na tvar spekter použijeme vzorek obsahující výpočty ze všech čtyř časů analýzy 00, 06, 12 a 18 UTC najednou. Bohužel naše nastavení experimentů neumožňuje zkoumat tvary spekter pro předpovědní časy delší než je 6 hodin v důsledku neexistence okrajových podmínek z globálních systémů svázaných s ansámblu ENS a ENSBV. Proto se soustředíme na vývoj spekter variancí až do předpovědního času +6 h.

Už to nám dá dostatečnou informaci o spin-up přítomném ve spektrech variancí jednotlivých ansámblů. Výsledky jsou uvedeny pro oba ansámblu na obrázku 7.8 pro vorticitu a specifickou vlhkost na modelové hladině blízké 500 hPa a pro předpovědní časy +0 h, +1 h, +3 h, +5 h, +6 h. Dále je zobrazeno spektrum ansámblu ENSBV po aplikaci DF Blendingu. V případě ansámblu ENS lze vidět spin-up od vlnových délek delších než ~ 300 km až po nejdelší vlny, kde je spin-

up nejvýraznější. V ansámblu ENSBV bychom díky velkému snížení variance nejdelších vln aplikací DF Blendingu očekávali postupný růst variance od vlnových délek delších, než je ořezání spektra při DF Blendingu. Při prvním odvození ansámblu ENSBV jsme použili ve 3D-Var stejnou kovarianční matici \mathbf{B} jako v ansámblu ENS, viz sekce 7.2, proto se v ansámblu ENSBV variance v nejdelších vlnových délkách okamžitě zvyšují po aplikaci 3D-Var. Potlačení tohoto nedostatku rozebereme v diskuzi 7.5. V průběhu následné integrace předpovědi jsou variance částečně řízeny okrajovými podmínkami. Postupný růst (spin-up) je tedy viditelný pro vlny ve střední části spektra. Při porovnání spin-up ansámblu ENSBV s ENS musíme konstatovat, že je ve spektru ansámblu ENSBV přítomen ve větší míře v prvních hodinách integrace, což dokládají i relativní spektra variancí na obrázku 7.9. Nicméně, oba ansámbly ENS i ENSBV mají tvary spekter pro předpovědi na +5 h velmi podobné tvarům pro předpovědi na +6 h, proto je málo pravděpodobné, že je spin-up přítomen i v delších předpovědích než 6 hodin.



Obrázek 7.9: Vývoj relativního horizontálního spektra variancí chyb předběžného odhadu v ~ 500 hPa (v modelové hladině 34) pro (a) vorticitu v ansámblu ENS, (b) vorticitu v ansámblu ENSBV, (c) specifickou vlhkost v ansámblu ENS, (d) specifickou vlhkost v ansámblu ENSBV. Zobrazeno je spektrum pro předpověď na +6 h (plná červená čára), +0 h (zelená přerušovaná čára), +1 h (modrá dlouze přerušovaná čára), +3 h (ružová tečkovaná čára), +5 h (světle modrá čárko-tečkovaná čára) a spektrum po aplikaci DF Blendingu v ansámblu ENSBV (hnědá čárko-tečkovaná čára).

7.4 Experimenty a jejich verifikace

Podle předcházejícího srovnání jsou statistiky chyb předběžného odhadu z ansámblu ENSBV vhodnější pro schéma BlendVar než statistiky z ansámblu ENS. Pro ověření této skutečnosti jsou připraveny čtyři experimenty. Porovnáváme nejen dvě různé statistiky chyb ve schématu BlendVar, ale také dva další řeckně konzervativní přístupy — DF Blending a metodu 3D-Var užitou samostatně. Byly vytvořeny následující experimenty:

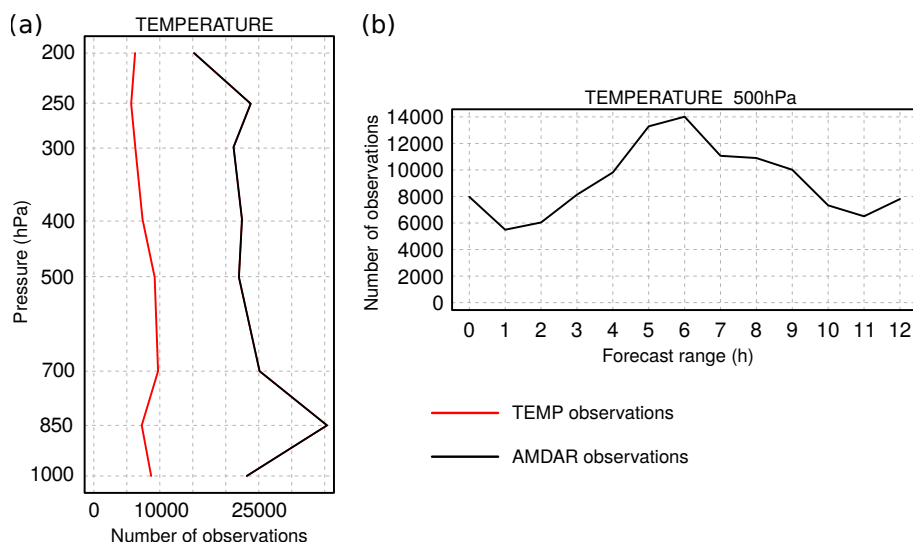
- *BlendVar_ensbv* je experiment obsahující BlendVar schéma se statistikami chyb z ansámblu ENSBV;
- *BlendVar_ens* je experiment obsahující BlendVar schéma se statistikami chyb z ansámblu ENS;
- *Blending* je experiment obsahující pouze DF Blending;
- *3D-Var_ens* je experiment obsahující pouze schéma 3D-Var se statistikami chyb z ansámblu ENS.

Nastavené experimenty se liší pouze v těchto zmíněných vlastnostech, ostatní nastavení modelu ALADIN jsou stejná. Všechny experimenty využívají 6hodinový asimilační cyklus a dvě produkce předpovědí, které v časech 0 UTC a 12 UTC předpovídají na +48 hodin. Experimenty mají také stejné počty vstupujících pozorování do asimilace dat metodou 3D-Var, typy pozorování jsou stejné jako v sekci 7.1. Experimentální období od 26. května do 30. června 2013 obsahuje několik povodňových epizod doprovázených přívalovými srážkami na celém území České republiky.

Kvalita předpovědí a předběžných odhadů používaných v asimilačním cyklu je ověřována standardními statistikami, např. odmocninou ze střední kvadratické odchylky modelu od pozorování (dále bude označena jako RMSE) a střední odchylkou modelu od pozorování (dále bude označena jako BIAS) reprezentující systematické chyby systému. V případě předběžných odhadů se odchylky počítají z rozdílu 6hodinové předpovědi asimilačního cyklu a dostupných pozorování v daném termínu. V případě produkci jsou odchylky počítány pomocí rozdílů mezi předpovědí na danou předpovědní hodinu a k ní relevantních pozorování.

Pro verifikaci atmosférických polí používáme aerologická pozorování ze zpráv TEMP, konkrétně teplotu, vítr, geopotenciál a vlhkost, dále používáme letecká pozorování teploty a větru ze zpráv AMDAR. Pozorování AMDAR jsou při verifikaci používána v hodinových časových oknech, která jsou centrována vůči času verifikace. Zde je potřeba zmínit, že stejné typy pozorování jsou také použity v asimilačním cyklu a produkčních analýzách, avšak díky různým délkám asimilačních oken a nastavení kontroly kvality jsou jejich počty při verifikaci jiné než ve vlastních experimentech. Obrázek 7.10 ukazuje celkový počet použitých pozorování teploty během verifikačního období, u ostatních parametrů jsou počty velmi podobné.

Vertikální variabilita dat ze zpráv TEMP a AMDAR použitých pro verifikaci předběžných odhadů v asimilačním cyklu je zobrazena na obrázku 7.10 (a). Vývoj počtu použitých pozorování AMDAR při verifikaci produkčních předpovědí v závislosti na délce předpovědi je uveden na obrázku 7.10 (b) pro hladinu 500 hPa.



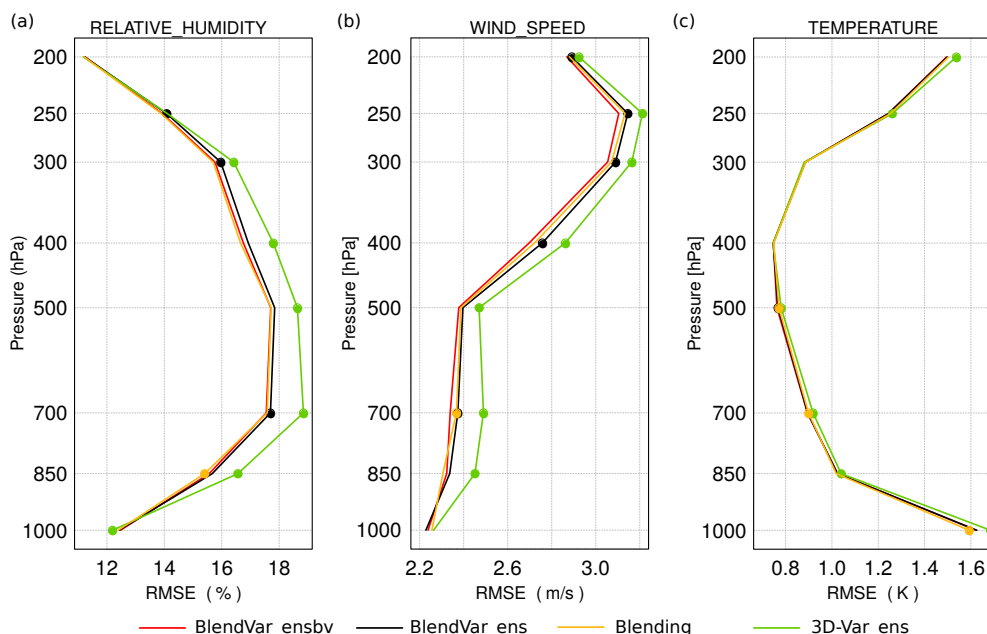
Obrázek 7.10: Počet pozorování použitých při verifikaci je prezentován: (a) vertikálním profilem počtu aerologických (červená čára) a leteckých (černá čára) pozorování teploty použitých při verifikaci asimilačního cyklu; (b) vývojem počtu použitých leteckých pozorování teploty při verifikaci produkčních předpovědí. Pozorování jsou při verifikaci rozdělena do skupin po vertikále, kdy na obrázku (a) polovina intervalu mezi dvěma označenými vertikálními hladinami označuje dělicí hranici dvou skupin pozorování, e.g. při verifikaci hladiny 850 hPa se používají pozorování z intervalu 775–900 hPa.

Pro verifikaci přízemních parametrů používáme pozorování ze synoptických stanic.

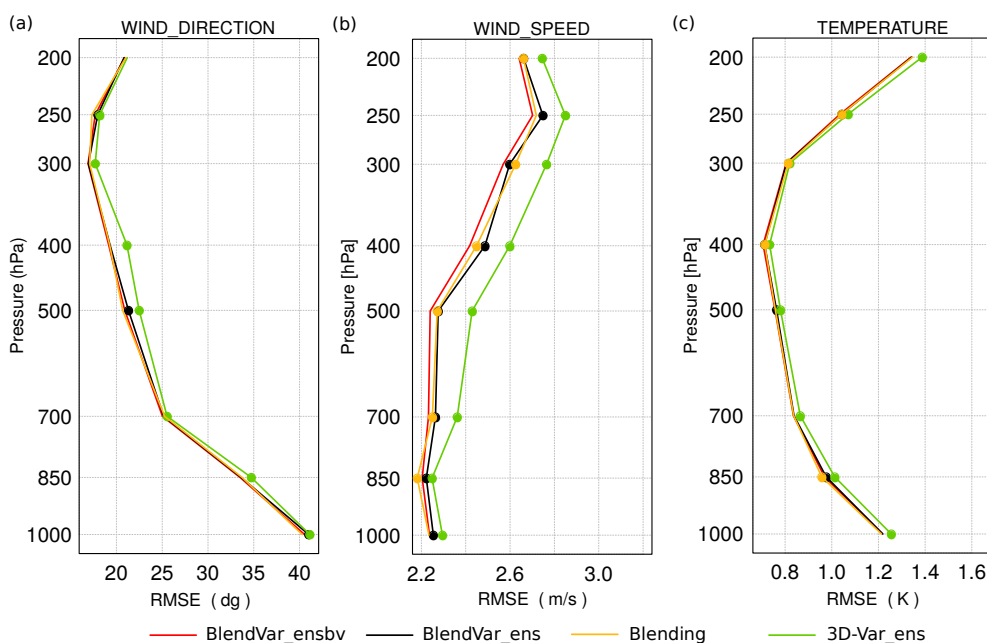
7.4.1 Výsledky verifikace

Experiment *Blending* a oba *BlendVar* experimenty mají výrazně vyšší kvalitu předběžných odhadů než experiment *3D-Var_ens*. Tento fakt si ukážeme na vertikálních profilech RMSE 6hodinových předpovědí, které se používají jako předběžné odhady v asimilačním cyklu. Obrázky 7.11 a 7.12 ukazují pozitivní vliv začlenění DF *Blendingu* do našeho nastavení asimilačního cyklu pro několik proměnných při verifikaci proti aerologickým a leteckým pozorováním. Experiment *Blending* a oba *BlendVar* experimenty mají RMSE skóre asimilačních cyklů podobné, přesto experiment *BlendVar_ensbv* vykazuje lehce lepší výsledky. Experiment *BlendVar_ensbv* nejvíce zlepšuje RMSE rychlosti větru, což potvrzuje i T test významnosti, viz obrázek 7.11 (b) a 7.12 (b). BIAS se mezi experimenty výrazně neliší.

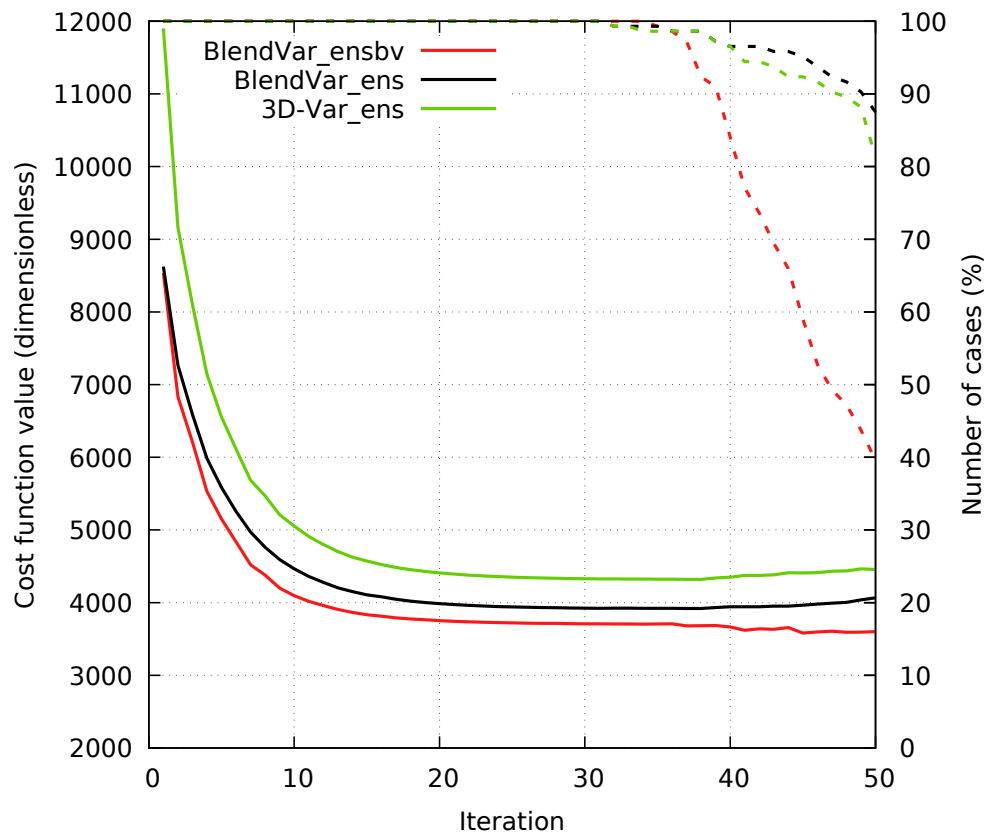
Porovnejme průběh průměrných hodnot účelové funkce 3D-Var během minimalizace asimilačních cyklů v obou *BlendVar* experimentech a v *3D-Var_ens* experimentu na obrázku 7.13. Na obrázku lze zřetelně vidět, že průměrná hodnota účelové funkce je na začátku minimalizace výrazně vyšší v experimentu *3D-Var_ens* při srovnání s *BlendVar* experimenty. To potvrzuje naše konstatování ze sekce 4.2, kde jsme *BlendVar* schéma označili za jistý analog k multiinkrementální metodě používané v globálních modelech. V globálních modelech se nejprve nalezne minimum účelové funkce pro nejdlejší vlny, to v našem případě



Obrázek 7.11: Verikální profily 6hodinových předpovědí asimilačního cyklu verifikované proti aerologickým pozorováním: (a) relativní vlhkosti, (b) rychlosti větru, (c) teploty. Zobrazeny jsou profily experimentu *BlendVar_ensbv* (červená čára), experimentu *BlendVar_ens* (černá čára), experimentu *Blending* (žlutá čára) a experimentu *3D-Var_ens* (zelená čára). Puntíky označují statisticky významné rozdíly RMSE (na hladině významnosti 95 %) vůči experimentu *BlendVar_ensbv*.



Obrázek 7.12: Verikální profily 6hodinových předpovědí asimilačního cyklu verifikované proti leteckým pozorováním: (a) směru a (b) rychlosti větru, (c) teploty. Zobrazeny jsou profily experimentu *BlendVar_ensbv* (červená čára), experimentu *BlendVar_ens* (černá čára), experimentu *Blending* (žlutá čára) a experimentu *3D-Var_ens* (zelená čára). Puntíky označují statisticky významné rozdíly RMSE (na hladině významnosti 95 %) vůči experimentu *BlendVar_ensbv*.



Obrázek 7.13: Průměrné hodnoty účelové funkce 3D-Var během minimalizace v závislosti na pořadovém čísle iterace. Zobrazeny jsou hodnoty pro experiment *BlendVar_ensbv* (červená čára), experimentu *BlendVar_ens* (černá čára) a experimentu *3D-Var_ens* (zelená čára). Čárkované čáry zobrazují počet případů, pro které byla aplikována iterace s daným pořadovým číslem. Průměrné hodnoty jsou počítány za verifikační období 26. 5.–30. 6. 2013.

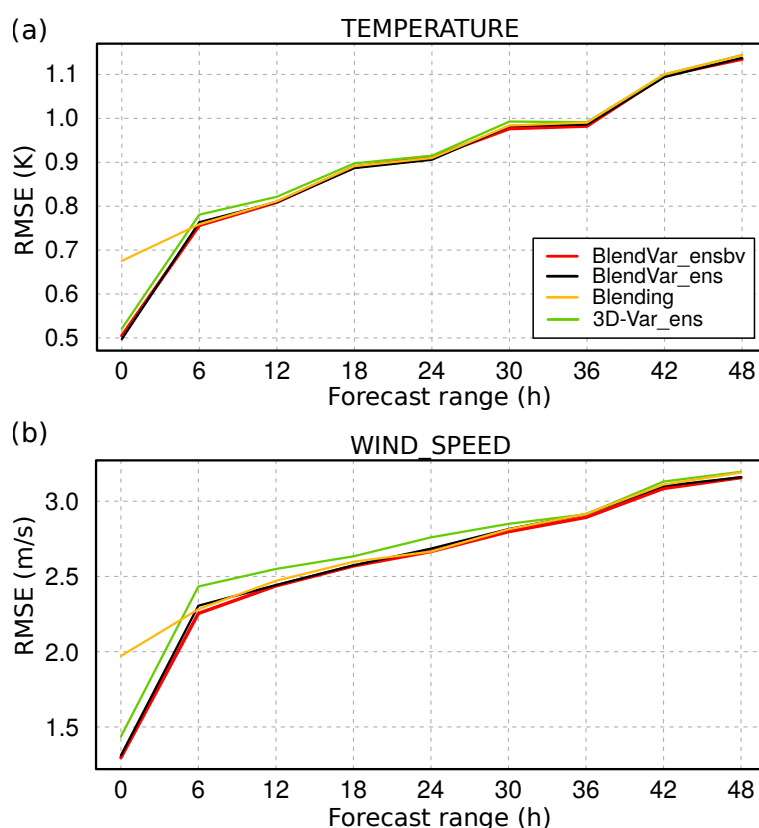
zajistí DF Blending, a proto je hodnota účelové funkce na počátku minimalizace nižší než v experimentu *3D-Var_ens*. V globálních modelech se minimum účelové funkce pro vlny kratší hledá v dalších postupných krocích. V našem případě by to v BlendVar schématu měla zajistit aplikace 3D-Var. Rychlost konvergence je velmi podobná mezi experimenty, i když pokud se podíváme na četnost případů, kdy bylo potřeba použít všech dostupných 50 iterací, tak experiment *BlendVar_ensbv* potřeboval všech 50 iterací jen ve 40 % případů, kdežto experimenty *BlendVar_ens* a *3D-Var_ens* potřebovali všech 50 iterací ve více jak 80 % případů. Navíc experiment *BlendVar_ensbv* dosahuje nejnižších hodnot účelové funkce.

Při verifikaci produkčních předpovědí jsou aerologická a letecká pozorování použita společně. Předpovědi produkujeme pouze v časech 0 a 12 UTC a pokud bychom porovnávali experimenty pouze vůči aerologickým pozorováním, získaný vzorek pozorování by byl příliš malý pro předpovědi na 6 h, 18 h, 30 h. S podobným problémem se také potýkáme u pozorování z letadel, protože téměř žádná letecká pozorování nejsou k dispozici v 0 UTC. Porovnáním s oběma typy pozorování najednou a použitím obou produkčních běhů (0, 12 UTC) při výpočtu skóre se problém dostupného počtu pozorování minimalizuje.

Časový vývoj RMSE s délkou produkční předpovědi je uveden na obrázku 7.14

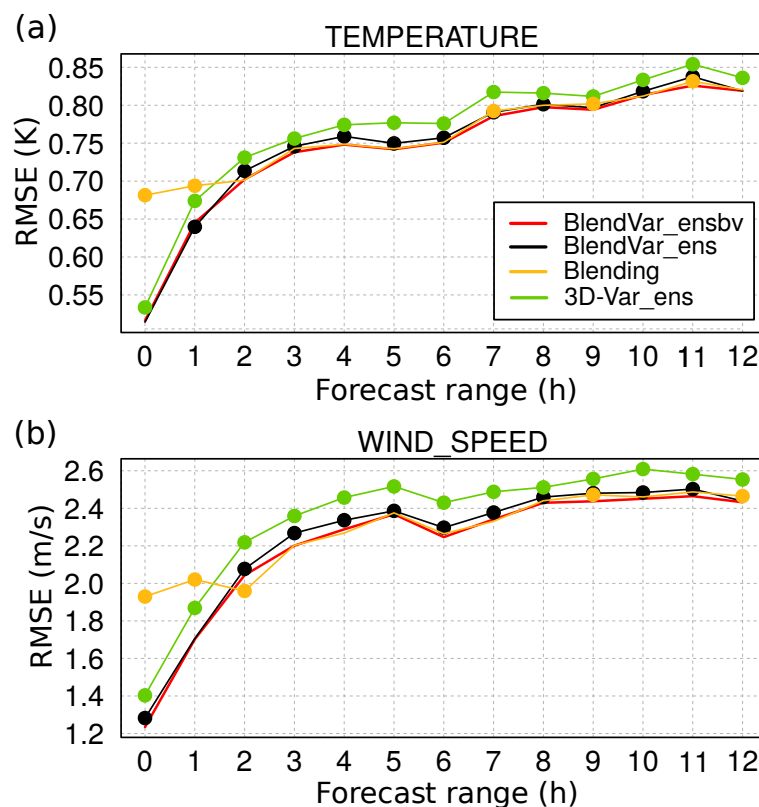
pro teplotu a rychlost větru na hladině 500 hPa. Na obrázku můžeme vidět, že jakákoli analýza používající 3D-Var je blíže k pozorováním v nulté hodině předpovědi než experiment *Blending*. To není překvapující, protože metoda DF Blending bere v úvahu pozorování pouze nepřímo z globálních analýz modelu ARPEGE, zatímco 3D-Var používá pozorování přímo. Po 6 hodinách produkční předpovědi se situace obrátí, každý experiment založený na DF Blendingu má lepší RMSE skóre než experiment *3D-Var_ens*, podobně jako při verifikaci asimilačních cyklů. Experimenty založené na DF Blendingu mají lepší RMSE až do předpovědi na 24 hodin, poté se rozdíly ztrácí, viz obrázek 7.14. Experiment *BlendVar_ensbv* má nejnižší RMSE rychlosti větru pro předpovědi na 0 a 6 hodin pro většinu vertikálních hladin, i když je skóre RMSE velmi blízké k RMSE ostatních experimentů založených na DF Blendingu. Impakt experimentu *BlendVar_ensbv* vzhledem k experimentu *Blending* a *BlendVar_ens* je neutrální pro ostatní ověřené parametry, také pro přízemní parametry a bodovou verifikaci 6 h úhrnů srážek.

Dále se blíže podíváme na hodinová skóre prvních 12 hodin předpovědi verifikovaná proti pozorováním z letadel (obrázek 7.15). RMSE skóre teploty i rychlosti větru experimentu *3D-Var_ens* je opět výrazně horší než ostatní experimenty s výjimkou prvních dvou hodin předpovědi, kde 3D-Var posouvá řešení blíže k pozorováním. To je ovšem platné pro všechny experimenty obsahující 3D-Var. Mezi experimenty využívající metodu DF Blending má nejvyšší hodnoty



Obrázek 7.14: Časový vývoj RMSE s délkou produkční předpovědi pro (a) teplotu, (b) rychlost větru na hladině 500 hPa verifikované proti aerologickým a leteckým pozorováním dohromady. Skóre jsou zobrazena pro experiment *BlendVar_ensbv* (červená čára), experiment *BlendVar_ens* (černá čára), experiment *Blending* (žlutá čára) a experiment *3D-Var_ens* (zelená čára).

RMSE experiment *BlendVar_ens*, to potvrzují i výsledky T testu, který označuje statisticky významnou odchylku hodnot RMSE od hodnot RMSE experimentu *BlendVar_ensbv* na hladině významnosti 95 % pomocí puntíku. Použití statistik chyb předběžného odhadu propagujících inkrementy analýzy převážně do velkých měřítek jako v případě experimentu *BlendVar_ens* znamená reanalyzovat měřítka již zpracovaná analýzou ARPEGE, viz Šíroková *et al.* (2003). V důsledku potom skončíme s výsledkem, který je horší než výsledek DF Blendingu užitého samostatně v experimentu *Blending*. Na druhou stranu experiment *BlendVar_ensbv* vykazuje zlepšení vůči experimentu *Blending*, i když jen malé. Navíc T test ukazuje statistické zlepšení experimentu *BlendVar_ensbv* vůči experimentu *Blending* i pro předpovědní časy delší než je 6 hodin, což znamená, že účinek vhodného nastavení chyb předběžného odhadu v 3D-Var není omezen jen na nejkratší předpovědní časy. Z těchto verifikačních výsledků plyne, že je velmi důležité vhodně nastavit chyby předběžného odhadu pro vylepšení již poměrně silné pseudoasimilační metody DF Blending.



Obrázek 7.15: Časový vývoj RMSE s délkou předpovědi po hodinách pro (a) teplotu, (b) rychlost větru na hladině 500 hPa verifikované pouze proti leteckým pozorováním. Skóre jsou zobrazena pro experiment *BlendVar_ensbv* (červená čára), experiment *BlendVar_ens* (černá čára), experiment *Blending* (žlutá čára) a experiment *3D-Var_ens* (zelená čára). Puntíky označují statisticky významné rozdíly RMSE (na hladině významnosti 95 %) vůči experimentu *BlendVar_ensbv*.

7.5 Diskuze

V této kapitole je popsáno jak získat vhodnou specifikaci chyb předběžného odhadu pro asimilační schéma BlendVar. Nová kovarianční matice chyb je vytvořena pomocí ansámblu ENSBV, jehož členy mají podobnou velkoměřítkovou komponentu a naopak malá měřítka jsou ponechána vlastnímu vývoji v průběhu asimilačního cyklu. Charakteristiky chyb nové kovarianční matice jsou porovnány se statistikami získanými pomocí ansámblu ENS využívající ansámblové metody, viz sekce 7.1 nebo 2.2.3.

Směrodatné odchyly chyb předběžného odhadu ansámblu ENSBV jsou menší než v ansámblu ENS. Pokud se podíváme blíže, tak se největší snížení variancí chyb ansámblu ENSBV nachází v dlouhých vlnách ve srovnání se spektrem ansámblu ENS. To je žádoucí, protože impakt 3D-Var by měl být posunut směrem k menším měřítkům v BlendVar schématu. Horizontální autokorelace také potvrzují posun impaktu.

Dále je analyzován spin-up ve statistikách obou ansámblů ENSBV a ENS v průběhu 6hodinové integrace předpovědi asimilačního cyklu. Z analýzy plynou dva závěry. Za prvé, spin-up se v čase vytrácí podobně v obou ansámblech. V důsledku absence globálních modelových dat nemůžeme zkoumat spin-up pro předpovědní časy delší než 6 hodin, přesto díky konvergenci tvarů spekter variancí předpokládáme, že spin-up v delších předpovědních časech již není přítomen. Za druhé, použití spin-up varianty ansámblového přístupu pro specifikaci chyb předběžného odhadu v ansámblu ENSBV není optimální, protože jsou poté pomocí 3D-Var opravována nejvíce velká měřítka. To lze jasně vidět ve spektrech variancí chyb ansámblu ENSBV, při porovnání spektra po DF Blendingu a po předpovědi na +0 h (obrázek 7.8). Proto by se mohla specifikace chyb předběžného odhadu získaná z ansámblu ENSBV ještě dále vylepšit tak, aby analýza 3D-Var neanalyzovala převážně velká měřítka. A to buď vytvořením druhé iterace ansámblu ENSBV za použití dříve získané kovarianční matice z ansámblu ENSBV nebo využitím statistik po aplikaci DF Blendingu v ansámblu ENSBV.

Pro vyhodnocení a verifikaci nového nastavení schématu BlendVar byly vytvořeny 4 experimenty. Porovnali jsme dva BlendVar experimenty se specifikací chyb předběžného odhadu z ansámblu ENSBV a ENS, dále experimenty obsahující DF Blending a 3D-Var samostatně. Verifikace byla provedena pomocí objektivních skóre proti aerologickým a leteckým pozorováním. Všechny experimenty obsahující DF Blending mají lepší skóre než experiment obsahující pouze 3D-Var na měsíčním verifikačním období. To naznačuje, že analýza řídicího modelu vylepšuje počáteční podmínky LAM modelu. Celkově rozdíly mezi jednotlivými experimenty byly malé, přesto nové nastavení BlendVar schématu je lepší a poskytuje dobrý základ pro další zkoumání.

Závěr

Tato práce se soustředila na vhodnou přípravu počátečních podmínek v kontextu modelů na omezené oblasti s vysokým rozlišením. Hlavním bodem zájmu byl odhad a modelování chyb předběžného odhadu pro asimilační metodu 3D-Var při použití v tzv. BlendVar schématu. Cílem metody BlendVar je co nejvíce profitovat z pokročilého asimilačního systému řídicího globálního modelu ARPEGE a zároveň zlepšit a zachovat malá dobře reprezentovaná měřítka v LAM modelu ALADIN. Začlenění velkoměřítkové části analýzy globálního modelu ARPEGE do počátečních podmínek modelu ALADIN je ošetřeno pomocí schématu DF Blending. Malá měřítka jsou pak zlepšována asimilační metodou 3D-Var.

Kapitoly 1 a 2 uvedly čtenáře do problematiky asimilace dat a přístupů ke specifikaci chyb předběžných odhadů i chyb pozorování. Implementace asimilační metody 3D-Var v numerickém předpovědním modelu ALADIN pak byla diskutována v kapitole 3. Koncept BlendVar byl vysvětlen v kapitole 4.

Hlavním bodem práce bylo zdokonalení kovarianční matice chyb předběžného odhadu pro BlendVar schéma. Byl prozkoumán přístup k potlačení předpokladu homogenity a izotropie chyb předběžného odhadu v kapitole 5 použitím směrodatných odchylek chyb v uzlové síti numerického modelu, přestože je minimalizace účelové funkce 3D-Var držena ve spektrálním prostoru. Algoritmus byl testován ve zjednodušených podmínkách použitím uměle vytvořených směrodatných odchylek chyb a jednoho pozorování. Testy ukázaly, že se aplikace těchto směrodatných odchylek chyb předběžného odhadu chová dle očekávání, proto bylo přistoupeno k simulaci operativního provozu BlendVar schématu s použitím směrodatných odchylek chyb generovaných asimilačním ansámblem modelu ARPEGE. Avšak kvůli nepřesvědčivým výsledkům verifikace a s ohledem na vyšší komplexitu systému spojenou s přenosem většího množství vstupních souborů bylo od tohoto konceptu ustoupeno.

Za účelem získání podkladů pro jiné možnosti zdokonalení kovarianční matice chyb předběžného odhadu byla v kapitole 6 provedena studie vývoje chyb v průběhu BlendVar asimilačního cyklu pomocí variancí chyb generovaných asimilačním ansámblem modelu ALADIN, ten přebíral okrajové podmínky z asimilačního ansámblu modelu ARPEGE. Hlavním závěrem studie je, že proces tvorby analýzy metodou 3D-Var nejvíce ovlivňuje dlouhodobou část chyby předběžného odhadu při použití spin-up varianty ansámblové kovarianční matice chyb. Tato modifikace dlouhodobé části spektra metodou 3D-Var není v BlendVar schématu žádoucí, protože 3D-Var tak znovu analyzuje škály, které už upravil DF Blending.

Kapitola 7 se zabývá odstraněním tohoto problému pomocí speciálně vytvořené kovarianční matice chyb předběžného odhadu. Nová kovarianční matice chyb předběžného odhadu byla vytvořena pomocí BlendVar asimilačního ansámblu, kdy všechny členy ansámblu měly stejné okrajové podmínky. Vlastnosti nové kovarianční matice byly porovnány s kovarianční maticí chyb vytvořenou pomocí rekněme standardního asimilačního ansámblu. Z porovnání vlastností lze vidět posun vlivu 3D-Var směrem k menším měřítkům při použití nové kovarianční matice chyb. Aplikace nové kovarianční matice chyb předběžného odhadu byla verifikována také v experimentu simulujícím operativní provoz a porovnána s dalšími třemi experimenty, kdy se ukázala jako mírně lepší než ostatní experimenty.

Tato nová metoda určení kovarianční matice chyb předběžného odhadu nabízí početně efektivní řešení, které zachovává výhody sofistikované implementace asimilace dat z řídicího globálního modelu a zároveň umožňuje zlepšit analýzu jemných měřítek v LAM modelu.

Seznam použité literatury

- ALADIN IT (1997). The ALADIN project mesoscale modelling seen as basic tool for weather forecasting and atmospheric research. *WMO Bull.*, **46**, 317–324.
- BANNISTER, R. N. (2017). A review of operational methods of variational and ensemble-variational data assimilation. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **143**(703), 607–633. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.2982. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.2982>.
- BELO-PEREIRA, M. a BERRE, L. (2006). The Use of an Ensemble Approach to Study the Background Error Covariances in a Global NWP Model. *Mon. Weather Rev.*, **134**(9), 2466–2489. ISSN 0027-0644. doi: 10.1175/MWR3189.1. URL <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/MWR3189.1>.
- BENÁČEK, P. (2016). Asimilace dat do modelu ALADIN/CZ: Studium chyby pozorování z přístroje AMSU. *Meteorol. Zprávy*, **69**(6), 171–178. ISSN 0026-1173.
- BERRE, L. (2000). Estimation of Synoptic and Mesoscale Forecast Error Covariances in a Limited-Area Model. *Mon. Weather Rev.*, **128**(3), 644–667. ISSN 0027-0644. doi: 10.1175/1520-0493(2000)128<0644:EOSAMF>2.0.CO;2. URL <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0493%282000%29128%3C0644%3AEOSAMF%3E2.0.CO%3B2>.
- BERRE, L. a DESROZIERS, G. (2010). Filtering of Background Error Variances and Correlations by Local Spatial Averaging: A Review. *Mon. Weather Rev.*, **138**(10), 3693–3720. ISSN 0027-0644. doi: 10.1175/2010MWR3111.1. URL <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/2010MWR3111.1>.
- BERRE, L., ȘTEFĂNESCU, S. E. a PEREIRA, M. B. (2006). The representation of the analysis effect in three error simulation techniques. *Tellus A*, **58**(2), 196–209. ISSN 0280-6495. doi: 10.3402/tellusa.v58i2.14761. URL <http://dx.doi.org/10.3402/tellusa.v58i2.14761>.
- BERRE, L., DESROZIERS, G., RAYNAUD, L., MONTROT, R. a GIBIER, F. (2009). Consistent operational ensemble variational assimilation. In *Ext. Abstr. Fifth WMO Int. Symp. Data Assim.*, pages Paper N. 196. 1–8, Melbourne, 2009.
- BERRE, L., VARELLA, H. a DESROZIERS, G. (2015). Modelling of flow-dependent ensemble-based background-error correlations using a wavelet formulation in 4D-Var at Météo-France. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **141**(692), 2803–2812. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.2565. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.2565>.
- BLAYO, É., BOCQUET, M., COSME, E. a CUGLIANDOLO, L. F., editors (2014). *Advanced Data Assimilation for Geosciences*. Oxford University Press. ISBN 9780198723844. doi: 10.1093/acprof:oso/9780198723844.001.0001. URL <http://www.oxfordscholarship.com/view/10.1093/acprof:oso/9780198723844.001.0001/acprof-9780198723844>.

- BORMANN, N. a BAUER, P. (2010). Estimates of spatial and interchannel observation-error characteristics for current sounder radiances for numerical weather prediction. I: Methods and application to ATOVS data. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **136**(649), 1036–1050. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.616. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.616>.
- BOUQUIER, F. a COURTIER, P. (2002). Data assimilation concepts and methods March 1999. *Meteorol. Train. course Lect. Ser. ECMWF*, (March 1999), 1–59.
- BROUSSEAU, P., BERRE, L., BOUQUIER, F. a DESROZIERS, G. (2011). Background-error covariances for a convective-scale data-assimilation system: AROME-France 3D-Var. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **137**(655), 409–422. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.750. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.750>.
- BROUSSEAU, P., SEITY, Y., RICARD, D. a LÉGER, J. (2016). Improvement of the forecast of convective activity from the AROME-France system. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **142**(699), 2231–2243. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.2822. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.2822>.
- BROŽKOVÁ, R., KLARIC, D., IVATEK-SAHKAN, S., GELEYN, J.-F., CASSE, V., SIROKA, M., RADNOTI, G., JANOUSEK, M., STADLBACHER, K. a SEIDL, H. (2001). DFI blending: An alternative tool for preparation of the initial conditions for LAM. *PWPR Rep. Ser. No. 31 WMO-TD No. 1064*, pages 1–7.
- BROŽKOVÁ, R., DERKOVÁ, M., BELLUŠ, M. a FARDA, F. (2006). Atmospheric forcing by ALADIN/MFSTEP and MFSTEP oriented tunings. *Ocean Sci. Discuss.*, **3**(3), 319–342. ISSN 1812-0822. doi: 10.5194/osd-3-319-2006. URL <http://www.ocean-sci-discuss.net/3/319/2006/>.
- BUBNOVÁ, R. (1994). *Použití souřadnice "hydrostatický tlak" pro integraci elastického modelu dynamiky atmosféry v numerickém předpovědním systému ARPEGE/ALADIN*. URL https://books.google.cz/books?id=_YItswEACAAJ.
- BUČÁNEK, A., BROŽKOVÁ, R. a TROJÁKOVÁ, A. (2015). Asimilační schéma BlendVar v ČHMÚ. *Meteorol. Zprávy*, **68**(6), 180–185. ISSN 0026-1173.
- BUČÁNEK, A. a BROŽKOVÁ, R. (2017). Background error covariances for a BlendVar assimilation system. *Tellus A Dyn. Meteorol. Oceanogr.*, **69**(1), 1355718. ISSN 1600-0870. doi: 10.1080/16000870.2017.1355718. URL <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/16000870.2017.1355718>.
- BUEHNER, M., MCTAGGART-COWAN, R., BEAULNE, A., CHARETTE, C., GARAND, L., HELLLETTE, S., LAPALME, E., LAROCHE, S., MACPHERSON, S. R., MORNEAU, J. a ZADRA, A. (2015). Implementation of Deterministic Weather Forecasting Systems Based on Ensemble-Variational Data Assimilation at Environment Canada. Part I: The Global System. *Mon. Weather Rev.*, **143**(7), 2532–2559. ISSN 0027-0644. doi: 10.1175/MWR-D-14-00354.1. URL <http://journals.ametsoc.org/doi/10.1175/MWR-D-14-00354.1>.

- CAIAN, M. a GELEYN, J.-F. (1997). Some limits to the variable-mesh solution and comparison with the nested-lam solution. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **123** (539), 743–766. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.49712353911. URL <http://dx.doi.org/10.1002/qj.49712353911>.
- COURTIER, P., FREYDER, C., GELEYN, J.-F., RABIER, F. a ROCHAS, M. (1991). The ARPEGE project at Météo-France. In *Proc. ECMWF Semin. Numer. Methods Atmos. Model. Vol. II*, pages 192–231.
- COURTIER, P., THÉPAUT, J.-N. a HOLLINGSWORTH, A. (1994). A strategy for operational implementation of 4D-Var, using an incremental approach. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **120**(519), 1367–1387. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.49712051912. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.49712051912>.
- COURTIER, P., ANDERSSON, E., HECKLEY, W., VASILJEVIC, D., HAMRUD, M., HOLLINGSWORTH, A., RABIER, F., FISHER, M., PAILLEUX, J. a THE, O. F. (1998). The ECMWF implementation of three-dimensional variational assimilation (3D-Var). I: Formulation. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **124**(550), 1783–1807. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.49712455002. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.49712455002>.
- DAHLGREN, P. a GUSTAFSSON, N. (2012). Assimilating host model information into a limited area model. *Tellus A*, **64**, 1–17. ISSN 1600-0870. doi: 10.3402/tellusa.v64i0.15836. URL <http://www.tandfonline.com/doi/full/10.3402/tellusa.v64i0.15836>.
- DALEY, R. (1991). *Atmospheric Data Analysis*. Cambridge University Press. ISBN 9780521382151. URL <https://books.google.nl/books?id=IM1tQgAACAAJ>.
- DECKMYN, A. a BERRE, L. (2005). A Wavelet Approach to Representing Background Error Covariances in a Limited-Area Model. *Mon. Weather Rev.*, **133**(5), 1279–1294. ISSN 0027-0644. doi: 10.1175/MWR2929.1. URL <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/MWR2929.1>.
- DERBER, J. a BOUTTIER, F. (1999). A reformulation of the background error covariance in the ECMWF global data assimilation system. *Tellus A*, **51**(2), 195–221. ISSN 0280-6495. doi: 10.1034/j.1600-0870.1999.t01-2-00003.x. URL <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.3402/tellusa.v51i2.12316>.
- DERKOVÁ, M. a BELLUŠ, M. (2007). Various applications of the blending by digital filter technique in the ALADIN numerical weather prediction system. *Meteorol. časopis*, **10**(1), 27–36. URL http://www.rclace.eu/File/Predictability/2007/2007-01_MC_Bellus-Derkova.pdf.
- DESROZIERS, G., BERRE, L., CHAPNIK, B. a POLI, P. (2005). Diagnosis of observation, background and analysis-error statistics in observation space. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **131**(613), 3385–3396. ISSN 00359009. doi: 10.1256/qj.05.108. URL <http://doi.wiley.com/10.1256/qj.05.108>.

- DESROZIERS, G. a IVANOV, S. (2001). Diagnosis and adaptive tuning of observation-error parameters in a variational assimilation. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **127**(574), 1433–1452. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.49712757417. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.49712757417>.
- EL OUARAINI, R. a BERRE, L. (2011). Sensitivity of ensemble-based variances to initial background perturbations. *J. Geophys. Res.*, **116**(D15), D15106. ISSN 0148-0227. doi: 10.1029/2010JD015075. URL <http://doi.wiley.com/10.1029/2010JD015075>.
- FISCHER, C. (2007). The variational computation inside ARPEGE/ALADIN: cycle CY32. *Tech. Rep.* URL www.umr-cnrm.fr/gmapdoc//IMG/ps/main_var.ps.
- FISCHER, C., MONTMERLE, T., BERRE, L., AUGER, L. a ȘTEFĂNESCU, S. E. (2005). An overview of the variational assimilation in the ALADIN/France numerical weather-prediction system. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **131**(613), 3477–3492. ISSN 00359009. doi: 10.1256/qj.05.115. URL <http://doi.wiley.com/10.1256/qj.05.115>.
- FISHER, M. (2003). Background error covariance modelling. In *Proc. ECMWF Semin. Recent Dev. Data Assim.*, pages 45–63, Reading, 2003. ECMWF. URL <https://www.ecmwf.int/sites/default/files/elibrary/2003/9404-background-error-covariance-modelling.pdf>.
- GANDIN, L. S. (1966). Objective analysis of meteorological fields. By L. S. Gandin. Translated from the Russian. Jerusalem (Israel Program for Scientific Translations), 1965. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **92**(393), 447–447. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.49709239320. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.49709239320>.
- GIARD, D. (2001). Blending of initial fields in ALADIN. Technical report, Météo-France. URL <http://www.cnrm.meteo.fr/gmapdoc//IMG/ps/Blending.aw-3.ps>.
- GUIDARD, V. a FISCHER, C. (2008). Introducing the coupling information in a limited-area variational assimilation. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **134**(632), 723–735. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.215. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.215>.
- GUIDARD, V., FISCHER, C., NURET, M. a DŽIEDŽIC, A. (2006). Evaluation of the ALADIN 3D-VAR with observations of the MAP campaign. *Meteorol. Atmos. Phys.*, **92**(3-4), 161–173. ISSN 0177-7971. doi: 10.1007/s00703-005-0156-5. URL <http://link.springer.com/10.1007/s00703-005-0156-5>.
- GUSTAFSSON, N., JANJIĆ, T., SCHRAFF, C., LEUENBERGER, D., WEISSMAN, M., REICH, H., BROUSSEAU, P., MONTMERLE, T., WATTRELOT, E., BUČÁNEK, A., MILE, M., HAMDİ, R., LINDSKOG, M., BARKMEIJER, J., DAHLBOM, M., MACPHERSON, B., BALLARD, S., INVERARITY, G., CARLEY, J., ALEXANDER, C., DOWELL, D., LIU, S., IKUTA, Y. a FUJITA, T. (2017).

- Survey of data assimilation methods for convective-scale numerical weather prediction at operational centres. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.3179. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.3179>.
- HAUGEN, J. E. a MACHENHAUER, B. (1993). A Spectral Limited-Area Model Formulation with Time-dependent Boundary Conditions Applied to the Shallow-Water Equations. *Mon. Weather Rev.*, **121**(9), 2618–2630. ISSN 0027-0644. doi: 10.1175/1520-0493(1993)121<2618:ASLAMF>2.0.CO;2. URL <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0493%281993%29121%3C2618%3AASLAMF%3E2.0.CO%3B2>.
- HOLLINGSWORTH, A. a LÖNNBERG, P. (1986). The statistical structure of short-range forecast errors as determined from radiosonde data. Part I: The wind field. *Tellus A Dyn. Meteorol. Oceanogr.*, **38**(2), 111–136. ISSN 1600-0870. doi: 10.3402/tellusa.v38i2.11707. URL <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.3402/tellusa.v38i2.11707>.
- HOUTEKAMER, P. L., LEFAIVRE, L., DEROME, J., RITCHIE, H. a MITCHELL, H. L. (1996). A System Simulation Approach to Ensemble Prediction. *Mon. Weather Rev.*, **124**(6), 1225–1242. ISSN 0027-0644. doi: [https://doi.org/10.1175/1520-0493\(1996\)124<1225:ASSATE>2.0.CO;2](https://doi.org/10.1175/1520-0493(1996)124<1225:ASSATE>2.0.CO;2). URL <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0493%281996%29124%3C1225%3AASSATE%3E2.0.CO%3B2>.
- ISAKSEN, L., HASELER, J., BUIZZA, R. a LEUTBECHER, M. (2010). The new Ensemble of Data Assimilations. *ECMWF Newsl.*, (123), 17–21.
- KALMAN, R. E. (1960). A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *J. Basic Eng.*, **82**(1), 35. ISSN 00219223. doi: 10.1115/1.3662552. URL <http://fluidsengineering.asmedigitalcollection.asme.org/article.aspx?articleid=1430402>.
- KALNAY, E. (2003). *Atmospheric modeling, data assimilation, and predictability*. Cambridge University Press. ISBN 0521791790.
- LORENC, A. C. (1981). A Global Three-Dimensional Multivariate Statistical Interpolation Scheme. *Mon. Weather Rev.*, **109**(4), 701–721. ISSN 0027-0644. doi: 10.1175/1520-0493(1981)109<0701:AGTDMS>2.0.CO;2. URL <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0493%281981%29109%3C0701%3AAGTDMS%3E2.0.CO%3B2>.
- LYNCH, P., GIARD, D. a IVANOVICI, V. (1997). Improving the Efficiency of a Digital Filtering Scheme for Diabatic Initialization. *Mon. Weather Rev.*, **125**(8), 1976–1982. ISSN 0027-0644. doi: 10.1175/1520-0493(1997)125<1976:ITEOAD>2.0.CO;2. URL <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0493%281997%29125%3C1976%3AITEOAD%3E2.0.CO%3B2>.
- MONTEIRO, M. a BERRE, L. (2010). A diagnostic study of time variations of regionally averaged background error covariances. *J. Geophys. Res.*, **115** (D23), D23203. ISSN 0148-0227. doi: 10.1029/2010JD014095. URL <http://doi.wiley.com/10.1029/2010JD014095>.

- MONTMERLE, T. a BERRE, L. (2010). Diagnosis and formulation of heterogeneous background-error covariances at the mesoscale. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **136**(651), 1408–1420. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.655. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.655>.
- PARRISH, D. F. a DERBER, J. C. (1992). The National Meteorological Center’s Spectral Statistical-Interpolation Analysis System. *Mon. Weather Rev.*, **120**(8), 1747–1763. ISSN 0027-0644. doi: 10.1175/1520-0493(1992)120<1747:TNMCSS>2.0.CO;2. URL [http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0493\(1992\)120%3C1747:TNMCSS%3E2.0.CO;2](http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/1520-0493(1992)120%3C1747:TNMCSS%3E2.0.CO;2).
- PARRISH, D. F., DERBER, J. C., PURSER, R. J., WU, W.-S. a PU, Z.-X. (1997). The NCEP Global Analysis System : Recent Improvements and Future Plans (gtSpecial IssueltData Assimilation in Meteorology and Oceanography: Theory and Practice). *J. Meteorol. Soc. Japan. Ser. II*, **75**(1B), 359–365. ISSN 0026-1165.
- RABIER, F., McNALLY, A., ANDERSSON, E., COURTIER, P., UNDÉN, P., EYRE, J., HOLLINGSWORTH, A. a BOUTTIER, F. (1998). The ECMWF implementation of three-dimensional variational assimilation (3D-Var). II: Structure functions. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **124**(550), 1809–1829. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.49712455003. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.49712455003>.
- RABIER, F., JÄRVINEN, H., KLINKER, E., MAHFOUF, J.-F. a SIMMONS, A. (2000). The ECMWF operational implementation of four-dimensional variational assimilation. I: Experimental results with simplified physics. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **126**(564), 1143–1170. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.49712656415. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.49712656415>.
- RADNÓTI, G., AJAJI, R., BUBNOVÁ, R., CAIAN, M., CORDONEANU, E., EMDE, K., GRIL, J.-D., HOFFMAN, J., HORANYI, A., ISSARA, S., IVANOVICI, V., JANOUSEK, M., JOLY, A., LE MOIGNE, P. a MALARDEL, S. (1995). The spectral limited area model ARPEGE-ALADIN. In *PWPR Rep. Ser. 7, WMO-TD 699*, volume 7, pages 1–7. ISBN TD006266. URL http://www.cnrn.meteo.fr/aladin/IMG/pdf/RADNOTI-pdf_-_Adobe_Acrobat_Professional.pdf.
- RAYNAUD, L., BERRE, L. a DESROZIERS, G. (2008). Spatial averaging of ensemblebased backgrounderror variances. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **134**(633), 1003–1014. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.245. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.245>.
- RAYNAUD, L., BERRE, L. a DESROZIERS, G. (2009). Objective filtering of ensemble-based background-error variances. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **135**(642), 1177–1199. ISSN 1477-870X. doi: 10.1002/qj.438. URL <http://dx.doi.org/10.1002/qj.438>.
- RAYNAUD, L., BERRE, L. a DESROZIERS, G. (2011). An extended specification of flow-dependent background error variances in the Météo-France global 4D-Var system. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **137**(656), 607–619. ISSN 1477-870X. doi: 10.1002/qj.795. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.795>.

- RAYNAUD, L., BERRE, L. a DESROZIERS, G. (2012). Accounting for model error in the Météo-France ensemble data assimilation system. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **138**(662), 249–262. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.906. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.906>.
- SASAKI, Y. (1958). An objective analysis based on the variational method. *J. Meteorol. Soc. Japan*, **36**(3), 77–88. ISSN 0026-1165. doi: 10.2151/jmsj1923.36.3_77. URL https://www.jstage.jst.go.jp/article/jmsj1923/36/3/36_3_77/_article.
- ŠIROKÁ, M., FISCHER, C., CASSÉ, V., BROŽKOVÁ, R. a GELEYN, J.-F. (2003). The definition of mesoscale selective forecast error covariances for a limited area variational analysis. *Meteorol. Atmos. Phys.*, **82**(1-4), 227–244. ISSN 0177-7971. doi: 10.1007/s00703-001-0588-5. URL <http://dx.doi.org/10.1007/s00703-001-0588-5>.
- TERMONIA, P., FISCHER, C., BAZILE, E., BOUYSEL, F., BROŽKOVÁ, R., BÉNARD, P., BOCHENEK, B., DEGRAUWE, D., DERKOVÁ, M., EL KHATIB, R., HAMDY, R., MAŠEK, J., POTTIER, P., PRISTOV, N., SEITY, Y., SMOLÍKOVÁ, P., ŠPANIEL, O., TUDOR, M., WANG, Y., WITTMANN, C. a JOLY, A. (2018). The ALADIN System and its canonical model configurations AROME CY41T1 and ALARO CY40T1. *Geosci. Model Dev.*, **11**(1), 257–281. ISSN 1991-9603. doi: 10.5194/gmd-11-257-2018. URL <https://www.geosci-model-dev.net/11/257/2018/>.
- THÉPAUT, J.-N., COURTIER, P., BELAUD, G. a LEMAÎTRE, G. (1996). Dynamical structure functions in a four-dimensional variational assimilation: A case study. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **122**(530), 535–561. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.49712253012. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.49712253012>.
- VEERSÉ, F. a THÉPAUT, J.-N. (1998). Multiple-truncation incremental approach for four-dimensional variational data assimilation. *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, **124**(550), 1889–1908. ISSN 00359009. doi: 10.1002/qj.49712455006. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.49712455006>.
- WANG, H., HUANG, X.-Y., XU, D. a LIU, J. (2014). A scale-dependent blending scheme for WRFDA: impact on regional weather forecasting. *Geosci. Model Dev.*, **7**(4), 1819–1828. ISSN 1991-9603. doi: 10.5194/gmd-7-1819-2014. URL <http://www.geosci-model-dev.net/7/1819/2014/>.
- WMO (2008). *Guide to Meteorological Instruments and Methods of observation*, volume I & II. ISBN 978-92-63-10008-5. doi: Guidetometeorologicalinstrumentandobservingpractices. URL https://www.wmo.int/pages/prog/gcos/documents/gruanmanuals/CIMO/CIMO_Guide-7th_Edition-2008.pdf.
- YANG, X. (2005). Analysis blending using spatial filter in grid-point model coupling. *Hirlam Newslett*, **48**, 49–55. URL <http://scholar.google.com/scholar?hl=en&btnG=Search&q=intitle:Analysis+blending+using+spatial+filter+in+grid-point+model+coupling#0>.

ȘTEFĂNESCU, S. E., BERRE, L. a PEREIRA, M. B. (2006). The evolution of dispersion spectra and the evaluation of model differences in an ensemble estimation of error statistics for a limited-area analysis. *Mon. Weather Rev.*, **134**(11), 3456–3478. ISSN 0027-0644. doi: 10.1175/MWR3230.1. URL <http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/MWR3230.1>.

Seznam obrázků

2.1	Schématické znázornění Hollingsworthovy a Lönnbergovy metody.	15
2.2	Schématické znázornění ansámblové metody.	17
4.1	Schématické znázornění BlendVar asimilačního cyklu.	29
5.1	Uzlová síť směrodatných odchylek	32
5.2	Inkr. analýzy se statickou směrodatnou odchylkou v malé oblasti .	33
5.3	Inkr. analýzy s lineárně rostoucí směrodatnou odchylkou	34
5.4	Porovnání testů s lineárně rostoucími směrodatnými odchylkami .	35
5.5	Normalizované směrodatné odchylky chyb v blízkosti Prahy	36
5.6	Horizontální variabilita směrodatných odchylek chyb	38
5.7	Meteorologická situace 13. 6. 2013	38
5.8	Časový vývoj RMSE s délkou předpovědi	39
6.1	Horizontální spektra variancí chyb kroků DF Blendingu	42
6.2	Horizontální spektra variancí chyb kroků DF Blendingu 2	44
6.3	Vertikální profily směrodatných odchylek kroků DF Blendingu . .	45
6.4	Porovnání směrodatných odchylek metod DF Blending a BlendVar	46
6.5	Horizontální spektra variancí chyb kroků metody BlendVar	46
7.1	Vertikální profily směrodatných odchylek chyb předběžných odhadů	51
7.2	Horizontální spektra variancí chyb předběžných odhadů	52
7.3	Horizontální korelační funkce chyb předběžných odhadů teploty .	53
7.4	Vertikální profily délkových měřítek ansámbľů ENSBV a ENS . .	54
7.5	Vertikální korelační funkce chyb předběžných odhadů teploty . . .	54
7.6	Vertikální profily variance chyb předběžných odhadů	55
7.7	Časový vývoj tendence přízemního tlaku — spin-up	56
7.8	Horizontální spektra variancí chyb předběžných odhadů — spin-up	57
7.9	Relativní spektra variancí chyb předběžných odhadů — spin-up .	58
7.10	Počet pozorování použitých při verifikaci	60
7.11	Verikální profily RMSE 6hodinové předpovědi (TEMP)	61
7.12	Verikální profily RMSE 6hodinové předpovědi (AMDAR)	61
7.13	Hodnoty účelové funkce v průběhu minimalizace	62
7.14	Časový vývoj RMSE s délkou předpovědi	63
7.15	Časový vývoj RMSE s délkou předpovědi po hodinách	64

Seznam použitých zkratek

- 3D-Var** třídímenzionální variační asimilační metoda,
4D-Var čtyřdímenzionální variační asimilační metoda,
ALADIN Aire Limitée, Adaptation Dynamique, Development International – numerický předpovědní model na omezené oblasti,
ARPEGE Action de Recherche Petite Echelle Grande Echelle – globální numerický předpovědní model,
BLUE základní rovnice lineární analýzy, Best Linear Unbiased Estimator,
ČHMÚ Český hydrometeorologický ústav,
DF Digital Filter – digitalní filtr,
ECMWF European Centre for Medium-Range Weather Forecasts – Evropské centrum pro střednědobou předpověď počasí,
ENS asimilační ansámbl modelu ALADIN na období 20.6.-30.7.2014
ENSBV BlendVar asimilační ansámbl modelu ALADIN na období 20.6.-30.7.2014■
LAM Limited Area Model – model na omezené oblasti,
NMC National Meteorological Center
NWP Numerical Weather Prediction – numerická předpověď počasí,
OI Optimální interpolace,

Seznam použitých symbolů

- α koeficient pro zvětšení perturbací jednotlivých členů asimilačního ansámblu,
 \mathbf{B} kovarianční matice chyb předběžného odhadu,
 $\mathbf{B}^{-1/2}$ inverze odmocniny kovarianční matice, operátor zobrazuje z prostoru modelu do prostoru kontrolní proměnné,
 $c(i,j)$ kovariance odchylek pozorování od předběžného odhadu mezi bodem pozorování i a j ,
 \mathbf{D} diagonální matice obsahující směrodatné odchylky chyb předběžného odhadu ve spektrálním prostoru,
 \mathbf{d} tzv. inovační vektor obsahuje odchylky pozorování od předběžného odhadu,
 \mathbf{d}_a^o vektor obsahuje odchylky pozorování od analýzy,
 \mathbf{d}_b^o inkrement analýzy, vektor obsahuje odchylky analýzy od předběžného odhadu,
 $\delta_{o,k}$ vektor perturbací pozorování pro člen ansámblu k ,
 $\delta_{m,k}$ vektor perturbací přidáných do řešení modelu pro člen ansámblu k ,
 $\delta\mathbf{x}$ inkrement, $\delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_b$,
 E střední hodnota,
 \mathbf{e}_a chyba analýzy,
 \mathbf{e}_b chyba předběžného odhadu,
 \mathbf{e}_o chyba pozorování,
 \mathbf{e}_m chyba modelu během jedné integrace asimilačního cyklu,
 $\hat{\mathbf{e}}_b$ chyba předběžného odhadu v novém prostoru (v prostoru kontrolní proměnné),
 ε_a rozdíl analýz mezi dvěma členy ansámblu,
 ε_b rozdíl předběžných odhadů mezi dvěma členy ansámblu,
 ε_o rozdíl mezi sadami pozorování respektive jejich perturbací pro dva členy ansámblu,
 ε_m rozdíl perturbací modelového řešení mezi dvěma členy ansámblu,
 η chyba předběžného odhadu divergence,
 η_u reziduum chyby divergence po lineární regresi (unbalanced divergence),
 \mathbf{F} operátor Fourierovy transformace,
 F operátor změny spektrálního rozlišení,
 H datový operátor – převádí měřenou veličinu na kontrolní proměnnou modelu,
 \mathbf{H} datový operátor linearizovaný,
 \mathbf{H}_i datový operátor do bodu pozorování i ,
 χ kontrolní proměnná $\chi = \mathbf{B}^{-1/2}\delta\mathbf{x}$
 I jednotková matice,
 \mathbf{K} matice vah v BLUE rovnici, váží odchylky pozorování od předběžného odhadu,
 \mathbf{k}^* celkové vlnové číslo,
 \mathbf{L} balanční operátor nebo operátor kros-korelací,
 λ_c délka nejkratší vlny ořezaného spektra při DF Blendingu,
 \mathbf{M} linearizovaný operátor předpovědi NWP modelu,

p_i počet pozorování v podmnožině,
 P_s chyba předběžného odhadu logaritmu přízemního tlaku,
 $(P_s)_u$ reziduum chyby logaritmu přízemního tlaku po lineární regresi,
 q chyba předběžného odhadu specifické vlhkosti,
 q_u reziduum chyby specifické vlhkosti po lineární regresi (unbalanced q),
 \mathbf{R} kovarianční matice chyb pozorování,
 \mathbf{S} diagonální matice obsahující směrodatné odchylky chyb předběžného odhadu
v prostoru výpočetní mřížky,
 $(\sigma_i^b)^2$ variance chyby předběžného odhadu pro podmnožinu pozorování,
 $(\sigma_i^o)^2$ variance chyby podmnožiny pozorování,
 σ_b^2 variance chyby předběžného odhadu,
 σ_o^2 variance chyby pozorování,
 T chyba předběžného odhadu teploty,
 T_u reziduum chyby teploty po lineární regresi (unbalanced temperature),
 T_a spektrální rozlišení analýzy řídicího modelu,
 T_g spektrální rozlišení řídicího modelu,
 T_l spektrální rozlišení modelu na omezené oblasti,
 T_c měřítko ořezání spektra pře DF Blendingu,
 \mathbf{V} vlastní vektory vertikální autokorelační matice,
 \mathbf{W} druhá odmocnina vlastních čísel vertikální autokorelační matice,
 \mathbf{x} stavový vektor,
 \mathbf{x}_a vektor analýzy,
 \mathbf{x}_b vektor předběžného odhadu,
 \mathbf{x}_* skutečný stav atmosféry v reprezentaci numerického modelu,
 \mathbf{y} vektor obsahující všechna pozorování použitá při asimilaci,
 y_i pozorování v bodě i
 ζ chyba předběžného odhadu vorticity,

Seznam publikací

1. BUČÁNEK, A., BROŽKOVÁ, R. a TROJÁKOVÁ, A. (2015). Asimilační schéma BlendVar v ČHMÚ. *Meteorol. Zprávy*, **68**(6), 180–185. ISSN 0026-1173.
2. BUČÁNEK, A. a BROŽKOVÁ, R. (2017). Background error covariances for a BlendVar assimilation system. *Tellus A Dyn. Meteorol. Oceanogr.*, **69**(1), 1355718. ISSN 1600-0870. 10.1080/16000870.2017.1355718. URL <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/16000870.2017.1355718>.
3. GUSTAFSSON, N., JANJÍČ, T., SCHRAFF, C., LEUENBERGER, D., WEISSMAN, M., REICH, H., BROUSSEAU, P., MONTMERLE, T., WATTRELOT, E., BUČÁNEK, A., MILE, M., HAMDI, R., LINDSKOG, M., BARKMEIJER, J., DAHLBOM, M., MACPHERSON, B., BALLARD, S., INVERARITY, G., CARLEY, J., ALEXANDER, C., DOWELL, D., LIU, S., IKUTA, Y. a FUJITA, T. (2017). Survey of data assimilation methods for convective-scale numerical weather prediction at operational centres. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* ISSN 00359009. 10.1002/qj.3179. URL <http://doi.wiley.com/10.1002/qj.3179>.

Přílohy

Jsou přiloženy následující publikované články:

1. BUČÁNEK, A., BROŽKOVÁ, R. a TROJÁKOVÁ, A. (2015). Asimilační schéma BlendVar v ČHMÚ. *Meteorol. Zprávy*, **68**(6), 180–185. ISSN 0026-1173.
2. BUČÁNEK, A. a BROŽKOVÁ, R. (2017). Background error covariances for a BlendVar assimilation system. *Tellus A Dyn. Meteorol. Oceanogr.*, **69**(1), 1355718. ISSN 1600-0870. 10.1080/16000870.2017.1355718. URL <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/16000870.2017.1355718>.

1 Asimilační schéma BlendVar v ČHMÚ

BUČÁNEK, A., BROŽKOVÁ, R. a TROJÁKOVÁ, A. (2015). Asimilační schéma BlendVar v ČHMÚ. *Meteorol. Zprávy*, **68**(6), 180–185. ISSN 0026-1173.

ASIMILAČNÍ SCHÉMA BLENDVAR V ČHMÚ

Antonín Bučánek, Alena Trojáková, Radmila Brožková, Český hydrometeorologický ústav, Na Šabatce 2050/17, 143 06 Praha 4-Komořany, antonin.bucanek@chmi.cz, alena.trojakova@chmi.cz, radmila.brozkova@chmi.cz

The BlendVar assimilation scheme at CHMI. The quality of the analysis, representing the initial condition for the ensuing forecast, is essential in numerical weather prediction. Limited area models have difficulty in taking advantage of their higher resolution while keeping the correct specifications of large-scale component of analysis. We have achieved a reduction of the problem in the ALADIN model by a combination of the 3D-Var assimilation method and the Digital Filter Blending method. The quality of predictions is verified by objective statistics and subjective validation covering the extreme precipitation event in June 2013.

KLÍČOVÁ SLOVA: asimilace – 3D-Var – DF Blending – BlendVar

KEYWORDS: assimilation – 3D-Var – DF Blending – BlendVar

1. ÚVOD

Kvalita numerických předpovědí počasí se odvíjí od znalosti aktuálního stavu atmosféry. Jeho odhadem se zabývají metody asimilace dat a výsledná analýza je jádrem počátečních podmínek pro zahájení modelové integrace.

V Českém hydrometeorologickém ústavu (ČHMÚ) je analýza atmosférických polí tvořena metodou Digital Filter (DF) Blending (Brožková et al. 2006). Tato metoda umožňuje zahrnout do analýzy na omezené oblasti velkoprostorová měřítka z globálního modelu i menší měřítka rozlišená jen modelem s vyšším rozlišením, ale nevyužívá přímo meteorologická pozorování. Obsahem tohoto příspěvku je rozšíření metody DF Blending o přímou asimilaci meteorologických pozorování třídímenzální variační metodou (3D-Var), tuto konfiguraci budeme označovat BlendVar.

Příspěvek nejprve čtenáře seznámí se stávající přípravou počátečních podmínek modelu ALADIN (Radnóti et al. 1995) v ČHMÚ (kapitola 2). Poté se zaměří na asimilační metodu BlendVar a její lokální implementaci (kapitola 3). Na závěr zhodnotí dosažené výsledky na epizodě povodní v roce 2013 (kapitola 4).

2. POČÁTEČNÍ PODMÍNKY MODELU ALADIN

Kromě atmosférických počátečních podmínek, tvořených metodou DF Blending, je nutné specifikovat i počáteční podmínky parametrů zemského povrchu. Obě počáteční podmínky jsou připravovány v pravidelném režimu, takzvaném asimilačním cyklu.

V ČHMÚ probíhá tento cyklus s krokem 6 hodin, analýzy se připravují pro termíny 00:00, 06:00, 12:00 a 18:00 UTC. Vstupem do každé analýzy je předběžný odhad stavu atmosféry i zemského povrchu, což je předchozí 6hodinová předpověď modelu ALADIN, dále 4D-Var analýza globálního modelu ARPEGE (Courtier et al. 1991) a dostupná přízemní pozorování. Výsledná analýza je počáteční podmínkou pro následnou 6hodinovou předpověď asimilačního cyklu, tj. nový předběžný odhad. Schéma asimilačního cyklu se nachází v levé části obr. 1, v pravé části je zobrazeno zařazení analýzy 3D-Var v konfiguraci BlendVar.

K získání co nejpřesnější ana-

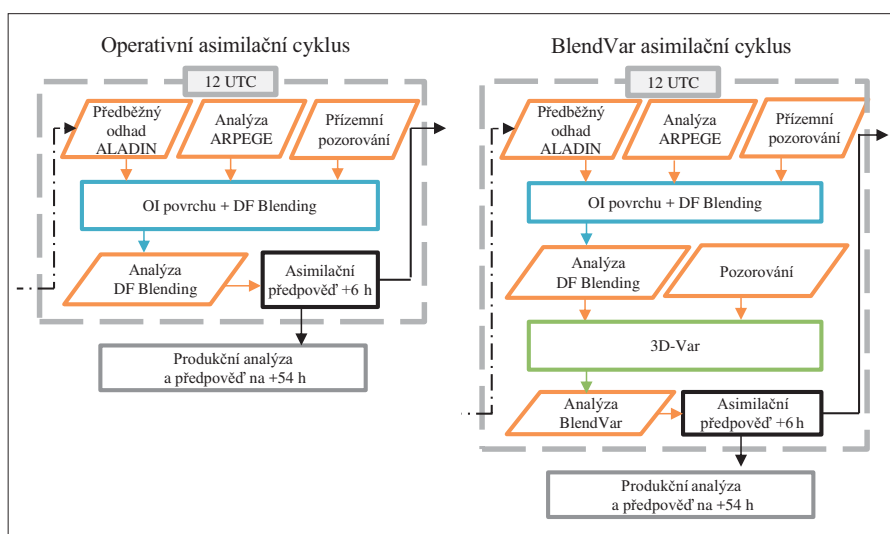
lýzy je nutné shromáždit a zpracovat maximum pozorování, což je časově i technicky náročné. Zároveň je nutné poskytnout předpovědi v co nejkratším čase, proto je tvorba meteorologických předpovědí, tzv. produkce, oddělena od asimilačního cyklu. Analýza pro vlastní produkci předpovědi je připravena technicky stejným způsobem, avšak se zásadním rozdílem v době čekání na příjem čerstvých pozorování. Tato doba je u produkční analýzy kratší (2–3 h) než u analýzy asimilačního cyklu (7–8 h). Asimilační cyklus tak zajišťuje nejvyšší kvalitu analýz, a tím nepřímo, ale podstatně ovlivňuje i kvalitu produkce, protože oba typy analýz vycházejí vždy z předběžného odhadu tvořeného v asimilačním cyklu.

Následující podsekcce čtenáři nabízí bližší seznámení s operativně užívanými metodami tvorby analýzy – optimální interpolací a metodou DF Blending.

2.1 Analýza parametrů zemského povrchu

Parametry zemského povrchu, zejména půdní vlhkost, jsou klíčové pro celkovou vodní a energetickou bilanci. Množství vody v půdě reguluje rozdělení tepelných toků na povrchu a ovlivňuje i procesy v mezní vrstvě atmosféry. V modelu ALADIN se využívá schéma povrchu Interactions Soil Biosphere Atmosphere (ISBA) (Giard a Bazile 2000), pro jehož proměnné je nutné určit počáteční stav.

Velká prostorová variabilita půdních parametrů a absence jejich rutinních pozorování vede k využití nepřímé informace z přízemních pozorování ze zpráv SYNOP (Mahfouf 1991;



Obr. 1 Schematické znázornění asimilačního cyklu.

Fig. 1. Schematic illustration of the assimilation cycle.

de Rosnay et al. 2012). V ČHMÚ byla pro analýzu povrchu adaptována metoda optimální interpolace z globálního modelu ARPEGE. Korekce teplot a vodního obsahu v půdních vrstvách jsou lineární funkcí inkrementů analýzy teploty a relativní vlhkosti ve dvou metrech nad zemí a koeficienty této funkce závisí také na fyzickogeografických parametrech zemského povrchu a meteorologických podmínkách (Giard a Bazile 2000). Proměnné nepodléhající analýze jsou převzaty z předběžného odhadu. Na závěr jsou všechny proměnné schématu ISBA přiblíženy ke klimatologickým charakteristikám zemského povrchu, tj. výsledná hodnota je tvořena z 95,5 % analyzovanou proměnnou a z 4,5 % klimatologickou charakteristikou, aby se zamezilo nekontrolovanému vychýlení cyklu, např. v případě nedostatku pozorování.

Na rozdíl od globální verze modelů není lokálně prováděna analýza povrchové teploty moří, pouze je převzata z globálního modelu. Pro optimální výběr vstupních pozorování byla přidána kontrola prostorové konzistence dat, která na základě porovnání s okolními pozorováními rozhodne, zda dané pozorování použít, či nikoli. Lokální testy dále ukázaly lepší výsledky po přeladění polynomů užívaných při výpočtu půdní vlhkosti a přínos potlačení závislosti lineárních koeficientů na výšce slunce nad obzorem. Takto upravená analýza parametrů zemského povrchu zlepšila předpovědi zejména přízemní teploty a vlhkosti a používá se v ČHMÚ operativně od srpna 2006.

2.2 Analýza atmosférických polí

Metoda DF Blending kombinuje analýzu globálního modelu ARPEGE s předběžným odhadem modelu ALADIN na základě měřitek, která jsou dobře reprezentovaná jednotlivými modely. Analýza modelu ARPEGE popisuje škálu měřitek od planetárních po subsynoptická a je tvořena sofistikovanou, výpočetně náročnou asimilační metodou 4D-Var (Veerse a Thepaut 1998). Naopak vyšší rozlišení modelu ALADIN umožňuje popis jevů, jež jsou podměřítkové pro analýzu globálního modelu. Ve spektrálním prostoru je sloučení těchto dvou vstupů založeno na jednoduchém konceptu. Dlouhovlnná část spektra je převzata z analýzy modelu ARPEGE a krátkovlnná část z předběžného odhadu modelu ALADIN. Metoda DF Blending je v ČHMÚ používána v provozu již od roku 2001. Připomeňme její základní rovnici, viz rovnice 2 v Brožkové et al. (2006):

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + F^* \left(\overline{F(\mathbf{g}_a)} - \overline{F(\mathbf{x}_b)} \right), \quad (1)$$

kde \mathbf{x}_a označuje analýzu modelu ALADIN, \mathbf{x}_b je její předběžný odhad, \mathbf{g}_a je analýza globálního modelu ARPEGE. F označuje transformaci do měřitek dobře rozlišených globálním modelem, která jsou ohraničena vlnovým číslem T_c . Toto vlnové číslo je určeno empirickou formulí, viz Giard (2001); Derková a Belluš (2007), a použité hodnoty T_c jsou zobrazeny v tab. 1. Zpětná transformace do vysokého rozlišení modelu ALADIN je označena F^* . Digitální filtry (označené dvojitou čarou) jsou aplikované v rozlišení T_c a odstraňují nadbytečný krátkovlnný šum v čase i prostoru podle parametrů filtru. Očištěná dlouhovlnná informace je kombinována s předběžným polem inkrementální metodou, která spolu s filtry zajišťuje implicitní a dostatečně hladký přechod mezi předběžným odhadem a analýzou globálního modelu.

Dá se předpokládat, že všechny komponenty rovnice 1 přibližně respektují vnitřní rovnováhu numerického modelu a drobné odchylky od rovnováhy nejsou na úkor kvality předběžného odhadu v 6hodinovém asimilačním cyklu. Analýzy v asimilačním cyklu tedy nejsou inicializovány a analýza se

Tab. 1 Porovnání aktuálního spektrálního rozlišení modelu ($T_{highres}$) s rozlišením hraničního spektra (T_c) použitého v metodě DF Blending.

Table 1. Comparison of the actual model spectral resolution ($T_{highres}$) with the cut-off spectra (T_c) used in DF Blending method.

Maximální vlnové číslo	Ve směru X	Ve směru Y
T_c	87	69
$T_{highres}$	269	211

rovná počáteční podmínce. V případě počátečních podmínek produkční předpovědi jsou případné odchylky analýzy od rovnováhy eliminovány slabým inkrementálním digitálním filtrem pro zachování dostatečné kvality předpovědi i v prvních hodinách.

3. ASIMILAČNÍ SCHÉMA BLENDVAR

Dalším krokem ke zlepšení atmosférických počátečních podmínek je doplnění metody DF Blending o asimilaci dat takovým způsobem, abychom dosáhli lepšího popisu jemných měřitek. V modelu ALADIN je implementována variační metoda asimilace dat 3D-Var, která je v současné době široce využívána pro svou schopnost poradit si s vysokou dimenzí úlohy a pro svou nízkou výpočetní náročnost. Umožňuje také použití nekonvenčních pozorování a na rozdíl od metod s časovou dimenzí, např. 4D-Var, nepotřebuje linearizovanou formu numerického modelu.

3.1 Formulace inkrementální 3D-Var a BlendVar

Metoda 3D-Var vytváří analýzu, která má minimální odchylku od předběžného odhadu a dostupných pozorování. Odchylka je nepřímo úměrná velikosti a kovarianci chyb jednotlivých vstupů. V inkrementální formulaci je měřena pomocí účelové funkce skládající se ze dvou členů: J_b měřicího odchylku od předběžného odhadu a J_o měřicího odchylku od jednotlivých pozorování. Účelová funkce se běžně zapisuje v maticovém tvaru (Courtier et al. 1998):

$$J(\delta \mathbf{x}) = \frac{1}{2} \delta \mathbf{x}^T \mathbf{B}^{-1} \delta \mathbf{x} + \frac{1}{2} (\mathbf{H} \delta \mathbf{x} - \mathbf{d})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{H} \delta \mathbf{x} - \mathbf{d}), \quad (2)$$

kde $\delta \mathbf{x}$ je vektor označovaný jako inkrement předběžného odhadu; obsahuje přírůstek ke všem analyzovaným prvkům ve všech uzlových bodech výpočetní sítě a v praxi jeho dimenze dosahuje řádu až 10^8 .

Po nalezení minima účelové funkce je inkrement analýzy ($\delta \mathbf{x}_a$) přičten k předběžnému odhadu (\mathbf{x}_b) a výsledná analýza (\mathbf{x}_a) má tvar:

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + \delta \mathbf{x}_a. \quad (3)$$

\mathbf{B} je kovarianční matice chyb předběžného odhadu a \mathbf{R} je kovarianční matice chyb pozorování, jejich specifikace je popsána v kapitole 3.2. Inovační vektor \mathbf{d} je definovaný:

$$\mathbf{d} = \mathbf{y}_0 - \mathbf{H}(\mathbf{x}_b), \quad (4)$$

kde \mathbf{y}_0 je vektor pozorování. Operátor \mathbf{H} převádí modelové parametry na pozorované a interpoluje je do míst pozorování, jeho linearizovanou formu označujeme \mathbf{H} . Inovační vektor se vyčíslí pouze jednou a zůstává konstantní v průběhu minimalizační procedury. Účelovou funkci minimalizujeme pomocí kvazi-Newtonovy iterativní metody s maximálním počtem iterací nastaveným na 50, což zajistí dostatečnou konvergenci úlohy. Využíváme spektrální reprezentace dynamického jádra pro snížení dimenze úlohy. Vektor analýzy (\mathbf{x}_a) je proto tvořen koeficienty spektrálního rozvoje polí teploty, složek větru, přízem-

ního tlaku a specifické vlhkosti. Všechny ostatní atmosférické prognostické proměnné (hydrometeory, turbulentní kinetická energie, atd.) jsou převzaty z předběžného odhadu, čímž se lépe zajistí rovnovážný stav analýzy pro reálnou vlhkou atmosféru.

V globálních modelech se variační úloha řeší tzv. multiinkrementální metodou urychlující hledání minima. Nejprve se nalezne minimum účelové funkce pro nejdelší planetární vlny, v druhém kroku se k nalezenému minimu přidá další část spektra a procedura hledání minima se opakuje. Podle konfigurace modelu jsou tyto tzv. externí cykly dva až tři (Courtier et al. 1994). V regionálním modelu je situace jiná; řešení na omezené oblasti nedovoluje správně analyzovat dlouhé vlny, zato vyšší rozlišení modelu umožňuje popis jemnějších škál. V modelu ALADIN v ČHMÚ jsme z tohoto důvodu sestavili konfiguraci BlendVar, která kombinuje DF Blending s analýzou 3D-Var. První krok, kdy DF Blending zajišťuje převzetí dlouhověnné části analýzy řídicího modelu ARPEGE, je do jisté míry analogický s výše zmíněnou multiinkrementální metodou. DF Blending lze považovat za ekvivalent prvního externího cyklu hledání minima, i když se z čistě matematického hlediska nejedná o totéž. Následuje analýza 3D-Var. Její úlohou je analyzovat informaci ve škálách, které již ARPEGE nemůže popsat. Aby celý systém poskytoval kvalitnější počáteční podmínky, než lze získat samotnou metodou DF Blending, je nutné nalézt optimální konstrukci a ladění kovariančních matic \mathbf{R} a \mathbf{B} .

3.2 Modelování kovariančních matic

Kovarianční matice chyb předběžného odhadu a chyb pozorování jsou klíčové pro metodu 3D-Var. Určují, jak bude předběžný odhad opraven vstupujícími pozorováními.

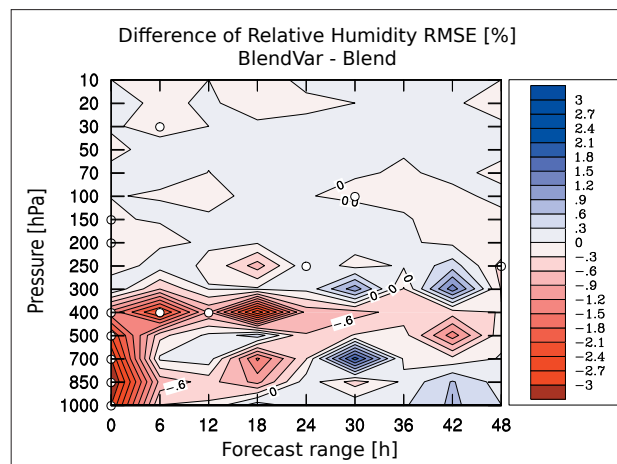
Matice \mathbf{R} je diagonální v důsledku zanedbání korelací chyb pozorování. Komponenty jsou odhadnuty z laboratorních charakteristik měřících přístrojů. Část chyby, kterou tvoří nepřesnosti operátoru H a chyby reprezentativnosti pozorování, je předmětem ladění systému.

Velmi důležitá je specifikace kovarianční matice chyb předběžného odhadu, protože prostorově filtruje a propaguje pozorovanou informaci (Berre a Desroziers 2010). Pro naši konfiguraci byla zvolena ansámblová metoda (Berre et al. 2006) tvorby matice \mathbf{B} . Byla využita současná implementace ansámblu asimilačního cyklu modelu ARPEGE, který má 6 členů. Průmětem na zvolenou výpočetní oblast modelu ALADIN byly získány perturbované analýzy ansámblu. Následně rozdíly 6hodinových předpovědí jednotlivých členů ansámblu sloužily pro simulaci chyb předběžného odhadu ve vysokém rozlišení modelu ALADIN. Statistiky těchto chyb za tříměsíční období umožnily konstrukci matice \mathbf{B} .

Aby byl algoritmus 3D-Var výpočetně únosný, zavádí se předpoklad homogenních a izotropních horizontálních kovariancí chyb, tedy horizontální kovariance pro daný parametr nezávisí na místě ani na směru, ale pouze na geometrické vzdálenosti bodů. V horizontální spektrální reprezentaci, kterou používá model ALADIN, to znamená, že různé spektrální komponenty jsou nekorelované. \mathbf{B} matice je pak řídká, bloková diagonální. Další matematické úpravy, jako přechod k nekorelovanému kontrolnímu vektoru, vedou k rychlejší konvergenci úlohy (Derber a Bouttier 1999).

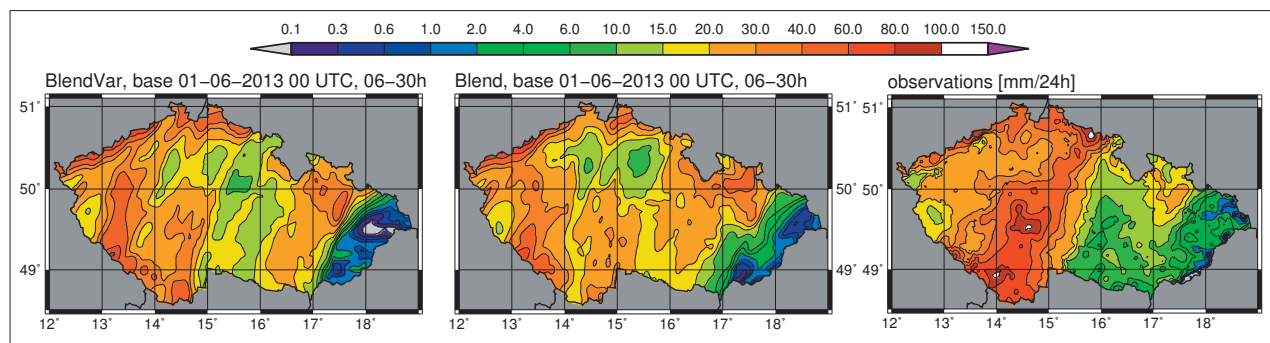
3.3 Diagnostika a ladění systému

Chování asimilačního systému vůči teoretickým předpokladům bylo ověřeno pomocí diagnostiky navržené Desroziersem et al. (2005). Diagnostiky chyb předběžného odhadu a pozorování se určují pro pozorované parametry pomocí odchylek pozorování od předběžného odhadu a od analýzy. V optimálně nastaveném asimilačním systému by se takto diagnostikované hodnoty chyb měly shodovat s hodnotami předepsanými v kovariančních maticích. Diagnostika ukázala, že předepsané směrodatné odchylky chyb předběžného odhadu jsou podhodnocené, a naopak směrodatné odchylky chyb pozorování jsou nadhodnocené, což dokládají získané poměry diagnostikovaných a předepsaných hodnot chyb předběžného odhadu r_b a pozorování r_o , tzv. inflační koeficienty:



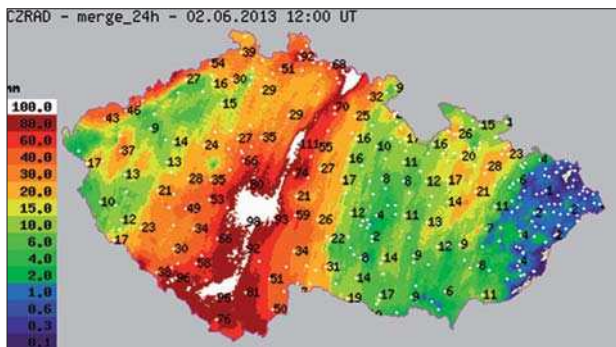
Obr. 2 Rozdíl RMSE relativní vlhkosti konfigurace BlendVar a reference (ozn. Blend) během období 26. 5. až 10. 6. 2013, červená barva označuje zlepšení, kroužky značí statisticky významný rozdíl.

Fig. 2. Difference in relative humidity RMSE between the BlendVar configuration and the reference (Blend) from 26 May to 10 June 2013; red color denotes improvement, and circles denote statistical significance.



Obr. 3 24hodinový úhrn srážek předpověděný modelem ALADIN pro předstih předpovědi +30 h a verifikační pozorování. Konfigurace BlendVar je znázorněna v levém sloupci a referenční konfigurace uprostřed.

Fig. 3. 24-hour precipitation amount predicted by the ALADIN model for a 30-hour lead time and a verifying observation. BlendVar configuration is denoted in the left column and reference setup in the middle.



Obr. 4 Odhad množství srážek během vrcholu srážkové činnosti, 24hodinový úhrn srážek od 12:00 UTC 1. 6. do 12:00 UTC 2. 6. 2013 pomocí kombinace pozorování radarů a dostupných srážkoměřů.

Fig. 4. The estimation of a 24-hour precipitation amount, from 12:00 UTC 1 June to 12:00 UTC 2 June 2013, by the combination of radar and available rain gauge observations.

$$r_b = 1,7 \quad a \quad r_o = 0,67 . \quad (5)$$

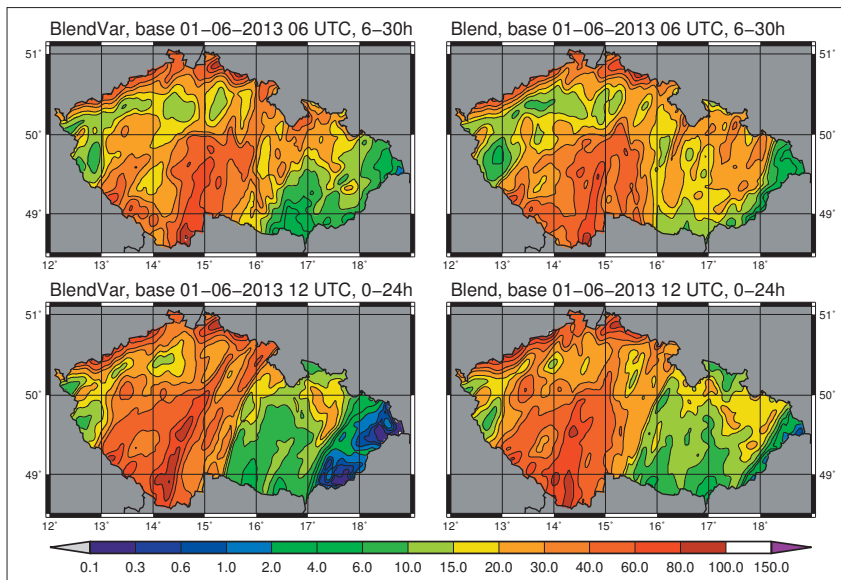
Tyto koeficienty byly použity k přeladění asimilačního systému a nová diagnostika již ukázala inflační koeficienty blízké hodnotě jedna. Verifikace potvrdila lepší shodu analýz s pozorováními a zlepšení i v prvních hodinách modelových předpovědí.

3.4 Použitá pozorování

V této studii jsou v termínu analýzy asimilována následující pozorování:

- tlak vzduchu z přízemních stanic,
- teplota, relativní vlhkost, směr a rychlost větru z aerologických sondáží,
- satelitní pozorování větru označovaná jako AMV (Atmospheric Motion Vector),
- letecká pozorování teploty a větru.

Letecká pozorování jsou dále sbírána v tzv. asimilačním okně.



Obr. 5 Vrchol srážkové činnosti předpověděný modelem ALADIN z po sobě jdoucích analýz v 06:00 UTC a 12:00 UTC. Konfigurace BlendVar je znázorněna v levém sloupci a referenční konfigurace ve sloupci pravém. Tento 24hodinový úhrn srážek lze porovnat s pozorováními na obr. 4.

Fig. 5. The period of the most intensive precipitation predicted by the ALADIN model from analyses at 06:00 UTC and 12:00 UTC. BlendVar configuration is denoted in the left column and reference setup in the right column. This 24-hour precipitation amount can be compared with observations in Fig. 4.

V našem případě se interval $\pm 1,5$ h kolem termínu analýzy ukázal jako vhodný kompromis mezi množstvím vstupujících pozorování a výsledky verifikace. Další družicová pozorování v této studii nejsou použita, protože vyžadují odstranění systematické chyby pomocí specifické přípravy, která ještě v době zpracování studie nebyla k dispozici.

U všech vstupujících pozorování je provedena kontrola kvality, která vyřadí chybná nebo nerepresentativní data. Množství pozorování s vysokou prostorovou hustotou je dále redukováno, aby se potlačily případné korelace chyb pozorování, které jsou předpokládány za nulové (viz kapitola 3.2). V naší konfiguraci je redukována hustota pouze leteckých pozorování tak, že se vybere pouze jedno měření daného letadla ve čtverci o hraně 25 km pro každou modelovou hladinu. Celkově kontrola kvality vyřazuje asi 12 % leteckých pozorování a méně než 5 % aerologických a přízemních pozorování.

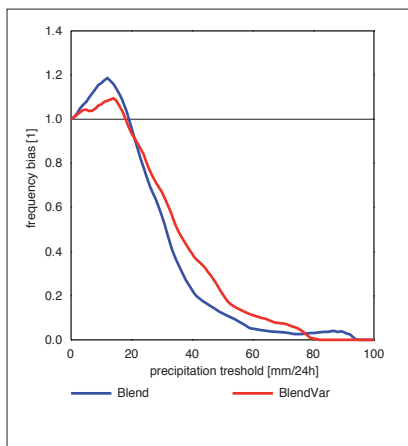
4. PŘÍPADOVÁ STUDIE – POVODNĚ 2013

V červnu roku 2013 byla Česká republika zasažena několika epizodami intenzivních srážek. Z hlediska extremity byla nejvýznamnější první epizoda 1.–2. června. Srážkové úhrny v některých oblastech dokonce překročily hranici 100 mm za 24 hodin. Vysoká citlivost předpovědi na volbu počátečních podmínek (Brožková 2013), ukazuje vhodnost tohoto období pro naši studii. Konfiguraci BlendVar jsme testovali již od 21. 5. 2013, aby měl asimilační cyklus dostatek času na snížení chyb předběžných odhadů před nástupem kritické srážkové epizody.

Kvalita předpovědi byla ověřena pomocí standardních statistik, např. střední kvadratické chyby (RMSE), systematické chyby (BIAS), proti přízemním pozorováním a aerologickým sondážím z profesionálních meteorologických stanic dostupných v rámci mezinárodní výměny dat. Celá výpočetní oblast modelu ALADIN má velikost $2\,500 \times 2\,000$ km, zahrnuje podstatnou část Evropy a obsahuje přibližně 650 přízemních a 40 sondážních stanic. Statistiky konfigurace BlendVar pro období 26. 5.–10. 6. 2013 byly porovnány s kvalitou operativní konfigurace modelu ALADIN (reference), která je již odlišná od provozní konfigurace v době povodní, aby jediným rozdílem proti referenci bylo použití BlendVar. Počáteční podmínky konfigurace BlendVar vykazují statisticky významné zlepšení proti referenci, což dokládá správné nastavení nového systému, který snižuje odchylku počátečních podmínek od pozorování. Dále konfigurace BlendVar dosáhla nejvýznamnějšího zlepšení atmosférických skóre pro předpovědi relativní vlhkosti z 00:00 UTC, kdy lze pozorovat pozitivní vliv asimilace dat až na 24 hodin (obr. 2). Skóre ostatních výškových polí ukázaly spíše neutrální dopad asimilace dat na předpovědi delší než několik hodin.

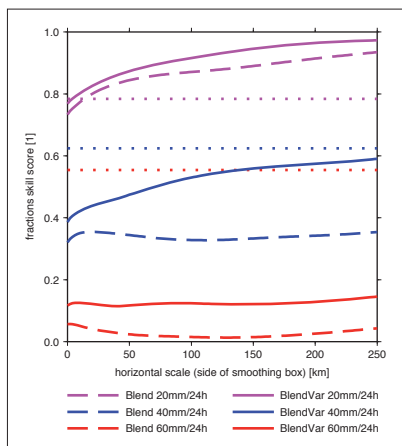
Na území ČR se studie zaměřila na verifikaci významných srážek 1.–2. června 2013 pomocí 24hodinových úhrnů z ověřených klimatologických a srážkoměrných stanic. Bylo vybráno přibližně 700 stanic a jejich srážky byly interpolovány do pravidelné

sítě s krokem jeden kilometr metodou navrženou Šerclém et al. (2004). Modelové výstupy byly převedeny do stejné horizontální sítě a na ní byl proveden i výpočet objektivních skóre frekvenční odchylky a tzv. fraction skill score (FSS). Frekvenční odchylka ukazuje četnost předpověděných srážkových úhrnů vůči pozorovaným po překročení zvolených prahových množství. Čím více se frekvenční odchylka blíží k hodnotě jedna, tím je četnost srážek předpověděna lépe. Fraction skill score (Roberts a Lean 2008) hodnotí úspěšnost předpovědi v závislosti na velikosti plochy zachytávající srážky. Skóre *FSS* lze vyčíslit pro různé prahové hodnoty a nabývá hodnot $<0, 1>$, kdy nejlepší skóre má hodnotu 1. Rozumně úspěšná předpověď by měla mít hodnotu *FSS* vyšší než $FSS_{uniform} = 0,5 + f_0/2$, kde f_0 je



Obr. 6 Frekvenční odchylka vyhodnocená pro předpovědi 24hodinových srážkových úhrnů modelu ALADIN z 06:00 UTC 1. 6. 2013. Červeně: konfigurace BlendVar, modře: referenční nastavení.

Fig. 6. Frequency bias computed for 24-hour precipitation amounts forecast by the ALADIN model. Forecast from 06:00 UTC 1 June 2013. Red: BlendVar configuration, blue: reference setup.



Obr. 7 Fraction skill score srážkových úhrnů vyhodnocené pro prahové hodnoty 20, 40 a 60 mm za 24 hodin pro předpovědi modelu ALADIN z 06:00 UTC 1. 6. 2013. *FSS_{uniform}* je zobrazeno horizontálními tečkovanými čarami ve stejné barvě jako daná prahová hodnota *FSS*. Referenční nastavení je označeno Blend.

Fig. 7. Fraction skill score of precipitation amounts for the 20, 40, 60 mm/24 hours thresholds of the ALADIN model. Forecast from 06:00 UTC 1 June 2013. *FSS_{uniform}* is denoted by horizontal dotted lines with colour corresponding to the thresholds. Reference is denoted by Blend.

poměr bodů pozorovaných srážek překračujících zvolené prahové množství ku všem bodům verifikační sítě.

Nástup extrémních srážek model ALADIN předpověděl již od předstihu předpovědi +54 h v oblasti Krušných hor. Vyšší srážkové úhrny byly umístěny více na východ, ale se zkracujícím se předstihem předpovědi se lokalizace zlepšovala. Předpovědi konfigurace BlendVar byly velmi podobné referenci, kdy pro delší časové předstihy předpovědi byl vrchol nejintenzivnějších srážek z počátku podhodnocen (obr. 3).

Předpověď z 1. června 06:00 UTC, posléze 12:00 UTC toto podhodnocení začala napravovat. Konfigurace BlendVar zlepšila lokalizaci i množství extrémních srážkových úhrnů v jižních a středních Čechách (obr. 4, 5). To potvrzují i objektivní skóre, konfigurace BlendVar zmírnila nadhodnocení nízkých srážkových úhrnů a podhodnocení úhrnů vysokých (obr. 6). Vyšší užžitnou hodnotu konfigurace BlendVar lze také pozorovat na skóre *FSS* (obr. 7), pro prahovou hodnotu 20 mm za 24 hodin konfigurace BlendVar překročila *FSS_{uniform}* již od měřitek ~5 km. Pro ostatní hodnocené prahové hodnoty srážkových úhrnů vykazovala konfigurace BlendVar lepší *FSS* proti referenci, i když nepřekročila hodnotu *FSS_{uniform}*.

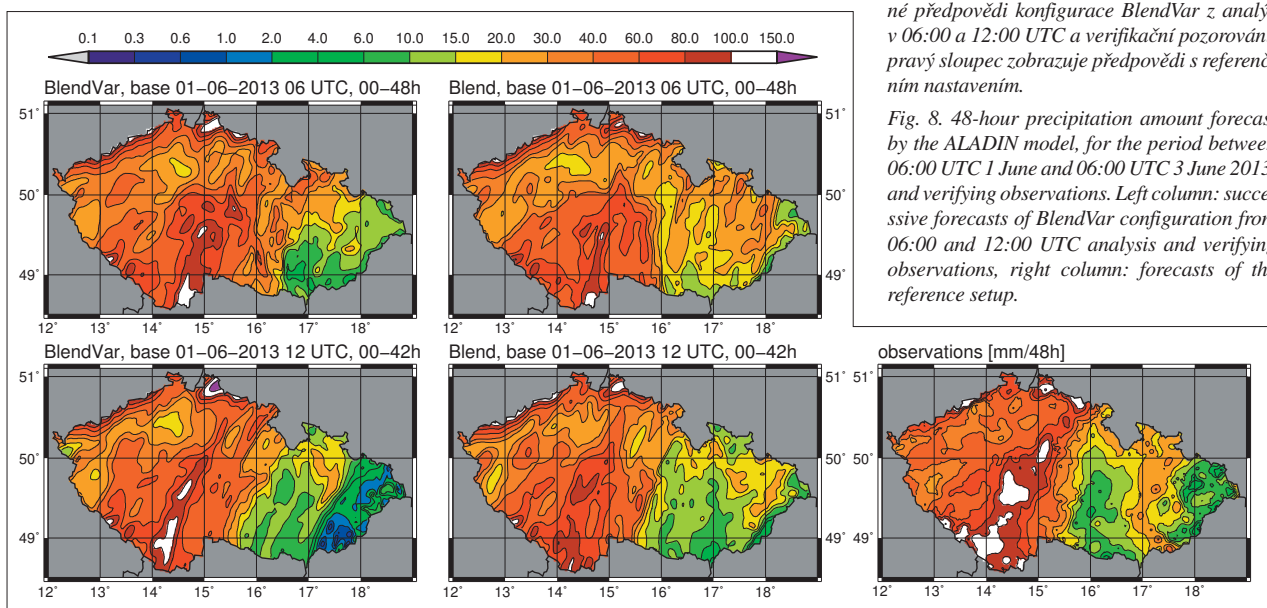
Celkový úhrn srážek během víkendu 1.–2. června 2013 byl pak lépe předpověděn konfigurací BlendVar, což dokládá obr. 8. Konfigurace BlendVar zachytila strukturu srážkového pásu táhnoucího se přes střední Čechy výrazně lépe než reference využívající pouze DF Blending.

5. ZÁVĚR

Kvalita počátečních podmínek je klíčová pro dobrou předpověď numerického modelu. Prezentovaná konfigu-

Obr. 8 Předpovědi 48hodinového úhrnu srážek modelem ALADIN na období od 06:00 UTC 1. 6. do 06:00 UTC 3. 6. 2013 a verifikační pozorování. Levý sloupec zobrazuje následné předpovědi konfigurace BlendVar z analýz v 06:00 a 12:00 UTC a verifikační pozorování, pravý sloupec zobrazuje předpovědi s referenčním nastavením.

Fig. 8. 48-hour precipitation amount forecast by the ALADIN model, for the period between 06:00 UTC 1 June and 06:00 UTC 3 June 2013, and verifying observations. Left column: successive forecasts of BlendVar configuration from 06:00 and 12:00 UTC analysis and verifying observations, right column: forecasts of the reference setup.



race BlendVar, kombinující metodu DF Blending s asimilací 3D-Var, zlepšuje analýzu ve vysokém rozlišení modelu ALADIN. Ačkoli verifikace vůči aerologickým sondážím dokládá jen mírně pozitivní až neutrální výsledky pro výšková pole, na případové studii pro 1.–2. června 2013 bylo ukázáno robustní zlepšení předpovědi množství a prostorového rozložení srážek. To dokládají zlepšená skóre frekvenční odchylky a FSS pro různé prahové hodnoty úhrnů srážek.

Variační komponenta konfigurace BlendVar navíc otevírá možnosti využití dalších druhů pozorování meteorologických prvků, např. družicová pozorování, letecká pozorování Mode-S, radarová pozorování či pozorování GPS Zenith Total Delay. Perspektivní jsou zejména družicová data, jejichž asimilaci se ČHMÚ dlouhodobě zabývá. Počítá se s provozním nasazením konfigurace BlendVar již obohacené o pozorování ze satelitu MSG ve srovnání s prezentovanou studií.

Poděkování

Naše poděkování patří dr. Anně Valeriánové za pomoc při přípravě pozorování srážek na pravidelné síti pro verifikaci. Příspěvek byl zpracován v rámci řešení projektu TA ČR TH01010503 „Pokročilé meteorologické informace pro letectví“. Poděkování patří i lektorovi za podnětné připomínky k příspěvku.

Literatura:

- BERRE, L., DESROZIERS, G., 2010. Filtering of Background Error Variances and Correlations by Local Spatial Averaging: A Review. *Monthly Weather Review* [online]. roč. **138**, č. 10, s. 3693–3720 [vid. 23. říjen 2014]. ISSN 0027-0644. Dostupné z: doi:10.1175/2010MWR3111.1.
- BERRE, L., ȘTEFĂNESCU, S. E., PEREIRA, M. B., 2006. The representation of the analysis effect in three error simulation techniques. *Tellus A* [online], roč. **58**, č. 2, s. 196–209 [vid. 17. prosinec 2014]. ISSN 0280-6495. Dostupné z: doi:10.3402/tellusa.v58i2.14761.
- BROŽKOVÁ, R., DERKOVÁ, M., BELLUŠ, M., FARDA, F., 2006. Atmospheric forcing by ALADIN/MFSTEP and MFSTEP oriented tunings. *Ocean Science Discussions* [online]. roč. **3**, č. 3, s. 319–342 [vid. 5. listopad 2014]. ISSN 1812-0822. Dostupné z: doi:10.5194/osd-3-319-2006.
- BROŽKOVÁ, R., MAŠEK, J., TROJÁKOVÁ, A., 2013. Kvantitativní předpověď srážek modelem ALADIN při první vlně povodně v červnu 2013. *Meteorologické Zprávy*. roč. **66**, č. 6, s. 181–190. ISSN 0026-1173.
- COURTIER, P., ANDERSSON, E., HECKLEY, W., VASILJEVIC, D., HAMRUD, M. et al. 1998. The ECMWF implementation of three-dimensional variational assimilation (3D-Var). I: Formulation. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* [online]. roč. **124**, č. 550, s. 1783–1807 [vid. 28. listopad 2014]. ISSN 0035-9009. Dostupné z: doi:10.1002/qj.49712455002.
- COURTIER, P., FREYDER, C., GELEYN, J.-F., RABIER, F., ROCHAS, M., 1991. The ARPEGE project at Météo-France. In: *Proceedings of the ECMWF Seminar on Numerical Methods in Atmospheric Models*, Vol. **II**. s. 192–231.
- COURTIER, P., THÉPAUT, J.-N., HOLLINGSWORTH, A., 1994. A strategy for operational implementation of 4D-Var, using an incremental approach. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* [online]. roč. **120**, č. 519, s. 1367–1387 [vid. 5. listopad 2014]. ISSN 0035-9009. Dostupné z: doi:10.1002/qj.49712051912.
- DE ROSNAY, P., BALSAMO, G., ALBERGEL, C., MUÑOZ-SABATER, J., ISAKSEN, L., 2012. Initialisation of Land Surface Variables for Numerical Weather Prediction. *Surveys in Geophysics* [online]. roč. **35**, č. 3, s. 607–621 [vid. 25. březen 2015]. ISSN 0169-3298. Dostupné z: doi:10.1007/s10712-012-9207-x.
- DERBER, J., BOUTTIER, F., 1999. A reformulation of the background error covariance in the ECMWF global data assimilation system. *Tellus A* [online]. B. m.: Munksgaard International Publishers, roč. **51**, č. 2, s. 195–221 [vid. 23. říjen 2014]. ISSN 0280-6495. Dostupné z: doi:10.1034/j.1600-0870.1999.t01-2-00003.x.
- DERKOVÁ, M., BELLUŠ, M., 2007. Various applications of the blending by digital filter technique in the ALADIN numerical weather prediction system. *Meteorologický časopis* [online]. roč. **10**, č. 1, s. 27–36 [vid. 31. říjen 2014]. Dostupné z WWW: http://www.rclace.eu/File/Predictability/2007/2007-01_MC_Bellus-Derkova.pdf.
- DESROZIERS, G., BERRE, L., CHAPNIK, B., POLI, P., 2005. Diagnosis of observation, background and analysis-error statistics in observation space. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* [online]. roč. **131**, č. 613, s. 3385–3396 [vid. 23. říjen 2014]. ISSN 0035-9009. Dostupné z: doi:10.1256/qj.05.108.
- GIARD, D., 2001. *Blending of initial fields in ALADIN* [online]. [vid. 11. prosinec 2014]. Dostupné z WWW: <http://www.cnrm.meteo.fr/gmapdoc/IMG/ps/Blending.aw-3.ps>.
- GIARD, D., BAZILE, E., 2000. Implementation of a New Assimilation Scheme for Soil and Surface Variables in a Global NWP Model. *Monthly Weather Review* [online]. roč. **128**, č. 4, s. 997–1015 [vid. 6. listopad 2014]. ISSN 0027-0644. Dostupné z: doi:10.1175/1520-0493(2000)128<0997:IOANAS>2.0.CO;2.
- MAHFOUF, J.-F., 1991. Analysis of Soil Moisture from Near-Surface Parameters: A Feasibility Study [online]. [vid. 3. listopad 1991]. Dostupné z: doi:10.1175/1520-0450(1991)030<1534:AOSMFN>2.0.CO;2.
- RADNÓTI, G., AJAJI, R., BUBNOVÁ, R., CAIAN, M., CORDONEANU, E. et al., 1995. The spectral limited area model ARPEGE-ALADIN. In: *PWPR Rep. Ser. 7, WMO-TD 699* [online]. s. 1–7 [vid. 31. říjen 2014]. Dostupné z WWW: http://www.cnrm.meteo.fr/aladin/IMG/pdf/RADNOTI-pdf_-_Adobe_Acrobat_Professional.pdf.
- RAYNAUD, L., BERRE, L., DESROZIERS, G., 2012. Accounting for model error in the Météo-France ensemble data assimilation system. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* [online]. roč. **138**, č. 662, s. 249–262. ISSN 0035-9009. Dostupné z: doi:10.1002/qj.906
- ROBERTS, N. M., LEAN, H. W., 2008. Scale-Selective Verification of Rainfall Accumulations from High-Resolution Forecasts of Convective Events. *Monthly Weather Review* [online]. roč. **136**, č. 1, s. 78–97. ISSN 0027-0644. Dostupné z: doi:10.1175/2007MWR2123.1.
- ŠERCL, P., KVĚTOŇ, V., STEHLÍK, M., 2004. Verifikace metod odvození hydrologických podkladů pro posuzování bezpečnosti vodních děl za povodní. Závěrečná zpráva projektu QD1368 za období 2001–2003 – dílčí výstup V01. Praha: ČHMÚ.
- VEERSE, F., THEPAUT, J.-N., 1998. Multiple-truncation incremental approach for four-dimensional variational data assimilation. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society* [online]. roč. **124**, č. 550, s. 1889–1908 [vid. 5. listopad 2014]. ISSN 0035-9009. Dostupné z: doi:10.1002/qj.49712455006.

Lektor (Reviewer): doc. RNDr. Zbyněk Sokol, CSc.

2 Background error covariances for a BlendVar assimilation system

BUČÁNEK, A. a BROŽKOVÁ, R. (2017). Background error covariances for a BlendVar assimilation system. *Tellus A Dyn. Meteorol. Oceanogr.*, **69**(1), 1355718. ISSN 1600-0870. 10.1080/16000870.2017.1355718. URL <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/16000870.2017.1355718>.



Background error covariances for a BlendVar assimilation system

By ANTONÍN BUČÁNEK^{1,2*} and RADMILA BROŽKOVÁ¹, ¹*Czech Hydrometeorological Institute, Praha 4, The Czech Republic;* ²*Department of Atmospheric Physics, Charles University in Prague, Praha 8, The Czech Republic*

(Manuscript received 22 December 2016; in final form 4 July 2017)

ABSTRACT

We propose a new climatological background error covariance matrix suitable for the so-called BlendVar scheme, which deals with a problem on how to best preserve large-scale information of the global coupling system in the high-resolution limited area model (LAM) analysis. The BlendVar scheme is composed from a Digital Filter (DF) Blending step, treating the inclusion of the global model analysis, and from high resolution 3D-Var. The new background error covariance matrix forces 3D-Var to act mainly at smaller scales. We created a LAM assimilation ensemble forecasting system, where the DF Blending step is present, to sample the new matrix. To build and demonstrate properties of such a background error covariance matrix, we use the high-resolution model ALADIN coupled to the global model ARPEGE. The DF Blending step is taking advantage of ARPEGE 4D-Var assimilation system while 3D-Var is improving the small-scale part of ALADIN analysis. We assess the impact of using the new background error covariances in the BlendVar scheme with the full data assimilation cycle over the period of one month. We also compare performance of the new BlendVar set-up with respect to DF Blending and 3D-Var used alone. Objective scores with respect to radiosonde and aircraft observations favour the BlendVar scheme with the newly specified background error statistics.

Keywords: digital filter blending, 3D-Var, background error covariances, LAM assimilation, initial conditions

1. Introduction

Moving limited area models (LAM) to higher and higher resolution gives an urgent need for a good quality of initial conditions at relevant finer scales. Higher resolution of LAMs allows better representation of small-scale phenomena, on the other hand, large scales are not so well specified in a LAM analysis compared to a hosting global model analysis (Berre, 2000). The size of the LAM domain is not the only factor, but also the analysis method used in the respective models. Since LAMs already depend on host (usually global) models through lateral boundary conditions, several ideas were proposed to also use a host model analysis to improve LAMs initial conditions to compensate a lack of information on the largest scales. The idea is to include a large-scale part of a host model analysis into a meso-scale background or analysis provided by LAM. This allows for the preservation of large-scale circulation structures from the host model analysis and to profit from its data assimilation method, which is often more advanced than in LAM (e.g. 4D-Var vs. 3D-Var, etc.). Brožková et al. (2001) introduced the Digital Filter (DF)

Blending method, which is applied in spectral space, and it uses a low-pass digital filter in order to incrementally blend a large-scale analysis with small scales of LAM. This method became popular and was used in ensuing applications. Brožková et al. (2006) used DF Blending to improve near coastal atmosphere-ocean fluxes for the forcing of fine-scale oceanographic models. DF Blending is also used in limited area ensemble forecasting (Derková and Belluš, 2007). Šíroková et al. (2001) proposed to combine DF Blending with a three-dimensional variational data assimilation (3D-Var) method, with DF Blending applied either before (BlendVar) or after (VarBlend) the 3D-Var method. Guidard et al. (2006) shows a positive impact of the BlendVar scheme on a 24 h assimilation of observations from intensive observing period 14 of the Mesoscale Alpine Programme. A conceptually similar method to VarBlend with a low-pass spatial filter is proposed by Yang (2005), without explicitly saying what analysis method was used. Wang et al. (2014) tested Blending, BlendVar and VarBlend by adapting the method of Yang (2005). Wang et al. (2014) found the results of blending-based schemes promising with respect to 3D-Var alone.

Since DF Blending has no relationship with statistical concepts such as maximum likelihood and error representation,

*Corresponding author. e-mail: antonin.bucanek@chmi.cz

Guidard and Fischer (2008) proposed to use the host model analysis as an extra source of information to be added to the cost function of LAM 3D-Var. Dahlgren and Gustafsson (2012) used conceptually the same approach but assimilating only the vorticity field from the host model and using error covariances that were not simplified by a diagonal matrix as in Guidard and Fischer (2008). Peng et al. (2010); Liu and Xie (2011); Xie et al. (2010) incorporate the host model information by a scale-selective assimilation that could be described by several steps: (1) a low-pass filtering of a host model analysis; (2) separation of large and small scales of a LAM background; (3) an assimilation of the low-pass filtered host model analysis as pseudo observations to the low-pass filtered LAM background; and (4) addition of the small-scale background to the large-scale LAM analysis. Kretschmer et al. (2015) propose to not only use host model information in LAM but also to use LAMs to improve the host model analysis by performing assimilation over a composite state of several LAMs and the host model.

To tackle spatial and temporal variations of background error covariances, many meteorological centres run global ensemble data assimilation systems (Isaksen et al., 2010; Berre et al., 2015; Buehner et al., 2015). The systems are computationally costly, however they help to adapt background error covariances to the weather situation of the day. In this context, it becomes even more desirable to preserve results of such advanced schemes deployed by global models in relevant scales of the LAM analysis. To reach this goal, DF Blending presents couple of advantages in comparison with other approaches. It is technically easier in contrast to a possible deriving of host model covariances of the day in the J_k term of Guidard and Fischer (2008) proposal, for example. The digital filter techniques make it possible to combine smoothly scales of a host analysis and a high-resolution guess without a need of simplifications (e.g. simplifying assumptions for error covariances of the J_k term or absence of a water vapour treatment).

The DF Blending method, when applied to construct a cycled update of the LAM initial conditions, preferably in a synchronous way with the global model assimilation cycle, can be viewed as a poor-man indirect data assimilation method. Despite its simplicity, it outperforms not only a downscaling (Brožková et al., 2001; Derková and Belluš, 2007) but also the 3D-Var method used alone, as confirmed by results discussed in Section 5. Of course the question is whether DF Blending and/or its combination with 3D-Var can still compete with LAM 4D-Var for example. We do not address this issue here, since it is going out of the scope of this paper. In addition, opting for more complex 4D variants of data assimilation methods means higher computing cost not always easily affordable with respect to growing demands on timeliness of the high-resolution forecast production.

Combining DF Blending and 3D-Var (BlendVar) brings further improvements to the quality of forecasts, as shown by Guidard et al. (2006). In this paper, we are enhancing the

BlendVar scheme by a new construction of the background error covariance matrix (B matrix) suitable for it. Berre (2000) pointed out that background error sampling for scales larger than the quarter of the longest wave over the area (here the LAM domain size) becomes questionable. Berre et al. (2006) shows that the analysis process uses the observations to reduce the amplitude of the large-scale part of the background errors. Knowing these two pieces of information one should expect that application of 3D-Var after DF Blending might distort largest scales taken from a global analysis. First natural idea to overcome this limitation is to create a covariance matrix sampled from an ensemble which consists of DF Blending and 3D-Var where DF Blending is used to combine analyses of a global data assimilation ensemble with first guesses of a LAM data assimilation ensemble. However, horizontal resolution of global ensemble data assimilation members is typically much coarser (~ 50 km in our case) than the one of the LAM (~ 4.7 km). Hence undesirable effects of such an important resolution jump (Caian and Geleyn, 1997) may represent a handicap. This is why we explore another approach, we build on the most optimal analysis given by the global data assimilation (estimated horizontal resolution is in our case ~ 25 km) using flow-dependent wavelet correlations (Berre et al., 2015). In order to sample background error covariances, we create a LAM BlendVar ensemble where every member is blended with the same global analysis and following 3D-Var is using perturbed observations. It is a kind of an ensemble-based analogue to the constant coupling strategy used by Šíroková et al. (2003) to derive background error statistics in adaptation of the so-called NMC method. The large-scale error influence of the coupling model is purposefully suppressed to shift impact of 3D-Var towards smaller scales. By doing so, there is of course a certain risk linked to a possible spin-up of the large-scale variance spectra; we address this question in Section 4.

The paper is organized as follows. In Section 2, we briefly describe our experimental framework of the ALADIN system and components we have used to specify and assess background error covariances. Two different background error covariance formulations are derived and discussed in Section 3 and their respective comparison is presented in Section 4. Afterwards we evaluate a performance of two BlendVar schemes using different background error specifications, DF Blending and 3D-Var alone in Section 5.

2. NWP system and assimilation schemes

We use the numerical weather prediction (NWP) model ALADIN (Radnóti et al., 1995; Aladin, 1997). It is a spectral model based on the global NWP system IFS/ARPEGE (Integrated Forecasting System/Action de Recherche Petite Echelle Grande Echelle). Our ALADIN set-up comprises 4.7 km horizontal resolution with a linear grid and 87 vertical levels. The computational domain covers a central part of Europe (~ 2500 km x ~ 2000 km). A 3-h coupling frequency is used to couple the

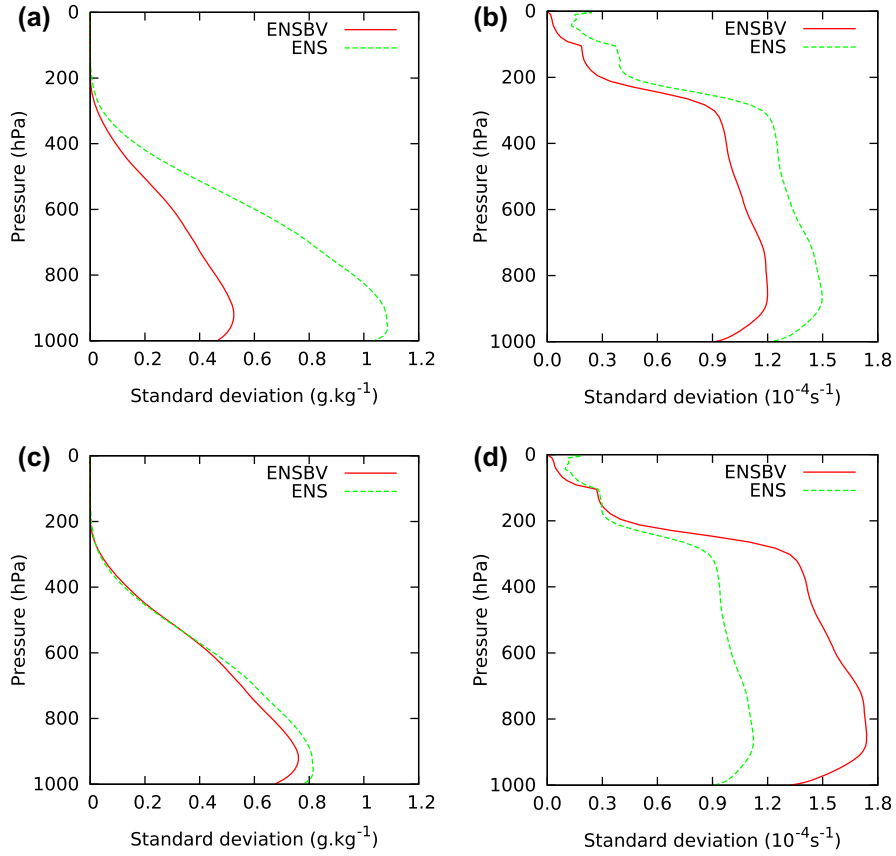


Fig. 1. Vertical profiles of background error standard deviations for ENSBV (red solid line) and ENS (green dashed line) for: (a) specific humidity, (b) vorticity, (c) specific humidity rescaled, (d) vorticity rescaled.

model with the global model ARPEGE (Courtier et al., 1994), which features a 4D-Var data assimilation with flow-dependent background error correlations (Berre et al., 2015).

In our experimental framework, all experiments use 6-hour assimilation cycles synchronous with the ARPEGE assimilation cycle. Initial conditions are obtained by DF Blending or 3D-Var or their combination BlendVar.

DF Blending combines large-scale information coming from the ARPEGE 4D-Var analysis with small scales of the high-resolution ALADIN background. It is applied to the upper-air fields of wind components, temperature and specific humidity. The cut-off wavelength of spectra is ~ 30 km, which corresponds to the blending ratio 3.1 given by the empirical formula (Derková and Belluš, 2007). First, the spectra of both models are truncated to the cut-off wavelength. Afterwards the spectra are filtered by a non-recursive Dolph-Chebyshev digital filter (Lynch et al., 1997), which is set in agreement with the low-truncated spectra. The difference between both filtered models spectra is inflated back to nominal ALADIN truncation and is added to the ALADIN background. It can be expressed by a symbolic equation:

$$\mathbf{x}_a = \mathbf{x}_b + T_{L \rightarrow H} \{ \overline{T_{H \rightarrow L}(\mathbf{g}_a)} \} - T_{L \rightarrow H} \{ \overline{T_{H \rightarrow L}(\mathbf{x}_b)} \}, \quad (1)$$

where \mathbf{x}_a , \mathbf{x}_b denotes the ALADIN background and the analysis respectively, \mathbf{g}_a is the ARPEGE analysis interpolated to ALADIN resolution, T denotes change of truncation, where subscript H is high (nominal) ALADIN truncation and subscript L denotes low spectral truncation. The bar denotes the digital filter applied at low spectral resolution. We do not modify this DF Blending set-up when used in the BlendVar scheme.

The incremental formulation of 3D-Var is implemented in ALADIN and it profits from IFS/ARPEGE system by common interfaces, data flows and many observation operators, among other things. A general overview of ALADIN 3D-Var is given in Fischer et al. (2005). The formulation of 3D-Var uses a diagonal observation error covariance matrix, since observation error correlations are not accounted for. Two background error covariance matrices are derived and discussed in the following sections. One is appropriate for the use with 3D-Var alone and the new formulated one is suitable for the 3D-Var part of the BlendVar scheme.

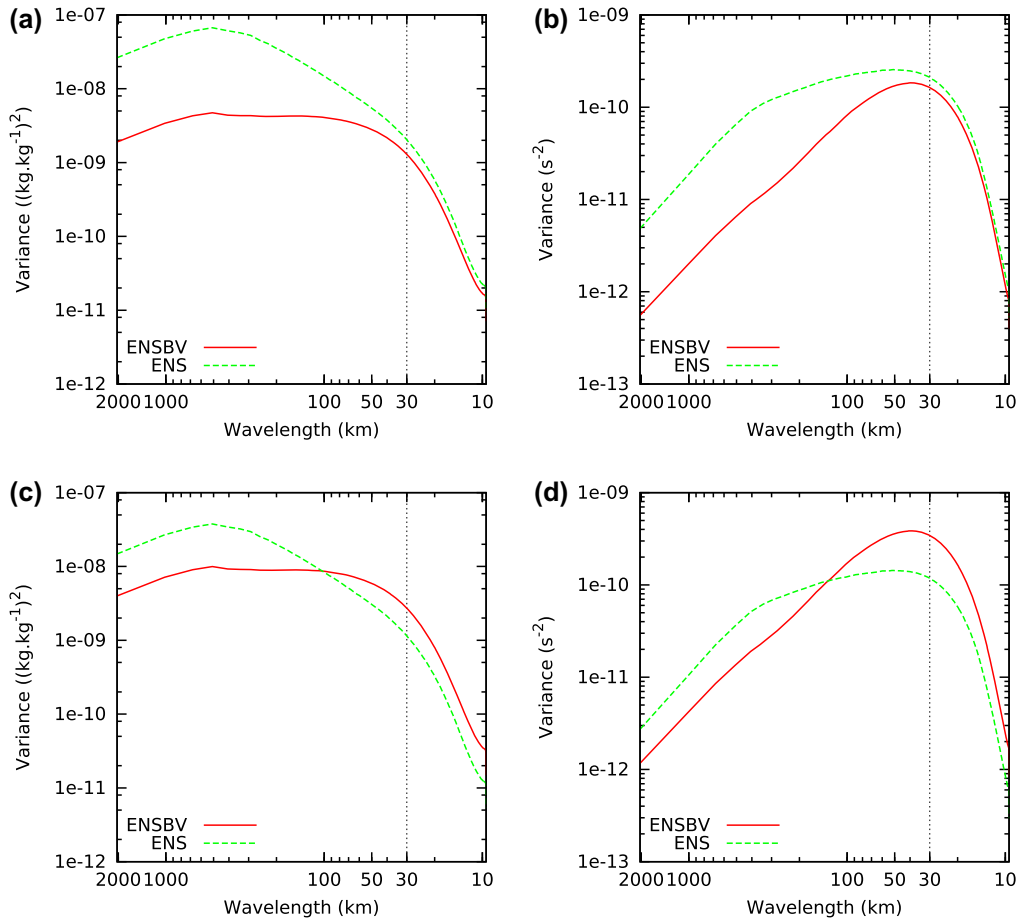


Fig. 2. Horizontal variance spectra of background errors at ~ 850 hPa (the model level 63) for (a) specific humidity, (b) vorticity, (c) specific humidity with rescaling, (d) vorticity with rescaling. The red solid line indicates the ENSBV spectra, the green dashed line indicates the ENS spectra and the black dotted line indicates wavelength of the DF Blending cut-off truncation.

3. Background error covariances in 3D-Var

The multivariate formulation of background error covariances used in ALADIN was adapted by Berre (2000) from the global IFS/ARPEGE system. General properties are as follows: the covariances are constructed homogeneous, isotropic and non-separable, which means dependence of horizontal correlations on height and dependence of vertical correlations on horizontal scale. Linear regressions are used to partition model variables into balanced and unbalanced (regression residuals) components. This allows to reformulate analysis into new control variables: full vorticity, unbalanced divergence, unbalanced temperature, unbalanced surface pressure and unbalanced specific humidity. Then cross-covariances between errors of the model variables are represented by the balance relationship and the control variables have univariate covariances of errors.

3.1. Calculation of covariances for 3D-Var alone

An ensemble-assimilation method (Berre et al., 2006) is used for a sampling of background errors similarly to Brousseau et al. (2011) with an offline (i.e. non-real-time) ALADIN ensemble. Four independent 3D-Var assimilation cycles with perturbed observations are used to provide the statistics. The perturbations are constructed as random draws from the normal distribution with zero mean and observation error variance $\mathcal{N}(0, \sigma_o^2)$ while the background is perturbed implicitly through the forecast step of a 6-hour assimilation cycle. One member of the ALADIN ensemble is coupled with one member of the assimilation ensemble of the global model ARPEGE operationally run at Météo-France (Berre et al., 2009). The global ensemble horizontal resolution is 50 km during the sampling. We use the perfect model assumption and run the ALADIN ensemble (called ENS further on) over the

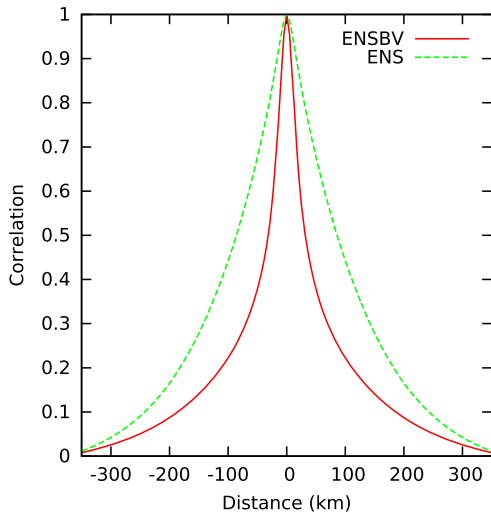


Fig. 3. Horizontal background errors correlation functions for temperature at ~ 500 hPa (model level 34) for ENSBV (red solid line) and ENS (green dashed line).

period of 40 days, from 21 June to 30 July 2014. Assimilated observations are air pressure from ground stations SYNOP, temperature, relative humidity, wind speed and direction from aerological soundings TEMP, radiances from Spinning-Enhanced Visible and Infrared Imager (SEVIRI) on board the geostationary Meteosat-10 satellite, derived satellite product AMV (Atmospheric Motion Vector), temperature, wind speed and direction from aircraft measurements (AMDAR). Conventional observations (e.g. synoptic stations, radiosondes) as well as geostationary satellites measurements valid at analysis time are used while aircraft observations are collected within a 3-hour assimilation window. The most of the observations has already been assimilated in the driving ARPEGE ensemble but with a lower density and with independent perturbations.

Climatological statistics of background errors are then calculated from differences between pairs of ensemble members. The evolution of differences is driven by similar equations as the evolution of background errors and it is expected that they have the same correlation structure as background errors (Berre et al., 2006). The differences are computed from 6-h forecasts of the ALADIN ensemble assimilation cycle and the sample of 320 differences is obtained over the considered period. Due to homogeneity and isotropy assumptions, the sample for the computation of correlations is even larger for one particular separation (wave number).

3.2. Calculation of covariances for BlendVar

The DF Blending part of the BlendVar scheme intends to provide the large-scale component of the model initial state based on the 4D-Var ARPEGE analysis. Consequently, comple-

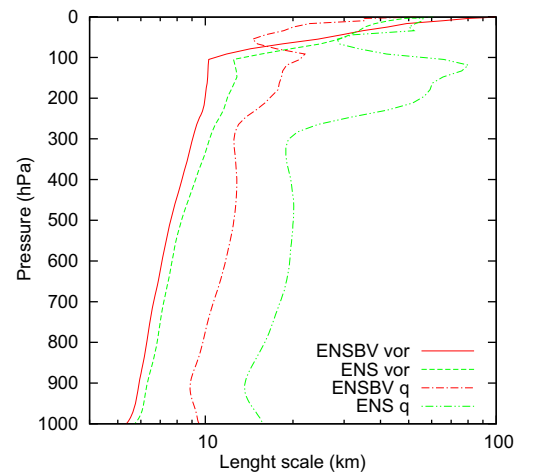


Fig. 4. Vertical profiles of horizontal length scales for vorticity (vor) and specific humidity (q) for ENSBV (red lines) and ENS (green lines).

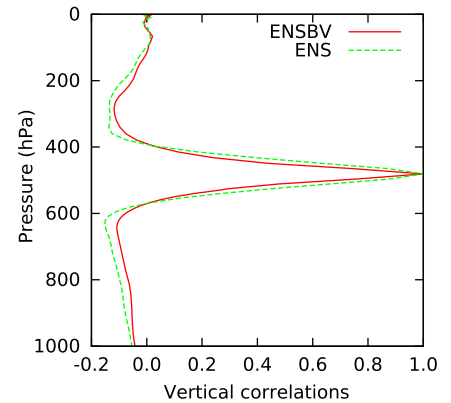


Fig. 5. Vertical correlations at ~ 500 hPa (model level 34) of temperature background errors for ENSBV (red solid line) and ENS (green dashed line).

mentary 3D-Var should work on finer scales where it is expected to add more value in contrast to the already analysed large scales. Since the analysis acts on all scales according to background error covariances, we construct new ones that have the maximum of background error variance shifted towards small scales. To fulfil our demands, we create an ensemble that has large scales similar (forced to be the same) and small scales freely evolving by an assimilation cycle. Indeed, this is a BlendVar assimilation ensemble (called ENSBV further on) that consists of blending the high-resolution ARPEGE analysis (estimated to ~ 25 km) with each member of ALADIN ensemble by DF Blending. Afterwards, the 3D-Var assimilation is applied with perturbed observations on each member of the ensemble. All four members of ENSBV are coupled with high-resolution ARPEGE forecasts in order to keep their large-scale flow similar within

the 6-hour assimilation cycle. The period, the sample of observations and their perturbations are taken the same as in ENS. It is worth to mention that both ENS and ENSBV have the same set-up of 3D-Var, e.g. background errors and observation errors specification.

4. Comparison of covariances

The background errors will be compared in the following section. They are constructed for both ensembles, ENS and ENSBV, over the same period (21 June – 30 July 2014) in order to avoid any weather-related differences. The period was selected arbitrarily but still capturing different weather regimes from very unstable to stable ones. Statistics of background errors will be demonstrated by standard deviations, variance spectra, length-scale profiles, horizontal and vertical correlations and by cross-correlations between control variables. Finally, we will examine spin-up in both ensembles and in their variance spectra.

4.1. Standard deviations and variances

In our setup of 3D-Var, background error standard deviations can vary only vertically. Their vertical profiles for specific humidity and vorticity are shown on Fig. 1a and b. Standard deviations are reduced in ENSBV against ENS by $\sim 50\%$ for specific humidity and temperature (not shown) and by $\sim 20\%$ for vorticity and divergence (not shown). The shape of vertical profiles is very similar for both ensembles and all control variables. The vertical profiles even seem to be shifted by a constant for all variables (Fig. 1b) except humidity. Figure 1c and d shows vertical profiles after application of a tuning following the a posteriori diagnostic method proposed by Desroziers et al. (2005). According to it, an optimally set system would have diagnosed values of standard deviation equal to values prescribed in the system. The method is based on specific assumptions, e. g. linear observation operator, uncorrelated background and observation errors and others discussed by Berre and Desroziers (2010), which are not met in real systems. Still, the tuning based on this approach is expected to bring improvements. The diagnostics of standard deviations is computed from analysis and background departures from observations by an iterative procedure. Finally, a ratio of diagnosed to predefined standard deviations is used to rescale the system, i.e. to multiply standard deviations by this diagnosed ratio. The diagnostics showed underestimation of ENSBV standard deviations (the ratio equals 1.45) and overestimation of ENS standard deviations (the ratio equals 0.75). Rescaled specific humidity (temperature) standard deviations are very close between ENSBV and ENS while rescaled vorticity (divergence) standard deviations of ENSBV are larger than ENS ones.

The variance spectra of background errors indicate that variance of long waves is drastically reduced in ENSBV against ENS (Fig. 2a and b) while the variance spectra for waves shorter than

~ 30 km are close between ENSBV and ENS. The vertical line at wavelength 30 km indicates the DF Blending cut-off truncation. It is worth noting that the DF Blending cut-off truncation is in the first third of the variance spectra even if the cut-off wavelength seems short. After rescaling, the long-wave variance of ENSBV is still much smaller than ENS but for waves shorter than 100 km the variance of ENSBV become larger than ENS. This is a desired property as the greatest reduction in the background error occurs at the wavenumber for which the background error variance is a maximum (Daley, 1991). In other words, we will modify long waves of background fields by 3D-Var in much smaller extent when we use the ENSBV background error specification against the ENS one.

4.2. Auto-correlations

The relative amount of small-scale variance is larger in ENSBV compared to ENS. This has a consequence on sharper horizontal correlations in ENSBV. Figure 3 shows large decrease of background error horizontal correlations in ENSBV compared to ENS for temperature in the middle troposphere (shown for ~ 500 hPa). The horizontal correlations in ENSBV are more than twice smaller at the distance of 100 km than in ENS. To confirm the persistence of this behaviour for all levels and variables, we show vertical profiles of the sharpness of horizontal correlation functions represented by length scales (Fig. 4). We use definition of the length scale proposed by Berre (2000) Equation (2).

On the other hand, the difference of vertical correlations is less pronounced between the ensembles. As an example we show vertical temperature correlations in the middle troposphere (~ 500 hPa) on Fig. 5. There can be seen slightly smaller correlations in ENSBV compared to ENS, although from the overall perspective they are very similar.

Less correlated background errors in ENSBV make the 3D-Var analysis increments to contain mainly smaller scales and not to distort the long waves already obtained from the DF Blending. Such sharp analysis increments imply a need for high-density observing networks in order to control the data-assimilation system effectively (Brousseau et al., 2011), namely at small scales. Beside high resolution of observations it is necessary to have uncorrelated observation errors since to account for their correlation is difficult to implement in practice.

4.3. Cross-correlations

Propagation of information from one control variable to the others is studied by percentage of explained error variance that is defined as a ratio of a balanced part to the full control variable, similarly to Berre (2000). A degree of geostrophism is approximated by a linear regression between vorticity and geopotential in ALADIN. Variance explained by geopotential is low for divergence and specific humidity and it is similar for both ensembles

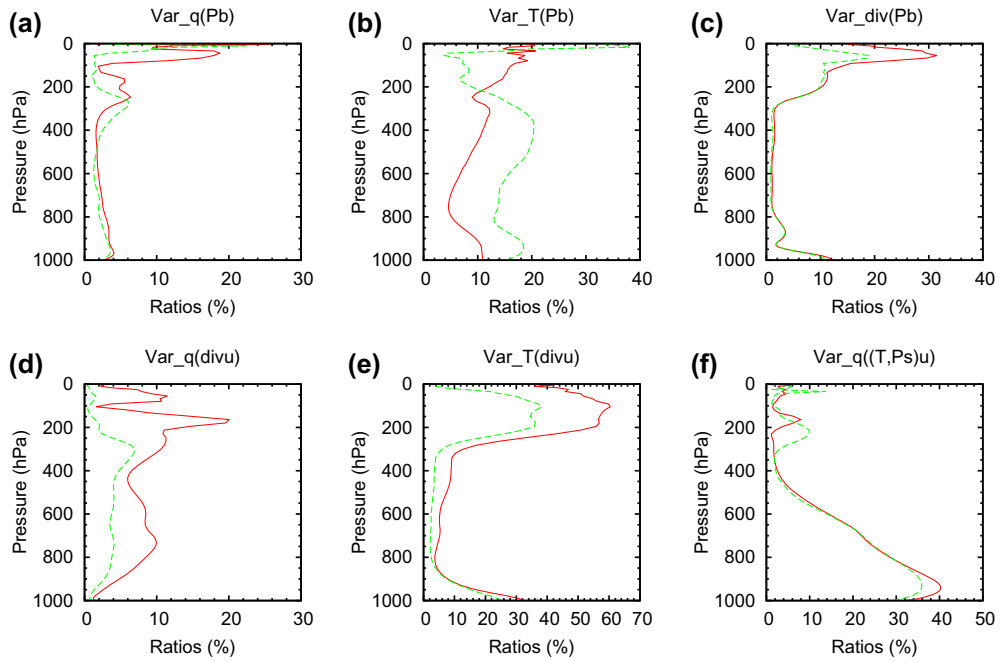


Fig. 6. Vertical profiles of percentages of error variances (spectral averages) explained by balanced geopotential for specific humidity (a), temperature (b) and divergence (c), by unbalanced divergence for specific humidity (d) and temperature (e) and unbalanced temperature for specific humidity (f). The red solid line indicates the ENSBV profiles and the green dashed line the ENS profiles.

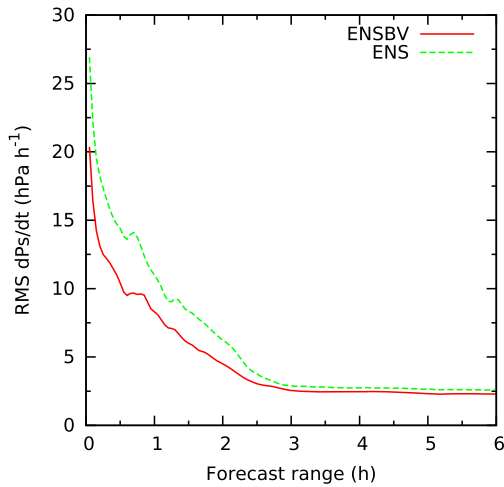


Fig. 7. Temporal evolution of the surface pressure tendency root mean square averaged over the model domain and 8 forecasts as a function of the forecast range for both ensembles, ENSBV (red solid line) and ENS (green dashed line).

(Fig. 6a and c). It is not surprising since geopotential could be seen as a predictor of large scales (Berre, 2000). Tropospheric variance of temperature is less explained by geopotential in ENSBV than in ENS (Fig. 6b). This is in agreement with the

overall shift of the variance spectra towards small scales in ENSBV (Fig. 2c and d). The linear balance of temperature and specific humidity with unbalanced divergence is increased in ENSBV against ENS, Fig. 6d and e. We see this as a property of giving more weight to the small scales. The same is valid for the balance between specific humidity and unbalanced temperature in the lower troposphere, Fig. 6f.

4.4. Spin-up

Some spin-up effect is always present at the beginning of the model integration due to imbalances introduced by the analysis step and in the case of LAM also by lateral coupling refreshment. This is a spin-up in a classical understanding and is being addressed by initialization techniques and/or deployment of balance-type constraints within the analysis procedure itself. As discussed in Brousseau et al. (2011), it is desirable to reduce its duration namely in case of more frequent analysis updates. Here, we focus on a comparison between ENS and ENSBV ensembles. Figure 7 shows a temporal evolution of the surface pressure tendency measured as the root mean square average over the model domain and over eight assimilation cycle integrations. Higher surface pressure tendency values at the beginning of the forecast present the need for adjusting model fields to their internal balance, in other words they mark the spin-up. Both ensembles get rid of the spin-up roughly at the same forecast

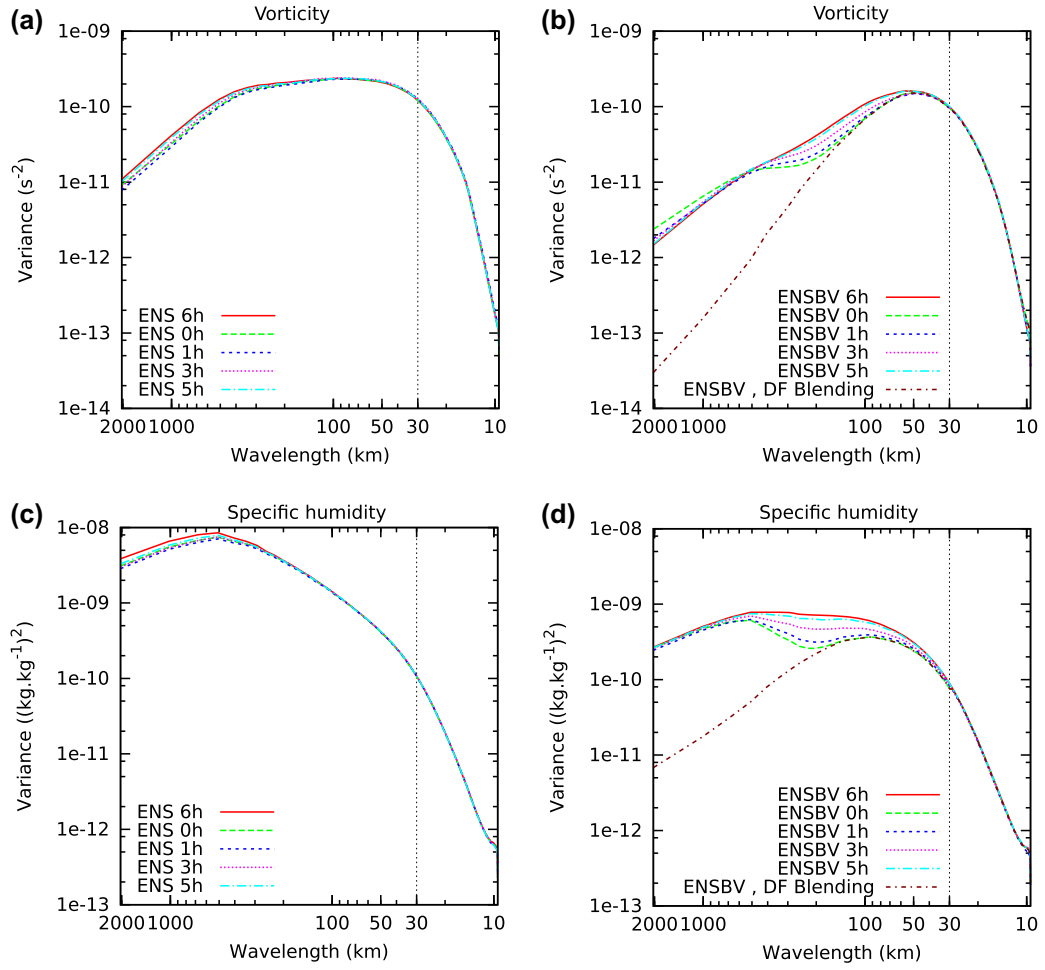


Fig. 8. Evolution of horizontal variance spectra of background errors at ~ 500 hPa (model level 34) for (a) vorticity of ENS, (b) vorticity of ENSBV, (c) specific humidity of ENS, (d) specific humidity of ENSBV. The estimated spectra for +6 h (red solid line), +0 h (green dashed line), +1 h (blue short dashed line), +3 h (pink dotted line), +5 h (light blue dashed dotted line) and variance spectra after application of DF Blending in each member of ENSBV (brown short dashed dotted line).

length, between two and three hours of integration. Nevertheless, the ENSBV ensemble shows smaller imbalances compared to the ENS one along the whole 6 h guess integration.

Here, we also address the growth of background errors within the assimilation cycle guess computation, in order to examine the respective behaviour of ENS and ENSBV spectra and a spin-up in terms of the spectra shape saturation. Forecast errors naturally grow with forecast length and are also subject to diurnal cycle effects, such as onset and decay of turbulence, moist deep convection life cycle and so on. To alleviate the diurnal cycle dependency, we work with a sample containing computations from all four analysis times of 00, 06, 12 and 18 UTC in one melting pot. Unfortunately, our experimental framework does not allow to work with forecast ranges longer than 6 h since there are no global assimilation cycle data available. Therefore,

we concentrate on the variance spectra evolution with respect to their +6 h state.

This can already give a good idea on the spin-up effect saturation in each ensemble. Results are presented for both ensembles on Fig. 8 for vorticity and specific humidity at a model level close to 500 hPa, for forecast ranges +0 h, +1 h, +3 h, +5 h, +6 h and the DF Blending step. In the ENS case, we see some spin-up effect from wavelengths longer than ~ 300 km up to the longest waves, where spin-up is a bit more pronounced. In ENSBV, due to a drastic reduction of larger scale variances by the DF Blending step, one would expect a progressive variance growth starting from wavelengths a bit longer than the DF Blending cut-off till the longest ones. However, since in the first derivation of ENSBV, we used the same B matrix as in ENS, see Section 3.2, variances are increased in the longest wavelengths immediately

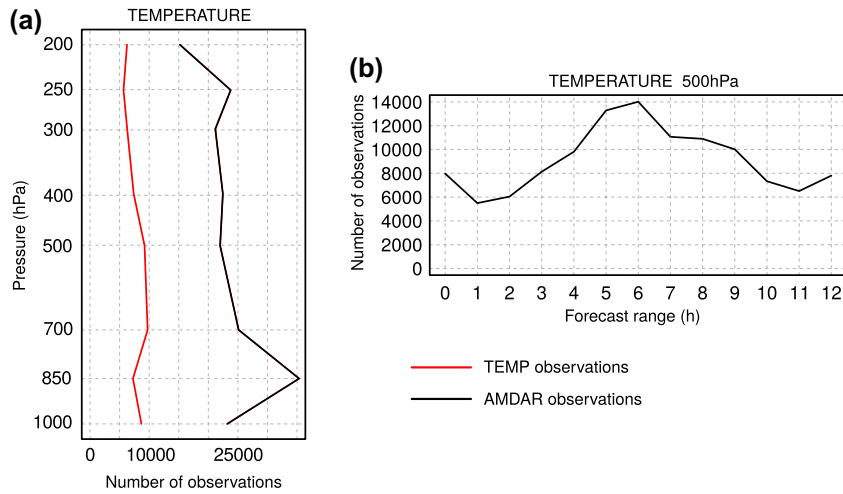


Fig. 9. Number of observations used for verification: (a) vertical profile of number of radiosonde (red line) and aircraft (black line) temperature observations used in verification of assimilation cycles; (b) evolution of number of aircraft temperature observations by forecast range. The used observations are divided to vertical bins, where thresholds are halves of intervals between two labelled levels (e.g. level 850 hPa uses the interval 775–900 hPa).

by 3D-Var, and then they are controlled by lateral coupling within the ensuing integration. The progressive growth (spin-up) is thus visible for the intermediate wave lengths. Nevertheless, in both ENS and ENSBV the shape of variances at +5 h is already very close to the one at +6 h, and so this suggests there is a very little room for some remaining spin-up behind +6 h forecast range. We see also that our first derivation of ENSBV can be further improved as discussed in the conclusion.

5. Experiments and verification

5.1. Setup and methods

The ENSBV background errors statistics are more appropriate for the BlendVar scheme than ENS ones according to the aforementioned comparison. In order to verify this, we prepare four experiments. We are comparing not only BlendVar schemes with two different background errors statistics but also two more conservative approaches – DF Blending and the 3D-Var assimilation. The experiments are following:

- *BlendVar_ensbv* contains the BlendVar scheme and the tuned ENSBV background errors statistics.
- *BlendVar_ens* contains the BlendVar scheme and the tuned ENS background errors statistics.
- *Blending* contains the DF Blending scheme only.
- *3D-Var_ens* contains only the 3D-Var scheme with the tuned ENS background errors statistics.

The experiments differ only in above-mentioned properties while the rest of the ALADIN model set-up is the same.

Every experiment consists of a 6-hour assimilation cycle and two productions of 48-hour forecasts at 0 UTC and 12 UTC. All 3D-Var parts of experiments use an identical observation set with the same types of observations as in Section 3.1 We chose an experimental period that covers several flood events accompanied by heavy precipitation over the Czech Republic. The period is from 26 May to 30 June 2013 where 5 days are used to warm up the assimilation cycle before beginning of the period. The quality of assimilation cycle guesses and of production forecasts is verified by the standard statistics, e.g. the root-mean-square of departures (denoted as RMSE) and the mean of departures (denoted as BIAS – systematic error). In case of assimilation cycle verification, the departures are computed as observation minus guess, i.e. the assimilation cycle forecast at +6 h. In case of production forecast verification, the departures are computed as observation minus forecast at the verified range.

For verification of upper air fields, we use radiosonde observations TEMP (temperature, wind, geopotential, humidity) and aircraft observations AMDAR (temperature, wind). AMDAR observations are binned to one hour slots, centred with respect to verification times. It should be noted that these observation types are also used in the assimilation and production analysis, however, their number depend on cut-off times, binning and the quality control set-up. Figure 9 shows the total number of temperature observations used in the verification period; for other verified parameters the number is very similar. The vertical variability of TEMP and AMDAR data is presented on Fig. 9a for verification of assimilation cycle guesses. The AMDAR observation number evolution per forecast range at the level 500 hPa, used for verification of the production forecast, is

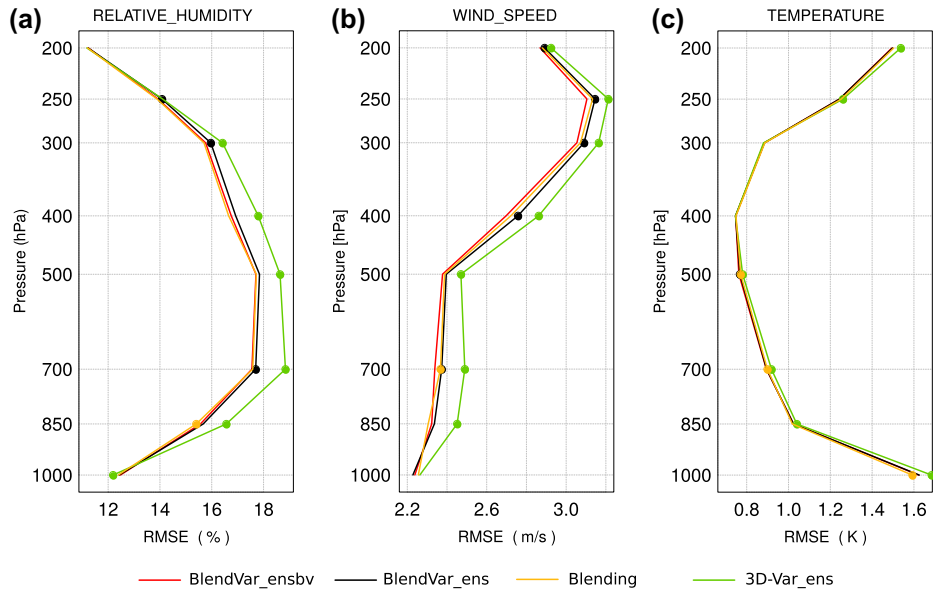


Fig. 10. Vertical profiles of 6-hour forecasts RMSE inside assimilation cycles verified against radiosonde observations: (a) relative humidity profiles, (b) wind speed profiles, (c) temperature profiles. The profiles are shown for *BlendVar_ensbv* (red line), *BlendVar_ens* (black line), *Blending* (yellow line) and *3D-Var_ens* (green line). Full circles denotes a statistically significant difference (at the 95% confidence level) with respect to the scores of *BlendVar_ensbv*.

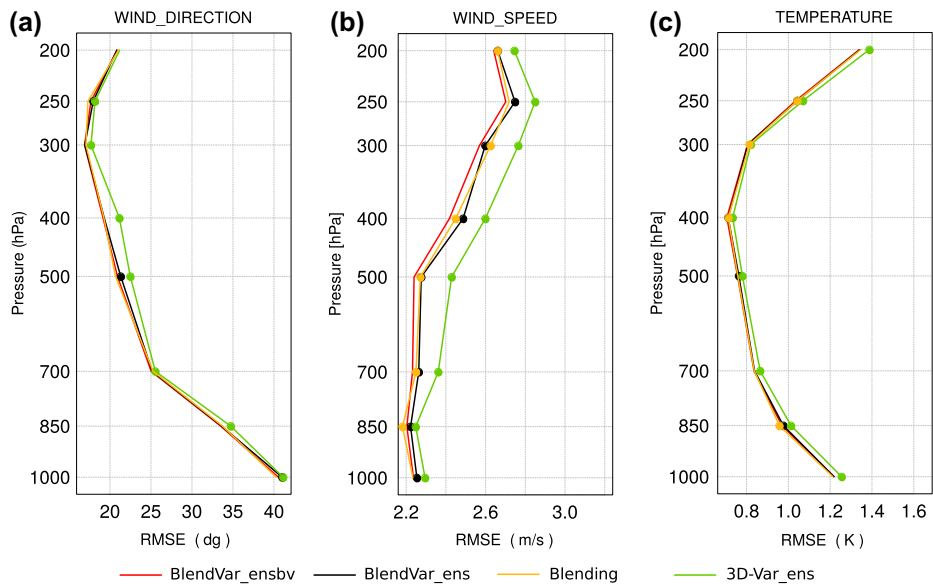


Fig. 11. Vertical profiles of 6-hour forecasts RMSE inside assimilation cycles verified against aircraft observations (AMDAR): (a) wind direction profiles, (b) wind speed profiles, (c) temperature profiles. The profiles are shown for *BlendVar_ensbv* (red line), *BlendVar_ens* (black line), *Blending* (yellow line) and *3D-Var_ens* (green line). Full circles denotes a statistically significant difference (at the 95% confidence level) with respect to the scores of *BlendVar_ensbv*.

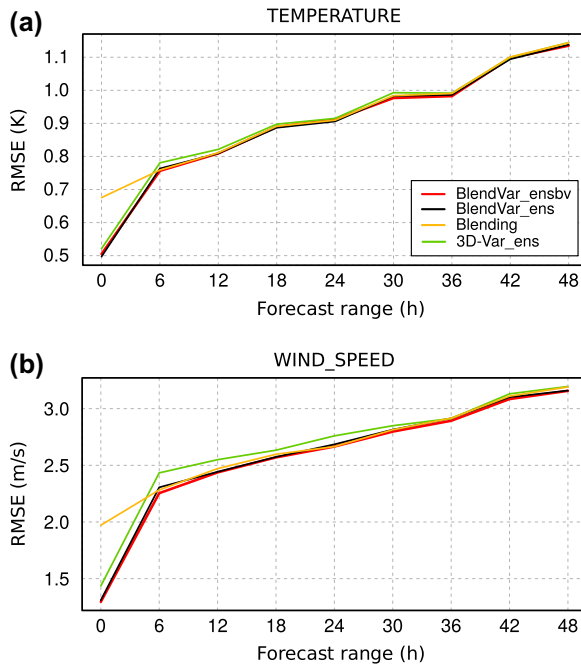


Fig. 12. Time evolution of RMSE with forecast range for (a) temperature, (b) wind speed at 500 hPa verified against radiosondes and aircraft observations together. The scores are shown for *BlendVar_ensbv* (red line), *BlendVar_ens* (black line), *Blending* (yellow line) and *3D-Var_ens* (green line).

presented on Fig. 9b. For verification of screen level parameters, we use observations from synoptic stations.

5.2. Verification results

The *Blending* and both *BlendVar* experiments forecast accuracy of the assimilation cycles clearly outperforms the *3D-Var_ens* experiment quality. We present this by vertical profiles of RMSE of 6-hour forecasts, which are used as guesses (backgrounds) for a following assimilation step in the assimilation cycles. Figures 10 and 11 show the clear positive impact of incorporating DF *Blending* into our set-up of the assimilation cycles for several variables and against radiosondes and aircraft observations. Although the *Blending* and both *BlendVar* experiments RMSE scores of the assimilation cycles are close, the *BlendVar_ensbv* experiment outperforms the others slightly. The *BlendVar_ensbv* experiment improves the RMSE of wind speed the most and this is confirmed by the significance T-test (Figs. 10b and 11b). BIAS was not significantly different between the experiments.

The time evolution of RMSE with the forecast range in the production of forecasts is constructed against radiosonde and aircraft observations together. We run the production of forecasts only at 0 and 12 UTC and if we had compared the experiments only with radiosonde observations there would have been too

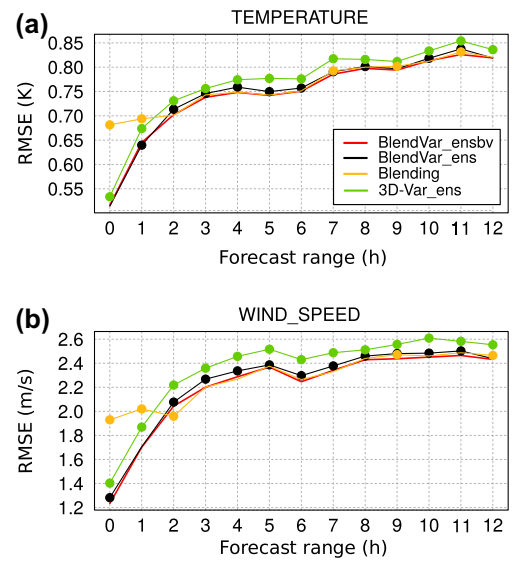


Fig. 13. Time evolution of RMSE with forecast range by hour for (a) temperature, (b) wind speed at 500 hPa verified against aircraft observations. The scores are shown for *BlendVar_ensbv* (red line), *BlendVar_ens* (black line), *Blending* (yellow line) and *3D-Var_ens* (green line). Full circles denotes a statistically significant difference (at the 95% confidence level) with respect to the scores of *BlendVar_ensbv*.

small sample of observations for forecast ranges 6 h, 18 h, 30 h,... A similar problem would have been with aircraft observations because almost no aircraft observations are available at 0 UTC. The comparison against both types of observations together and use of both runs (0, 12 UTC) for computation of the scores minimizes the problem.

The evolution of RMSE with the forecast range is presented on Fig. 12 at 500 hPa for temperature and wind speed. It can be seen that any analysis using *3D-Var* is closer to observations at a 0 h forecast than the *Blending* experiment. It is not surprising since the DF *Blending* method is taking into account observations indirectly from analyses of the global model ARPEGE while *3D-Var* uses observations directly. The situation is different for the 6-hour production forecast range, the *3D-Var_ens* experiment is worse than any experiment based on DF *Blending*. This confirms the verification results of the assimilation cycles. Slight degradation of the *3D-Var_ens* experiment RMSE could be seen up to the 24-hour forecast range compared to the DF *Blending* based schemes. The *BlendVar_ensbv* experiment has the lowest RMSE of wind speed at the 0-hour and the 6-hour forecasts for most of the vertical levels even if the score is very close to the other experiments based on DF *Blending*. The impact of *BlendVar_ensbv* with respect to *Blending* and *BlendVar_ens* is neutral for the other verified parameters and also for screen level parameters and pointwise verification of precipitation.

In addition we present a closer look to verification scores for the first 12 h of forecast by verification against aircraft observations on hourly bases (Fig. 13). Again the *3D-Var_ens* experiment stays clearly apart the other ones due to its highest RMSE, both for temperature and wind speed, and for all verified ranges except the first two hours, where 3D-Var pushes the solution closer to observations - this is of course true for any experiment with 3D-Var. Regarding the experiments using DF Blending, we notice higher RMSE for the *BlendVar_ens*, marked by the significance T-test for almost all ranges and for both temperature and wind. In short, using background error statistics projecting analysis increments to the largest scales means to reanalyse scales already treated by the ARPEGE analysis as pointed out by Šíroká et al. (2003). By consequence, we end up with a result which is worse than the one of *Blending*. In contrast to it, the *BlendVar_ensbv* experiment shows a slight improvement with respect to *Blending*, albeit tiny. Moreover, it is interesting to see that the significance T-test marks an improvement also for some forecast ranges longer than 6 h, which means the effect is not limited to the shortest lead times. This result shows the necessity to use appropriate background errors to still improve initial conditions on top of what we obtain by the already quite powerful DF Blending method.

6. Summary and concluding remarks

In this paper, we have described the BlendVar assimilation scheme and the sampling of background error covariances suitable for it. The idea is to profit from the advanced global ARPEGE assimilation system and to improve and maintain small-scale features of the limited area model ALADIN in its initial conditions. Digital filter blending is used to incorporate the large-scale part of the global ARPEGE analysis while small scales are improved by 3D-Var with the new background error specification, which is shifting the impact of 3D-Var towards smaller scales. The new covariance matrix is sampled from the assimilation ensemble (ENSBV) whose members have large scales made similar and small scales evolving with the assimilation cycle. The error characteristics of the new covariance matrix are then compared with the matrix derived from the off-line ALADIN data assimilation ensemble (ENS).

Standard deviations of background errors sampled from ENSBV are reduced with respect to ENS ones. The largest reduction of the variance spectra of ENSBV is located in long waves compared to the ENS spectra. This is desired since the impact of 3D-Var should be shifted towards smaller scales in the BlendVar scheme. The horizontal auto-correlations of background errors also confirm the shift of the impact.

Spin-up effects were analysed for ENS and ENSBV background error statistics within the 6 h integration. There are two results to notice. First, spin-up effects diminish with time comparably in both ENS and ENSBV. Although due to the absence of global model data, we cannot examine spin-up effects for

longer ranges, the convergence of variance spectra shapes suggests these are unimportant if any. Second, the use of ENS-based B matrix in the 3D-Var to obtain a first derivation of ENSBV is really suboptimal, since by construction it increases variances at the largest possible scales. This can be clearly seen for ENSBV variances spectra derived at +0 h forecast range (Fig. 8). Therefore, the ENSBV background error statistics can be still improved in the spirit of not reanalysing these large scales within the 3D-Var step, either by making a second iteration deploying the previously obtained ENSBV B matrix or by exploiting statistics of the blended background.

We created four experiments in order to assess and verify the performance of the new set-up of BlendVar. We compared two BlendVar experiments with ENSBV and ENS background error statistics, DF Blending and 3D-Var experiments. Objective scores are used to verify the experiments against radiosonde and aircraft observations. All DF Blending-based experiments perform better with respect to the experiment using only 3D-Var over the 1-month period. This indicates that the driving model analysis gives an important improvement to the initial conditions. Although differences between experiments are very small, the new set-up of BlendVar is promising and seems as a good baseline for further examination.

Acknowledgements

We would like to thank Patrik Benáček who provided the new visualization of objective scores and Ján Mašek for help in revising the manuscript. The authors appreciate many valuable comments provided by two anonymous reviewers.

Disclosure statement

No potential conflict of interest was reported by the authors.

Funding

The authors are grateful for financial support provided by the Technology Agency of the Czech Republic [grant number TH01010503] and RC LACE consortia.

References

- Aladin, I. T. 1997. The ALADIN project mesoscale modelling seen as basic tool for weather forecasting and atmospheric research. *WMO Bull.* **46**, 317–324.
- Berre, L. 2000. Estimation of synoptic and mesoscale forecast error covariances in a limited-area model. *Mon. Weather Rev.* **128**(3), 644–667.
- Berre, L. and Desroziers, G. 2010. Filtering of background error variances and correlations by local spatial averaging: a review. *Mon. Weather Rev.* **138**(10), 3693–3720.
- Berre, L., Desroziers, G., Raynaud, L., Montroty, R. and Gibier, F. 2009. Consistent operational ensemble variational assimilation. In:

- Extended Abstracts Fifth WMO International Symposium on Data Assimilation*, Paper N. 196, Melbourne, 1–8
- Berre, L., Ștefănescu, S. E. and Pereira, M. B. 2006. The representation of the analysis effect in three error simulation techniques. *Tellus A* **58**(2), 196–209.
- Berre, L., Varella, H. and Desroziers, G. 2015. Modelling of flow-dependent ensemble-based background-error correlations using a wavelet formulation in 4D-Var at Météo-France. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **141**(692), 2803–2812.
- Brousseau, P., Berre, L., Bouttier, F. and Desroziers, G. 2011. Background-error covariances for a convective-scale data-assimilation system: AROME-France 3D-Var. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **137**(655), 409–422.
- Brožková, R., Derková, M., Belluš, M. and Farda, F. 2006. Atmospheric forcing by ALADIN/MFSTEP and MFSTEP oriented tunings. *Ocean Sci. Discuss.* **3**(3), 319–342.
- Brožková, R., Klaric, D., Ivatek-Sahdan, S., Geleyn, J. F., Casse, V. and co-authors. 2001. *DFI blending: an alternative tool for preparation of the initial conditions for LAM*. PWPR Report Series No. 31 WMO-TD No. 1064, 1–7.
- Buehner, M., McTaggart-Cowan, R., Beaulne, A., Charette, C., Garand, L. and co-authors. 2015. Implementation of deterministic weather forecasting systems based on ensemble-variational data assimilation at environment Canada. Part I: the global system. *Mon. Weather Rev.* **143**(7), 2532–2559.
- Caian, M. and Geleyn, J.-F. 1997. Some limits to the variable-mesh solution and comparison with the nested-lam solution. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **123**(539), 743–766.
- Courtier, P., Thépaut, J.-N. and Hollingsworth, A. 1994. A strategy for operational implementation of 4D-Var, using an incremental approach. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **120**(519), 1367–1387.
- Dahlgren, P. and Gustafsson, N. 2012. Assimilating host model information into a limited area model. *Tellus A* **64**, 1–17.
- Daley, R. 1991. *Atmospheric Data Analysis*. Cambridge University Press, Cambridge, 457 pp.
- Derková, M. and Belluš, M. 2007. Various applications of the blending by digital filter technique in the ALADIN numerical weather prediction system. *Meteorol. časopis* **10**(1), 27–36.
- Desroziers, G., Berre, L., Chapnik, B. and Poli, P. 2005. Diagnosis of observation, background and analysis-error statistics in observation space. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **131**(613), 3385–3396.
- Fischer, C., Montmerle, T., Berre, L., Auger, L. and Ștefănescu, S. E. 2005. An overview of the variational assimilation in the ALADIN/France numerical weather-prediction system. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **131**(613), 3477–3492.
- Guidard, V. and Fischer, C. 2008. Introducing the coupling information in a limited-area variational assimilation. *Q. J. R. Meteorol. Soc.* **134**(632), 723–735.
- Guidard, V., Fischer, C., Nuret, M. and Džiedžic, A. 2006. Evaluation of the ALADIN 3D-VAR with observations of the MAP campaign. *Meteorol. Atmos. Phys.* **92**(3–4), 161–173.
- Isaksen, L., Haseler, J., Buizza, R. and Leutbecher, M. 2010. The new ensemble of data assimilations. *ECMWF Newsl.* **123**, 17–21.
- Kretschmer, M., Hunt, B.R., Ott, E., Bishop, C.H., Rainwater, S. and co-authors. 2015. A composite state method for ensemble data assimilation with multiple limited-area models. *Tellus A* **67**(1), 26495. DOI: [10.3402/tellusa.v67.26495](https://doi.org/10.3402/tellusa.v67.26495).
- Liu, B. and Xie, L. 2011. A Scale-Selective Data assimilation approach to improving tropical cyclone track and intensity forecasts in a limited-area model: a case study of Hurricane Felix (2007). *Weather Forecast.* **27**(1), 124–140.
- Lynch, P., Giard, D. and Ivanovici, V. 1997. Improving the efficiency of a digital filtering scheme for diabatic initialization. *Mon. Weather Rev.* **125**(8), 1976–1982.
- Peng, S., Xie, L., Liu, B. and Semazzi, F. 2010. Application of scale-selective data assimilation to regional climate modeling and prediction. *Mon. Weather Rev.* **138**(4), 1307–1318.
- Radnóti, G., Ajjaji, R., Bubnová, R., Caian, M., Cordoneanu, E. and co-authors. 1995. *The spectral limited area model ARPEGE-ALADIN*. PWPR Rep. Ser. 7, WMO-TD 699. ISBN TD006266 7, 1–7.
- Široká, M., Boloni, G., Brozkova, R., Džiedžic, A., Fischer, C. and co-authors. 2001. Innovative developments for a 3DVAR analysis in a limited area model: scale selection and blended cycling. *WORLD Meteorol. Organ.* **TD**, 1–53.
- Široká, M., Fischer, C., Cassé, V., Brožková, R. and Geleyn, J.-F. 2003. The definition of mesoscale selective forecast error covariances for a limited area variational analysis. *Meteorol. Atmos. Phys.* **82**(1–4), 227–244.
- Wang, H., Huang, X.-Y., Xu, D. and Liu, J. 2014. A scale-dependent blending scheme for WRFDA: impact on regional weather forecasting. *Geosci. Model Dev.* **7**(4), 1819–1828.
- Xie, L., Liu, B. and Peng, S. 2010. Application of scale-selective data assimilation to tropical cyclone track simulation. *J. Geophys. Res. Atmos.* **115**(D17), D17105. DOI: [10.1029/2009JD013471](https://doi.org/10.1029/2009JD013471).
- Yang, X. 2005. Analysis blending using spatial filter in grid-point model coupling. *Hirlam Newsl.* **48**, 49–55.