



**MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ
FAKULTA**
Univerzita Karlova

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

Jana Vlčková

Technické osvětlení

Katedra didaktiky matematiky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Jana Hromadová, Ph.D.

Studijní program: Matematika

Studijní obor: Matematika se zaměřením na vzdělávání v kombinaci
s deskriptivní geometrií

Praha 2018

Ráda bych poděkovala mé vedoucí práce RNDr. Janě Hromadové, Ph.D. za ochotu, péči a čas, který mi v rámci této práce věnovala. Děkuji též za zapůjčení potřebné literatury a za cenné rady a zkušenosti, které jsem při psaní práce získala.

Prohlašuji, že jsem tuto bakalářskou práci vypracovala samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle § 60 odst. 1 autorského zákona.

V Praze dne.....

podpis

Název práce: Technické osvětlení

Autor: Jana Vlčková

Katedra / Ústav: Katedra didaktiky matematiky

Vedoucí bakalářské práce: RNDr. Jana Hromadová, Ph.D., Katedra didaktiky matematiky

Abstrakt: Tato bakalářská práce se zabývá technickým osvětlením. Jedná se o rovnoběžné osvětlení, jehož směr má speciální polohu vůči průmětně. Užívá se nejčastěji při osvětlení rotačních těles a jejich soustav. Práce obsahuje jedenáct kapitol, z nichž prvních osm obsahuje teorii technického osvětlení, devátá kapitola obsahuje řešené a neřešené příklady. V desáté kapitole je popsáno využití počítačového softwaru ke konstrukci technického osvětlení. Poslední jedenáctá kapitola je o intenzitě osvětlení, která se v dnešní době již nevyužívá.

Klíčová slova: Technické osvětlení, Pilletova rovina, mez vlastního stínu, mez vrženého stínu, Rhinoceros

Title: Technical shadows

Author: Jana Vlčková

Department: Departement of Mathematics Education

Supervisor: RNDr. Jana Hromadová, Ph.D., Departement of Mathematics Education

Abstract: This bachelor's thesis concerns with the topic of technical shadows. Technical shadows are a special case of parallel shadows and its direction has a special position towards the projection plane. It is commonly used for constructing solids of revolution's shadows and its systems. The thesis has eleven chapters, the first eight of which contain the theory of technical shadows, the ninth chapter contains examples and exercises. In the chapter ten there is described usage of computer software for construction of technical shadows. The last chapter is about shading which is not commonly used.

Keywords: Lighting, Pillet plane, shading, shadow line, Rhinoceros

Obsah

Úvod	1
1. Osvětlení	2
1.1. Základní pojmy	2
1.2. Osvětlení bodu	3
1.3. Osvětlení úsečky	5
2. Zavedení technického osvětlení – základní pojmy	9
3. Redukční úhel	11
4. Piletova rovina	12
5. Osvětlení základních útvarů	14
5.1. Bod	14
5.2. Úsečka	14
5.3. Mnohoúhelník	15
5.4. Kružnice, kruh	16
6. Osvětlení těles a ploch	18
6.1. Hranol	18
6.2. Rotační válec	19
6.3. Rotační kužel	20
6.4. Kulová plocha	23
6.5. Anuloid	28
6.5.1. Vnější část	28
6.5.2. Vnitřní část	29
6.6. Obecná rotační plocha	30
7. Vržené stíny tělesa na těleso	32
7.1. Hranol a hranol	32
7.2. Hranol a rotační válec	33
7.3. Hranol a rotační kužel	34
7.4. Hranol a anuloid	36
7.5. Kružnice na kružnici (obě v rovině rovnoběžné s půdorysnou)	38
7.6. Rotační válec a rotační válec	39
7.7. Kružnice na anuloid	41
7.7.1. Vnitřní část anuloidu	41

7.7.2.	Vnější část anuloidu	44
8.	Osvětlení těles s vodorovnou osou	46
9.	Příklady technického osvětlení souboru těles	47
9.1.	Řešené	47
9.2.	Něřešené	49
10.	Využití počítačového softwaru k technickému osvětlení	52
10.1.	O programu	52
10.2.	Konstrukce technického osvětlení	53
11.	Intenzita osvětlení	69
	Závěr	74
	Seznam použité literatury	75

Úvod

Tématem této bakalářské práce je technické osvětlení, které se v praxi používá ke zvýšení názornosti obrázků a k poukázání na nějaké vlastnosti zobrazených objektů. Úvodem jsou popsány vlastnosti a principy osvětlení obecně. V kapitolách 2. - 4. jsou popsány specifické vlastnosti a postupy používané při technickém osvětlení. V obsáhlé části, zahrnující kapitoly 5. - 8., jsou postupně vyloženy konstrukce vlastních stínů, vržených stínů na nárysnu a vržených stínů tělesa na těleso a to na rotačních i nerotačních tělesech. Cílem práce je čtenáři více přiblížit teorii tohoto typu rovnoběžného osvětlení, jelikož v uváděných pramenech, ze kterých jsem při psaní práce čerpala, jsou konstrukce ve značné části nedostatečně odůvodněné. Z čerpaných knih je patrné, že je uveden většinou jen jeden postup řešení daného příkladu technického osvětlení. Práce umožňuje nahlédnout do více možných způsobů řešení. Některé obrázky jsou tvořeny dle předloh z uvedené literatury, avšak je doplněno několik obrázků, které jsou užitečné k lepšímu pochopení problematiky tématu. Obrázky k textu jsou tvořeny v programech Rhinoceros, verze 3.0, 4.0 a 5.0, Gimp, verze 2.8 a Geogebra, verze 5.0.

Značným přínosem této bakalářské práce je kapitola, která popisuje konstrukci technického osvětlení v softwaru Rhinoceros, verze 3.0, díky němuž je celá konstrukce značně jednodušší, přesnější a rychlejší. Mimo jiné se při nich využívá prostorových situací, které nastávají při řešení technického osvětlení objektů. Tato kapitola je demonstrována na příkladu osvětlení soustavy dvou rotačních těles. Zvolen je tento typ těles proto, že u hranatých těles se jedná o jednodušší konstrukci, je tedy snazší odvodit pro ně postup konstrukce. Celý postup je poté demonstrován i na soustavě více souosých rotačních těles.

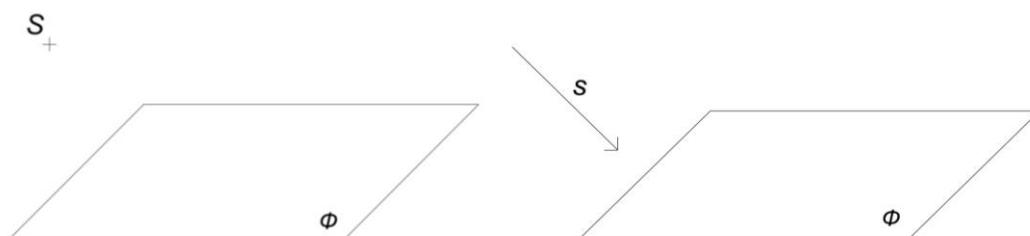
V poslední kapitole je zmínka o teorii intenzity osvětlení, která však v dnešní době většinou není obsahem učiva deskriptivní geometrie.

1. Osvětlení

Některé zobrazovací metody, které používáme k zobrazování různých předmětů a prvků, neukazují zobrazované předměty dosti názorně. Pro větší přehlednost rozměrů těles a jejich vzhledu používáme osvětlení těles a prvků. Z fyzikálního a skutečného světa víme, že osvětlované objekty za jistých okolností mohou světelné paprsky odrážet, pohlcovat, propouštět, lámat a podobně. Určíme několik zjednodušujících předpokladů: osvětlovaná tělesa a prvky jsou neprůhledné a černé, tedy pohlcují všechny světelné paprsky, které na tělesa dopadají, dále považujeme světelné paprsky za přímky, které vycházejí z bodu, jež je jediným zdrojem světla. Osvětlení za takových podmínek budeme nazývat *geometrické*, případně *geometrální*.

1.1. Základní pojmy

Samotné osvětlení můžeme považovat za promítání, které je dáno buď směrem s , s nímž jsou promítací přímky rovnoběžné, nebo středem S , kterým promítací přímky procházejí. Podle těchto kritérií dělíme promítání na *rovnoběžné* a *středové*, stejně tak je to s osvětlením. Jedná-li se o osvětlení zadané směrem s , nazýváme takové osvětlení *rovnoběžné (paralelní)*, pokud je zdrojem světla bod S , pak mluvíme o *středovém (centrálním)* osvětlení. (Obrázek 1.1)



Obrázek 1.1

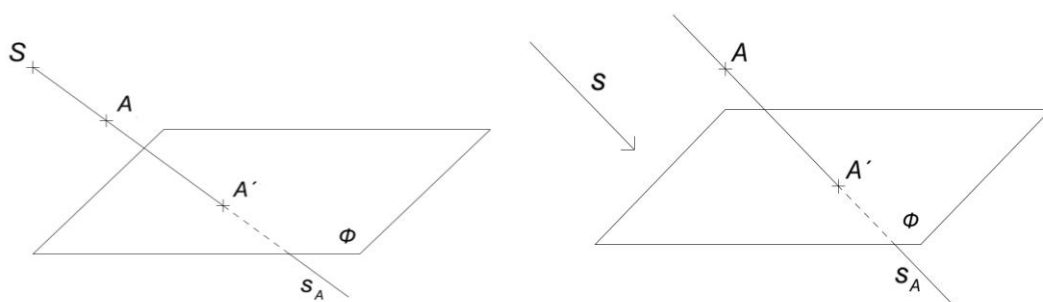
V případě rovnoběžného promítání je zdrojem světla též bod S , avšak tento bod je nevlastní a je tedy vyjádřen právě směrem s . Při obou typech osvětlení každým bodem prostoru prochází právě jeden světelný paprsek, při středovém osvětlení vyjma středu osvětlení.

Zavedeme několik definic upřesňující pojmy:

Definice 1: *Je-li osvětlení středové, bod S nazýváme středem osvětlení, v případě rovnoběžného osvětlení nazýváme směr s směrem osvětlení.* (Interpretováno z [\[4, str.220\]](#))

Definice 2: Světelný paprsek p je orientovanou polopřímku nebo přímkou, která prochází světelným zdrojem S , ať už vlastním či nevlastním, a bodem, který osvětluje. (Interpretováno z [4, str.220] a [9, str.229])

Osvětlujeme-li například bod A , potom je světelným paprskem polopřímka SA , nebo přímka rovnoběžná se směrem osvětlení s a procházející bodem A . Takový paprsek nazýváme *světelný paprsek bodu A* , zpravidla značíme s_A (Obrázek 1.2).



Obrázek 1.2

Světelný paprsek potom dopadá na průmětnu, kterou taktéž považujeme za neprůhlednou. V praxi nemusí být taková průmětna přímo rovina, může se jednat o obecnou plochu nebo i o několik částí roviny. Například u osvětlení budovy světelné paprsky dopadají i na okolní budovy či jiné objekty, některé z nich se mohou celé nacházet ve vlastním stínu osvětlované budovy, to záleží na jejich rozměrech

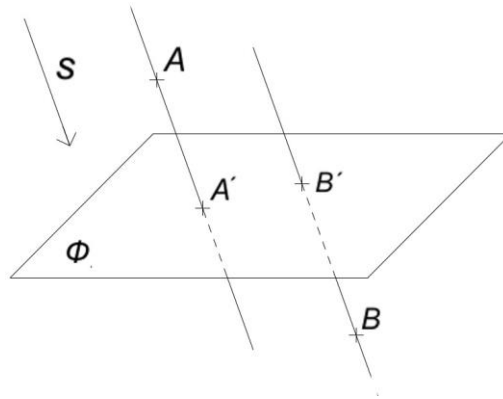
1.2. Osvětlení bodu

Body v prostoru, který osvětlujeme, lze rozdělit do dvou skupin. Body, na které dopadají světelné paprsky, nazveme *osvětlené body*. Druhá skupina jsou potom *body neosvětlené*.

Definice 3: Necht' s_A je světelný paprsek bodu A a osvětlujeme na plochu Φ . Dále necht' A' je první průsečík paprsku s_A s plochou Φ a necht' $A' \neq A$. Potom je-li v dané orientaci světelného paprsku bod A prvním a bod A' druhým bodem, bod A' nazýváme *vržený stín bodu A na plochu Φ* . V opačném případě nazýváme bod A' *ideální vržený stín bodu A na plochu Φ* . ([2, str.233])

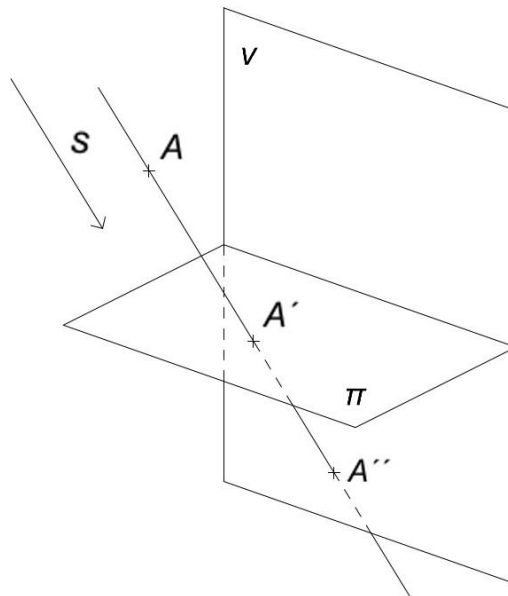
Na obrázku 1.3 je tato skutečnost vyobrazena. Bod A' je vržený stín bodu A na plochu Φ . Bod B' je ideálním vrženým stínem bodu B na plochu Φ .

Z definice tedy vyplývá, že vržený stín bodu A je průsečíkem světelného paprsku bodu A a plochy, na kterou osvětlujeme.



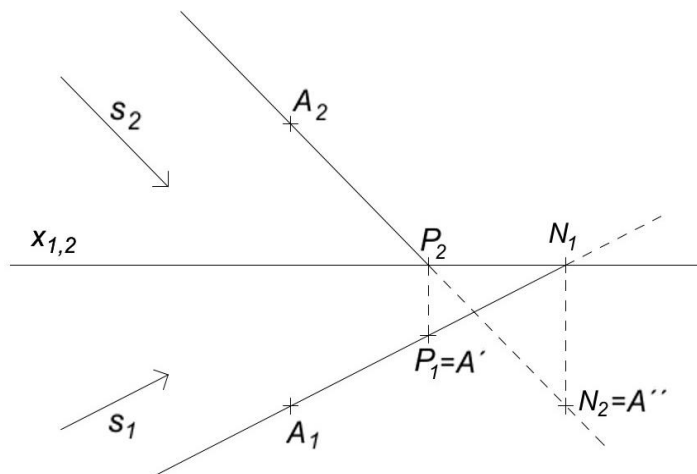
Obrázek 1.3

Nechť je dán bod A , kterým vedeme světelný paprsek - viditelné na obrázku 1.4. Nyní sestrojíme průsečíky světelného paprsku s_A s půdorysnou a nárýsnou, označme je po řadě A' , A'' . Tyto body jsou zároveň vrženými stíny bodu A do půdorysny a nárýsny. Avšak viditelný bude právě jeden z těchto bodů a to ten, který je nejbližší k bodu A . (Vyjma případu $A'=A''$ - vržený stín bodu A je prvkem průsečnice půdorysny a nárýsny - *základnice*) Na obrázku 1.4 je to bod A' .



Obrázek 1.4

Vržené stíny A' , A'' bodu A jsou zároveň stopníky světelného paprsku s_A . Toho využijeme v konstrukci rovnoběžného osvětlení bodu A v Mongeově projekci (obrázek 1.5).



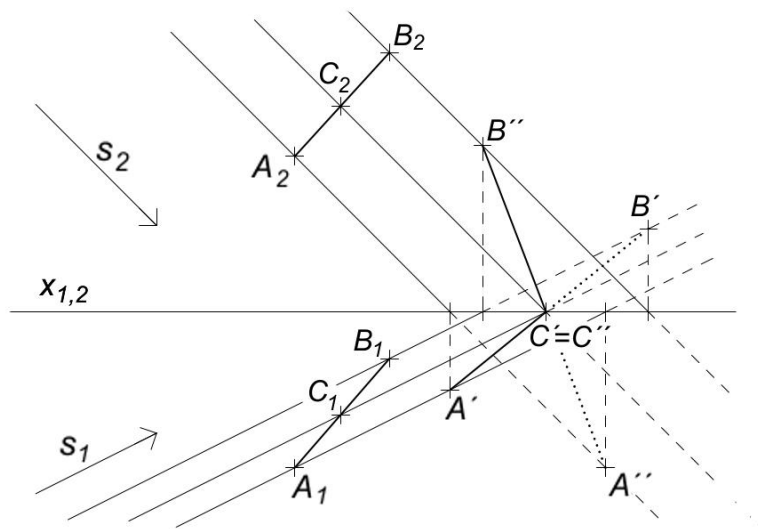
Obrázek 1.5

Je zadán směr s , bodem A_1 vedeme rovnoběžku se směrem s_1 a bodem A_2 vedeme rovnoběžku se směrem s_2 . Sestrojíme průměty stopníků A' , A'' světelného paprsku bodu A . Potom již z prostorové situace vidíme, že body A' a A'' jsou vrženými stíny bodu A na půdorysnu a nárysnu, přičemž viditelný bude jen bod A' . Bod A'' je skryt pod půdorysnou, to plyne z vlastností průmětů bodu v Mongeově projekci.

1.3. Osvětlení úsečky

Odvíjí se od konstrukce vrženého stínu bodu. Na obrázku 1.6 je zadáno rovnoběžné osvětlení se směrem s , jež je dán svými průměty, a úsečka AB zadána taktéž půdorysem a nárysem. Bodem A i bodem B vedeme světelné paprsky s_A a s_B a sestrojíme vržené stíny bodů A a B . Spojnice $A'B'$ je vržený stín úsečky AB na půdorysnu. Stínem do náryсны je spojnice $A''B''$. Avšak je zřejmé, že bod B' leží „za nárysnou v“ a bod A'' leží „pod půdorysnou π“. Je-li tomu tak, znamená to, že se vržený stín úsečky láme na ose x a dopadá jak na půdorysnu, tak na nárysnu. Obě úsečky se protínají v jednom bodě, který leží zároveň na ose x . Tento bod označíme C a nazveme ho *bod lomu*, pro který platí $C'=C''$. Jeho průměty sestrojíme metodou zpětných světelných paprsků, tedy bodem $C_1'=C_2''$ vedeme rovnoběžku se směrem s_1 . Potom průsečík této rovnoběžky a úsečky A_1B_1 je bod C_1 . Obdobně postupujeme v nárysně se směrem s_2 . Vrženým stínem úsečky AB je tedy lomená čára, jejímiž koncovými body jsou A' a B' a bodem lomu je bod $C'=C''$.

Stejně tak, jako jsme při konstrukci vrženého stínu bodu hledali stopníky přímky s_A , v této úloze hledáme stopy světelné roviny úsečky AB , respektive jejich části.



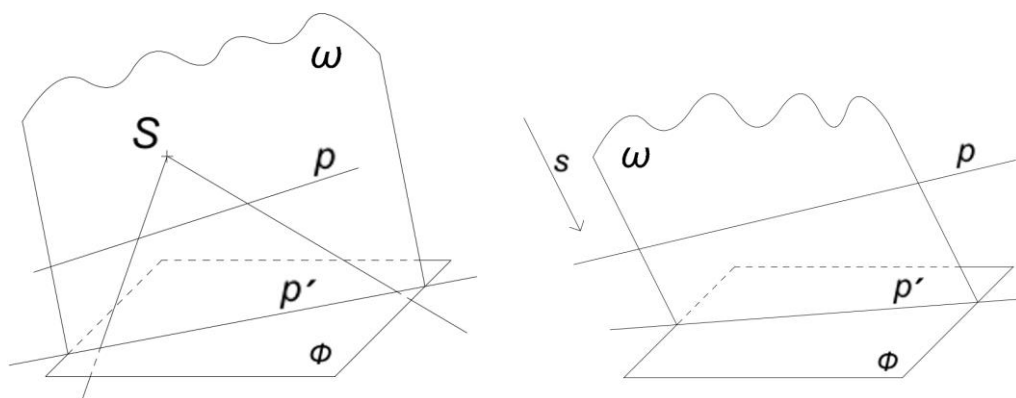
Obrázek 1.6

V případě středového promítání jsou konstrukce obdobné, paprsky nejsou rovnoběžné, ale procházejí bodem S , případně jeho průměty.

Pomocí těchto konstrukcí můžeme sestavit stíny i komplexnějších objektů, jako jsou mnohoúhelníky, mnohostěny a další.

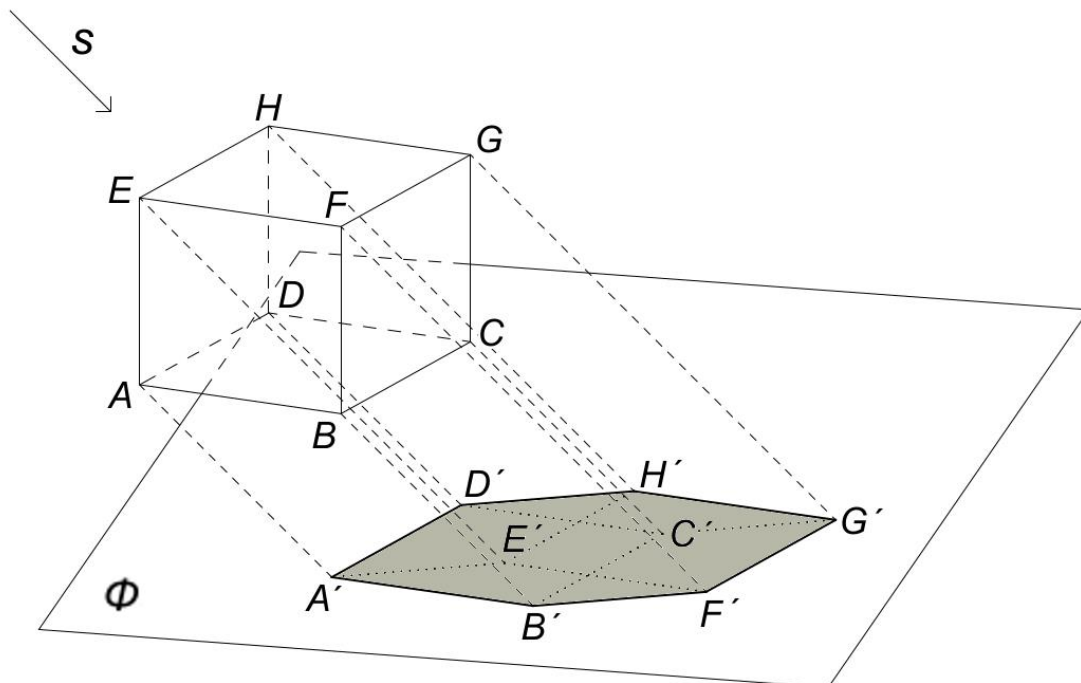
Pro další popis objektů a útvarů zavedeme několik dalších definic.

Definice 4: Mějme danu přímku p , kterou osvětluje na rovinu Φ z bodu S /směru s . Potom rovina určená přímkou p a bodem S /směrem s se nazývá světelná rovina (obrázek 1.7). Označme světelnou rovinu ω , potom vrženým stínem p' přímky p je průsečnice rovin Φ a ω . (Interpretováno z [\[9, str.230\]](#))



Obrázek 1.7

Definice 5: Mějme útvar U , u kterého předpokládáme, že je konvexní množinou bodů. Potom hranici množiny všech osvětlených bodů útvaru U nazveme mez vlastního stínu útvaru U . Množinu všech neosvětlených bodů nazýváme vlastní stín útvaru U . (Interpretováno z [9, str.229])



Obrázek 1.8

Tato definice je demonstrována na obrázku 1.8, kde je osvětlena krychle $ABCDEFGH$ – ta je z definice útvarem U . Vidíme, že stěny, které jsou neosvětlené, jsou dolní podstava $ABCD$, stěna $BCFG$ a stěna $DCGH$. Všechny body ležící v těchto stěnách jsou tedy neosvětlené a nazýváme je vlastní stín krychle. Hranice tří neosvětlených stěn je tedy $ABFGHDA$, je složena z jednotlivých hran tělesa. Tuto spojnicí hran nazveme mez vlastního stínu.

Definice 6: Mějme dán útvar U , u kterého předpokládáme, že je konvexní množinou bodů. Tento útvar osvětleme na plochu Φ , potom hranice vrženého stínu U' útvaru U se nazývá mez vrženého stínu. (Interpretováno z [9, str.229])

I tuto definici lze vyčíst z obrázku 1.8. Krychle je osvětlena na rovinu Φ . Vrženým stínem je mnohoúhelník $A'B'F'G'H'D'$. Strany tohoto mnohoúhelníku nazýváme mez vrženého stínu.

Povšimněme si souvislosti mezi mezí stínu vlastního a mezí stínu vrženého. Vztah mezi nimi popisuje následující věta.

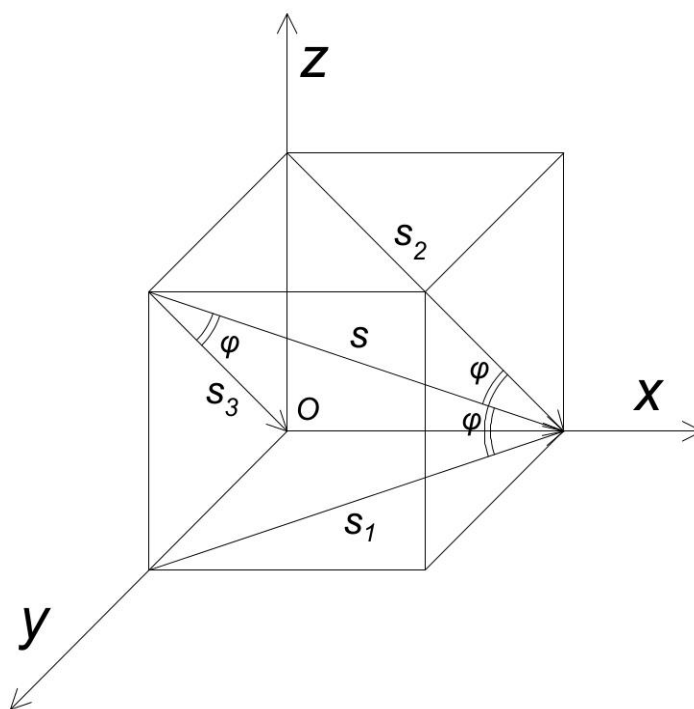
Věta 1: *Mez stínu vrženého je vrženým stínem meze stínu vlastního.* (Interpretováno z [\[3, str.193\]](#))

Z obrázku 1.8 vyčteme tuto skutečnost. Mez stínu vlastního je $ABFGHDA$, mez stínu vrženého je $A'B'F'G'H'D'A'$. Vidíme, že meze se až na označení shodují. Pokud mez stínu vlastního osvětlíme do roviny Φ , vznikne lomená čára $A'B'F'G'H'D'A'$, která je shodná s mezí stínu vrženého, což nám říká předchozí věta.

Zavedení technického osvětlení – základní pojmy

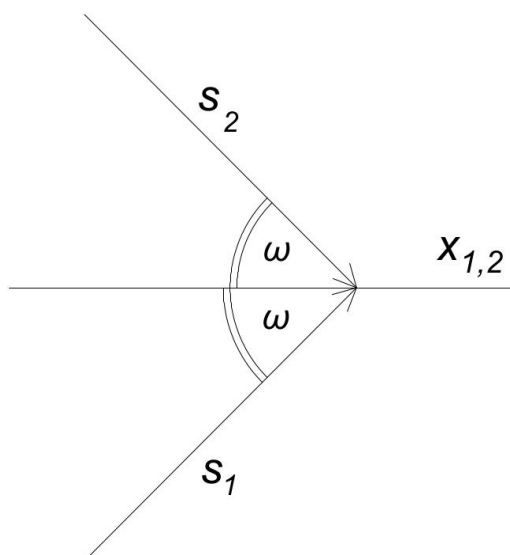
V technické praxi se nejvíce užívá speciálního druhu rovnoběžného osvětlení.

Definice 7: *Nechť jsou dány souřadnicové osy x, y, z , vzájemně na sebe kolmé. Do takové soustavy umístíme krychli a to tak, že tři ze sousedících hran krychle splývají s kladnými souřadnicovými poloosami, tudíž i tři stěny krychle splývají a to s jednotlivými průmětnami (půdorysna, nárysna, bokorysna). Směr osvětlení je dán úhlopříčkou takto umístěné krychle a to takovou, která protíná souřadnicovou osu x v bodě různém od počátku souřadnicového systému (tedy směr z levého horního rohu krychle do pravého dolního - Obrázek 2.1). Takto zavedené osvětlení nazýváme technické osvětlení, v němž se obvykle osvětlují objekty pouze na jednu průmětnu a to na nárysnu v (rovinu xz). (Interpretováno z [1, str.2] a [7, str.116-117])*



Obrázek 2.1

Směr s svírá s průmětnami stejný úhel $\varphi = 35^{\circ}15'53''$, jehož $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Vytvoříme-li všechny tři průměty směru s , potom zjistíme, že taktéž svírají stejný úhel ω a to se souřadnicovými osami určujícími průmětny, ve kterých leží, přičemž $\omega = 45^{\circ}$ (Obrázek 2.2).



Obrázek 2.2

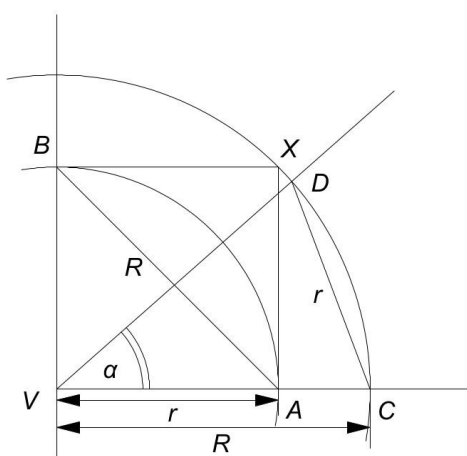
Díky tomuto druhu osvětlení je řada konstrukcí zjednodušena, jelikož jej můžeme provádět pouze pomocí jediné průmětny, přičemž z osvětlovaného tělesa a vrženého stínu snadno vyčteme nejen z -ovou a x -ovou souřadnici tělesa, ale i vzdálenost bodu od průmětny, tedy y -ovou souřadnici bodu. Výhodné je zobrazovat pomocí technického osvětlení zejména rotační tělesa nebo jejich skupiny, což je později ukázáno. Pro začátek je pro větší přehlednost základních konstrukcí použito obou průmětů směru osvětlení v Mongeově promítání, později přeneseme tyto znalosti v promítání na jednu průmětnu.

2. Redukční úhel

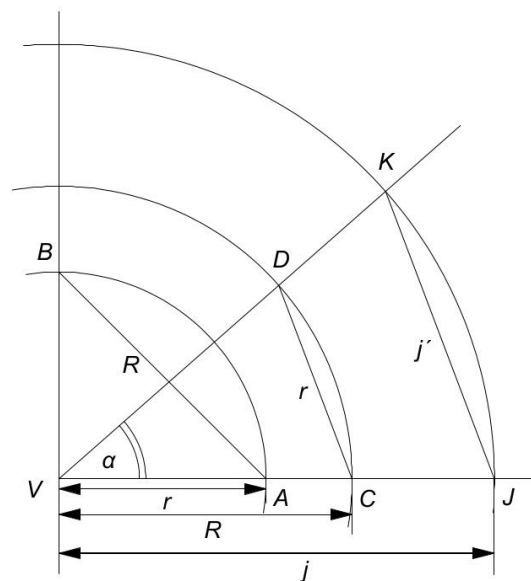
V konstrukcích technického osvětlení se často využívá konstrukce, při níž k úsečce o délce $a\sqrt{2}$ sestrojíme úsečku délky a . K takové konstrukci využíváme tzv. *redukční úhel*. Obrázek 3.1 - necht' máme dán pravý úhel AVB , přičemž $|VA| = |VB|$. Ramena úhlu protneme kruhovým obloukem o středu V a poloměru $r = |VA|$. Nyní sestrojíme další kruhový oblouk o středu V a poloměru $r = |VA|$. Ten protne rameno VA v bodě C . Tento kruhový oblouk protneme ještě jedním kruhovým obloukem o středu v bodě C a poloměru r . Průsečík těchto kruhových oblouků nazveme D . Ramena redukčního úhlu α potom jsou polopřímky VA a VD . Dále platí, že úsečky r a R jsou v poměru $1:\sqrt{2}$. Délka strany čtverce $VAXB$ je r , délka jeho úhlopříčky R , dle Pythagorovy věty tak platí, že $R = r\sqrt{2}$. pak tedy $\frac{r}{R} = \frac{r}{r\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (případně po úpravě $\frac{\sqrt{2}}{2}$).

Pokud nyní budeme chtít redukovat úsečku o délce j , využijeme již narysovaného redukčního úhlu. Sestrojíme kruhový oblouk o středu V a poloměru j , kterým přetneme obě ramena redukčního úhlu, průsečíky označíme J, K . Potom v důsledku stejnolehlosti platí, že vzdálenost $|JK|$ je rovna $\frac{j\sqrt{2}}{2}$, je tedy redukována (Obrázek 3.2).

Povšimněme si také, že ze stejného důvodu jsou vždy redukovány úsečky rovnoběžné.



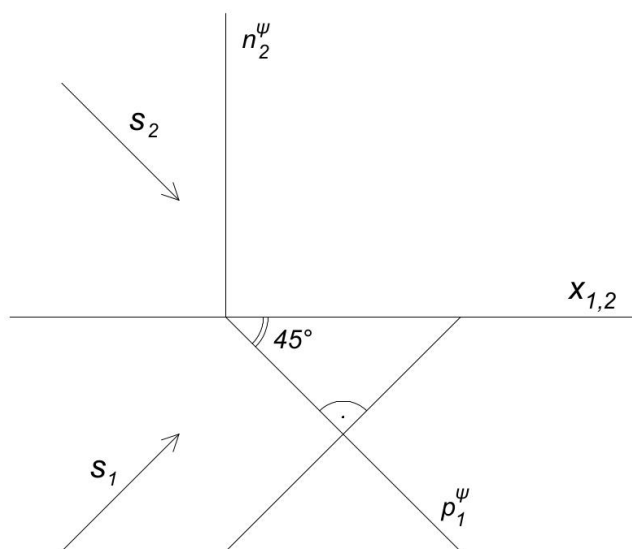
Obrázek 3.1



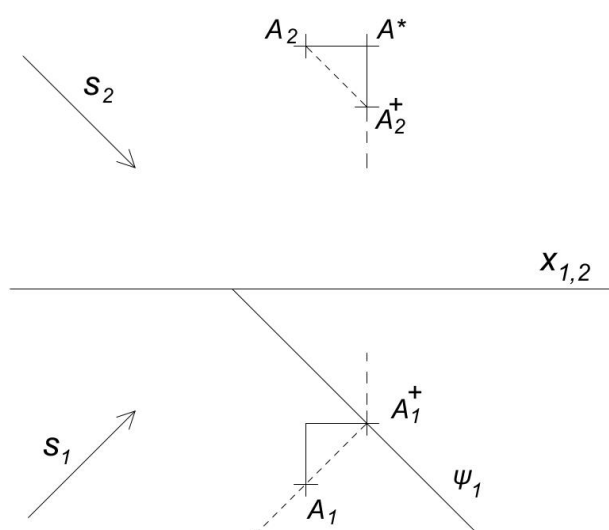
Obrázek 3.2

3. Piletova rovina

V technickém osvětlení často užíváme osvětlení na tzv. *Piletovu rovinu*¹. To je každá rovina, která je kolmá na půdorys světelných paprsků, je tedy kolmá k půdorysně a s nárýsnou svírá úhel 45° (Obrázek 4.1). Na obrázku 2.4 je zobrazeno osvětlení bodu na Piletovu rovinu ψ . Vržené stíny objektů na Piletovu rovinu budeme označovat pravým horním indexem $+$. Z obrázku je patrné, že $|A_2A_2^+| = |A_1A_1^+| =$ vzdálenost bodu A od Piletovy roviny. Dále je $|A_2A^*| = |A^*A_2^+| =$ redukovaná vzdálenost bodu A od ψ na redukčním úhlu α (Obrázek 4.2). Úsečky o redukované délce budeme značit s indexem $^\circ$.



Obrázek 4.1



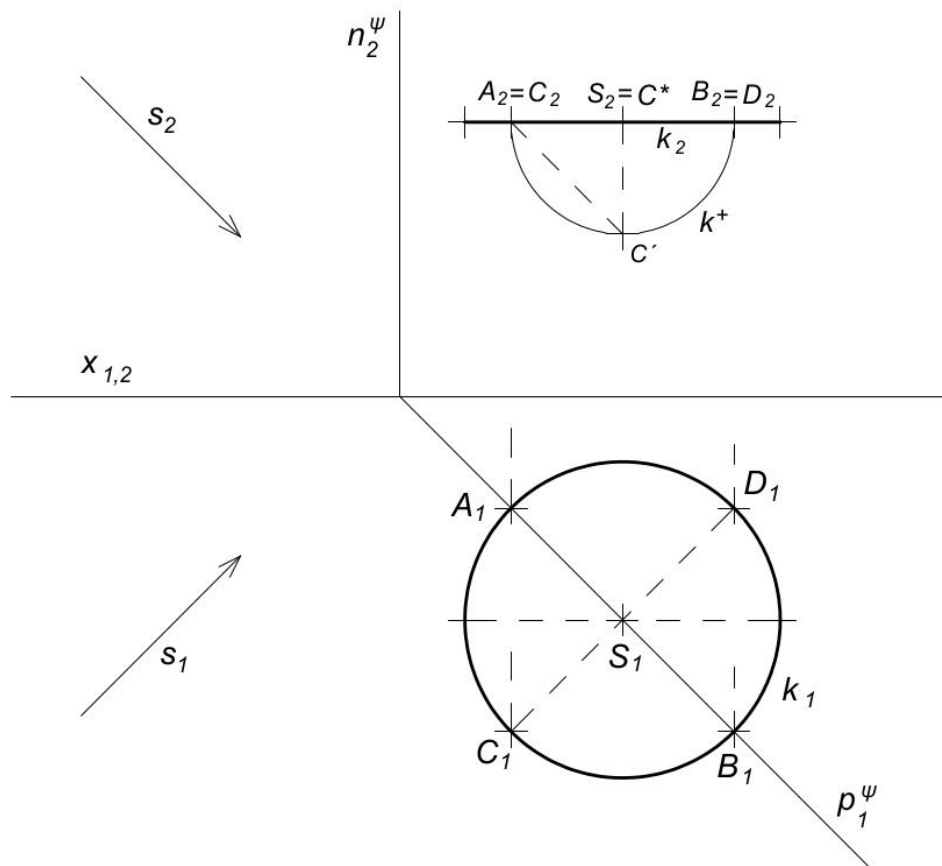
Obrázek 4.2

¹ Jules Pillet byl francouzský geometr, který Piletovu rovinu poprvé užil v roce 1901.

V následujících konstrukcích budeme často využívat této věty:

Věta 2: *Nárys stínu vodorovné kružnice vrženého na Piletovu rovinu je opět kružnice, avšak o redukovaném poloměru. ([6, str.9])*

Na obrázku 4.3 je zobrazena kružnice k v rovině rovnoběžné s půdorysnou, jejímž středem S je vedena Piletova rovina ψ . Označme A, B krajní body průměru kružnice k ležící v ψ a C, D krajní body sdruženého průměru s AB . Promítneme kružnici k do Piletovy roviny ve směru s . Body A a B leží v Piletově rovině, proto pro jejich průměty A^+, B^+ do ψ platí: $A=A^+, B=B^+$. Nárysy těchto bodů jsou potom od S_2 ve vzdálenosti redukovaného poloměru kružnice k . Dále vidíme, že splývají nárysy bodů A, C a B, D . Vedme bodem C světelný paprsek, potom $C^*=S_2$ a platí: $|C_2C^*| = |C^*C'|$. A jelikož je $|C_2S_2| = r^\circ = |S_2C'|$ a průměr AB je sdružený s poloměrem SC , je nárysem průmětu kružnice k do Piletovy roviny opět kružnice, jejíž poloměr je r° .



Obrázek 4.3

4. Osvětlení základních útvarů

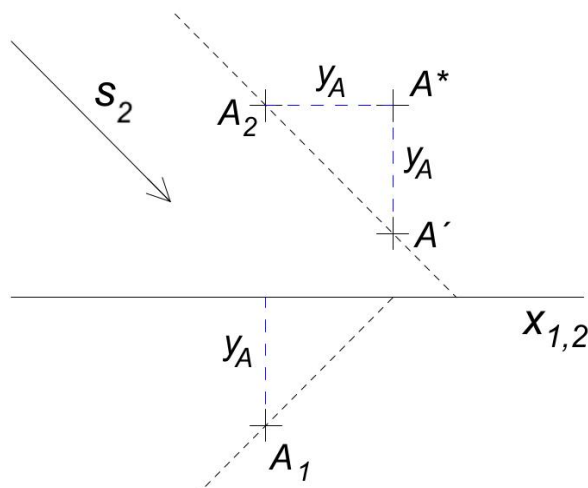
V následujících několika kapitolách budeme sestrojovat vržené stíny objektů na nárysnu v . Vržené stíny budeme označovat pravým horním indexem $'$.

4.1. Bod

Na obrázku 5.1 můžeme vidět technické osvětlení bodu A , jehož vrženým stínem je bod A' . Bod A' je nárysným stopníkem světelného paprsku bodu A . Ten sestrojíme pomocí úsečky, která označuje vzdálenost bodu A od náryсны, to je viditelné v půdorysu jako y_A . Naneseme tedy nejprve tuto vzdálenost na polopřímku rovnoběžnou s $x_{1,2}$ s počátečním bodem A_2 a tím získáme bod A^* , přičemž platí $x_{A^*} > x_A$. Následně naneseme stejnou vzdálenost na polopřímku kolmou na osu $x_{1,2}$ s počátečním bodem A^* , čímž vznikne vržený stín A' bodu A a platí $z_{A'} < z_A$.

Lze použít obdobnou konstrukci, přičemž nejprve nanášíme y -ovou souřadnici bodu A na kolmici na $x_{1,2}$ a až pak na rovnoběžku s $x_{1,2}$.

Vržený stín bodu na druhou průmětnu získáme, naneseme-li vzdálenost od průmětny od jeho nárysu vodorovně doprava a odtud svise dolů (nebo napřed svise dolů a pak doprava). ([1, str.4])

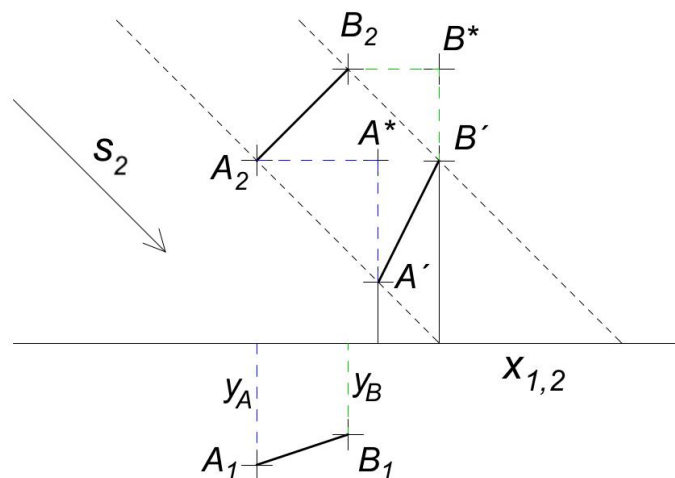


Obrázek 5.1

4.2. Úsečka

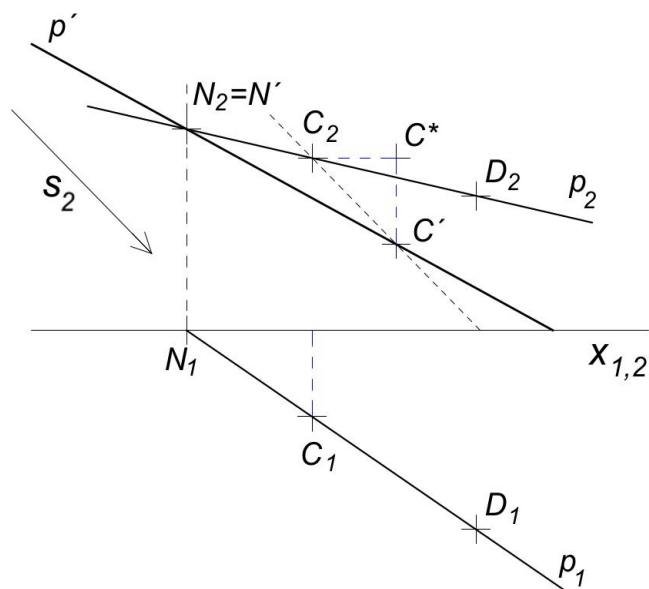
Zde vycházíme z konstrukce technického osvětlení bodu. Při osvětlení úsečky je zapotřebí sestrojít vržené stíny obou jejích krajních bodů. Obrázek 5.2 je doplněním obrázku 5.1, je zde přidán bod B , který je osvětlen a společně s bodem A určují

úsečku. Platí, že spojnice bodů $A'B'$ je vržený stín úsečky AB , což víme díky vlastnostem rovnoběžného promítání.



Obrázek 5.2

Pokud bychom osvětlovali ne úsečku, ale přímku, která je dána body C a D , postupovali bychom obdobně, jako při konstrukci vrženého stínu úsečky, nebo bychom mohli využít nárysného stopníku přímky CD , který se při osvětlení promítne sám na sebe (obrázek 5.3).



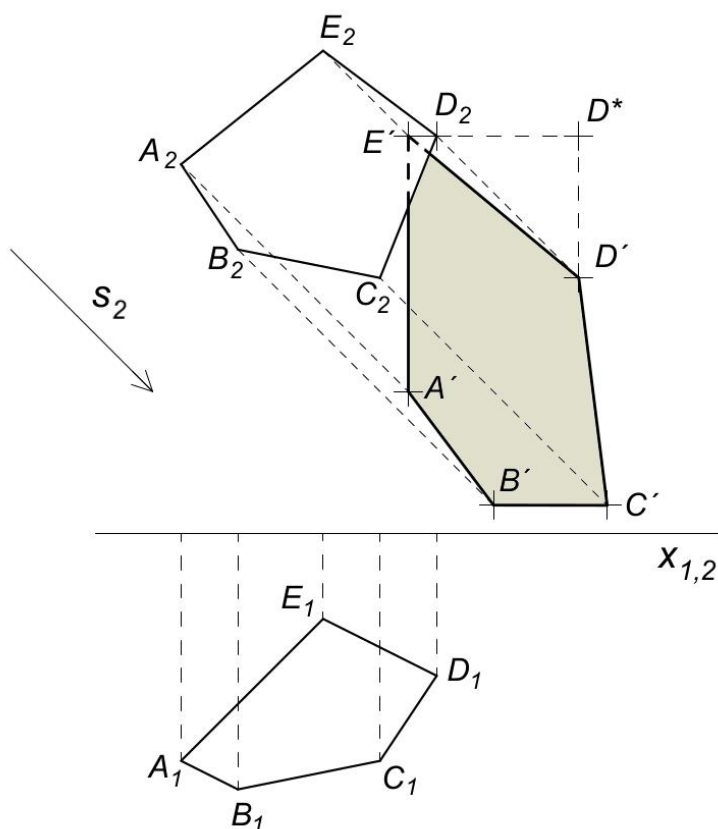
Obrázek 5.3

4.3. Mnohoúhelník

I u konstrukce vrženého stínu mnohoúhelníku se odkazujeme na předchozí konstrukce. Hrany mnohoúhelníku jsou úsečky, které již osvětlit umíme. Máme-li

tedy dán n -úhelník, úlohu převedeme na osvětlení n úseček, tudíž na osvětlení n vrcholů n -úhelníku. Potom úsečky spojující příslušné vržené stíny vrcholů n -úhelníku tvoří mez vrženého stínu n -úhelníku. Jelikož je n -úhelník plošný útvar, jeho stínem nejsou jen úsečky tvořící mez, ale i vnitřní část, kterou ohraničují.

Na obrázku 5.4 je technicky osvětlen pětiúhelník $ABCDE$. Na bodu D je ukázáno technické osvětlení bodu, ostatní body jsou osvětleny stejným principem.



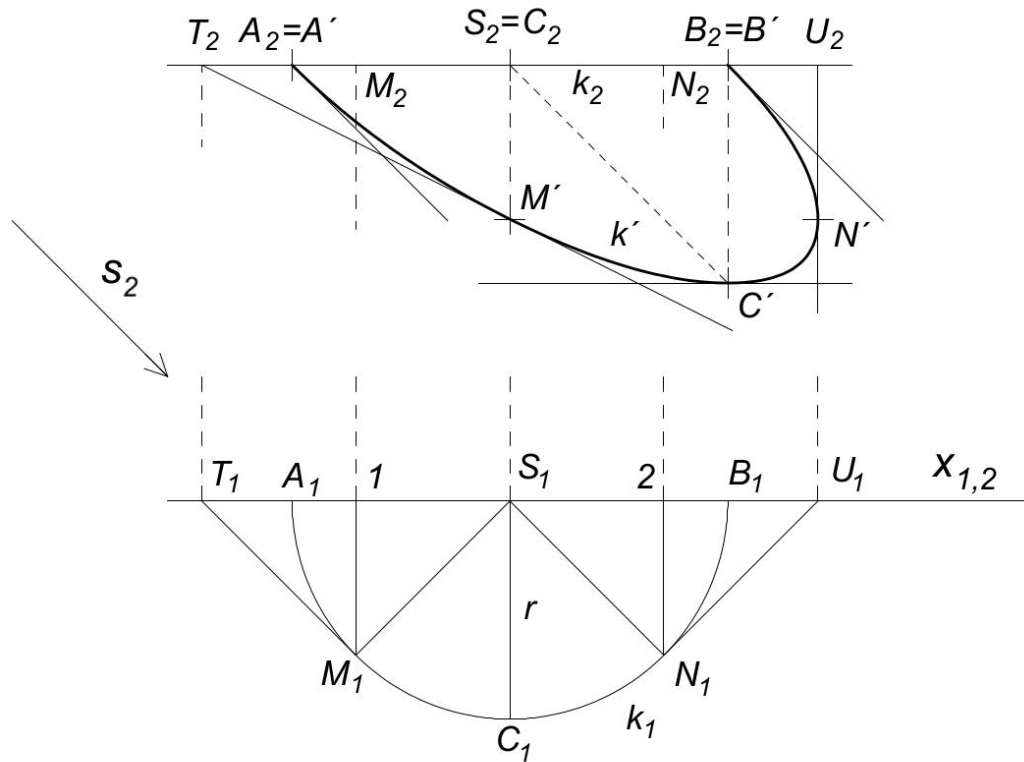
Obrázek 5.4

4.4. Kružnice, kruh

Nechť máme danu kružnici k o středu S v nárysně v a poloměru r , která leží v rovině rovnoběžné s půdorysnou π (obrázek 5.5). Vrženým stínem takové kružnice v technickém osvětlení je elipsa. Body A a B leží na kružnici a zároveň v v , tudíž vržené stíny A' , B' leží přímo v bodech A a B , tedy $A_2 = A'$, $B_2 = B'$. Tečny v bodech A , B ke kružnici jsou kolmice k v a takové přímky se v technickém osvětlení zobrazí na přímky rovnoběžné se směrem s_2 , procházející body dotyku. Sestrojíme vržený stín bodu C , který má ze všech bodů kružnice k největší y -ovou souřadnici. K tomu použijeme již známou konstrukci, tedy osvětlení bodu. Jelikož $y_C = r$, potom body B_2 a C' mají stejnou x -ovou souřadnici. Tečna v bodě C je rovnoběžná s v a taková

přímka se zobrazí na rovnoběžku s průměrem A_2B_2 , procházející C' . Sestrojíme ještě vržené stíny M' a N' bodů M a N , jejichž spojnice SM , SN se středem S svírají s narysnou úhel 45° . Z pravoúhlých, rovnoramenných a shodných trojúhelníků S_1M_1I a T_1M_1I vidíme, že $|S_2M_2| = |M_2T_2|$ a zároveň z trojúhelníků S_1N_1I a N_1U_1I týchž vlastností plyne $|S_2N_2| = |N_2U_2|$. Jelikož mají body M a N tu polohu, že leží na poloměrech svírajících 45° s v , platí, že $|T_2M_2| = |M_2S_2| = |S_2N_2| = |N_2U_2|$. Sestrojíme vržené stíny M' , N' bodů M a N , přičemž tečny v bodech M' , N' prochází body T_2 , U_2 . V důsledku jejich polohy mají body M' , S_2 stejnou x -ovou souřadnici, taktéž body N' , U_2 .

Mezi kružnicí k a jejím osvětleným průmětem k' je vztah osové afinity. Vržené stíny sdružených poloměrů SA , SC kružnice k jsou potom úsečky S_2A_2 a S_2C' , díky nimž bychom mohli Rytzovou konstrukcí sestrojit osy elipsy k' .



Obrázek 5.5

5. Osvětlení těles a ploch

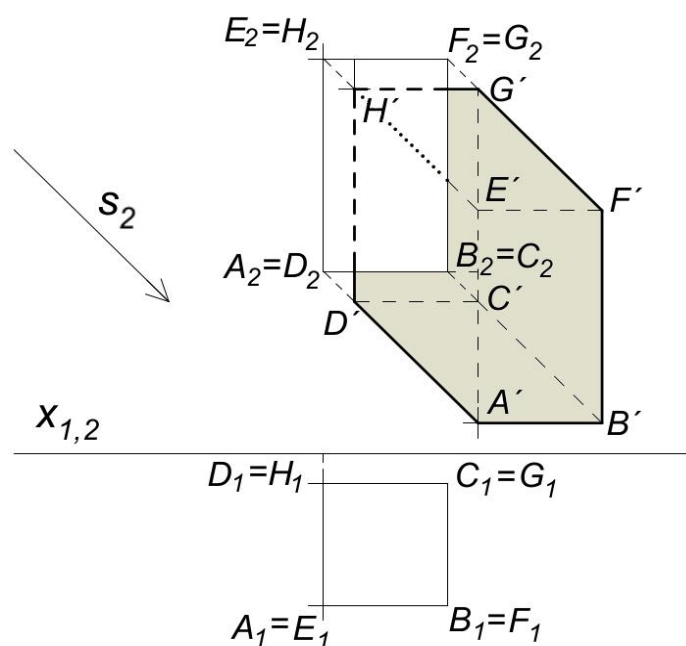
5.1. Hranol

Na obrázku 6.1 jsou zobrazeny sdružené průměty pravidelného čtyřbokého hranolu $ABCDEFGH$, jehož podstava je rovnoběžná s π . Na rozdíl od ostatních těles je hranol zvolen tak, že jeho osa neleží v nárysně, k technickému osvětlení tělesa je tak třeba pracovat i s půdorysem hranolu.

Jako první jsme osvětlili bod H podle již známé konstrukce a získali tímto vržený stín H' bodu H . Tento bod leží v horní podstavě tělesa a zároveň v zadní stěně rovnoběžné s v . Pokud osvětlíme celou zadní stěnu $DCGH$ tělesa, potom dle vlastností technického osvětlení je vrženým stínem stěny obdélník shodný s obdélníkem $DCGH$.

Osvětleme bod A , který leží v dolní podstavě a zároveň v přední stěně tělesa. Vznikne bod A' . Stěna $ABEF$ je taktéž rovnoběžná s v , pak i její vržený stín je shodný s nárysem stěny a posunutý ve směru s_2 do bodu A' . Nyní díky incidenci víme, že například hrana AD vrhá stín na úsečku $A'D'$ a obdobně pro všechny zbývající hrany.

Povšimněme si, že hrany AD , BC , EH a FG jsou kolmé k v . Pomocí této skutečnosti si můžeme ověřit správnost řešení. Z vlastností rovnoběžného osvětlení vyplývá, že vržený stín úsečky, resp. přímky kolmé k průmětně je úsečka, resp. přímka rovnoběžná s kolmým průmětem směru osvětlení.

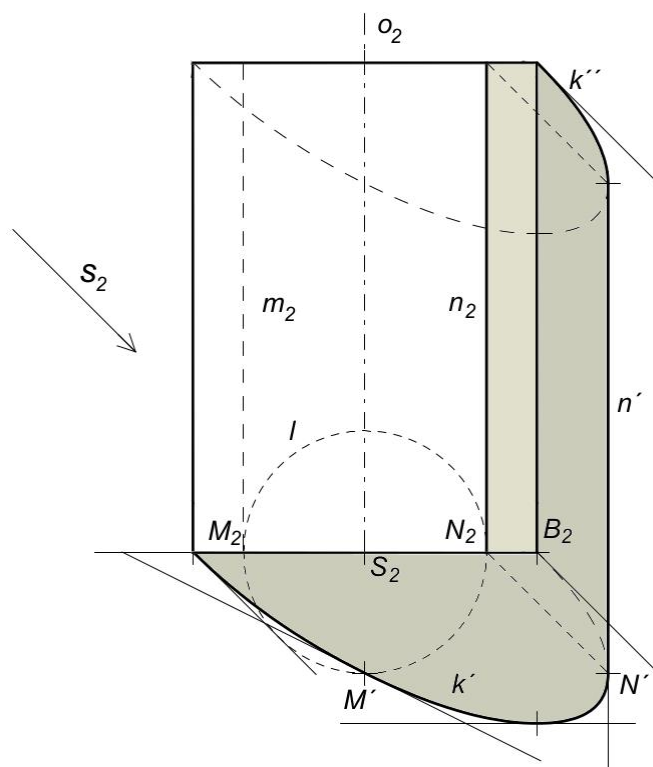


Obrázek 6.1

Pokud bychom osvětlovali hranol, který by neměl stěny či hrany ve speciální poloze jako je tento, postupovali bychom stejně, jen bychom byli nuceni osvětlit více bodů k sestrojení vrženého stínu hranolu a využít rovnoběžnosti osvětlených hran tělesa.

5.2. Rotační válec

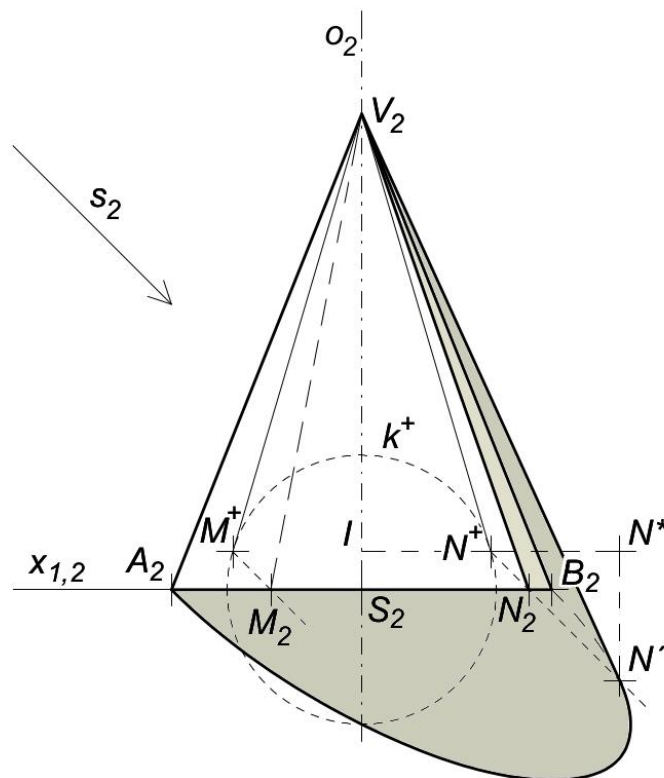
Na obrázku 6.2 je sestrojen nárys rotačního válce, jehož osa rotace o leží v rovině v . Mez vlastního stínu na tělese tvoří body, v nichž je tečná rovina rovnoběžná se směrem osvětlení. Takové tečné roviny jsou dvě a dotýkají se válce v površkách m, n , površka m ale leží v části válce za průmětnou. Pro površky m, n z vlastností směru s technického osvětlení platí, že leží v Piletově rovině proložené osou o válce (viz kapitola 4.). Označme N bod površky, který leží zároveň na podstavné kružnici – patrné na obrázku 6.2. Potom bod N_2 leží na k_2 od o_2 ve vzdálenosti redukovaného poloměru podstavy k (viz kapitola 5.4.). Tuto konstrukci využijeme při osvětlení rotačního kužele. Površka n_2 je rovnoběžka s površkami obrysu vedená bodem N_2 .



Obrázek 6.2

která je vepsaná kuželové ploše podél kružnice k . Nyní sestrojme rovinu τ , ve které leží mez vlastního stínu kulové plochy. Nárysná stopa takové roviny je kolmá na směr osvětlení s_2 a prochází bodem O_2 . Otočíme kladnou část podstavné kružnice k kužele kolem osy $x_{1,2}$ do kladné části náryсны v . Půdorys směru osvětlení splyne s jeho nárysem. Vzhledem k tomu, že půdorysná stopa roviny τ je kolmá na s_1 , po otočení do v půdorysná a nárysná stopa splyne. Jelikož kružnice k leží v půdorysně, potom hlavní přímka roviny τ , která ji protíná, je půdorysná stopa p^r . Průsečíky k_1 s p^r nazvěme M_1, N_1 . Body M a N leží na podstavné kružnici k , zároveň na mezi vlastního stínu kulové plochy κ vepsané kuželi. Jsou tedy body meze vlastního stínu kužele. Sestrojíme-li jejich nárysy M_2 a N_2 , pak spojnice N_2V_2 je površka tvořící mez vlastního stínu kužele, taktéž površka M_2V_2 , která však leží za nárysnou v .

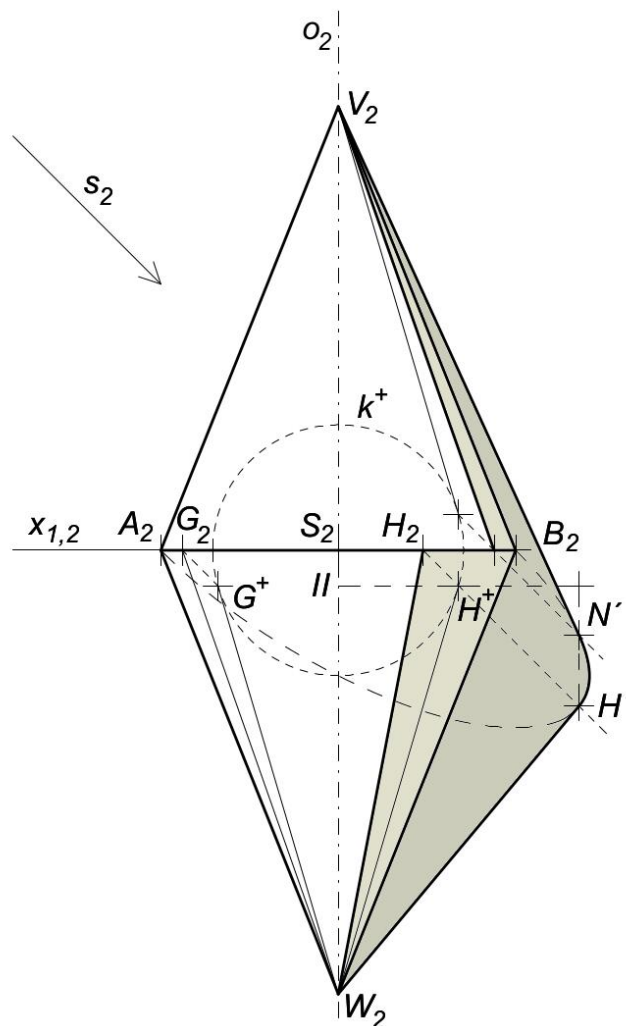
Pro sestrojení meze vrženého stínu stačí sestrojít vržený stín bodu N na v podle již známých konstrukcí. Naneseme tedy $|N_1N_2| = |N_2N^*| = |N^*N'|$ a $N'V_2$ tvoří část meze vrženého stínu kužele, protože pro bod V platí $V_2=V'$. Další část tvoří část meze vrženého stínu podstavné kružnice k sestrojené podle konstrukce v kapitole 5.4. a také površka A_2V_2 .



Obrázek 6.4

B) Mějme dán rotační kužel s osou rotace o ležící v v (obrázek 6.4). Osvětlíme jej pomocí Piletovy roviny. Opíšeme nad středem S_2 kružnici k^+ o poloměru r° , kde r je poloměr kružnice k . Kružnice k^+ je nárys vrženého stínu kružnice k na Piletovu rovinu. Ke kružnici k^+ sestrojíme tečny z bodu V_2 , které jsou nárysem meze vrženého stínu příslušné kuželové plochy do Piletovy roviny. Body dotyku označíme M^+ a N^+ a sestrojíme nárysy M_2, N_2 , jakožto průsečíky k_2 s přímkami směru s_2 vedenými body M^+ a N^+ . Površky M_2V_2, N_2V_2 jsou hledanou mezí vlastního stínu, přičemž M_2V_2 leží za nárysnou.

Mez vrženého stínu sestrojíme tak, že osvětlíme bod N . Piletova rovina má od náryсны v odchylku 45° , z čehož vyplývá, že vzdálenost bodu N^+ od v je rovna velikosti úsečky N^+I . Učiníme tedy $|N^+I| = |N^+N^*| = |N^*N'|$, potom spojnice V_2N' je část meze vrženého stínu kužele, další částí je část elipsy k' , sestrojena podle kapitoly 5.4., a površka A_2V_2 .



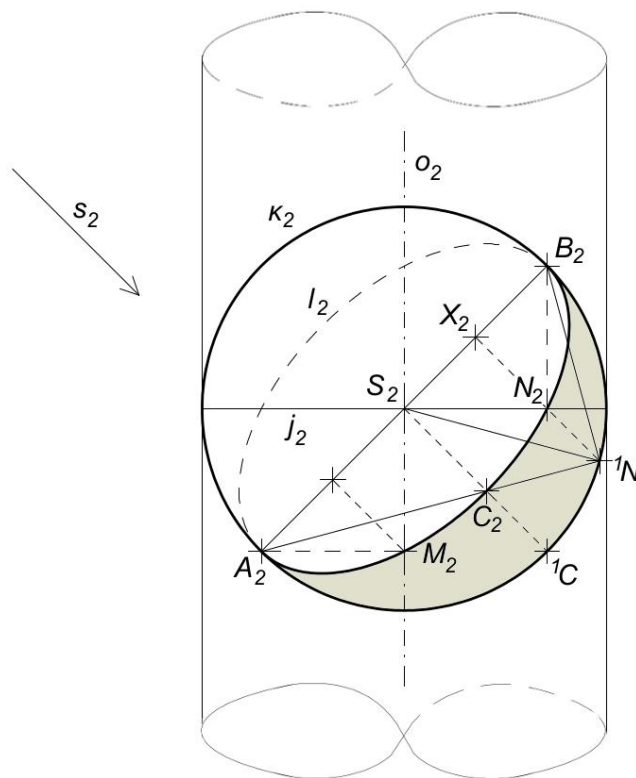
Obrázek 6.5

Na obrázku 6.5 je sestrojen rotační dvojkůžel. Osvětlení kužele o vrcholu W sestrojíme obdobně jako osvětlení kužele o vrcholu V , podle metody B). Jsou tedy sestrojeny další dvě tečny ke kružnici k^+ a to z vrcholu dolního kužele W_2 . Body dotyku G^+ a H^+ vedeme zpětné světelné paprsky, které na k_2 vytyčí body G_2 a H_2 . Površky G_2W_2 , H_2W_2 tvoří spolu s částí podstavné kružnice mez vlastního stínu kužele. Obdobnou konstrukcí jako v předchozím případě sestrojíme vržený stín bodu H , tím potom vedeme úsečku W_2H' . Mez vrženého stínu kužele tvoří opět část elipsy k' , úsečky $N'V_2$, $H'W_2$ a površky A_2V_2 , A_2W_2 .

Úsečky $N'V_2$ a $H'W_2$ leží na tečnách k elipse k' v bodech N' a H' .

5.4. Kulová plocha

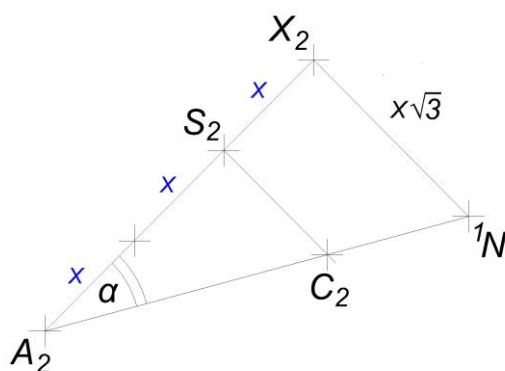
Osvětlujeme-li rovnoběžně kulovou plochu, a to nejen technicky, ale i obecně, mezi vlastního stínu kulové plochy je hlavní kružnice ležící v rovině kolmé ke směru osvětlení. Z vlastností promítání potom plyne, že není-li směr osvětlení rovnoběžný s průmětnou či k průmětně kolmý (platí pro směr technického osvětlení), nárys meze vlastního stínu je elipsa, jejíž hlavní osa prochází středem kulové plochy a je kolmá na druhý průmět směru osvětlení.



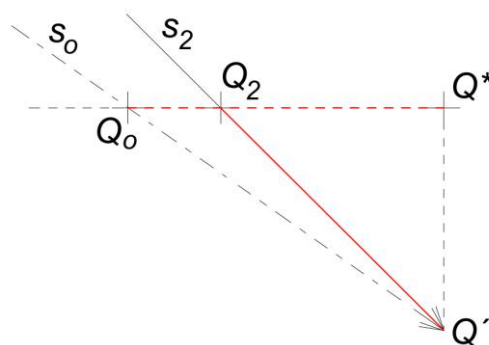
Obrázek 6.6

Bod C_2 lze ale sestrojít i jinou metodou. Obrys κ_2 a mez l_2 jsou kolmo afinní křivky, osa afinity je A_2B_2 . Dokážeme, že poměr afinity je $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Obrázek 6.7 - sestrojíme na κ_2 bod 1C , který je průsečíkem kolmice vedené bodem S_2 k A_2B_2 a obrysu κ_2 , a bod 1N , jako průsečík kolmice vedené bodem N_2 na S_2B_2 . Označme X_2 bod, který je patou kolmice 1NN_2 na S_2B_2 . Vzdálenost $|X_2N_2|$ označme x , z velikosti úhlů v pravoúhlém trojúhelníku $S_2N_2X_2$ plyne, že $|X_2N_2| = |S_2X_2| = x$. Trojúhelník $S_2{}^1NB_2$ je rovnostranný. Z Pythagorovy věty použité v trojúhelníku $X_2{}^1NB_2$ plyne, že $|X_2{}^1N| = x\sqrt{3}$. Potom $\frac{|N_2X_2|}{|{}^1NX_2|} = \frac{x}{x\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Tímto jsme odvodili, že poměr afinity mezi κ_2 a l_2 je $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Je patrné, že $|A_2S_2| = |{}^1CS_2| = r = a$. Je potom $\frac{|C_2S_2|}{|{}^1CS_2|} = \frac{b}{a}$. Trojúhelníky $A_2C_2S_2$ a $A_2{}^1NX_2$ jsou podobné (obrázek 6.8).



Obrázek 6.8



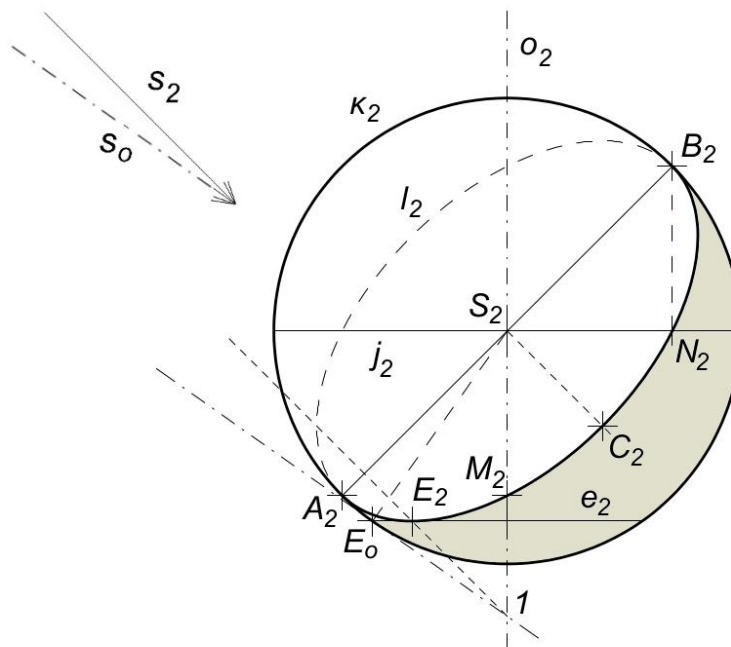
Obrázek 6.9

Platí, že $\operatorname{tg} \alpha = \frac{b}{a} = \frac{S_2C_2}{S_2{}^1C} = \frac{{}^1NX_2}{A_2X_2} = \frac{\frac{r\sqrt{3}}{2}}{\frac{8r}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$. Bod C_2 je obrazem bodu 1C v téže afinitě, C_2 je tak průsečíkem $A_2{}^1N$ a $S_2{}^1C$.

Abychom mohli sestrojít nejnižší položený bod E_2 , otočíme světelný paprsek s_2 do nárysny (Obrázek 6.9). Mějme bod Q na paprsku s , sestrojíme jeho osvětlení, tedy nejprve bod Q^* a pak bod Q' . Pro otočený bod Q_0 paprsku s_0 platí: $|Q_0Q^*| = |Q_2Q'|$. Tímto způsobem je v obrázku 6.10 paprsek s_2 otočen.

Nejnižší bod E leží v rovině světelného meridiánu. Otočíme jej do v kolem osy o . Světelný meridián potom splývá s obrysem κ_2 (Obrázek 6.10). Vedme ke κ_2 tečnu rovnoběžnou s otočeným směrem osvětlení s_0 . Bod dotyku označíme E_0 , otočíme-li jej zpět do roviny světelného meridiánu, získáme bod E_2 , pro nějž platí, že $|E_2o_2|$ je velikost redukovaného poloměru rovnoběžkové kružnice e , na které bod E

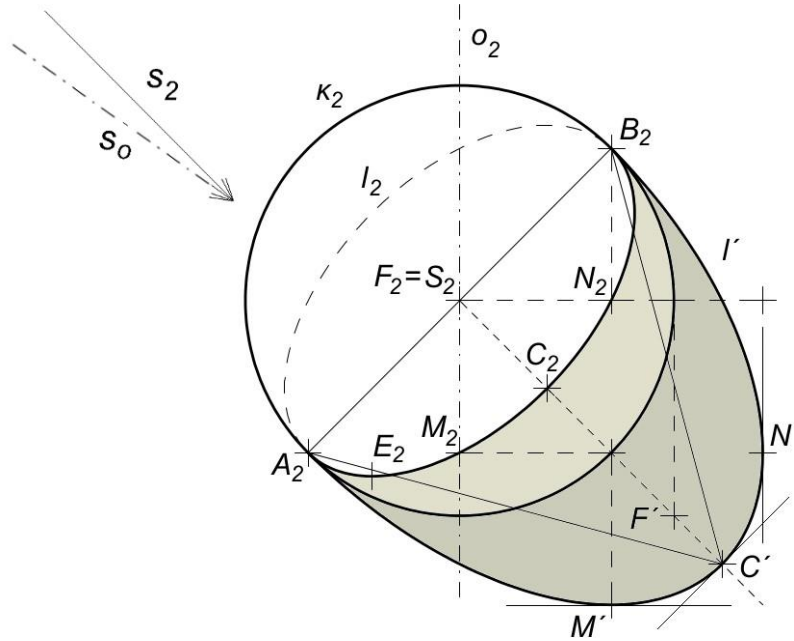
leží. Bod E_2 lze získat i tak, že sestrojíme průsečík l otočeného světelného paprsku tečného ke κ_2 a tímto bodem vedená rovnoběžka s s_2 vytkne na e_2 bod E_2 . To platí, protože i v prostoru je paprsek s otočen do v kolem osy o , samodružné body potom leží na ose o .



Obrázek 6.10

Podle věty 1 získáme mez vrženého stínu tak, že osvětlíme mez stínu vlastního. V našem případě je mez vlastního stínu kružnice, která se zobrazí na elipsu l_2 . Osvětlíme tedy body kružnice l a tečny v nich. Můžeme zjišťovat y -ové souřadnice tak, že otočíme rovnoběžkové kružnice, na kterých příslušný bod leží. Krajní body A , B meze vlastního stínu splývají se svými vrženými stíny. Body N' , M' jsou vrženými stíny bodů N a M . Bod N je od v ve vzdálenosti r° . Vzdálenost bodu M od v je rovna poloměru rovnoběžkové kružnice, na které leží (obrázek 6.11).

Věta 3: Při technickém osvětlení polokoule je bod C' vrcholem rovnostranného trojúhelníka A_2B_2C' a bod C_2 je průsečíkem výšek tohoto trojúhelníka. ([10, str.365])



Obrázek 6.11

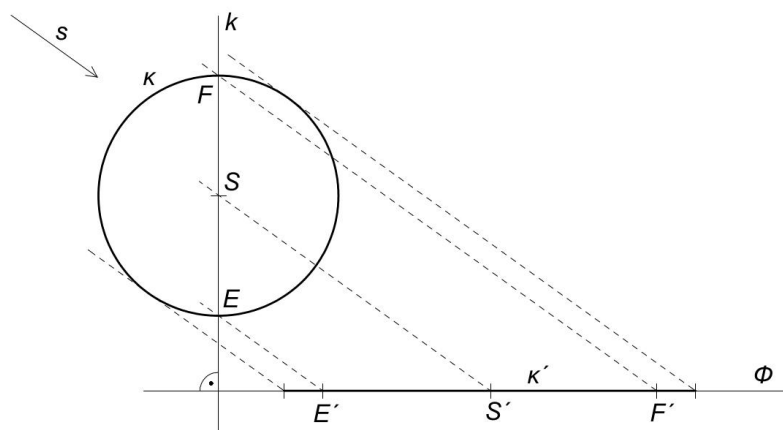
Osvětleme bod C , který je nejvzdálenějším bodem kružnice l od v . Elipsy l_2 a l' jsou ve vztahu osové afinity, v níž se zobrazí bod C_2 na C' . Jestliže označíme a' jako délku hlavní poloosy elipsy l' a b' jako délku vedlejší poloosy elipsy l' , potom platí: $\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{b}{a} = \frac{b'}{a'}$ a je-li $b' = r$, pak $\frac{b'}{a'} = \frac{r}{r\sqrt{3}}$. Z Pythagorovy věty užití v trojúhelníku

$A_2C'S_2$ plyne, že $|A_2C'| = \sqrt{(r\sqrt{3})^2 + r^2} = \sqrt{4r^2} = 2r = |A_2B_2|$. Dokázali jsme tak, že trojúhelník A_2B_2C' je rovnostranný. Bod C' tak najdeme velmi snadno.

K vrcholu C' bychom mohli dospět i tak, že nejprve sestrojíme ohnisko F' elipsy l' na základě následující Quételet-Dandelinovy věty o kosoúhlém průmětu kulové plochy.

Věta 4: *Nechť máme dánu kulovou plochu κ a průmětnu Φ . Vedme středem S kulové plochy κ kolmici na Φ , která na κ vytyčí body E, F . Kosoúhlý průmět kulové plochy na Φ je elipsa, jejíž ohniska jsou kosoúhlé průměty bodů E a F (obrázek 6.12).*

Větu lze včetně důkazu lze nalézt například v [\[5, str. 208\]](#).



Obrázek 6.12

Nárysy bodů E a F popsaných v předchozí větě jsou totožné s bodem S_2 . Sestrojíme pouze vržený stín F' bodu F , který leží před nárysnou, jeho vzdálenost od ní je r (obrázek 6.11).

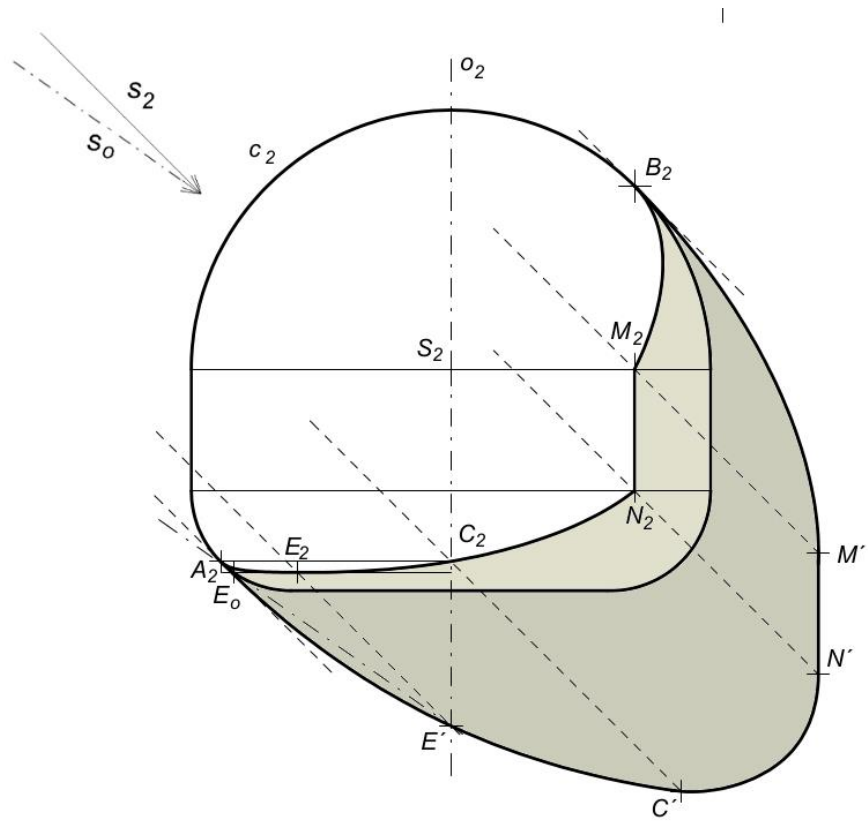
V této kapitole jsme také odvodili, že poměr velikostí hlavních a vedlejších poloos elips l_2 a l' je $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Také poloměry křivostí ve vrcholech těchto elips mají zajímavé velikosti. Víme, že pro poloměr křivosti r_a ve vrcholech A_2 a B_2 platí:

$r_a = \frac{b^2}{a} = \frac{\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2}{a} = \frac{a}{3}$. Pro poloměr křivosti r_b ve vrcholu C_2 platí: $r_b = \frac{a^2}{b} = \frac{(b\sqrt{3})^2}{b} = 3b$. Vzhledem k podobnosti elips l_2 a l' platí: $r_a = \frac{a'}{3} a$ a $r_b = 3b'$.

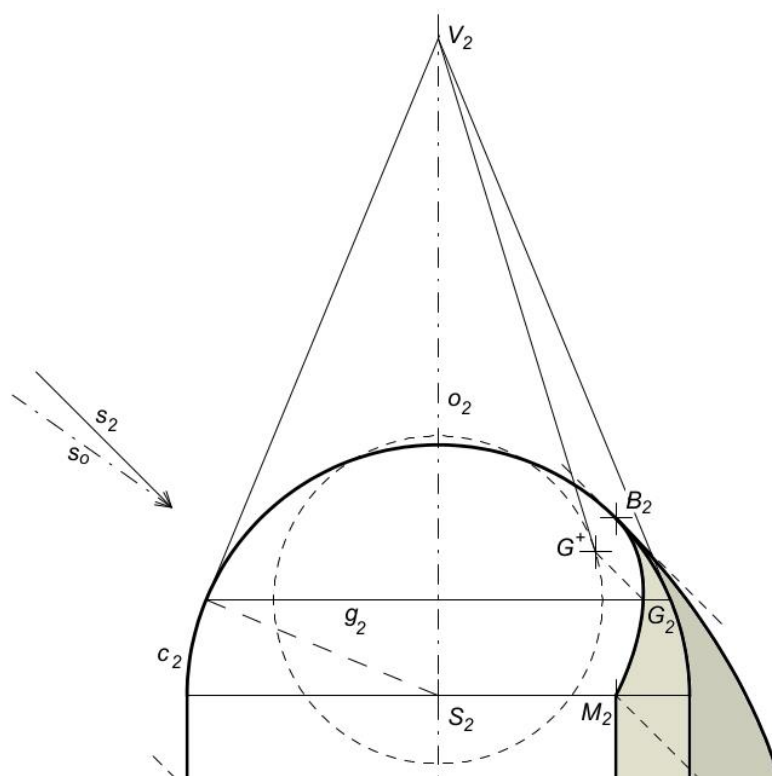
5.5. Anuloid

5.5.1. Vnější část

Na obrázku 6.13 je sestroyen obrys a_2 anuloidu, složený ze dvou půlkružnic o středech 1S_2 a 2S_2 a ze dvou úseček. Sestrojíme-li tečny k a_2 rovnoběžné se směrem s_2 , potom body dotyku A_2 a B_2 jsou body meze vlastního stínu anuloidu. Bod N_2 sestrojíme tak, že redukuje poloměr rovinné kružnice j_2 a tento redukovaný poloměr r° nanese na j_2 od středu S_2 anuloidu doprava. Bod A otočíme kolem osy o o 90° do roviny kolmé k nárysně i půdorysně. Směr otočení je kolmý na o_2 , spustíme tedy kolmici z bodu A_2 na o_2 , průsečík této kolmice s osou o_2 je bod C_2 . Je to další bod meze vlastního stínu.



Obrázek 6.15

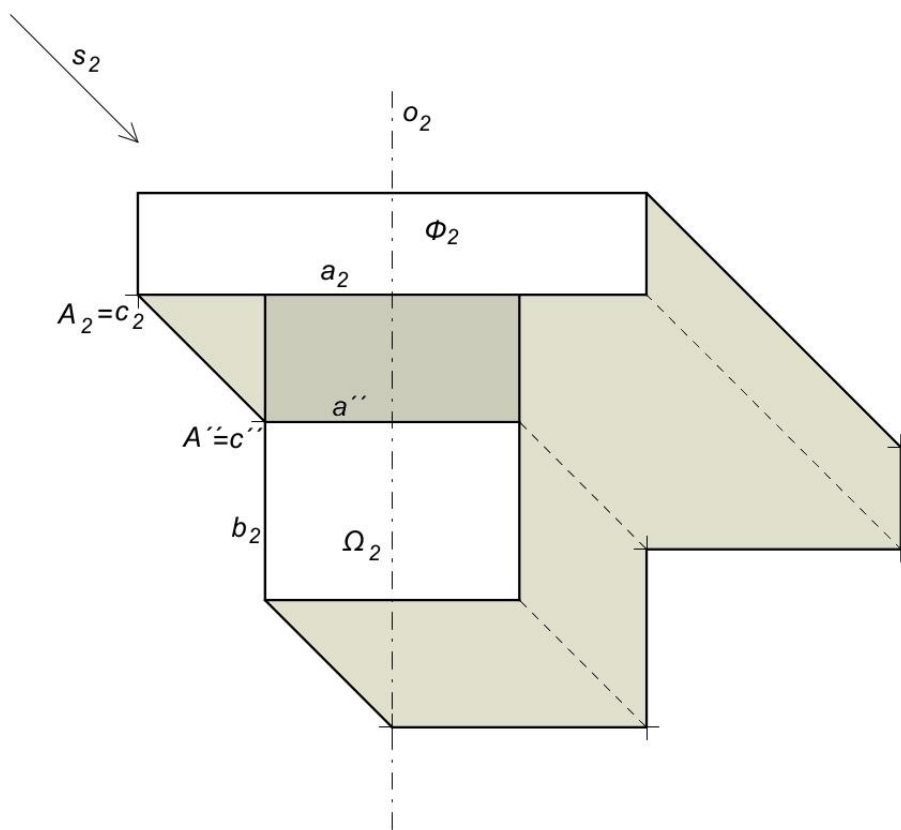


Obrázek 6.16

6. Vržené stíny tělesa na těleso

V této kapitole budeme vždy vyšetřovat vržené stíny jednoho tělesa na těleso druhé, vlastní stíny a vržené stíny těles na průmětnu lze odvodit z předchozích konstrukcí. Daná tělesa budou mít vždy společnou osu. Ve skutečnosti budeme vytvářet světelnou plochu určenou mezí vlastního stínu horního tělesa a směrem osvětlení s_2 a sestrojovat její průnik s druhým tělesem. Část průnikové křivky ležící v osvětlené části druhého tělesa budeme nazývat mezí vrženého stínu tělesa na těleso.

Vržené stíny objektů na těleso budeme značit horním pravým indexem $''$. Z důvodu větší přehlednosti obrázků již nebudeme používat index 2, přestože tyto body obecně neleží v nárysně.



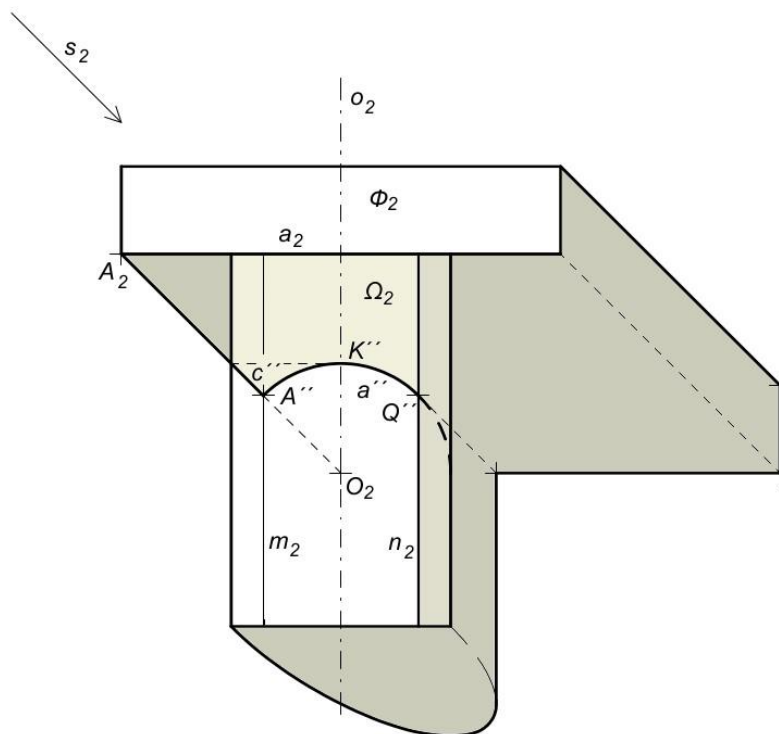
Obrázek 7.1

6.1. Hranol a hranol

Mějme dány dva sousední hranoly Φ a Ω , oba o různé čtvercové podstavě, jejichž stěny jsou navzájem rovnoběžné, jedna dvojice stěn je vždy rovnoběžná s nárysnou (obrázek 7.1). Mez vrženého stínu na hranol budou tvořit pouze části stínů hran a a c o společném vrcholu A . Jelikož jsou tělesa sousední, vrchol A vrhá stín na hranu b tělesa Ω . Tedy $A'' \in b_2$. Hrana a tělesa Φ je rovnoběžná s v a prochází bodem

A a jelikož přední stěna tělesa Ω je v rovině rovnoběžné s v , pak je a'' rovnoběžná s a_2 a prochází bodem A'' . Vržený stín tělesa Φ na Ω ještě pokračuje v levé boční stěně tělesa Ω . Hrana c tělesa Φ , která prochází bodem A a je kolmá k v , vrhá stín c'' na levou boční stěnu tělesa Ω . Tato stěna se ale zobrazí do úsečky a stín c'' je bodem $-A'' = c_2''$.

Částí hran a a c vrhají stín na v , dále lze vržené stíny těles Φ a Ω sestrojít podle kapitoly „Hranol“.



Obrázek 7.2

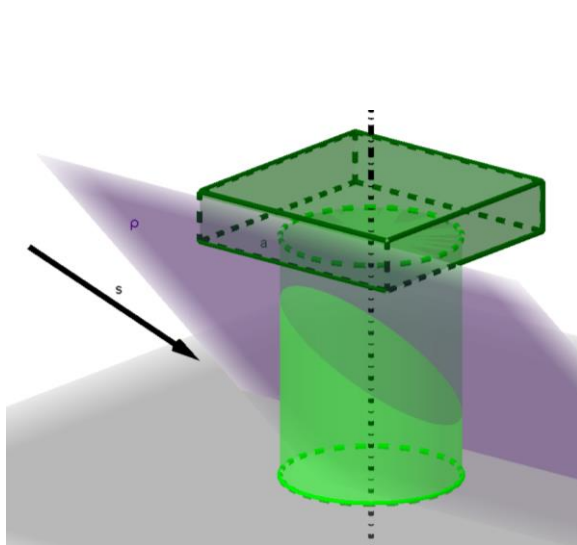
6.2. Hranol a rotační válec

Na obrázku 7.2 máme dán hranol o čtvercové podstavě a sousý rotační válec. Rotační válec osvětlíme podle kapitoly 6.2.

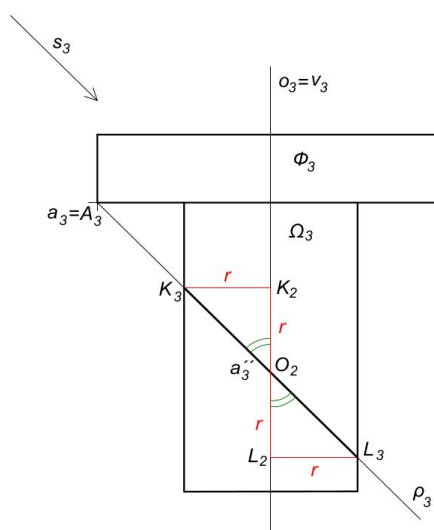
Mez vrženého stínu na těleso Ω bude tvořena částmi stínů hran a a c o společném vrcholu A . Sestrojíme světelnou rovinu určenou světelným paprskem bodu A a osou těles o . Tato rovina svírá s nárýsnou úhel 45° a je kolmá na půdorysnu. Průnikem této roviny s rotačním válcem je nejosvětlenější površka m válce. Bod A'' je průsečíkem světelného paprsku bodu A a površky m .

Hrana a tělesa Φ vrhá stín na rotační válec. Pokud proložíme každým bodem hrany a světelný paprsek, pak nám vzniká světelná rovina ρ . Prostorově to lze vidět na obrázku 7.3. Průnikem roviny a rotačního válce je obecně kuželosečka, v našem

případě je to elipsa. Podívejme se na obrázek 7.4, kde je zobrazen bokorys hranolu a válce. Rovina ρ svírá s nárysnou v úhel 45° . Pravoúhlým průmětem vrcholů K a L elipsy do v jsou body K_2, L_2 . Trojúhelníky $O_2K_2K_3$ a $O_2L_2L_3$ jsou shodné, pravoúhlé a rovnoramenné. Platí, že $|K_2K_3| = r$, potom i $|O_2K_3| = r$, obdobně u trojúhelníku $O_2L_2L_3$. Nárysem elipsy je tedy kružnice. Nárysným průmětem vrženého stínu hrany a je pak část kružnice o poloměru stejném jako je poloměr podstavy válce, o středu ležícím na ose o_2 . Koncový bod kruhového oblouku je průsečík vlastního stínu n_2 válce a a'' - označme jej Q'' . Z obrázku 7.4 můžeme také vidět, že střed kruhového oblouku a'' leží od a_2 stejně daleko, jako leží a od osy o v prostoru.



Obrázek 7.3



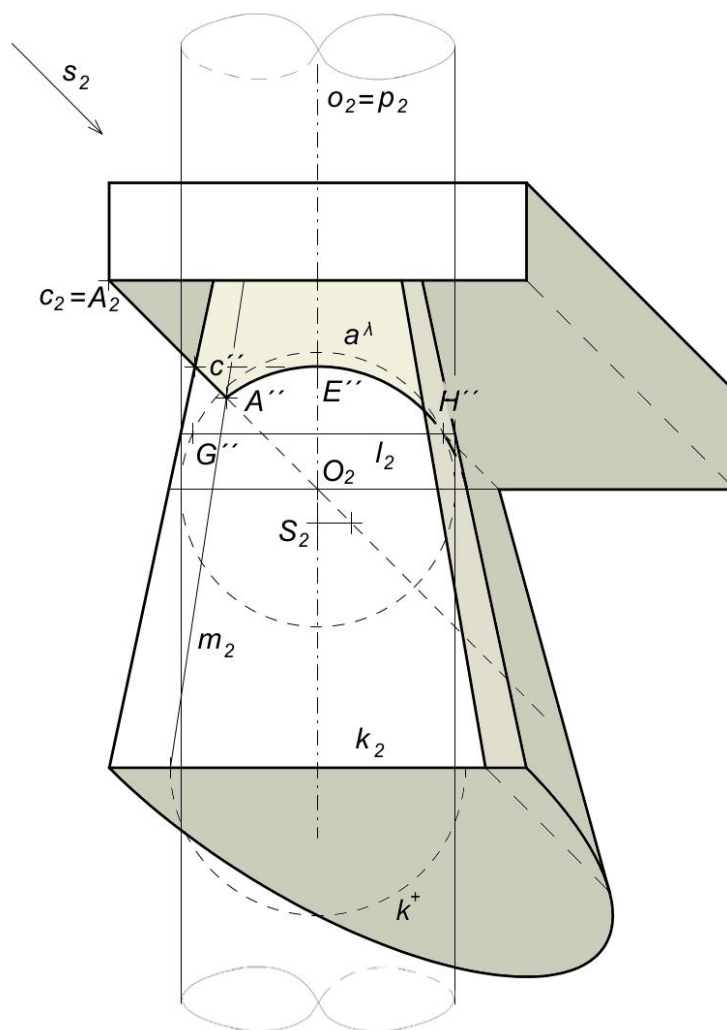
Obrázek 7.4

Nárys vrženého stínu hrany c je úsečka, protože světelná rovina hrany c je kolmá k nárysně.

6.3. Hranol a rotační kužel

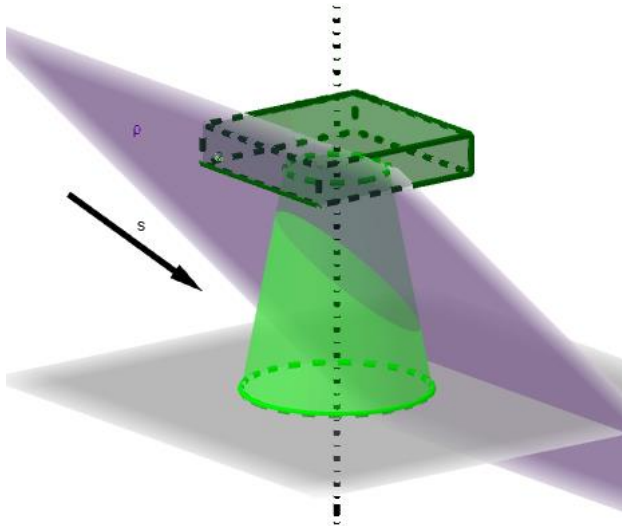
Na obrázku 7.5 je dán hranol o čtvercové podstavě a část rotačního kužele. Vržený stín kužele na průmětnu v a jeho vlastní stín sestojíme podle kapitoly 6.3.

Osvětleme opět bod A hranolu Φ . Stejně jako v předešlém případě proložíme bodem A světelnou rovinu určenou směrem osvětlení s a osou o . Průnik této roviny s pláštěm kužele je površka m , na které leží i bod A'' . Jelikož světelná rovina svírá s v úhel 45° , jedná se o nejvíce osvětlenou površku na plášti kužele. Průsečík m_2 se světelným paprskem bodu A_2 je potom bod A'' . Nárysem vrženého stínu c'' hrany c na kužel je úsečka ze stejných důvodů jako v předchozím případě (nárys průniku nárysně promítací roviny a rotačního tělesa s osou rotace v).

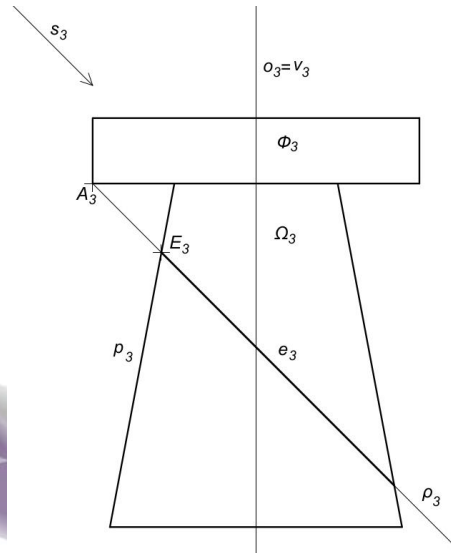


Obrázek 7.5

Ke konstrukci vrženého stínu hrany a na kužel využijeme poznatků z předchozího případu, avšak pro lepší přehled je přiložen prostorový obrázek situace (obrázek 7.6). Každým bodem hrany a proložíme světelný paprsek rovnoběžný se směrem osvětlení a vznikne tak světelná rovina ρ . Na kuželi zvolme rovnoběžkovou kružnici k , kterou proložíme válcovou plochou λ . Víme, že průnik roviny ρ a válcové plochy λ je elipsa e , jejímž nárysem je kružnice e_2 . Průsečíky e_2 a k_2 jsou potom body meze vrženého stínu hrany a na rotační kužel. Tímto způsobem lze sestavit libovolné množství bodů. Sestrojíme nejvyšší bod E'' křivky a'' . Podívejme se na obrázek 7.7, kde je zobrazen bokorys zprava hranolu a kužele. Vidíme, že rovina ρ se zobrazí do přímky splývající s průmětem světelného paprsku bodu A . Průnik ρ a kužele Ω se zobrazí na úsečku, nejvyšší bod je potom průsečík ρ_3 a površky p_3 . Vrátime-li se zpět k nárysným průmětům, nárys površky p splývá s nárysem osy o , bod E'' najdeme na stejné rovnoběžkové kružnici jako bod A'' - obrázek 7.5.



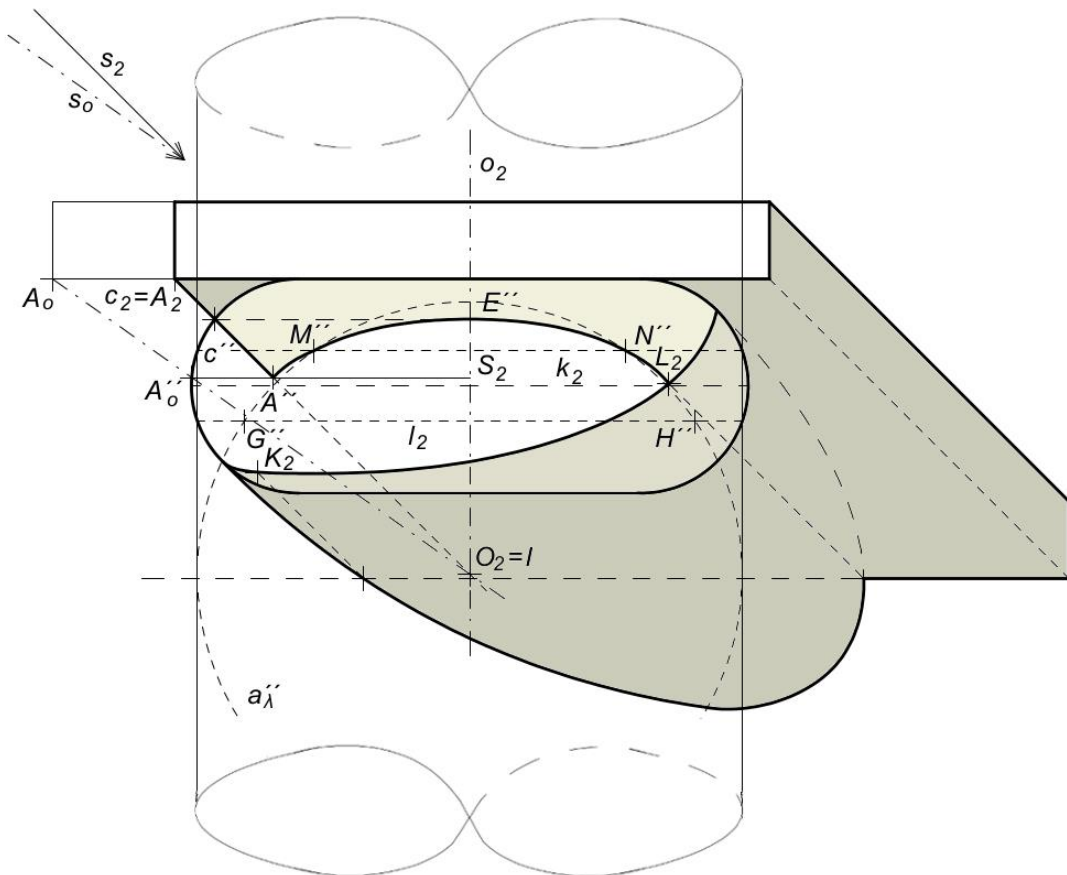
Obrázek 7.6



Obrázek 7.7

6.4. Hranol a anuloid

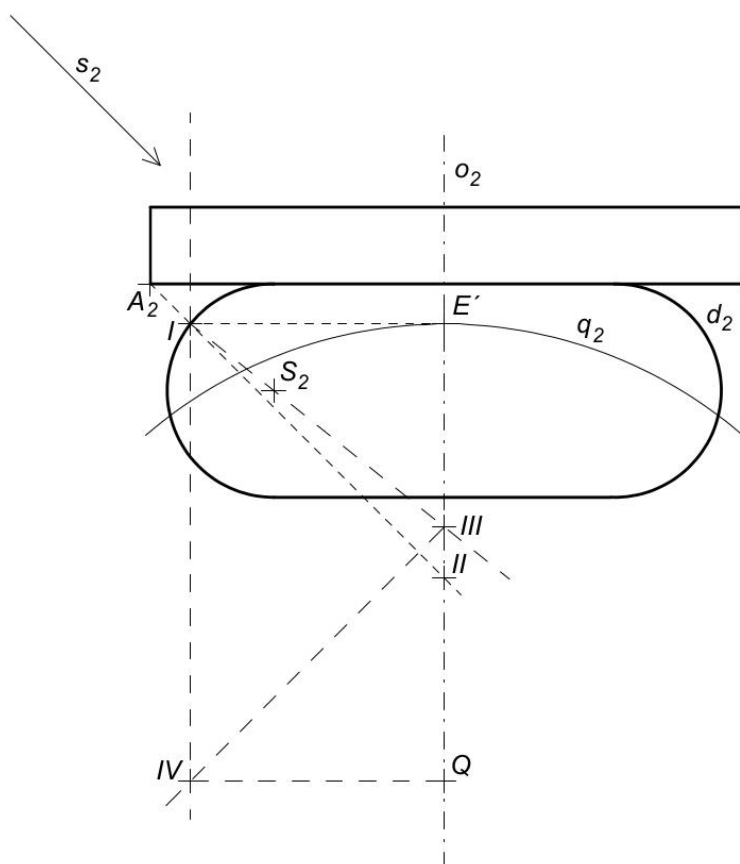
Sestrojíme technické osvětlení pravidelného čtyřbokého hranolu a anuloidu (obrázek 7.8).



Obrázek 7.8

Bod A hranolu osvětlíme pomocí otočeného světelného paprsku. Víme, že bod A leží v rovině světelného meridiánu. Tuto rovinu otočíme do nárysu, získáme tak bod A_o a světelný meridián splyne s obrysem d_2 anuloidu. Bodem A_o vedeme otočený světelný paprsek, který protne obrys d_2 v bodě A_o'' . Samodružným bodem I na ose o vedeme zpětný světelný paprsek, který na rovnoběžkové kružnici bodu A_o'' vytyčí bod A'' , který je bodem vratu křivky meze vrženého stínu hranolu na anuloid.

Libovolný bod meze stínu vrženého budeme sestrojovat dle předchozího modelu. Víme, že nárysem vrženého stínu c'' hrany c je úsečka ležící na nárysu světelného paprsku bodu A . Vržený stín a'' hrany a vyšetřujeme opět prokládáním pomocných válcových ploch rovnoběžkovými kružnicemi anuloidu a hledáním stínu hrany a na tyto válcové plochy. Takto jsou v našem obrázku vyšetřeny body G'' , H'' a M'' , N'' . Nejvyšší bod E'' sestrojíme také stejným způsobem jako v předešlých případech. Body K_2 a L_2 meze vlastního stínu anuloidu jsou body, kde se setkává mez stínu vlastního a mez vrženého stínu hranolu na anuloid. V těchto bodech jsou tečny ke křivce a'' rovnoběžné s nárysem směru osvětlení.



Obrázek 7.9

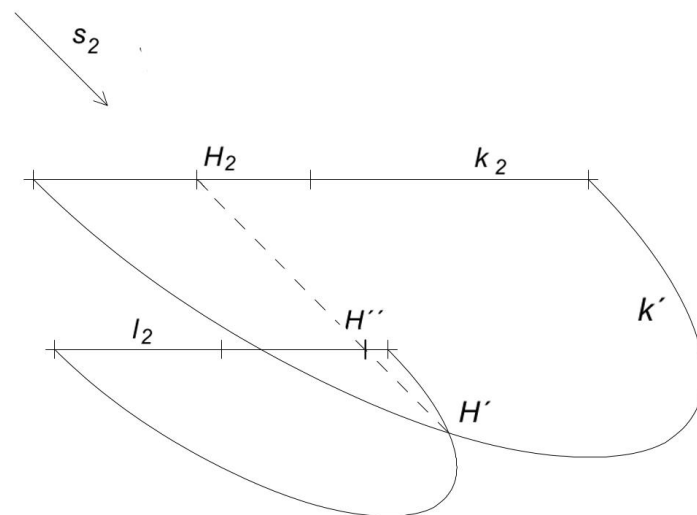
Vrženým stínem hrany a hranolu na anuloid je část křivky čtvrtého stupně.

Uvedme dále ještě konstrukci oskulační kružnice ve vrcholu E'' . Ta je uvedena na obrázku 7.9. Bodem A_2 vedeme rovnoběžku s nárysem s_2 směru osvětlení, která nám vytyčí body I, II na obrysu m_2 anuloidu a na ose o_2 . Bodem I vedeme rovnoběžku s osou o_2 . Sestrojíme spojnicí bodu A_2 a středu S_2 poledníku, která protne o_2 v bodě III . Vedeme kolmici na A_2III z bodu III , ta protne přímku p ($p // o_2$) v bodě IV . Spustíme kolmici z bodu IV na o_2 , patu této kolmice označíme Q a je tímto sestrojen hledaný střed oskulační kružnice. ([6, str.22])

6.5. Kružnice na kružnici (obě v rovině rovnoběžné s půdorysnou)

V dalších konstrukcích budeme hledat vržené stíny válce na jiné těleso. Budeme hledat vržené stíny podstavné kružnice válce na konkrétní rovnoběžkové kružnici. Popsány zde jsou dva způsoby řešení.

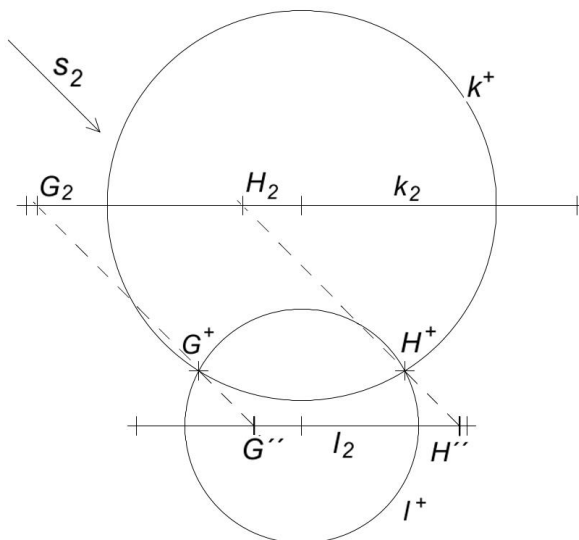
Mějme dány dvě kružnice k a l . Na obrázku 7.10 jsou sestrojeny vržené stíny obou kružnic na v . Kružnice se buď protnou ve dvou, v jednom nebo v žádném bodě. Vidíme, že se stíny protnou v bodě H' . Zpětnými paprsky potom můžeme odvodit nárysy bodů H a H'' takových, že bod H vrhá stín na kružnici l do bodu H'' . Tato konstrukce je ale složitější a vyžaduje co nejpřesnější konstrukci obou elips k' a l' .



Obrázek 7.10

V druhém způsobu konstrukce volíme kružnice tak, aby spojnice jejich středů byla svislá. Využíváme zde Piletovy roviny, do níž obě kružnice promítneme ve směru s (obrázek 7.11). Nárysy vržených stínů kružnic do Piletovy roviny jsou kružnice k^+ a l^+ o poloměru redukovaném a stejném středu. Průsečíky G^+ a H^+ kruž-

nic k^+ a l^+ odvedeme zpětnými paprsky zpět na kružnice k_2 a l_2 a získáme body G_2 , H_2 , G'' a H'' . Tato metoda je rychlejší a přesnější. První způsob konstrukce má tu výhodu, že ji můžeme využít i v případě, že spojnice středů kružnic není kolmá na nárysy kružnic.

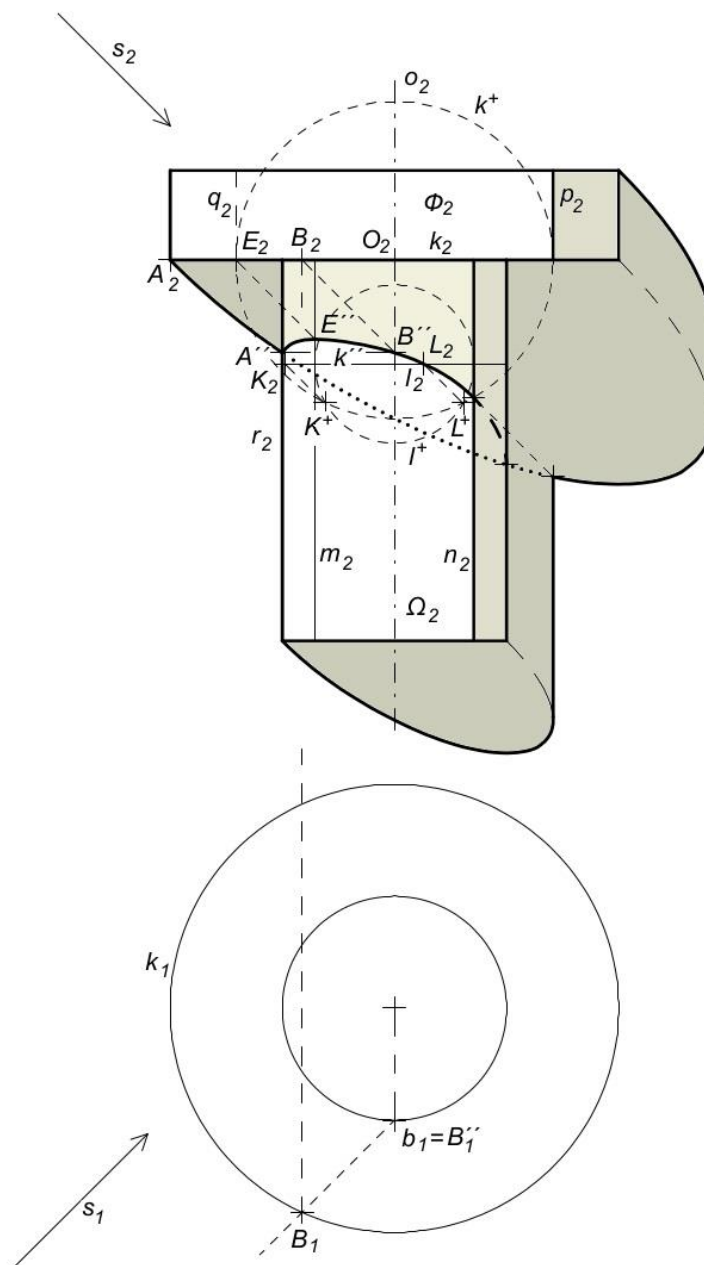


Obrázek 7.11

6.6. Rotační válec a rotační válec

Nechť máme dány dva sousedé rotační válce Φ a Ω o různých poloměrech (obrázek 7.12). V konstrukci mezi vlastních stínů a mezi vržených stínů na průmětnu v se odkazujeme na kapitulu 6.2. Sestrojíme vržený stín dolní podstavy válce Φ na válec Ω . V prostorové situaci bychom opět vedli světelné paprsky každým bodem podstavy, tentokrát ale nevznikne světelná rovina, ale světelná válcová plocha ρ . Mezi vrženého stínu na válec Ω je potom křivka ležící zároveň na ρ i na Ω . Promítneme-li podstavou kružnici k válce Φ na Piletovu rovinu, jejím nárysem je kružnice k^+ o redukovaném poloměru. Zvolme si libovolnou rovnoběžkovou kružnici l_2 na válci Ω a sestrojíme i její stín l^+ na Piletovu rovinu. Průsečíky kružnic k^+ a l^+ označíme K^+ a L^+ , pomocí zpětných světelných paprsků vrátíme na kružnici l . Získáme tak body meze vrženého stínu kružnice k na anuloid, které leží na kružnici l .

Sestrojíme nejvyšší bod vrženého stínu E'' . Bod E'' leží v rovině světelného meridiánu plochy, stejně tak bod E . Rovina světelného meridiánu protíná obě plochy v nejosvětlenějších površkách q resp. m . Poté pokud známe nárysy těchto dvou površek, bod E leží na průsečíku k a q , vedený jím světelný paprsek vytíná pak na m bod E'' .



Obrázek 7.12

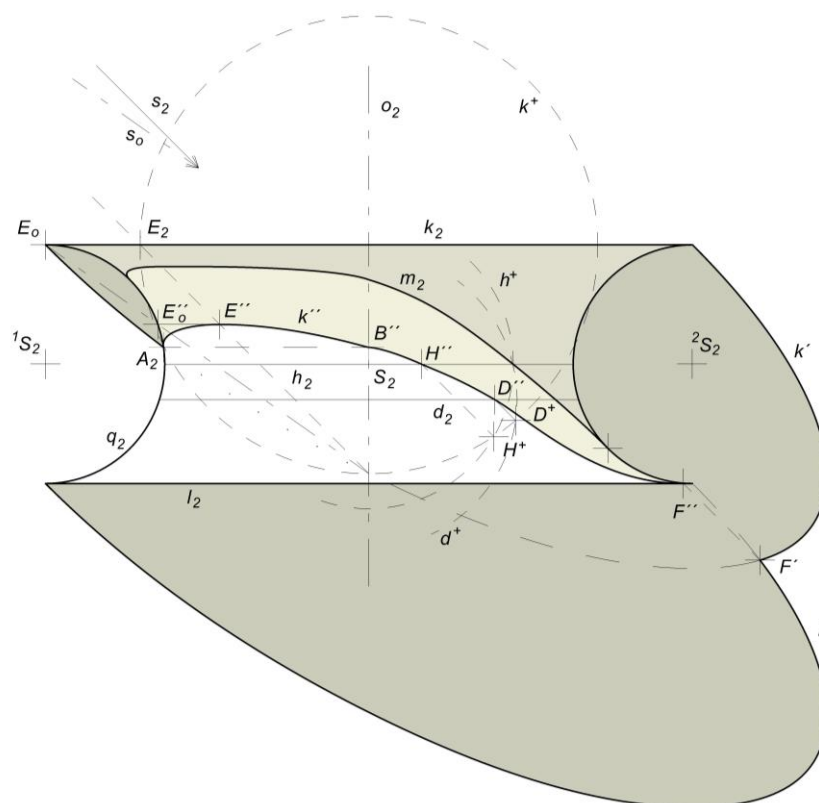
Bod B'' meze vrženého stínu, který leží na o_2 získáme dvěma způsoby. Z pomocného půdorysu vidíme, že půdorys povrchy b válce Ω je bod b_1 . V tomto bodě leží i námi hledaný půdorys bodu B'' , označme jej B_1'' . Vedeme bodem b_1 rovnoběžku s půdorysem směru osvětlení, jehož průsečík s k_2 je B_1 , tedy půdorys bodu B . Odvodíme B_2 bodu B po ordinále a vedme jím světelný paprsek rovnoběžný se směrem osvětlení. Je zřejmé, že $|B_2B''| = |B_1B_1''|$. Potom Vzdálenost bodů O_2 , B'' je rovna redukované velikosti úsečky B_1B_1'' . Dále platí, že body A'' a B'' leží na jedné rovnoběžkové kružnici. Pokud známe tuto skutečnost a máme-li sestrojenou

mez vrženého stínu k' kružnice k_2 , pak A'' leží na průniku křivky k' a obrysové povrchy r_2 . Následně vedeme kolmici bodem A'' na o_2 , jejíž pata je nárysným průmětem bodu B'' .

6.7. Kružnice na anuloid

6.7.1. Vnitřní část anuloidu

Tato kapitola je pokračováním konstrukce v kapitole 6.5.2., podle které je sestrojena mez vlastního stínu m_2 tělesa – obrázek 7.13. Sestrojíme nyní mez vrženého stínu kružnice k na anuloid, již je křivka k'' . Nejvyšším bodem k'' je vržený stín bodu ležícího na kružnici k , který leží zároveň v rovině světelného meridiánu. Takový bod označíme E a platí, že $E_2 \in k_2$ a $|E_2 o_2| = r^\circ$, kde r je poloměr kružnice k . Otočme bod E po kružnici k do průmětny v , tím získáme bod E_o . Bodem E_o vedeme otočený světelný paprsek s_o (konstrukce v kapitole 6.4., obrázek 6.9). Průsečík paprsku s_o s hlavním meridiánem je bod E_o'' , což je otočený vržený stín bodu E na anuloid. Bod E'' potom získáme zpětným otočením na světelném paprsku bodu E .



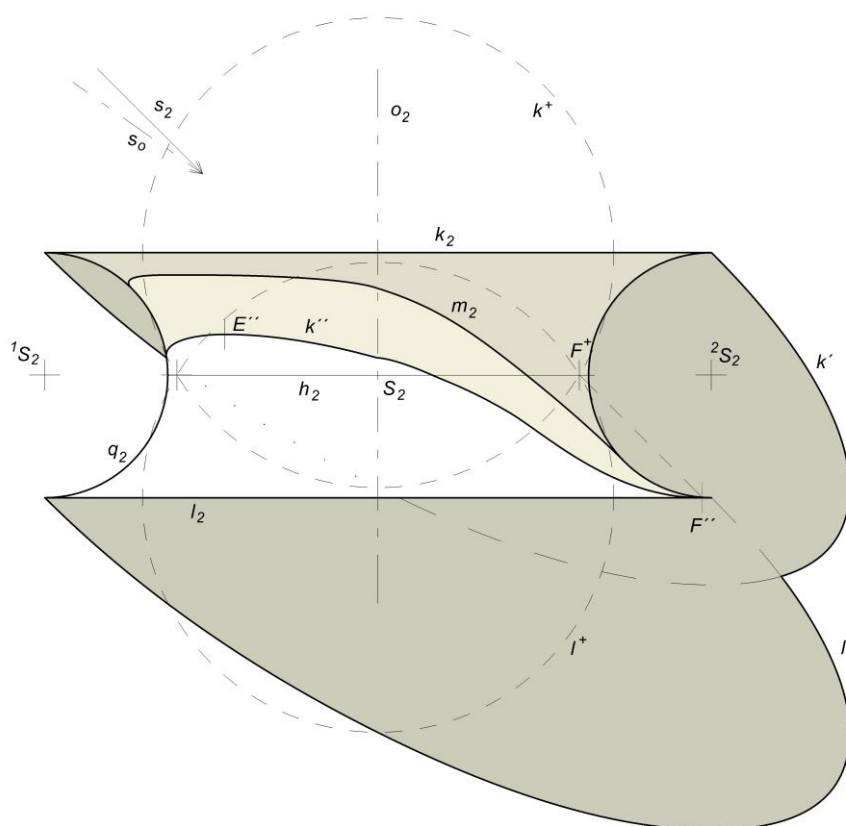
Obrázek 7.13

V [1] lze nalézt větu, která říká, že bod E'' je od h_2 ve vzdálenosti jedné třetiny poloměru kružnice meridiánu.

Bod A_2 , ve kterém k' protíná hlavní polomeridián, je krajním bodem křivky k'' . Jeho otočením o 90° do roviny kolmé k nárysně určené přímkou o získáme další bod B'' křivky k'' . To plyne z toho, že rovina hlavního meridiánu a rovina meridiánu kolmého k nárysně jsou kolmo souměrné podle roviny světelného meridiánu.

K sestrojení dalších bodů, které nám určí mez k'' , využijeme Piletovu rovinu. Sestrojíme nárysy vržených stínů kružnice k a libovolné další kružnice d do Piletovy roviny – kružnice k^+ a d^+ . Průsečík kružnic k^+ a d^+ označme D^+ , jímž vedme zpětný paprsek, který na kružnici d_2 vytyčí bod D'' , který je dalším bodem meze k'' . Kružnice k^+ a d^+ se protínají ve dvou bodech, ale druhému průsečíku odpovídá bod, který neleží ve viditelné části tělesa. V obrázku je stejným způsobem sestrojen i bod H'' , který leží na hrdlové kružnici h_2 .

Ke zjištění směru pravé části meze k'' využijeme polohu mezí vržených stínů k' a l' kružnic k a l na v a polohu meze vlastního stínu m_2 tělesa. Přitom záleží na poměru výšky a šířky tělesa neboli poměru poloměrů kružnic k a q , kde q je kružnice meridiánu. V praxi mohou nastat tři případy:



Obrázek 7.14

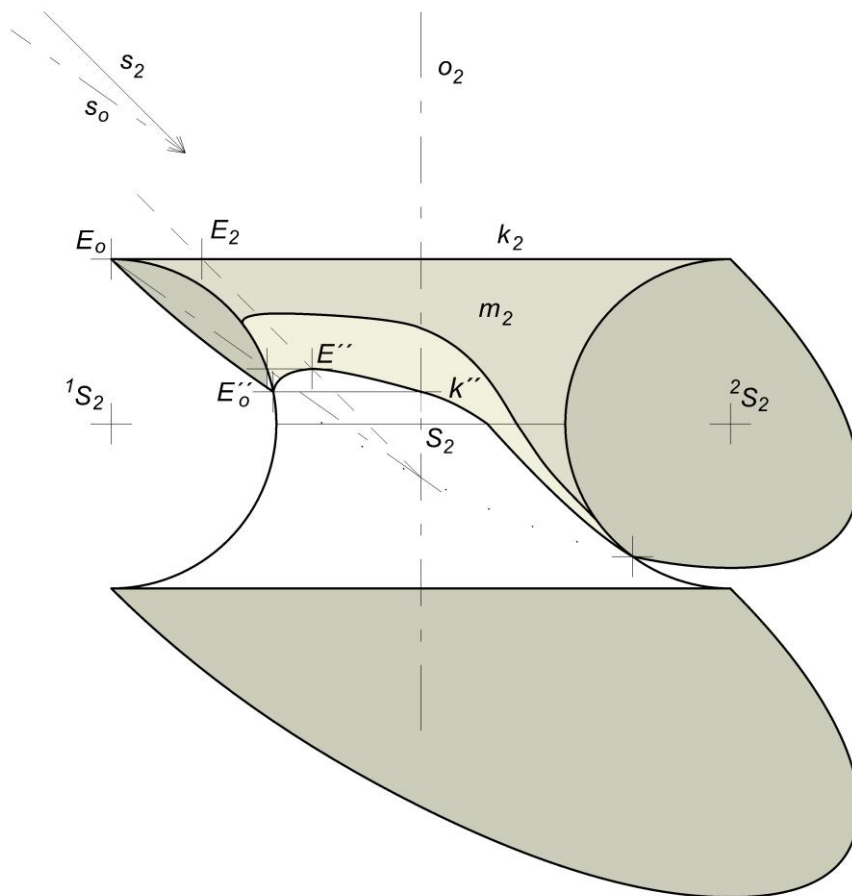
A) Meze k' a l' se protínají mimo nárys anuloidu.

V průsečíku k' a l' nechť leží bod F' - obrázek 7.13. Vedme jím zpětný světelný paprsek, který na kružnici l_2 vytyčí bod F'' , který je nejnižším bodem meze k'' . Tečna v bodě F'' je kolmá na o_2 .

Tento bod můžeme získat i bez konstrukce mezí k' a l' . Obrázek 7.14 - sestrojme nárysy vržených stínů kružnic k a l do Piletovy roviny – kružnice k^+ a l^+ o poloměru r° . Průsečík kružnic k^+ a l^+ označíme F^+ a vedme tímto bodem světelný paprsek. Potom průsečík paprsku a kružnice l_2 vytkne bod F'' , který je krajním bodem meze k'' a zároveň bodem nejnižším. Tečny v nejvyšším bodě E'' a nejnižším bodě F'' jsou navzájem rovnoběžné a zároveň kolmé na o_2 . Druhý způsob konstrukce je přesnější, jelikož není zapotřebí rýsovat dvě elipsy, nýbrž pouze dvě kružnice.

B) Meze k' a l' se neprotínají, přičemž mez k' protne obrys anuloidu, aniž by protla vlastní stín m_2 anuloidu.

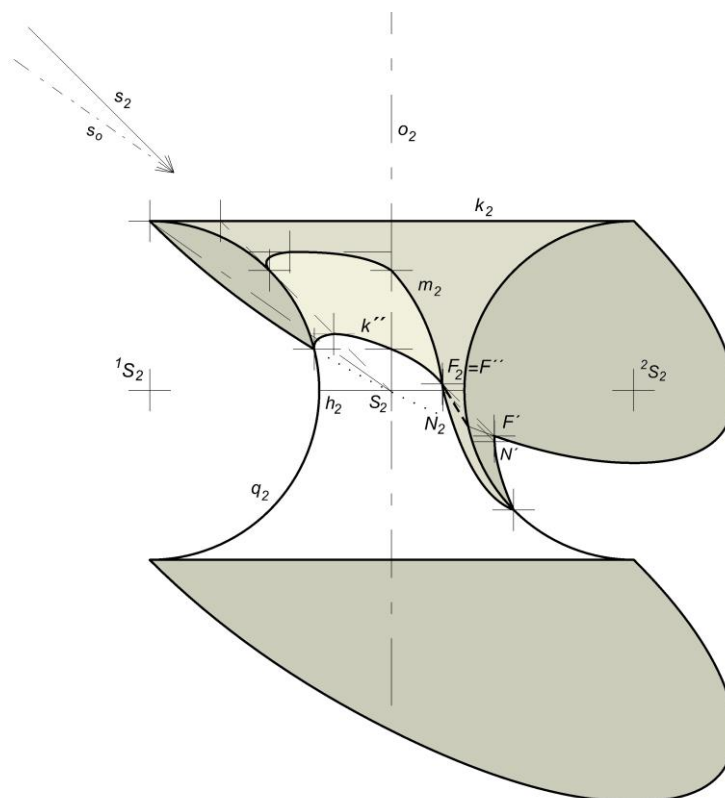
V takovém případě bod, ve kterém k' protne obrys tělesa je zároveň bodem F'' , který je krajním bodem meze k'' - obrázek 7.15.



Obrázek 7.15

C) Mez k' protne vlastní stín m_2 anuloidu a následně obrys anuloidu.

V takovém případě vrhá na průmětnu v stín i část anuloidu, tedy musíme sestrojít mez vrženého stínu m' tělesa. Krajním bodem meze m' je průsečík meze m_2 s obrysem tělesa. Další body vrženého stínu m' sestrojíme tak, že osvětlíme další libovolné body meze m_2 na v . V obrázku 7.16 je to bod N' . Označme průsečík m' a k' jako F' a vedme jím zpětný světelný paprsek. Pak vymezí tento paprsek na mezi k'' bod F'' , krajní bod této meze.

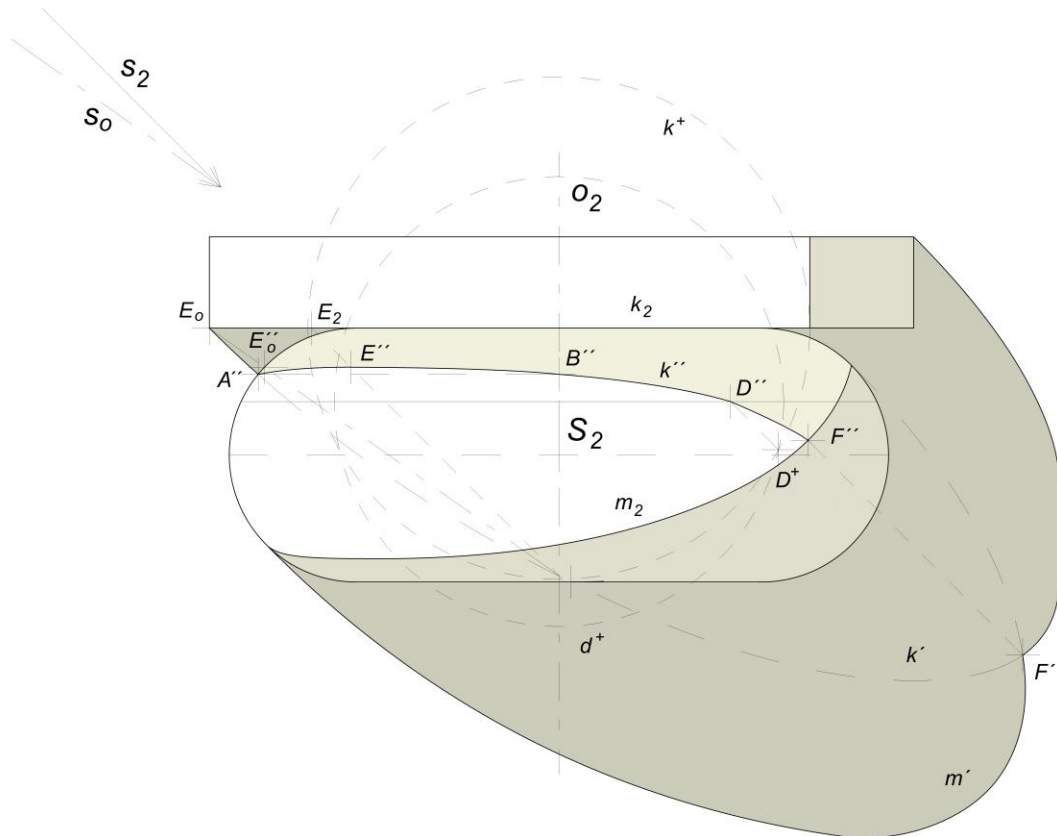


Obrázek 7.16

6.7.2. Vnější část anuloidu

Na obrázku 7.17 je sestrojena nárys vnější části anuloidu a válce o dolní podstavě k . Je sestrojena mez vlastního stínu válce, mez vrženého stínu válce na v (kapitola 6.2.), mez vlastního stínu anuloidu a mez vrženého stínu anuloidu (kapitola 6.5.). Nyní sestrojíme vržený stín k'' kružnice na anuloid a to obdobně jako v předešlé kapitole. Nechť je opět bod E bodem kružnice k , pro něž platí: $|E_2o_2| = r^\circ$ (r je poloměr kružnice k). Nejvyšší bod E'' meze k'' sestrojíme opět tak, že zkonstruujeme otočený světelný paprsek a vedeme s ním rovnoběžku do bodu E_o . Potom bod E_o'' zpětně otočíme a získáme bod E'' na paprsku bodu E . Označme A'' průsečík k' a obrysu anuloidu, potom A'' je krajním bodem meze k'' a otočíme-li ho o 90° , získá-

me na o_2 bod B'' meze k'' . Chceme-li sestrojít libovolný další bod meze k'' , zvolíme si libovolnou rovnoběžkovou kružnici d_2 na anuloidu. Využijeme nárýsů vržených stínů kružnic k a d do Piletovy roviny – kružnice k^+ a d^+ . Průsečík kružnic k^+ a d^+ označíme jako D^+ , jímž vedený zpětný světelný paprsek vytyčí na kružnici d_2 bod D'' , další bod meze k'' . Bod A'' je koncovým bodem křivky k'' , sestrojme i druhý koncový bod F'' a to tak, že vedeme zpětný světelný paprsek průsečíkem F' mezi k' a m' . Takový světelný paprsek pak vytkne na mezi m_2 vlastního stínu bod F'' .



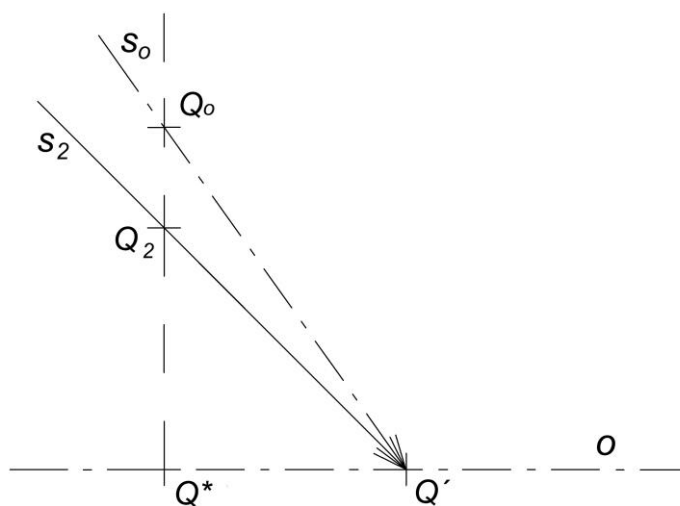
Obrázek 7.17

7. Osvětlení těles s vodorovnou osou

Všechny osy rotačních těles, které jsme technicky osvětlovali, doposud byly v horizontální poloze, tedy osa rotace byla kolmá na půdorysnou a ležela v nárysně. Pokud by osa rotace o byla vodorovná – rovnoběžná s půdorysnou – a ležící v nárysně, nárys světelného paprsku zůstává ve stejné poloze, změní se poloha otočeného světelného paprsku. Mějme dán světelný paprsek, který je umístěn tak, že je s osou rotace o různoběžný. Světelný paprsek se tak při jeho otáčení do v pohyboval po kuželové ploše vzniklé rotací světelného paprsku kolem osy o . V případě, že osa rotace je vodorovná, světelný paprsek se do v otáčí opět kolem osy o , avšak ta je nyní v takové poloze, že je světelný paprsek v opačné polorovině (s hraniční přímkou nárysu světelného paprsku), než jsme byli zvyklí.

Obrázek 8.1 ukazuje konstrukci otočení. Je dán druhý průmět osy rotace o , směru osvětlení s a bodu Q , který na s leží. Vedeme bodem Q_2 kolmici k_2 na o_2 , jejíž patu označíme Q^* , průsečík s_2 a o_2 označíme Q' . Na kolmici k_2 nyní nanese bod Q_o tak, aby platilo: $|Q_2Q'| = |Q^*Q_o|$. Body Q_o , Q' určují otočený světelný paprsek s_o .

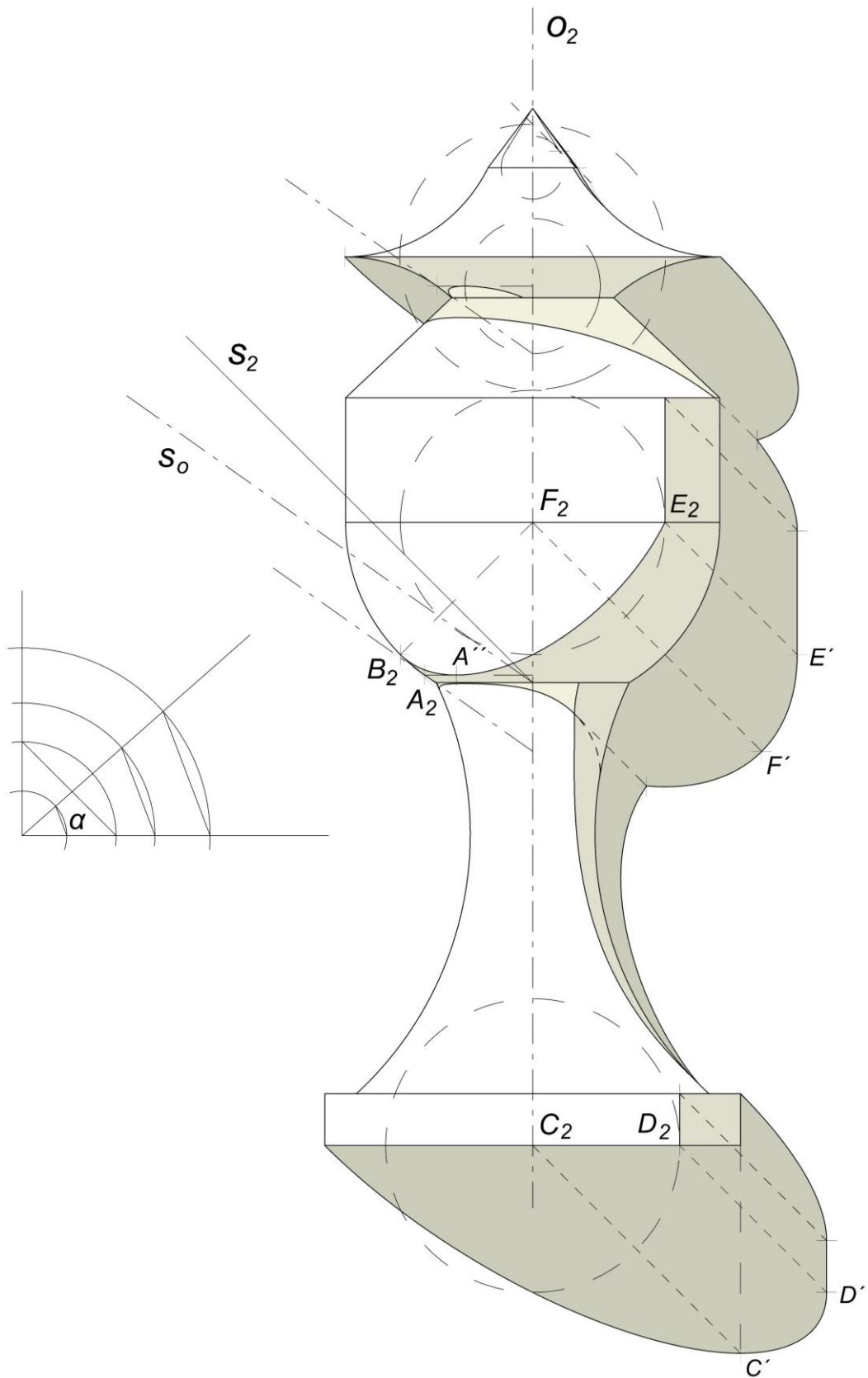
Pokud porovnáme konstrukci s konstrukcí na obrázku 6.9, lze si povšimnout, že obrázky jsou osově souměrné podle osy s_2 .



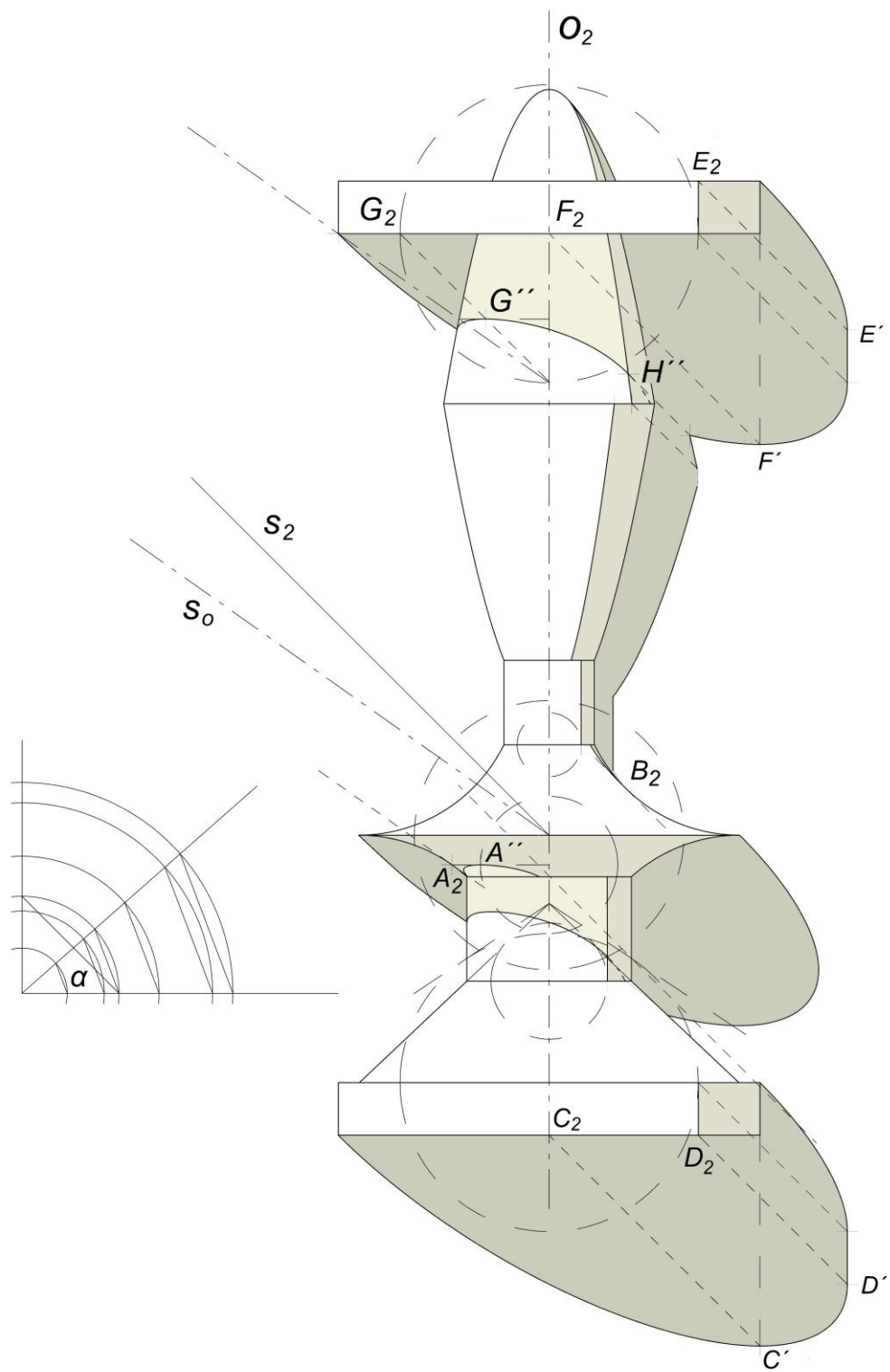
Obrázek 8.1

8. Příklady technického osvětlení souboru těles

8.1. Řešené

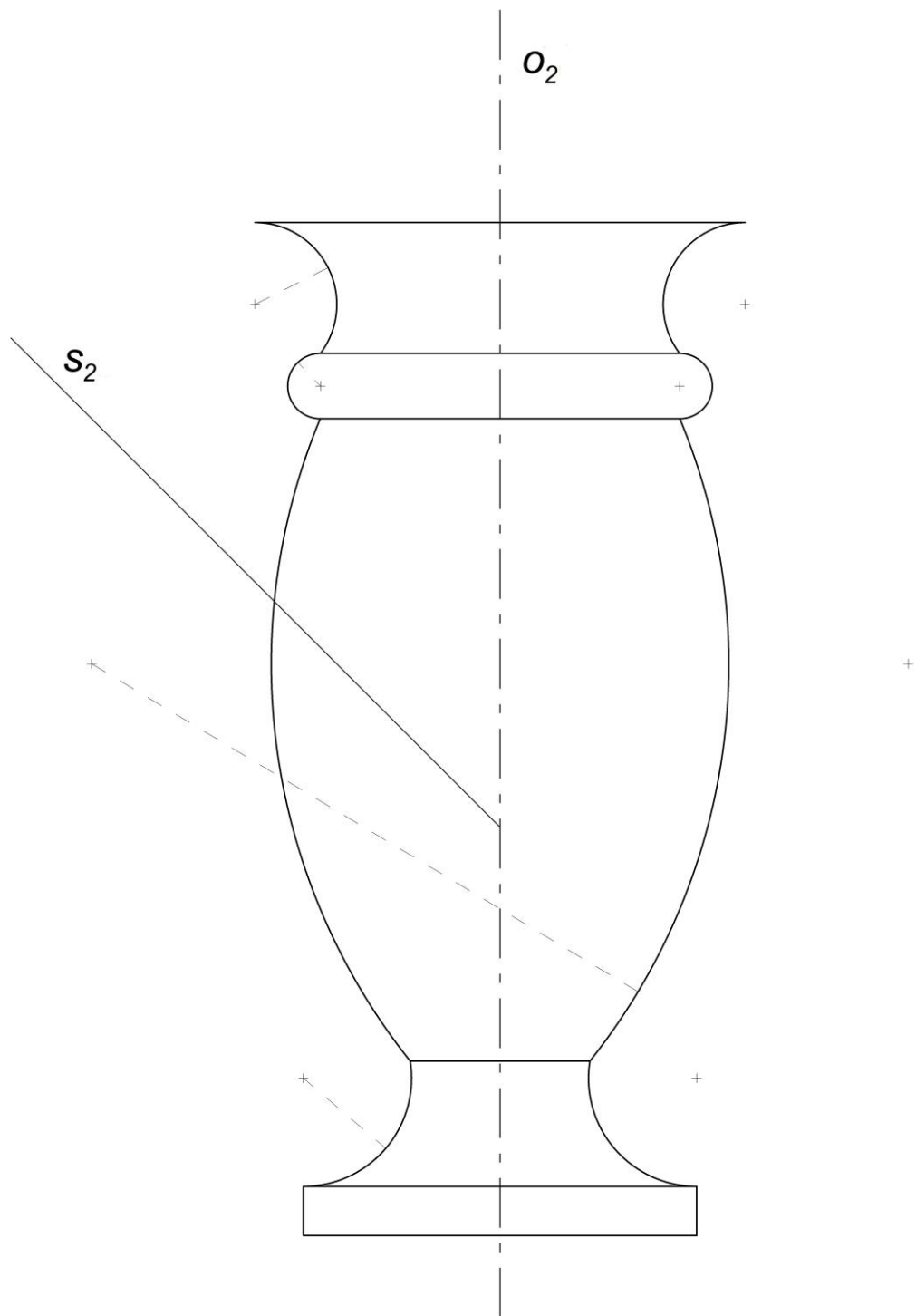


Obrázek 9.1

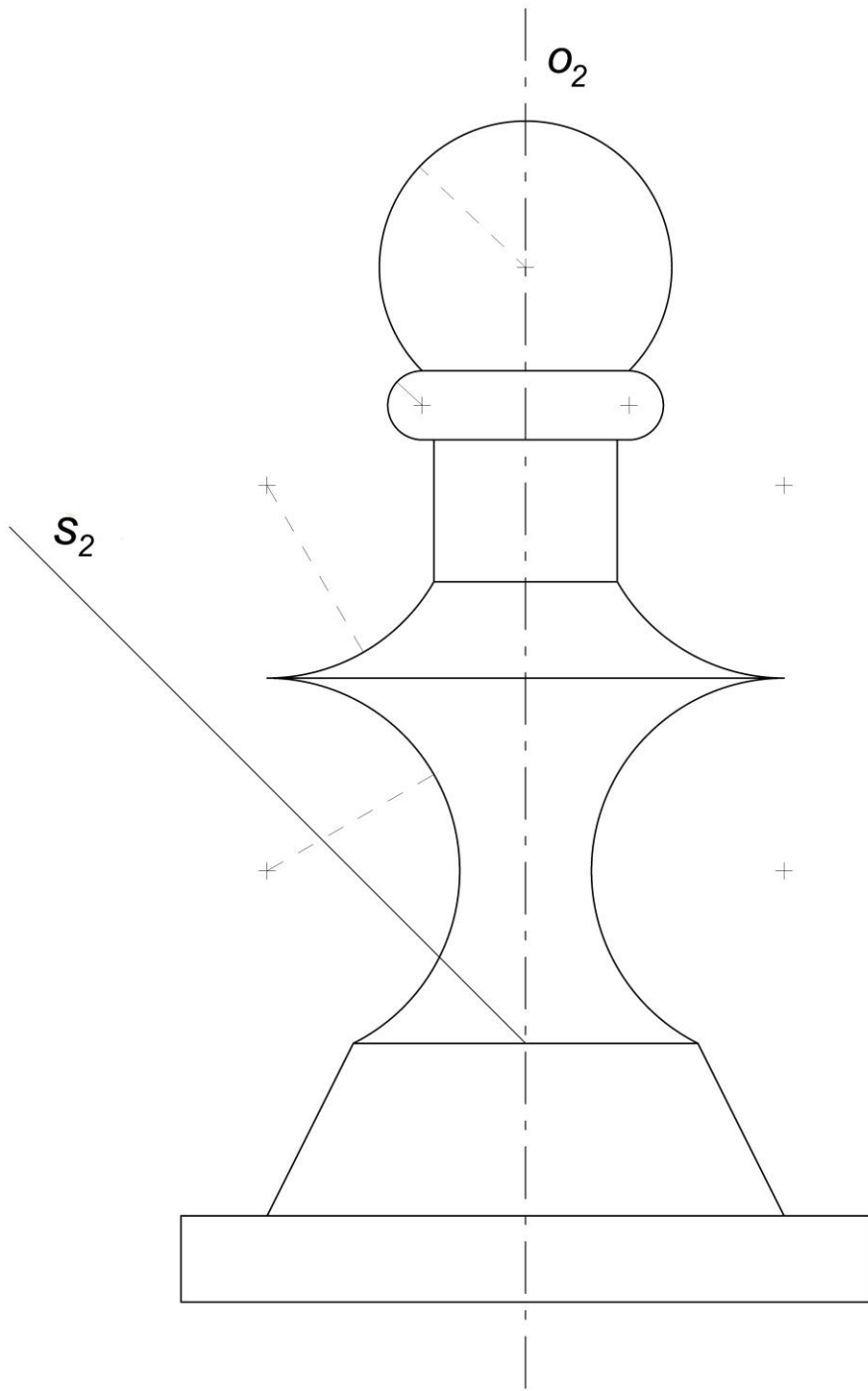


Obrázek 9.2

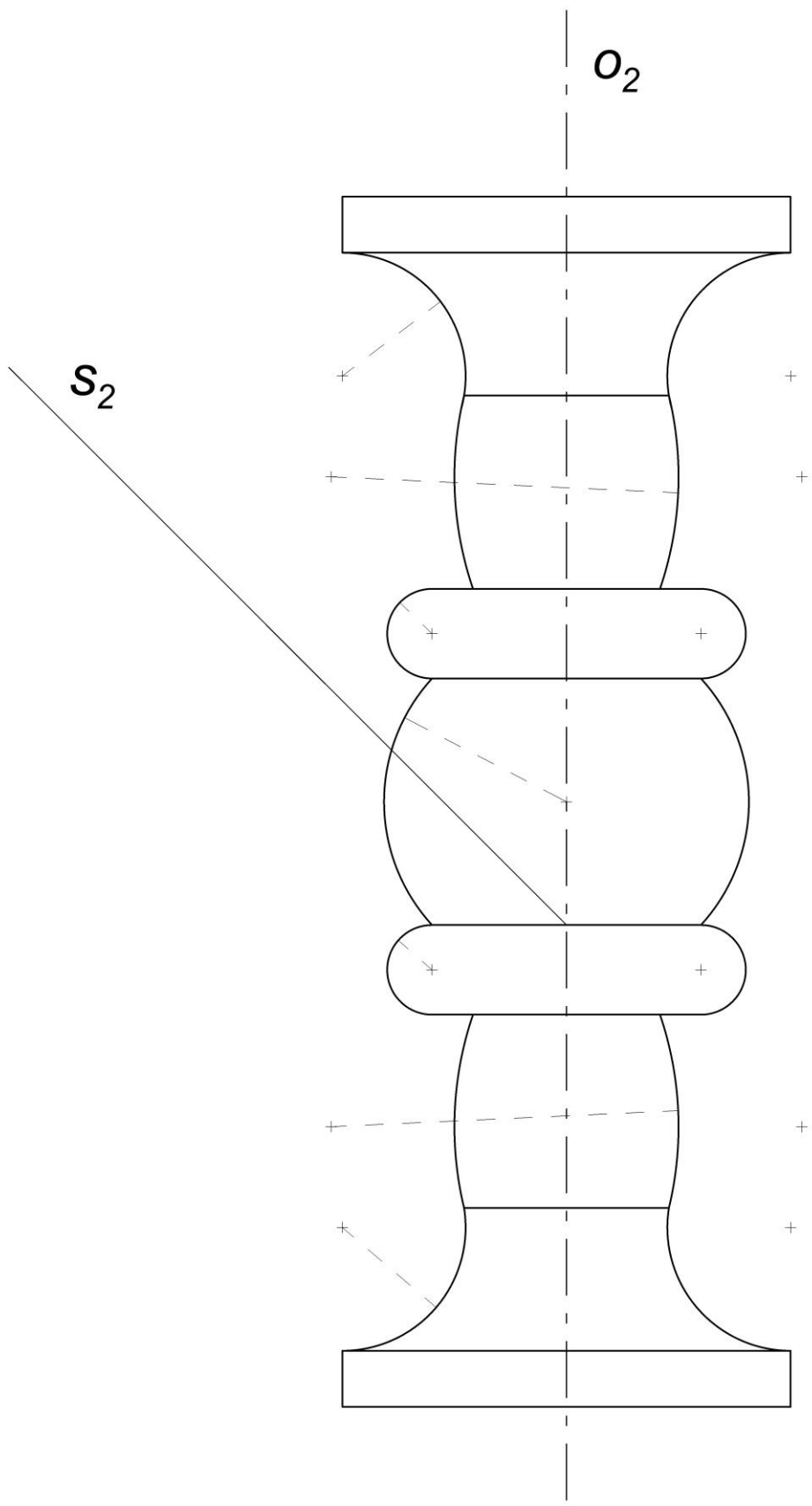
8.2. Neřešené



Obrázek 9.3



Obrázek 9.4

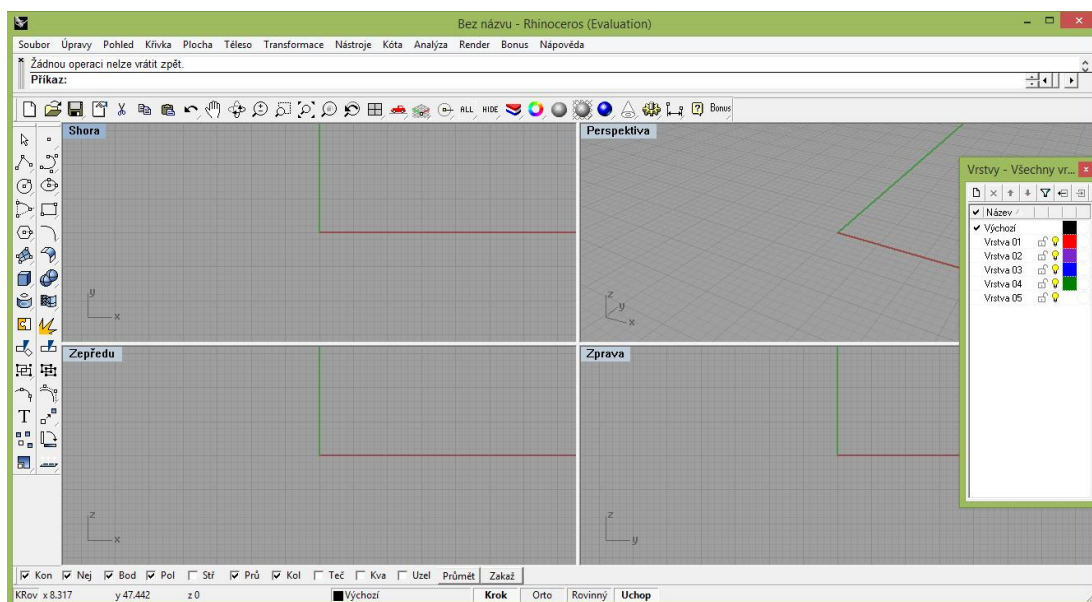


Obrázek 9.5

9. Využití počítačového softwaru k technickému osvětlení

9.1. O programu

Rhinoceros 3D je program pro tvorbu rovinných, hlavně ale prostorových objektů, umožňuje s nimi volně pracovat a manipulovat díky mnoha různým nástrojům. Používá se hlavně k modelování ve strojírenství, stavebnictví, designérství, architektuře, konstruktérství a ve spoustě jiných oborů. Program vytváří NURBS křivky, plochy a tělesa, které dokáže analyzovat, editovat, transformovat a jiné. Na obrázku 10.1 je zobrazeno okno programu po otevření. V nejvyšším řádku jsou skryty odkazy na funkce programu, rozděleny podle toho, co chce uživatel vytvářet nebo s čím chce manipulovat. Pod tímto řádkem se nachází odkazový řádek a příkazový řádek. Do příkazového řádku lze zadat názvy funkcí, po jejich zadání přikazuje co pro její použití udělat. V odkazovém řádku se ukazuje výsledky použité funkce. V dalším řádku jsou další funkce, my se budeme zabývat funkcí Vrstvy, na obrázku je to desátá ikona zprava, sloupec k ovládání vrstev je v pravé části okna. Využívání této funkce je velmi příhodné, můžeme jednotlivé vrstvy zapínat a vypínat podle potřeby. V levém sloupci se nachází základní a nejpoužívanější ikony příkazů, většinu okna zabírají čtyři pohledy na objekty. Ve spodním řádku můžeme ovládat přichycování k objektům, případně k jejich koncovým bodům nebo k průsečíku dvou křivek.

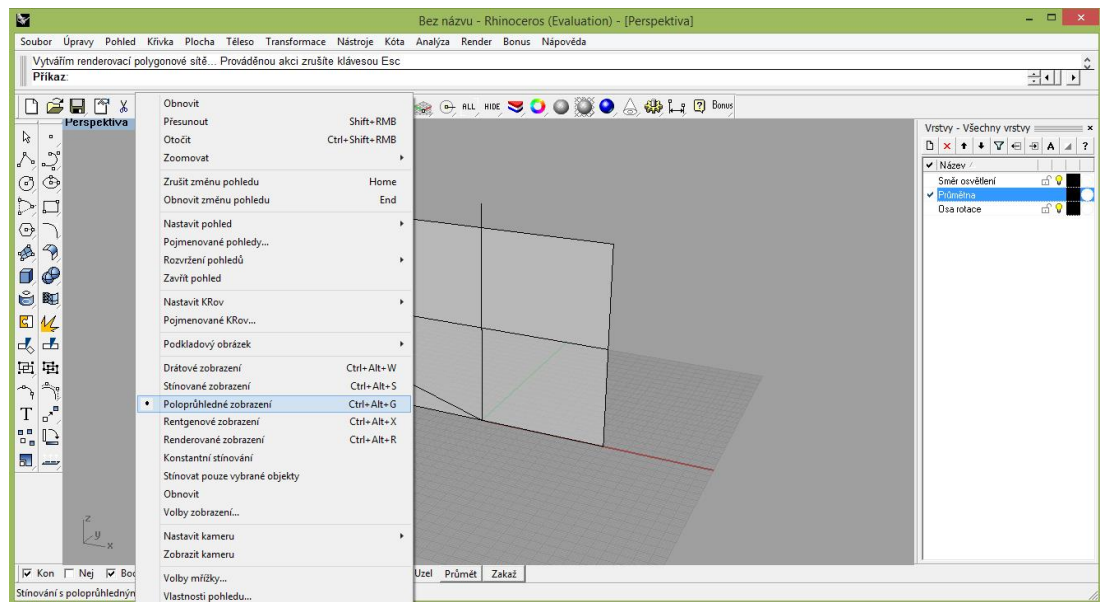


Obrázek 10.1

9.2. Konstrukce technického osvětlení

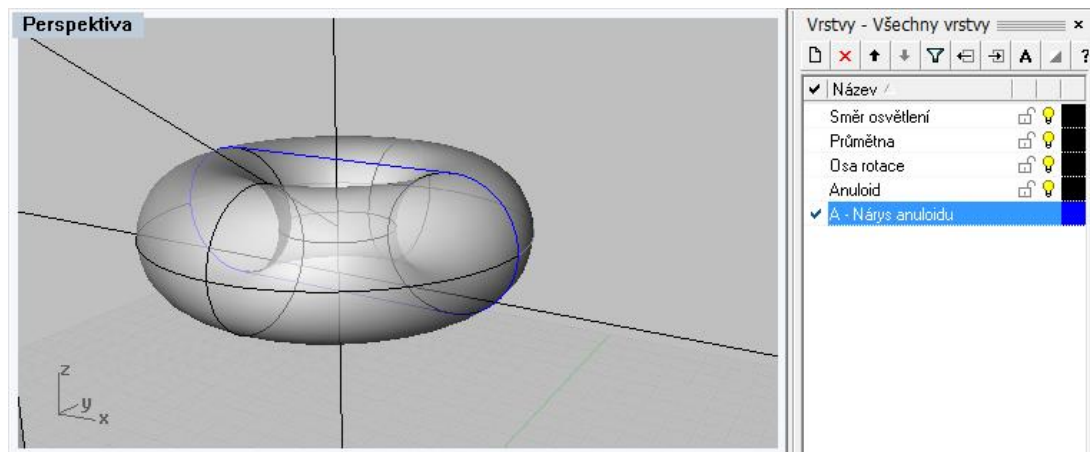
Pro konstrukci technického osvětlení soustavy souosých těles v tomto programu je třeba mít základní uživatelské znalosti. Předpokládá se, že uživatel ovládá práci s nástroji v levém sloupci. Tento program je k sestrojení technického osvětlení velmi pomocný, konstruuje přesně a po osvojení postupu je konstrukce velmi rychlá. Při vzniku této kapitoly byl využit program Rhinoceros verze 3.0.

Pro začátek si umístíme příslušné objekty do pojmenovaných vrstev. Přímkou reprezentující směr osvětlení umístíme do vrstvy „Směr osvětlení“, rovinu, která bude průmětnou, do vrstvy „Průmětna“ a přímkou reprezentující osu rotace osvětlovaného tělesa do vrstvy „Osa rotace“ (Obrázek 10.2). V pohledu „Perspektiva“ doporučuji nastavit si „Poloprůhledné zobrazení“, umožňuje objekty lépe vidět.



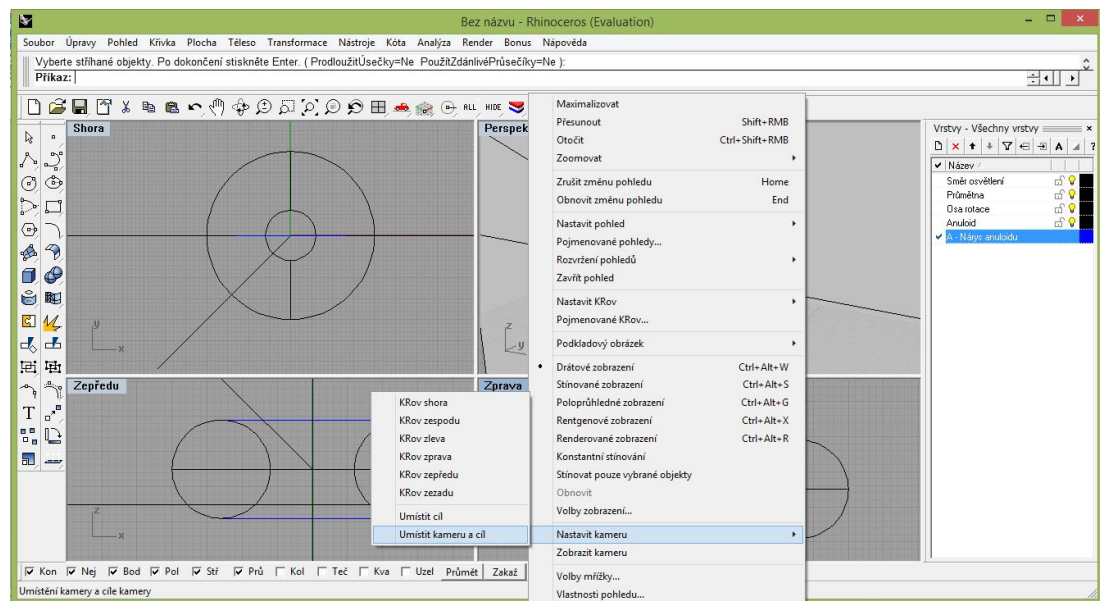
Obrázek 10.2

Dále si sestrojme libovolné rotační těleso, které umístíme do samostatné vrstvy. Zde je konstrukce ukázána na anuloidu, avšak pro jakékoli jiné těleso je postup stejný (Obrázek 10.3). Dále je sestrojen nárys anuloidu, opět v samostatné vrstvě, která je označena modrou barvou pro lepší přehled.



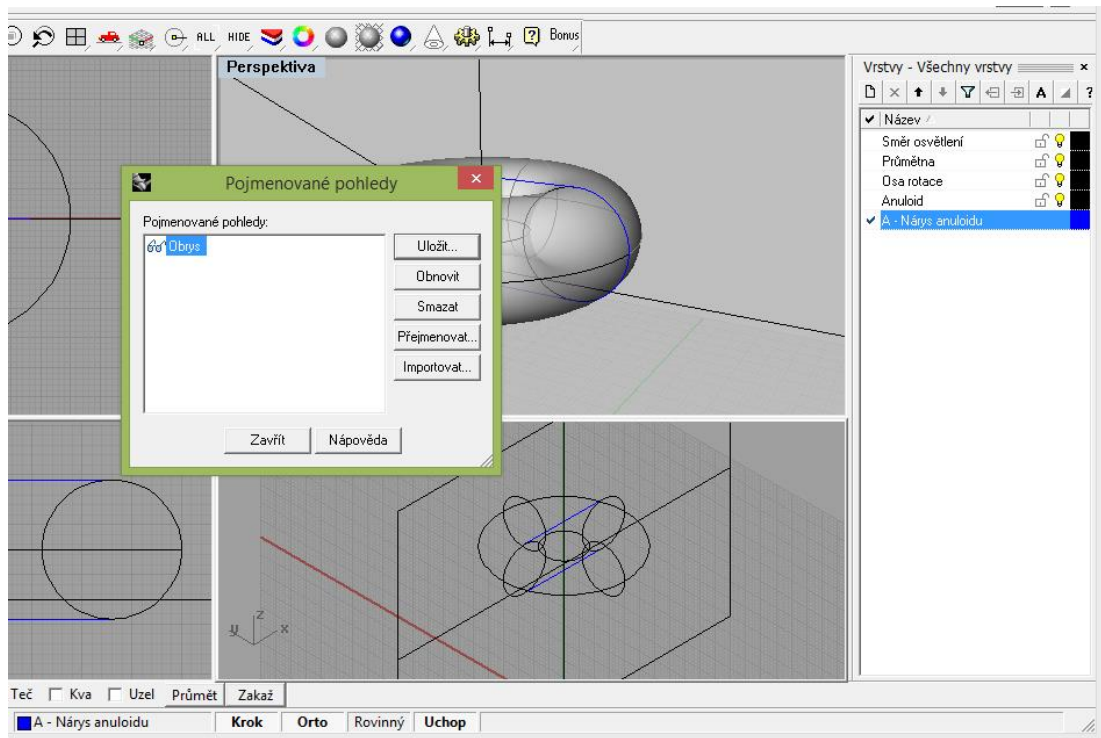
Obrázek 10.3

Vybereme si jeden ze čtyř pohledů, doporučuji vybrat pohled „Zprava“. Budeme jej využívat ke tvorbě mezi vlastních stínů. Pravým tlačítkem myši klikneme na název pohledu a vybereme možnost „Nastavit kameru“ a „Umístit kameru a cíl“ (Obrázek 10.4).



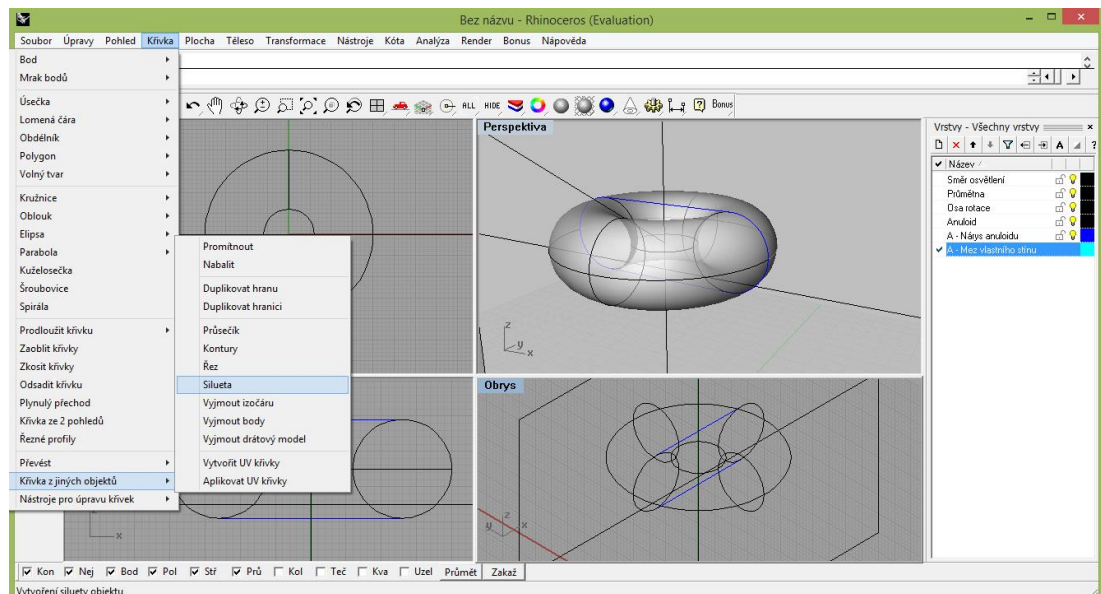
Obrázek 10.4

Příkazový řádek vybědne vybrat dva body na přímce, jejímž směrem bude pohled promítat. Umístíme první bod libovolně na směr osvětlení, druhý bod označuje, kterým směrem se po přímce díváme, tedy umístíme jej na tu část přímky, která je blíže k anuloidu než první bod. V pohledu „Zprava“ se pak zobrazí pohled na anuloid tak, jako bychom se dívali ve směr osvětlení (Obrázek 10.5). Abychom nemuseli nastavovat polohu pohledu znovu, můžeme pohled uložit například jako „Obrys“.



Obrázek 10.5

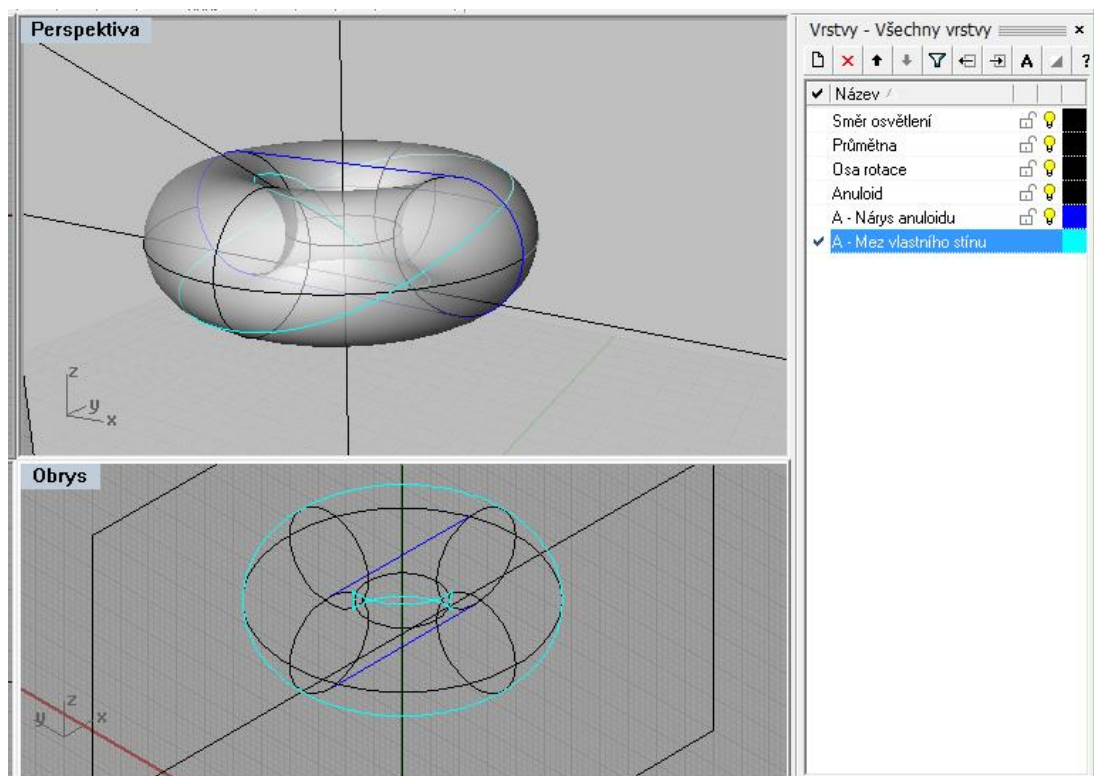
Sestrojme si novou vrstvu “A – Mez vlastního stínu“ a aktivujme ji. Nyní je důležité, aby byl při zadávání následujícího příkazu aktivní pohled „Obrys“, jinak nebude příkaz správně splněn. Po jeho aktivaci klikneme v horním řádku na kartu „Křivka“, - „Křivka z jiných objektů“ – „Silueta“²(Obrázek 10.6)



Obrázek 10.6

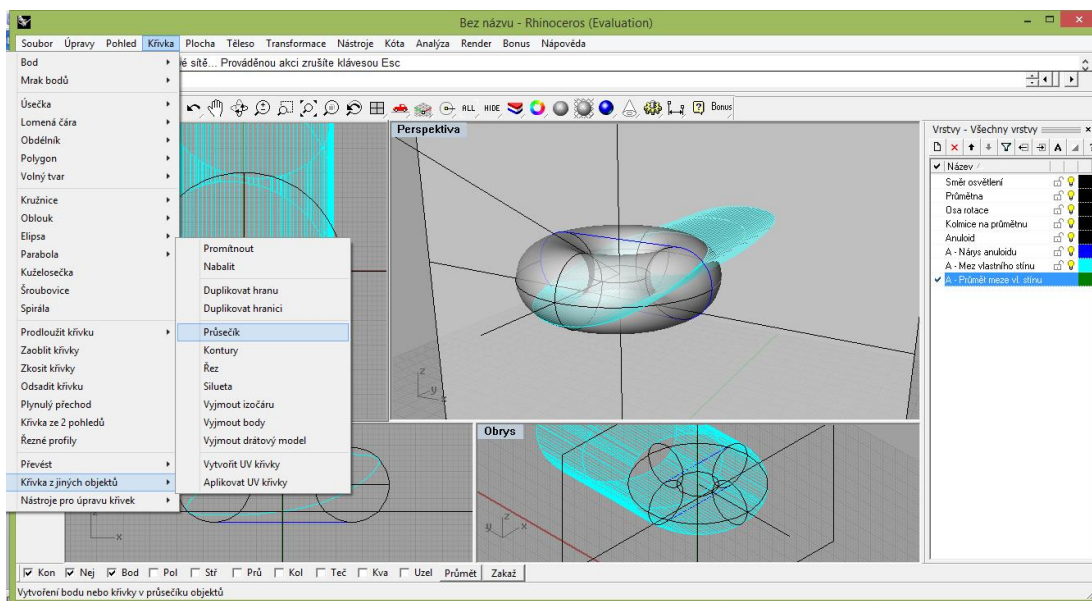
² Funkci „Silueta“ můžeme použít i pro sestavení skutečného nárysného obrysu tělesa, je třeba být aktivní v pohledu „Zepředu“.

Na obrázku 10.7 vidíme situaci bezprostředně po příkazu, kdy v pohledu „Obrys“ byl zkonstruován obrys tělesa, v pohledu „Perspektiva“ pak vidíme, jak jsou křivky na tělese umístěny. Jedná se o mez vlastního stínu anuloidu. Část meze vnitřní části anuloidu je v neviditelné části. Tuto křivku tedy můžeme zanedbat.



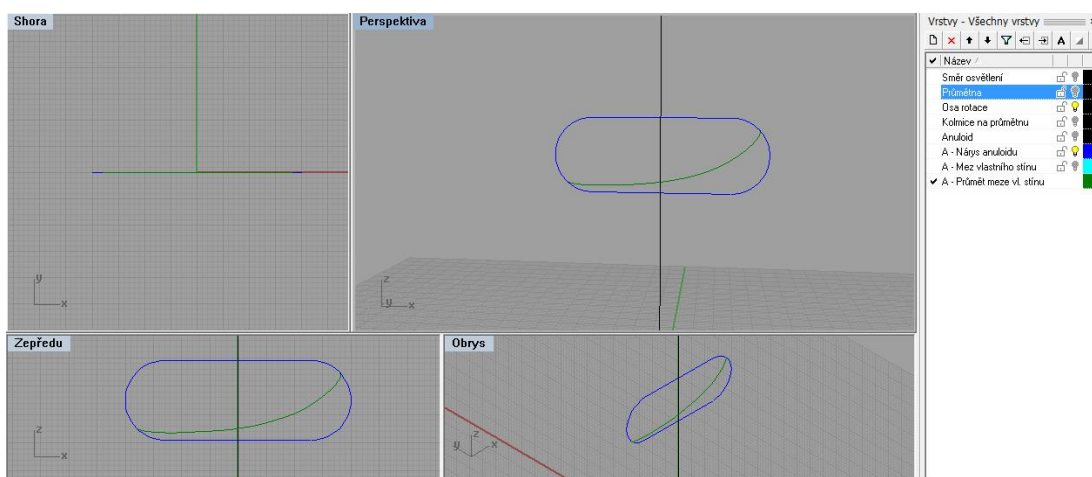
Obrázek 10.7

Sestrojíme nárys meze vlastního stínu. Obrázek 10.8 ukazuje, že v kartě „Plocha“ příkazem „Vytáhnout křivku“ – „Podél křivky“ můžeme sestrojit plochu určnou křivkou meze vlastního stínu a kolmicí k nárysně, kterou jsme si sestrojili ve zvláštní vrstvě. Lze použít i příkaz „Vytáhnout křivku“ – „Přímo“, ale je nutné dbát na to, jaký pohled bude aktivní. Křivka bude vytažena ve směru kolmém k aktivnímu pohledu, my bychom tedy zvolili pohled „Zepředu“. Průsečnice této plochy s průmětnou je nárys meze vlastního stínu, k tomu použijeme v kartě „Křivka“ příkaz „Křivka z jiných objektů“ – „Průsečík“. Po jeho zadání označíme plochu meze a průmětnu.



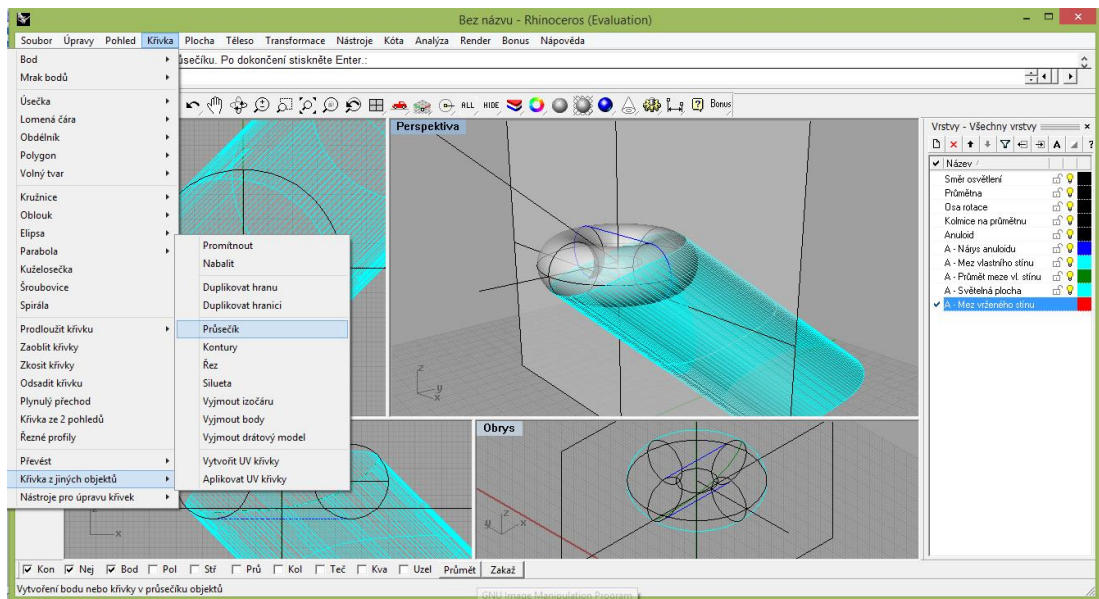
Obrázek 10.8

Obrázek 10.9 ukazuje nárys meze, pokud jsme několik vrstev skryli.



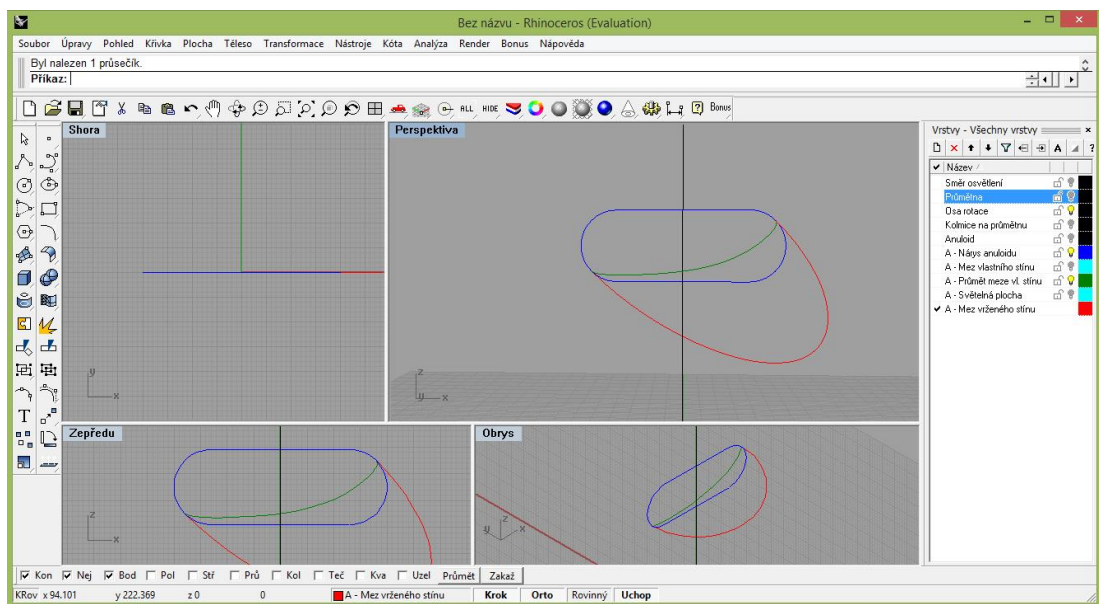
Obrázek 10.9

Vrstvu průmětny, anuloidu a meze vlastního stínu opět aktivujeme. Sestrojíme vržený stín tělesa na průmětnu. Označíme objekty ve vrstvě „A – Mez vlastního stínu“, v kartě „Plocha“ vybereme příkaz „Vytáhnout křivku“ – „Podél křivky“, poté označíme směr osvětlení. Obrázek 10.10 ukazuje sestrojenou plochu. Průsečnice této plochy s průmětnou je mez vrženého stínu anuloidu na průmětnu (sestrojeno příkazem „Křivka“ – „Křivka z jiných objektů“ – „Průsečík“).



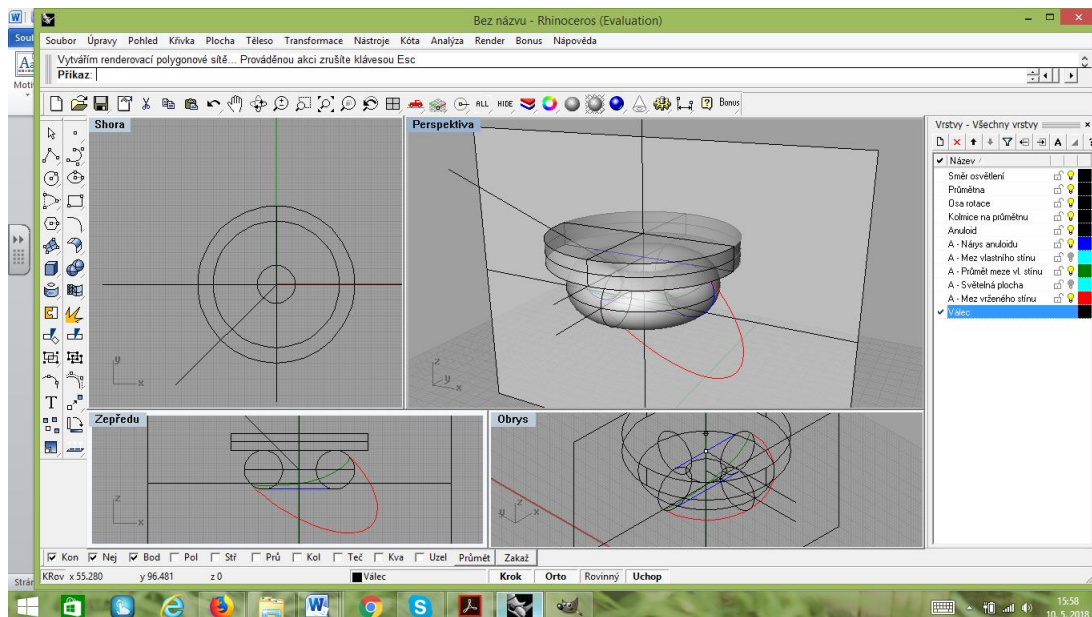
Obrázek 10.10

Po deaktivaci několika vrstev vidíme výsledné křivky – nárys anuloidu, nárys meze vlastního stínu, mez vrženého stínu na průmětnu (Obrázek 10.11).



Obrázek 10.11

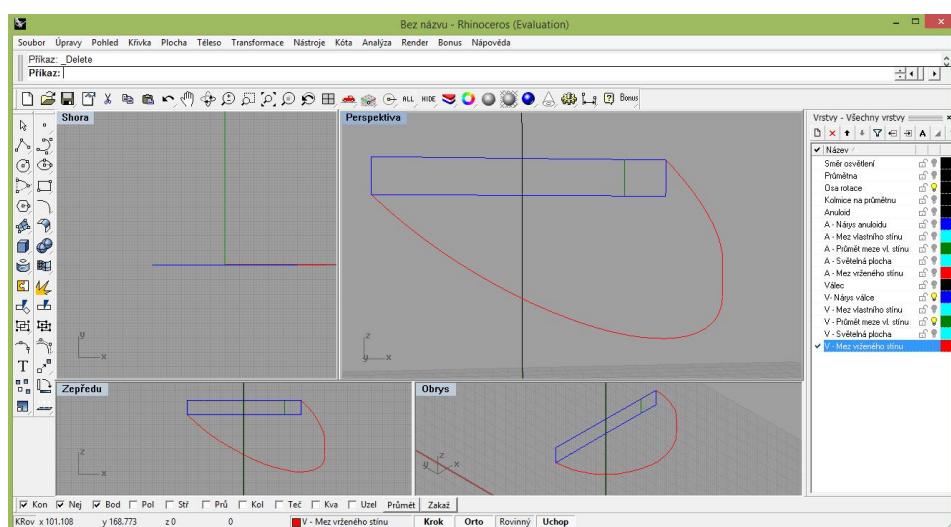
Ukážeme ještě sestrojení vrženého stínu tělesa na těleso. K anuloidu sestrojíme další těleso tak, aby na anuloid vrhalo stín. V obrázku 10.12 je to rotační válec.



Obrázek 10.12

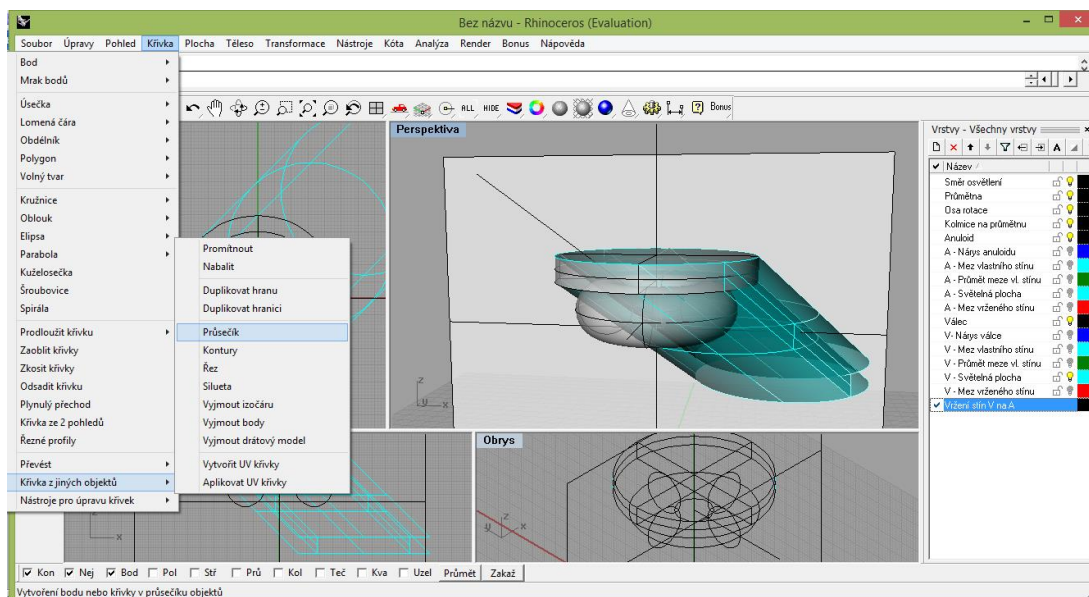
Zde je příhodné deaktivovat vrstvy, které souvisí s anuloidem, tedy vrstvy meze vlastního a vrženého stínu anuloidu, jeho nárys i samotné těleso, tak abychom měli zobrazený pouze válec.

Všechny konstrukce doposud prezentované na anuloidu provedeme i na válci, sestrojíme tak jeho mez vlastního stínu, nárys meze vlastního stínu a vržený stín na průmětnu. Na obrázku 10.13 vidíme výsledek těchto konstrukcí, mez vrženého stínu válce je již upravena, nástrojem „Stříhat“ v levém sloupci můžeme křivky meze vrženého stínu upravit tak, aby části křivek, které leží uvnitř vrženého stínu, byly smažány, a zůstala pouze samotná mez stínu vrženého. Křivky jsou také rozdělené do vhodných vrstev pro lepší manipulaci.



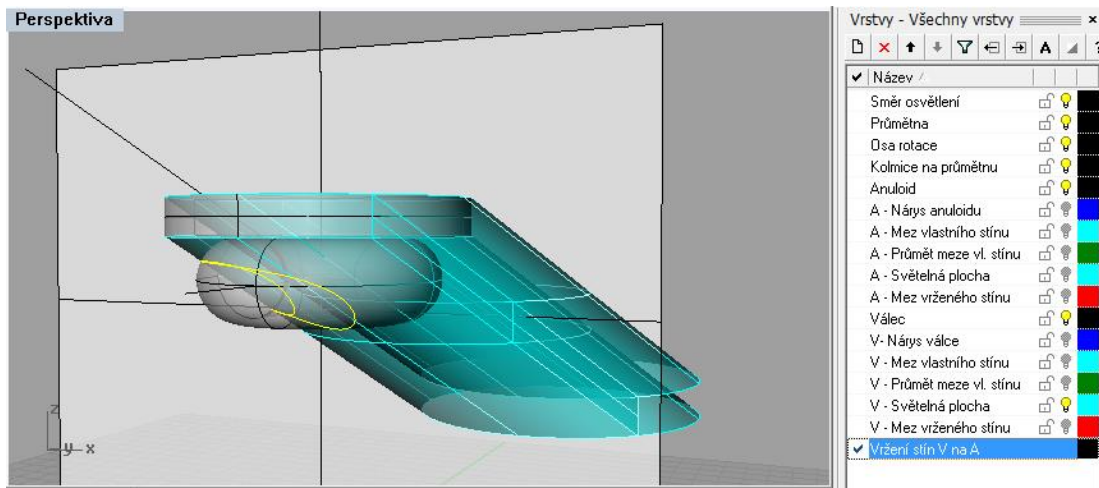
Obrázek 10.13

Aktivujeme zpět vrstvy s oběma tělesy, průmětnou, směrem osvětlení a vrstvou „V – Světelná plocha“, ve které je sestrojena plocha zadána křivkami meze vlastního stínu válce a směrem osvětlení (Obrázek 10.14). Pravým tlačítkem myši klikneme na vrstvu „V – Světelná plocha“ a vybereme možnost „Vybrat objekty“, tím se vyberou všechny objekty nacházející se v této vrstvě. K nim vybereme pomocí tlačítka „Ctrl“ i anuloid a v kartě „Křivka“ vybereme příkaz „Křivka z jiných objektů“ – „Průsečík“, tedy sestrojíme průsečnici světelné plochy a anuloidu. V tomto případě jsou světelné plochy celkem 4, proto tato funkce sestrojí i průsečnice těchto ploch navzájem. Tyto zbytečné průsečnice po příkazu smažeme, nebo se jejich vzniku ubráníme tím, že plochy před zadáním příkazu sloučíme v jednu pomocí funkce „Spojit“ v levém sloupci okna.



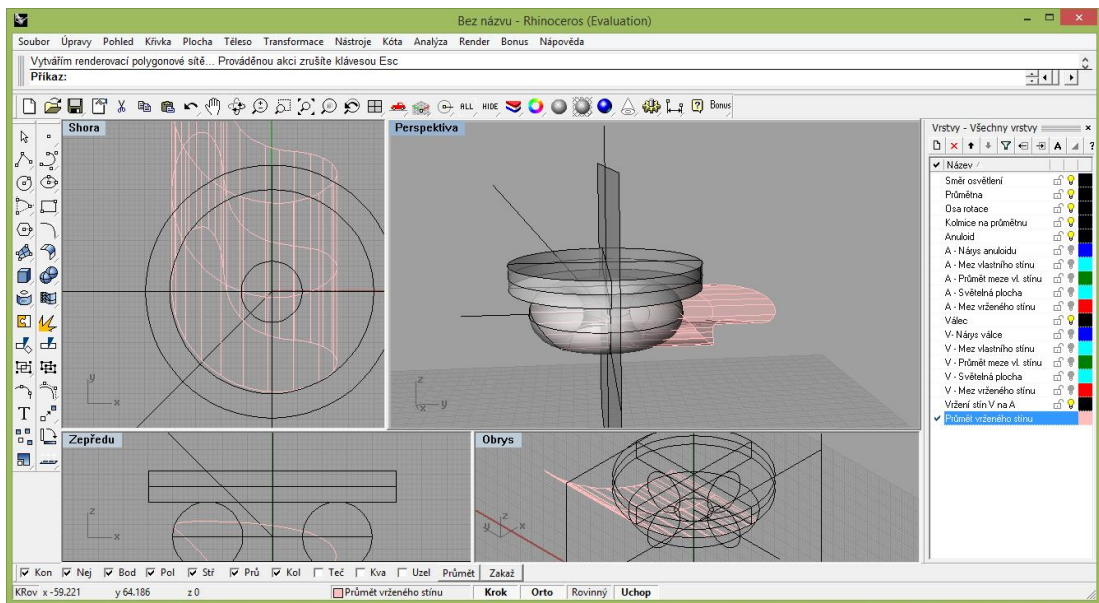
Obrázek 10.14

Smíme zanedbat i křivku, která je průsečnicí plochy anuloidu a plochy horní podstavné kružnice válce, taková průsečnice je bezpředmětná, ve skutečnosti neexistuje, tato kružnice na anuloid stín nevrhá, vrhá jej jen kružnice dolní podstavy (Obrázek 10.15)

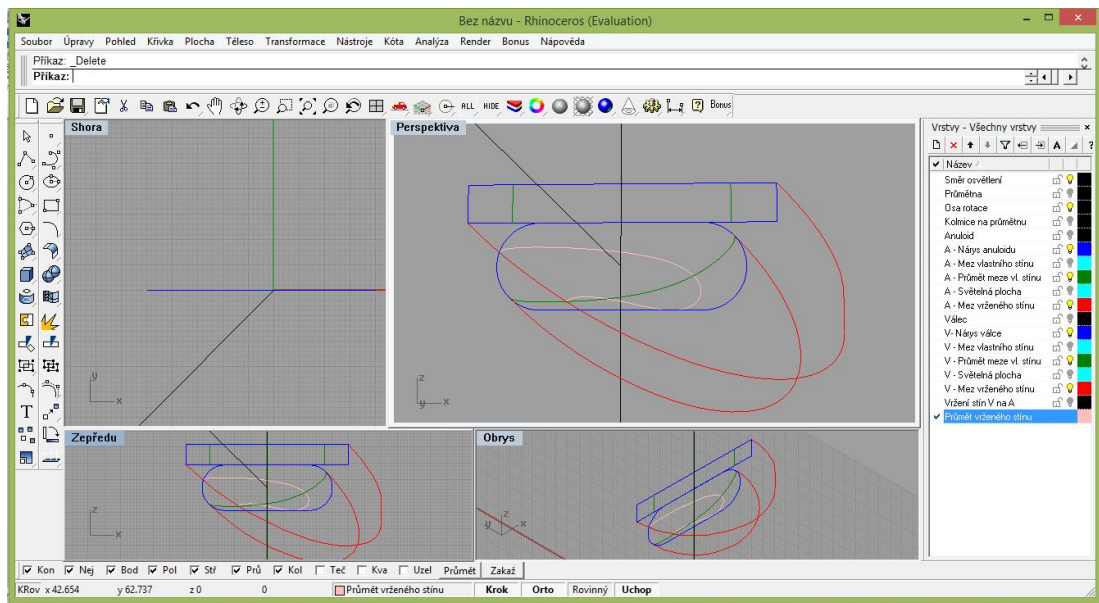


Obrázek 10.15

Žlutá křivka na obrázku 10.15 je tedy mezí vrženého stínu válce na anuloid. Tato křivka je prostorová, sestrojíme její nárys, který je průnikem průmětny s plochou, jejíž tvořící křivky jsou kolmice k průmětně a křivka meze vrženého stínu válce na anuloid (Obrázky 10.16 a 10.17). Tuto průsečnici opět sestrojíme funkcí „Křivka“ – „Křivka z jiných objektů“ – „Průsečík“.



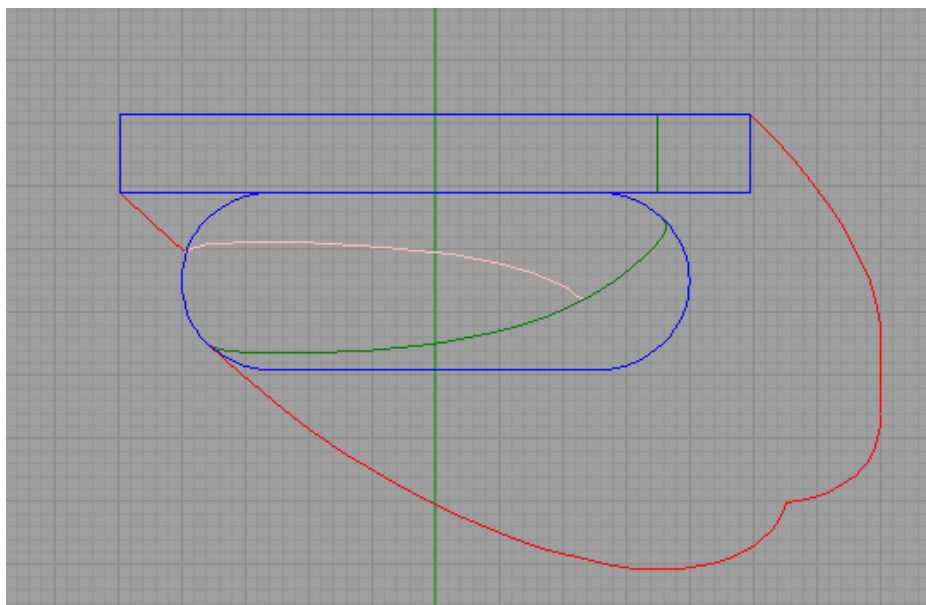
Obrázek 10.16



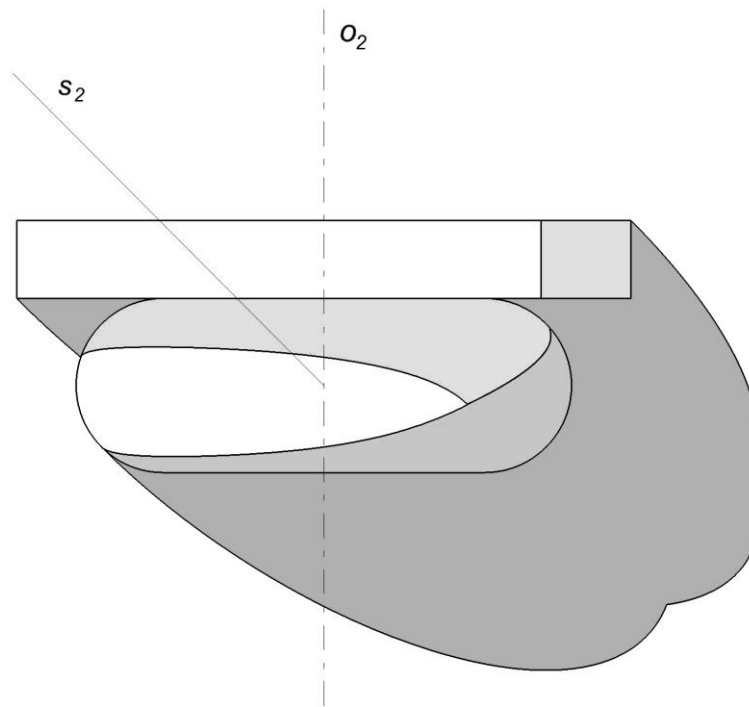
Obrázek 10.17

Vrženým stínem dolní podstavné kružnice válce na anuloid je jen část průsečnice ploch a to ta, která leží v osvětlené části anuloidu.

Obrázek 10.18 je po úpravě křivek a obrázek 10.19 výsledný.

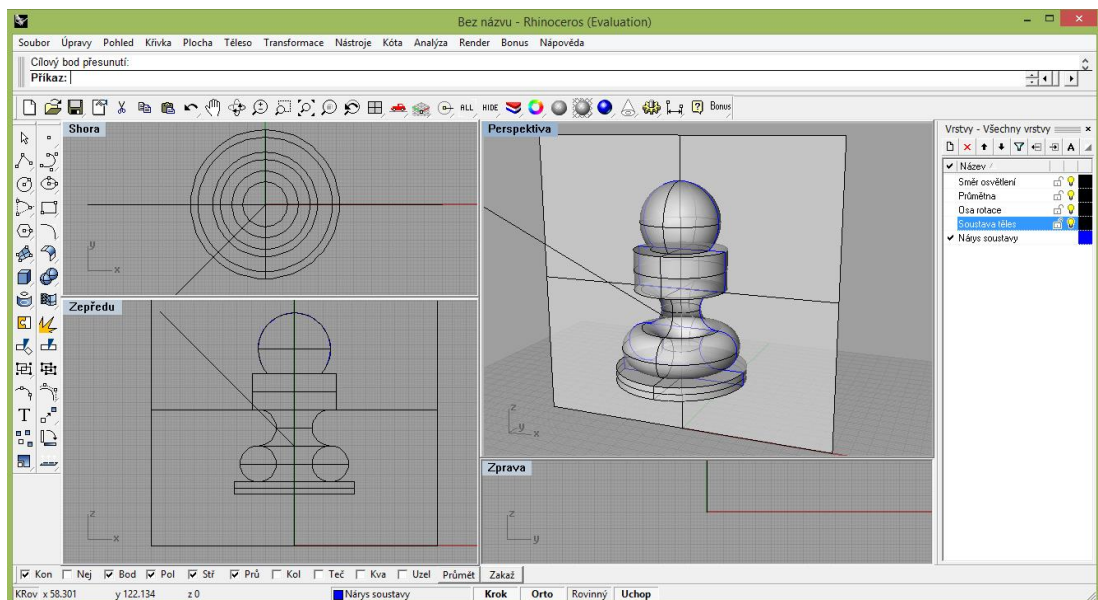


Obrázek 10.18

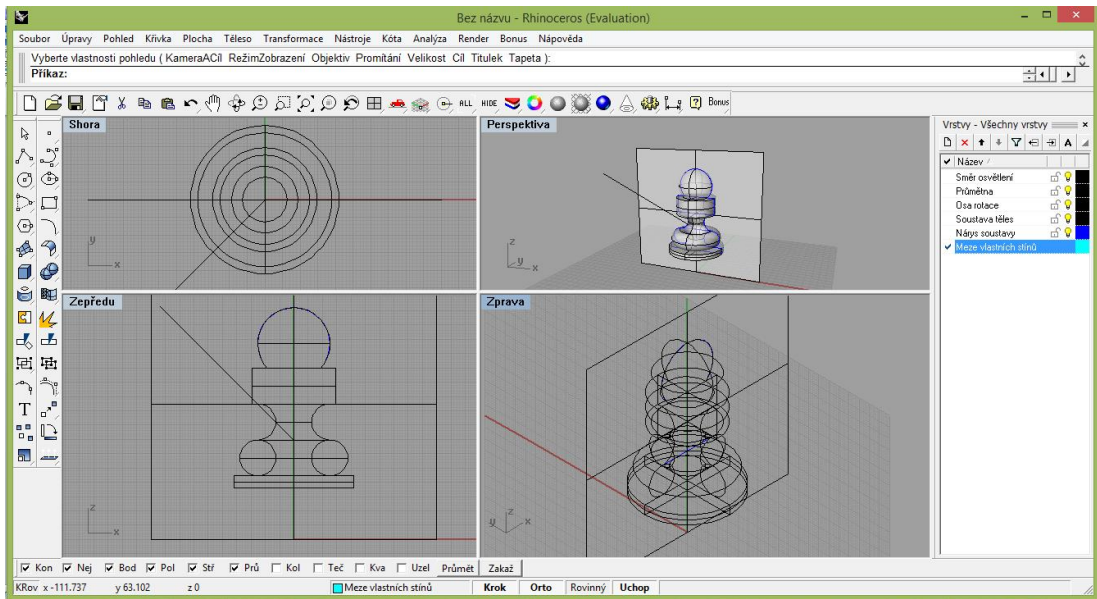


Obrázek 10.19

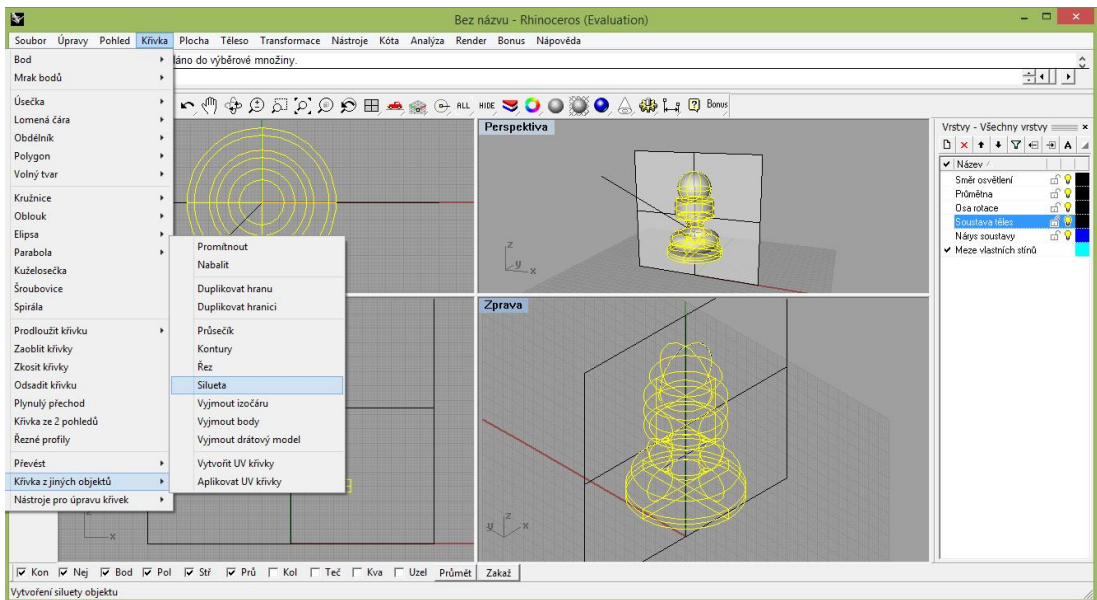
Takto lze osvětlit soustavu sousých rotačních těles dokonce najednou. Následující obrázky takovou konstrukci ukazují.



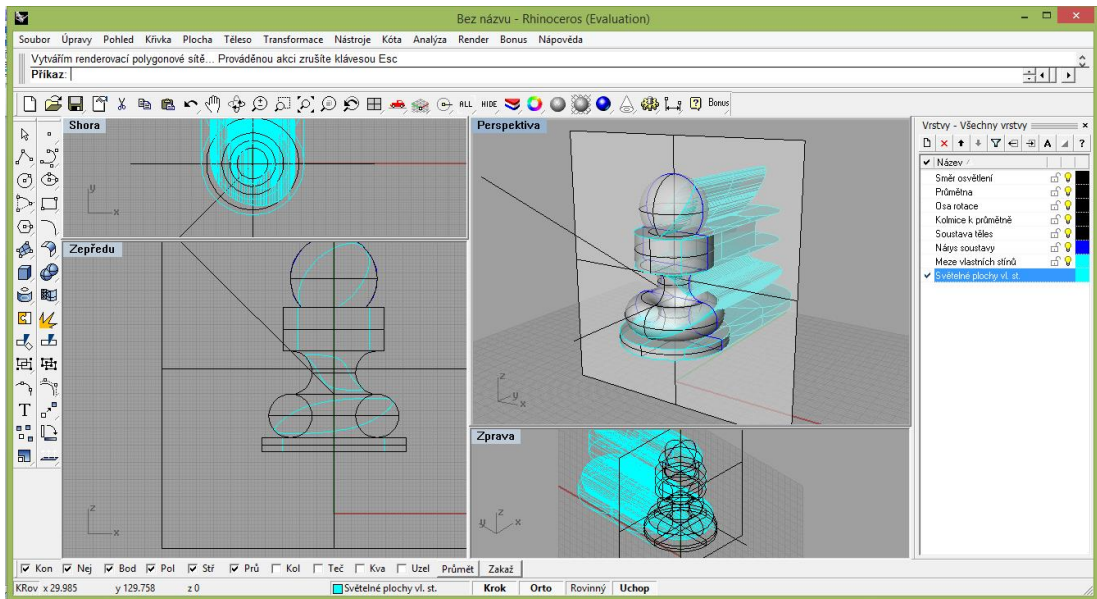
Obrázek 10.20



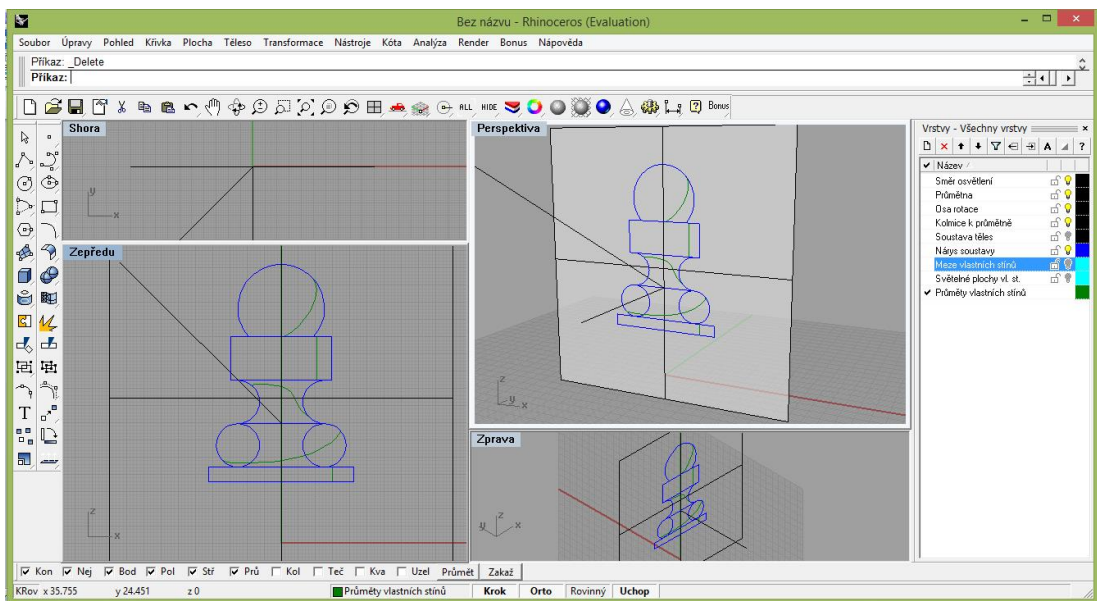
Obrázek 10.21



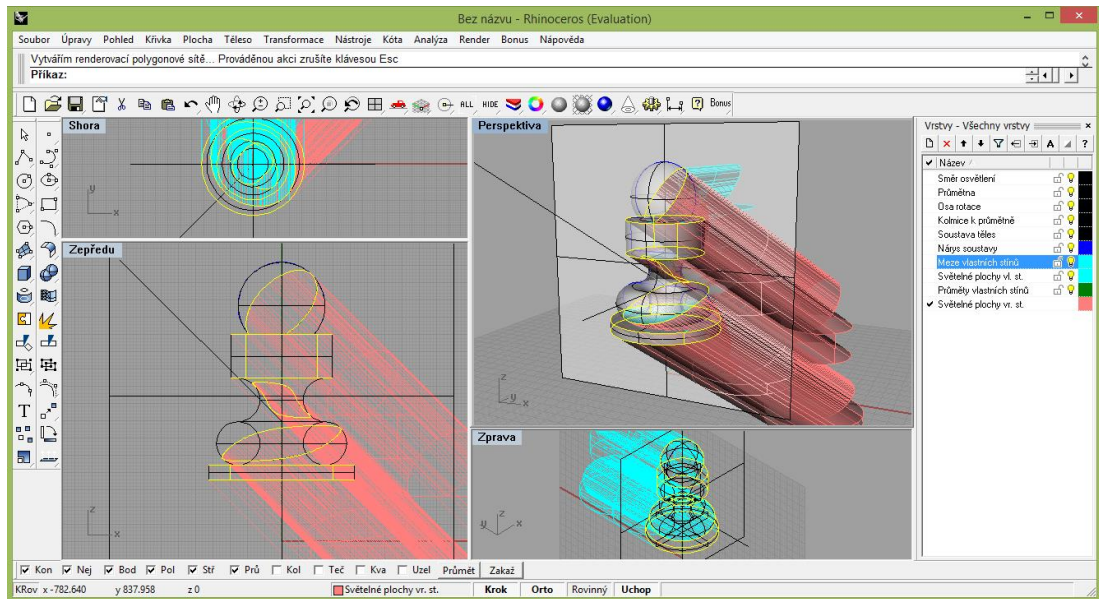
Obrázek 10.22



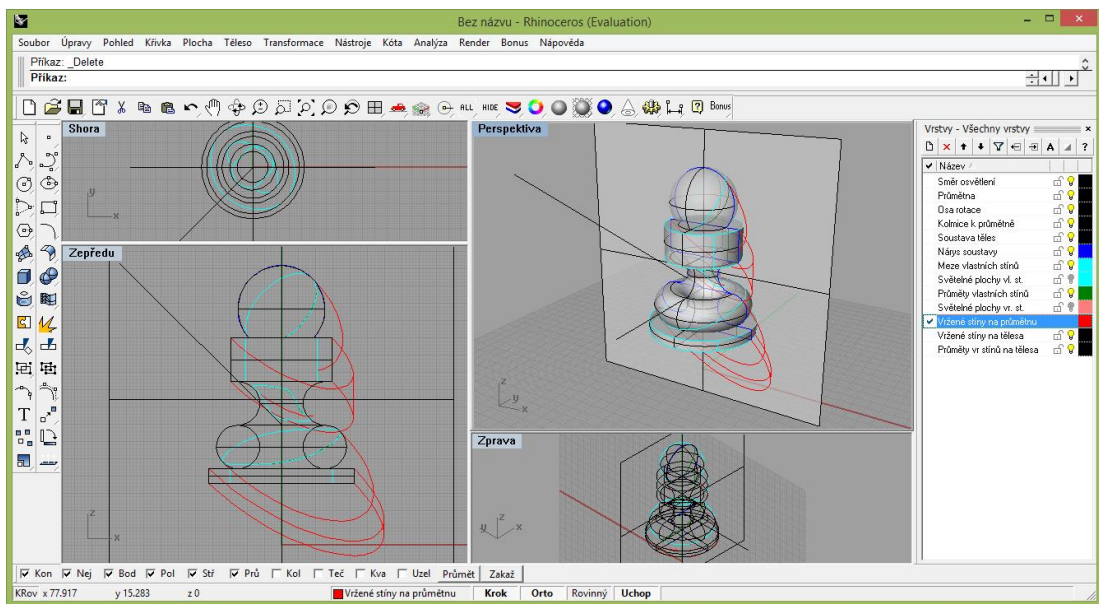
Obrázek 10.23



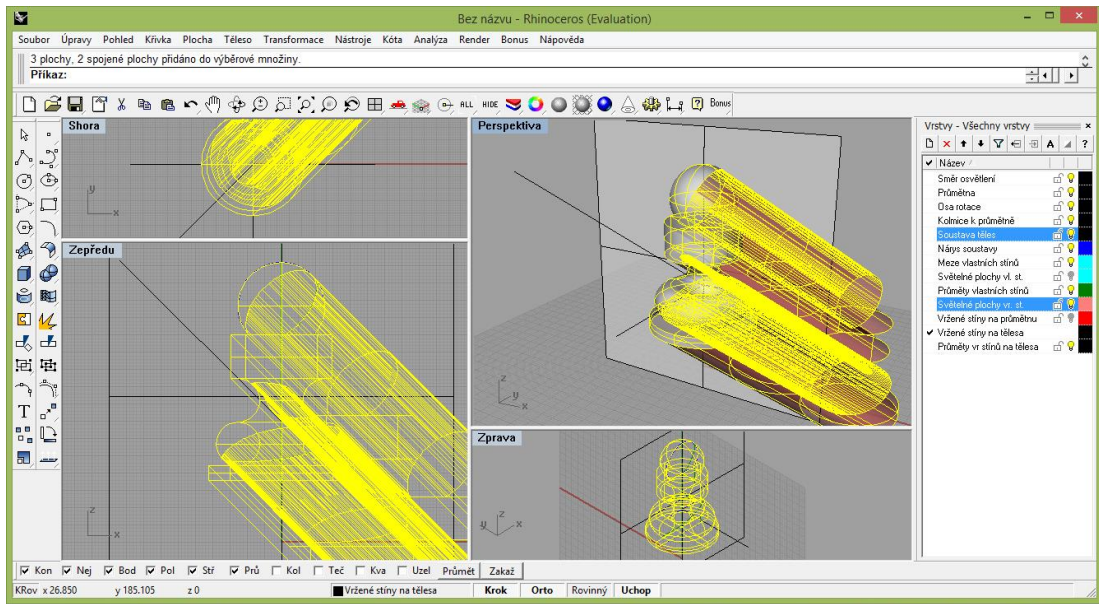
Obrázek 10.24



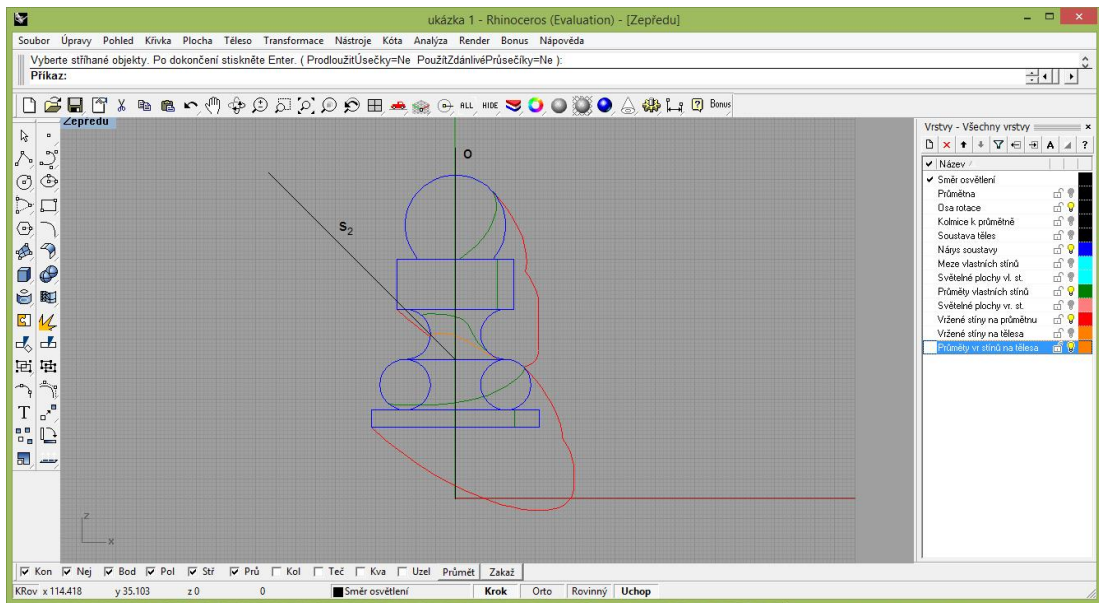
Obrázek 10.25



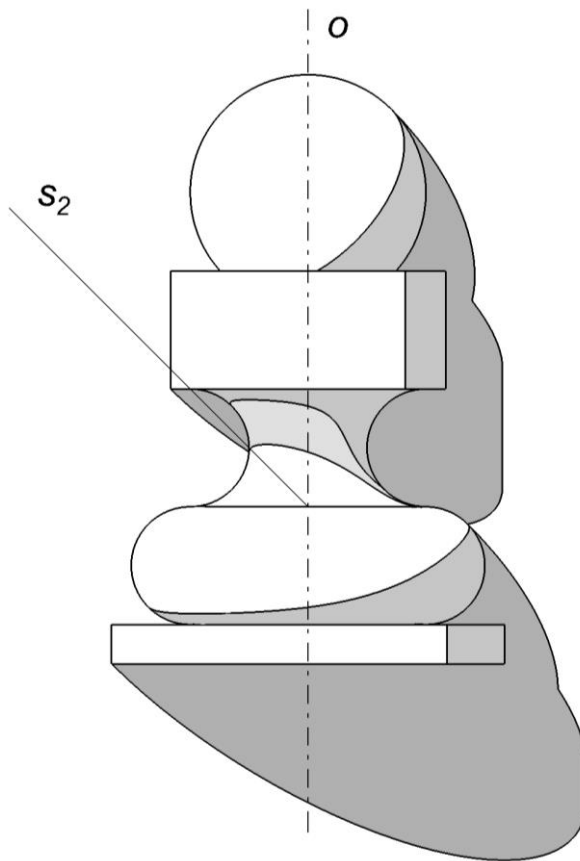
Obrázek 10.26



Obrázek 10.27



Obrázek 10.28

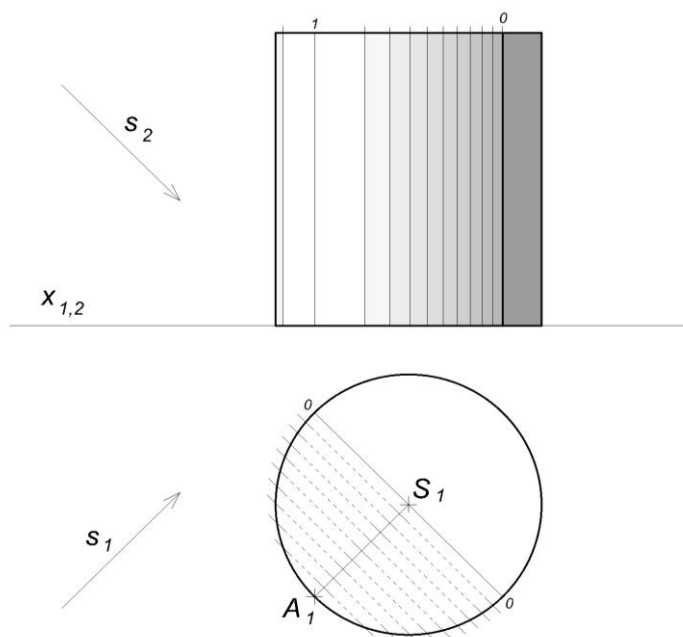


Obrázek 10.29

10. Intenzita osvětlení

Z vidění běžného světa víme, že stíny na osvětlovaných tělesech a objektech nejsou tak jednoduché. Body na tělese, které jsou v rovině kolmé ke světelnému paprsku, jsou nejvíce osvětleny, naopak méně osvětleny jsou body, v nichž je tečná rovina od světelného paprsku odchýlena pod ostrým úhlem. Skvělý příklad nám poukazuje například koule nebo rotační válec, u něhož jsme v předchozích kapitolách ke konstrukcím nacházeli nejosvětlenější povrchu. Ve starších literaturách se k teorii osvětlení často uvádí i teorie o intenzitě osvětlení tělesa (např. [7]). Touto teorií se zabýval například již Gaspard Monge, avšak významným českým autorem byl v polovině 19. století profesor deskriptivní geometrie na pražské technice František Tilšer.

Pro intenzitu rovnoběžného osvětlení platí, že je přímo úměrná sinu velikosti úhlu mezi světelným paprskem určitého bodu a tečnou rovinou plochy v daném bodě. Můžeme pozorovat, že při osvětlení mnohostěnů je vždy intenzita osvětlení jedné stěny stejná. Obtížnější je to u rotačních těles a ploch. V jejich případě uvažujeme křivky na tělese spojující body o stejné intenzitě osvětlení, tzv. izofoty nebo také intenzitní křivky. U plochy válcové jsou izofoty přímkami, u kulové plochy se jedná o kružnice na ploše v navzájem rovnoběžných rovinách, které jsou zároveň kolmé ke světelnému paprsku.



Obrázek 11.1

Každá izofota je pak opatřena číslicí, podle které určujeme intenzitu. Nejosvětlenější body plochy mají intenzitu I , body meze vlastního stínu jsou označeny 0 a body v neosvětlené části plochy, jejichž tečná rovina je kolmá ke světelnému paprsku, mají intenzitu $-I$. Takto jsou pak podle meze vlastního stínu izofoty rozděleny, izofoty v osvětlené části tělesa jsou opatřeny číslem kladným, směrem k mezi postupně se snižujícím. Naopak izofoty ležící na neosvětlené části plochy mají hodnotu zápornou, se vzdáleností od meze klesající. Části plochy omezené izofotami pak prokládáme barvou podle míry osvětlení. Toto tzv. tónování se řídí intenzitními stupnicemi, asi nejnámější z nich sestrojil v roce 1862 František Tilšer.

Pro část neosvětlených bodů na ploše je udán jediný odstín, řešíme isofoty pouze v části plochy, ve které leží osvětlené body. Na ukázkou, jak sestrojít izofoty na tělese, je přiložen obrázek 11.1, na kterém jsou sestrojeny izofoty na rotačním válci.

Úsečka A_1S_1 je rozdělena na 10 shodných částí, lze ji rozdělit i na více částí, čím více menších úseček vznikne, tím přesnější konstrukce bude. Koncovými body úseček jsou vedeny kolmice, které protínají kružnici k_1 ve 21 bodech. Tyto body necht' jsou půdorysy površek válce, ty zkonstruujeme v nárýsu a opatříme čísly. Površka s číslem I je nejvíce osvětlená, části válcové plochy, které ji objímají, jsou osvětleny stejně. Površky s číslem 0 jsou částí meze vlastního stínu tělesa, mezi oběma těmito površkami jsou body neosvětlené. Části válcové plochy rozdělené ostatními površkami jsou vybarveny se zvyšujícím se číslem postupně tmavším stupněm šedi.

Závěr

Tato bakalářská práce uvedla čtenáře do průběhu konstrukcí speciálního druhu rovnoběžného osvětlení, čímž je osvětlení technické. V první kapitole je souhrn nejdůležitějších základů teorie obecného osvětlení, avšak čtenář by se měl před čerpáním textu seznámit s osvětlením blíže a hlavně jej ovládat. Teorie technického osvětlení zabírá většinu této práce, mnohem podrobněji jsou rozebrány případy, kdy technické osvětlení určitého objektu vyplývá z nějaké věty, což v čerpaných pramenech postrádám. Na závěr této teorie jsou poskytnuty čtenáři příklady technického osvětlení a to řešené a neřešené, na kterých lze získané znalosti procvičit.

Práce je prospěšná například pro studenty deskriptivní geometrie, architektury nebo stavitelství, kteří mohou využít kapitolu desátou, v níž jsou podrobně popsány konstrukce technického osvětlení v softwaru Rhinoceros. Ta značně pomáhá ke zjednodušené a zrychlené konstrukci osvětlení těles a objektů.

Seznam použité literatury

- [1] KADEŘÁVEK, František. *Technické osvětlení*. Praha: Přírodovědecké nakladatelství v Praze, Jednota československých matematiků a fysiků, 1950.
- [2] PISKA, Rudolf, MEDEK, Václav. *Deskriptivní geometrie I.* Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1966.
- [3] KOUNOVSKÝ, Josef, VYČICHLO, František. *Deskriptivní geometrie*. Praha: Nakladatelství československé Akademie Věd, 1959.
- [4] DRÁBEK, Karel, HARANT, František, SETZER, Ota. *Deskriptivní geometrie II*. Praha: Nakladatelství technické literatury, 1979.
- [5] URBAN, Alois. *Deskriptivní geometrie I*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1965.
- [6] ŠAFAŘÍK, Jan. *Technické osvětlení*. [online] Brno: Ústav matematiky a deskriptivní geometrie. Fakulta stavební, Vysoké učení technické v Brně, 2006. Dostupné z: <https://math.fce.vutbr.cz/vyuka/podpora/jan.safarik-technicke.osvetleni.pdf>
- [7] SETZER, Ota. *Deskriptivní geometrie II. díl*. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1962.
- [8] KOUNOVSKÝ, Josef, VYČICHLO, František. *Deskriptivní geometrie pro samouky*. Praha: Přírodovědecké nakladatelství, 1951.
- [9] KOČANDRLOVÁ, Milada, ČERNÝ, Jaroslav. *Konstruktivní geometrie*. Praha: České vysoké učení technické v Praze, 2016.
- [10] PISKA, Rudolf, MEDEK, Václav. *Deskriptivní geometrie II*. Praha: Nakladatelství technické literatury, 1975.

