

Posudek vedoucího diplomové práce
**Termomechanická interakce vnějších ledových slupek a podpovrchových oceánů
na ledových měsících Jupiteru a Saturnu**

autor: Bc. Jiří Malík

Shrnutí obsahu práce: Předložená diplomová práce se zabývá úlohou proudění viskozní teplo vedoucí kapaliny, v níž dochází k fázové přeměně z kapalně do pevné fáze. Evoluce rozhraní mezi fázemi je řízena tzv. Stefanovou podmínkou, která svazuje skok normálové složky tepelného toku s rychlostí pohybu fázového rozhraní. Z tohoto pohledu se jedná o problém termomechaniky kontinua s volnou vnitřní hranicí. Numericky efektivní řešení tohoto problému spočívá ve využití tzv. entalpické formulace, kdy jsou mechanické rovnice kontinua doplněny o evoluční rovnici pro teplotu ve speciálním tvaru, který reflektuje jednak změny materiálových vlastností látky při průchodu fázovým rozhraním, jednak v sobě zahrnuje efekt latentního tepla spotřebovaného či uvolněného při fázové přeměně. Cílem práce bylo studium entalpické metody a vývoj a testování numerických nástrojů pro řešení dané úlohy v kontextu planetárních aplikací, konkrétně evoluce ledových slupek vybraných měsíců Saturnu a Jupiteru.

Práce se sestává ze tří částí. V první student formuluje úlohu a ze zákonů zachování mechaniky kontinua detailně odvozuje entalpickou formulaci, která slouží jako výchozí bod pro numerickou implementaci metodou konečných prvků. Získaný systém rovnic v klasických proměnných (tlak, rychlost a teplota) umožňuje využití standardních numerických postupů a přitom zahrnuje evoluci vnitřního rozhraní mezi pevnou a kapalnou fází v souladu se Stefanovou podmínkou.

Ve druhé části práce se student detailně věnuje ověření použitelnosti entalpické formulace pro řešení Stefanovy úlohy nalezením analytického řešení speciálních variant Stefanova problému v jedné, dvou a ve třech dimenzích - ve 2D a 3D případě se jedná o autorův původní výsledek. Tato analytická řešení jsou srovnána v jedné a dvou dimenzích s numerickými řešeními pro entalpickou formulaci se zhlazeným rozhraním mezi fázemi. Numericky je tato úloha řešena metodou konečných prvků implementovanou v knihovně FEniCS. Výsledky v této části vnímám jako hlavní přínos práce, neboť autor dokumentuje velmi přesvědčivě sílu a přesnost entalpické metody při řešení Stefanova problému a práce obsahuje i heuristickou analýzu volby diskretizačních parametrů. Autor zde tedy podává jednak návod, jak entalpickou metodu numericky implementovat, a zároveň nástroj, jak ji testovat.

Třetí kapitola se vrací k úloze, jež byla původní motivací ke studiu daného problému, tj. k úloze evoluce systému ledová slupka a podpovrchový oceán na ledových měsících ve Sluneční soustavě. Zde vyvstává nutnost modelování termální konvekce v dvousložkovém systému led-voda, nahlíženému jako systém dvou viskózních kapalin o velmi odlišných viskozitách. Kromě nutnosti popsat evoluci vnitřního rozhraní mezi oběma fázemi, k čemuž slouží entalpická metoda popsaná výše, je zde potřeba navíc zachytit evoluci vnějšího volného rozhraní, jehož tvar je dán deformací materiálu (ledu). Za tím účelem je studován klasický Blankenbachův benchmark, rozšířený o formulaci pohybu volné hranice pomocí tzv. ALE metody. Na benchmarku je dokumentováno úspěšné zvládnutí numerické implementace daného problému v knihovně FEniCS.

Hodnocení práce:

Předložená práce je dle mého názoru obsahově velmi kvalitní. Student si musel v průběhu práce osvojit řadu netriviálních témat a podařilo se mu v průběhu řešení získat i některé původní výsledky,

zejména ve druhé kapitole. Student zvládl úlohu nejen po stránce teoretické, ale vypořádal se výborně i s numerickou implementací v knihovně FEniCS. Po formální stránce je práce také zdařilá, první dvě části jsou zpracovány velice pečlivě a didakticky, navíc s minimálním počtem překlepů. Ve třetí části a v závěru práce autor částečně doplatil na přílišné ambice školitele, jehož “velké oči” stran aplikace metody na konkrétní geofyzikální problém vedly k přílišnému tématickému rozkročení. Výsledkem je, že třetí část práce stojí částečně mimo ostatní text a na syntézu výsledků druhé a třetí kapitoly, jež by vynaložené úsilí řádně zhodnotila, nezbyl autorovi dostatek času. Práce proto působí v samotném závěru uspěchaným a nedokončeným dojmem. Jako školitel jsem však naléhal, aby i tyto schematické výsledky autor alespoň náznakem zahrnul, neboť dokumentují značné množství netriviální a úspěšně provedené práce na numerické implementaci, a také fakt, že původně plánovaný model 2D termální konvekce s vnitřním fázovým rozhraním a volným vnějším povrchem byl v závěru práce “na dosah ruky”. Velmi mě proto těší, že se kolega Malík rozhodl v tématu pokračovat během doktorského studia.

Veškeré v práci dosažené výsledky vnímám jako velice cenné a zdařilé a **předloženou práci proto doporučuji uznat jako diplomovou práci.**

Námět do diskuse:

Jaké kontrasty reologických a termálních parametrů jste testoval a jaké by byly v praxi pro systém voda-led potřeba? Znamená to, např. v případě viskozit, že je “vše marno”?

V Praze dne 30. srpna 2018
RNDr. Ondřej Souček, Ph.D.
Matematický ústav Univerzity Karlovy