

Oponentský posudek diplomové práce
Jiřího Malíka

Termomechanická interakce vnějších ledových slupek a podpovrchových oceánů na ledových měsících Jupiteru a Saturnu

Obsah práce

Předložená diplomová práce se zabývá vzájemným termomechanickým působením mezi dvěma fázemi jedné látky, typicky vodou a ledem. Využívá k tomu metodu entalpie, která umožňuje aproximovat ostré rozhraní mezi jednotlivými fázemi pomocí rozptýleného rozhraní. Formulace Stefanův problém, pro který nalezneme semi-analytické řešení a srovnává ho se simulací pomocí metody konečných prvků a ukazuje sílu metody entalpie. Jako další benchmark řeší Blankenbachův problém termální konvekce v zemském pláští.

Dosažené výsledky. Diplomová práce se skládá ze tří částí. V první kapitole diplomant představí zobecněný Reynoldsův teorém pro pole se skokem na singulární ploše a odvodí bilanci hmoty, hybnosti, momentu hybnosti, energie a entropie. Dále představí metodu entalpie, kdy nejprve zformuluje rovnici vedení tepla pro neznámé teplotu a termodynamický tlak. Dále získá podmínku na rozhraní pro entalpii a po zanedbání pár členů ji redukuje na Stefanovu podmínku, která říká, že rozdíl energie vstupující a vystupující z fázového rozhraní je spotřebovaný čistě na fázovou změnu. Protože materiálové parametry, jako tepelná kapacita a tepelná vodivost jsou různé v každé fázi, tedy skokově závislé na teplotě, zhladí je na ε okolí jako funkci teploty a vytvoří difúzní model. Tím získá elegantní model tváříci se jako běžná rovnice vedení tepla s teplotně závislými parametry, ovšem obsahující informaci o latentním teple.

V druhé kapitole je postupně definován jedno-, dvou- a tří-dimenzionální Stefanův problém. V 1D úloze oblast představuje polopřímka, která má jako počáteční podmínku předepsanou teplotu, při které se materiál nachází v pevné skupenství. Vlevo v $x = 0$ je polopřímka ohřívána předepsanou konstantní teplotou, která je vyšší než bod tání a v úloze se studuje postupné roztávání materiálu a průběh teploty na čase. Ve dvoudimenzionální úloze je oblastí doplněk kruhu o poloměru R_1 a materiál je ohříván předepsaným tepelným tokem. Ve trojrozměrná úloze se studuje doplněk koule. Pro všechny úlohy je nalezeno semi-analytické řešení, ve kterém je třeba řešit numericky jednou algebraickou rovnicí. Toto řešení je použito jako benchmark pro metodu entalpie implementovanou pomocí metody konečných prvků v 1D a 2D. Úloha se ovšem neřeší na nekonečné oblasti, ale je uříznuta a na její hranici je předepsán tepelný tok získaný ze semi-analytického řešení. Shoda konečněprvkového a semi-analytického řešení je dokonalá a ukazuje se efektivita entalpické metody. Pro jednodimenzionální úlohu je heuristicky studovaná vhodná volba časového kroku a velikosti sítě pro zvolenou semiimplicitní metodu.

Třetí kapitola se zabývá studií Blankenbachova benchmarku představující konvekci v zemském jádře. Výpočetní oblast je obdelník, boční stěny jsou tepelně izolované, na spodní je předepsaná teplota vyšší než teplota předepsaná nahoře, takže tekutina proudí v důsledku tepelného gradientu, horní strana obdelníku je volná. Dále jsou zformulované pohybové rovnice, které sice v berou úvahu mnoho fyzikálních faktorů, jako je Coriolisova a odstředivá síla, ale nakonec po zanedbání mnoha členů se dospěje k nestlačitelné nerotující Boussinesqově aproximaci s nekonečným Prandtlovým číslem. Horní volná hranice je řešena pomocí inkrementální rozšířené Langrangeovy-Eulerovy (ALE) formulace, která je podrobně popsána. Kinematická rovnice na této hranici je řešena pomocí Nitscheho metody. Pro srovnání s benchmarkem je

vypočítáno v každém časovém kroku Nusseltovo číslo a to porovnáno, výsledek je konzistentní s benchmarkem.

V závěru diplomant definuje složitější úlohu, ve které dochází navíc k fázové přeměně (namrzání a roztávání). Jak sám diplomant zmiňuje, z časových důvodů je prezentován jen předběžný výsledek – obrázky ze simulace bez dalšího zkoumání.

Přínos autora. Hlavní přínos autora práce je především v nalezení semi-analytického řešení pro dvoudimenzionální a třídimenzionální Stefanův problém, který se dá použít jako benchmark. Sám ho úspěšně provede, kdy úlohu numericky řeší pomocí metody entalpie, která poskytuje efektivní řešení daného problému.

Hodnocení práce

Věcná kvalita práce. V první kapitole nemám téměř co vytknout, jen je matoucí, že v zobecněném Reynoldsově teorému se vyskytuje materiálová časová derivace před integrálem přes objem, a ten tedy závisí jen na čase.

Ve druhé kapitole je pár překlepů ve vypočteném tepelném toku na uříznuté hranici, v konečněprvkovém kódu je ale vše implementováno správně. Hlavní problém druhé kapitoly vidím v tom, že celkem podrobně je popsáno jen odvození semi-analytického řešení jednodimenzionální úlohy. Přesto i tady chybí některé informace. Například z textu jsem se domníval, že je používána plně implicitní metoda, což by bylo ale v rozporu s použitím Lax-Milgramovy věty. A skutečně, v kódu lze zjistit, že pro výpočet parametrů závislých na teplotě se využívá teplota známá z předchozího časového kroku. Řešení dvoudimenzionální úlohy je pak už celkem dost stručná a ve 3D už odvození není vůbec. Myslím, že si to diplomová práce zaslouží, zvláště když jde o největší výsledek práce.

Třetí kapitola je napsána pěkně, obsahuje jen málo překlepů. Pokud v ní něco chybí, je to podrobnější popis Nitscheho metody. Nakonec v benchmarku jsou pro porovnání definována dvě bezrozměrná čísla bez jakéhokoli vysvětlení. Bylo by vhodné alespoň větou vysvětlit jejich fyzikální význam.

Výsledky v této práci považuji za velmi zdařilé, ovšem jejich prezentace je velmi stručná a to i na poměry vědeckého článku.

Formální kvalita práce. Práce obsahuje celkem málo překlepů. Hlavní problém je v její stručnosti, ale to co bylo napsáno, bylo sepsáno pečlivě.

Doporučení. Předloženou práci doporučuji uznat jako diplomovou práci.

Dotazy

- Můžete vykreslit závislost tavicí fronty $s(t)$ na čase a napsat odpovídající hodnotu λ v 1D a 2D úloze?
- Díval jsem se v kódu, že jste testoval i plně implicitní metodu, můžete popsat, jaké problémy se vyskytly? Zajímá mě počet Newtonových iterací a počet časových kroků, srovnajte prosím se semi-implicitním schématem.
- V 1D i 2D úloze je materiálem voda/led. V 1D úloze se předepisuje nalevo teplota 100°C , napravo je -10°C . Jak se výsledek změní, když bude vlevo jen třeba 50°C ?
- Ve 2D úloze je na vnitřním poloměru předepsán takový tepelný tok, že je tam teplota přes 400°C , šlo by předepsat menší tok, aby tam byla pořád tekutina?

- Jen pro zajímavost, můžete ukázat video s efektem opilého námořníka?
- Vysvětlete prosím fyzikální význam Nusseltova čísla.

V Praze 21. srpna 2018
Karel Tůma
Matematický ústav Univerzity Karlovy