Univerzita Karlova v Praze

Matematicko-fyzikální fakulta

DIPLOMOVÁ PRÁCE

Petr Hála

Vícerovnicové ekonometrické modely národních ekonomik

Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Vedoucí diplomové práce:	RNDr. Radek Hendrych, PhD.
Studijní program:	Matematika
Studijní obor:	Pravděpodobnost, matematická statistika a ekonometrie

Praha 2018

Poděkování

Rád bych věnoval poděkování vedoucímu mé diplomové práce RNDr. Radku Hendrychovi, PhD., za jeho odborné rady a za to, že si vždy našel čas ke konzultaci.

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci vypracoval(a) samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů, literatury a dalších odborných zdrojů.

Beru na vědomí, že se na moji práci vztahují práva a povinnosti vyplývající ze zákona č. 121/2000 Sb., autorského zákona v platném znění, zejména skutečnost, že Univerzita Karlova v Praze má právo na uzavření licenční smlouvy o užití této práce jako školního díla podle §60 odst. 1 autorského zákona.

V .... dne .... Podpis autora

Název práce: Vícerovnicové ekonometrické modely národních ekonomik

Autor: Petr Hála

Katedra: Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Vedoucí diplomové práce: RNDr. Radek Hendrych, PhD., Katedra pravděpodobnosti a matematické statistiky

Abstrakt: Tato práce se zabývá využitím vícerovnicových ekonometrických soustav k ucelenému náhledu na národní ekonomiku, a to se zřetelem na možná úskalí běžných postupů. Seznamuje čtenáře s teorií a odhadovými postupy pro vícerovnicové soustavy. Dále hovoří o rovnosti úspor a investic a teorii peněz. Krátce analyzuje Kleinův model I z teoretického hlediska a odhaduje jej třístupňovou metodou nejmenších čtverců. Součástí textu jsou návrhy a vlastní implementace dílčích úprav tohoto modelu. Kvalita modelů se posuzuje podle předpovědního kritéria. Následně je odvozen kanonický NK DSGE model, který je dále podroben (teoretické) kritice. Práce vyslovuje pochybnosti nad relevancí NK IS křivky a argumentuje, že Lucasova kritika stále platí. K implementaci NK DSGE modelu se využívá zobecněná momentová metoda. Nakonec je tento model krátce porovnán s Kleinovým modelem I.

Klíčová slova: Kleinův model I, NK DSGE model, Lucasova kritika, HDP

Title: Econometric models of national economies

Author: Petr Hála

Department: Department of Probability and Mathematical Statistics

Supervisor: RNDr. Radek Hendrych, PhD., Department of Probability and Mathematical Statistics

Abstract: The present thesis deals with multiple econometric equations systems which might provide a useful insight into the national economy modelling. It takes into account possible pitfalls of common practices. It introduces the theory and estimation methods of multiple econometric equations systems. It also discusses the equality of savings and investment and the theory of money. Furthermore, it briefly analyses Klein's model I from a theoretical point of view and uses the three-step least squares method in order to estimate it. Partial modifications of this model are suggested and implemented. The quality of the competitive models is evaluated employing the predictive criterion. Consequently, the canonical NK DSGE model is derived and subjected to theoretical criticism. The thesis debates doubts on the relevance of the NK IS curve and argues that Lucas's critique is still valid. A generalized method of moments is used to implement the NK DSGE model. Finally, this model is briefly compared with Klein's model I.

Keywords: Klein model I, NK DSGE model, Lucas critique, GDP

Obsah

Předmluva

Motivací práce je nahlédnout na některé problémy či dokonce přímo chyby, které jsou v ekonometrii běžně rozšířené. V úvodu první kapitoly se budeme více zabývat jedním z aspektů jinak širšího problému „korelace vs. kauzalita“, záměnou příčiny a následku. Nezřídka se objevují názory, že vlivem přílišného tlaku na praktickou část výuky je na školách ekonomického zaměření často opomíjeno teoretické pozadí problémů, zejména nebývají mladí ekonomové dostatečně seznámeni s předpoklady používaných modelů a mylně tyto považují za univerzálně platné.

Jako příklad uveďme adaptivní inflační očekávání. Jde o velmi zjednodušený model s diskrétním časem, který zapovídá očekávání jakékoli změny trendu. Skutečnost, že se lze na příkladu slevových akcí v libovolném supermarketu přesvědčit, že tento model je (alespoň někdy) v příkrém rozporu s ekonomickou realitou (z předpokladu adaptivních očekávání by plynulo, že zákazníci přestanou nakupovat zlevněný produkt v očekávání další slevy), bohužel nebrání předním státním ekonomům rozvíjet tento model do teorií o deflační spirále.

Dále je třeba mít na zřeteli tzv. Lucasovu kritiku a Goodhartův zákon. Lucasova kritika se vztahuje ke snaze o odhadnutí vlivu změn v hospodářské politice čistě na základě vzorců chování pozorovaných na historických datech. Lucas tvrdí, že parametry makroekonomických modelů nejsou invariantní vzhledem k hospodářské politice. Změnou hospodářské politiky dochází ke změně modelu a tento se tak stává nepoužitelným pro předpověď dopadů uvažované změny. Příkladem z praxe je tzv. Phillipsova křivka - negativní korelace mezi nezaměstnaností a inflací, primárně pozorovaná v USA počátkem 20. století. Dnešní vysvětlení Phillipsovy křivky je, že dodatečné peníze v ekonomice krátkodobě vyvolají zdání prosperity, což vede k dočasnému poklesu nezaměstnanosti, a to do doby, než se ceny přizpůsobí novému objemu peněz. Dlouhodobě však vyšší inflace ke snížení nezaměstnanosti nevede, neboť ekonomické subjekty zahrnou vyšší inflaci do svých očekávání, a zdání prosperity tak mizí. Lucasova kritika zjednodušeně říká, že nelze očekávat, že vzorce chování z období počátku 20. století budou obecně platné i pro jiné měnové politiky, než jaká byla používána tehdy.

Goodhartův zákon varuje před hodnocením ekonomiky na základě omezeného výběru kritérií, či jen jednoho kritéria (jakým je dnes do značné míry HDP). Asi nejpopulárnější znění zákona je *„When a measure becomes a target, it ceases to be a good measure“* (Strathern, 1997), tj. *„Když se měřítko stane cílem, přestává být dobrým měřítkem“*. Hospodářská politika se totiž zaměřuje primárně na růst zvoleného kritéria (měřítka), a to tak roste rychleji než ekonomika jako celek. Je tedy narušen vztah mezi hodnotou měřicího kritéria a stavem ekonomiky. Již zmíněné HDP nepostihuje pracovní úsilí obyvatel, nebere v potaz smysluplnost vynaložených výdajů aj. Aniž by se ekonomická situace obyvatel musela fakticky změnit, HDP roste např. v důsledku zkracování životnosti výrobků (tj. roste počet vyrobených kusů, ačkoli užitná hodnota je stejná či dokonce snížená o transakční náklady).

Nakonec je třeba vyjádřit se k jednomu problému ekonomie jakožto vědy, který sice není v možnostech ekonometrie vyřešit, ale je dobré ho mít na zřeteli. Totiž, hospodářská politika je v praxi vždy jen a pouze intervenční. Účelem žádné instituce není, a ani principiálně nemůže být, nezasahování do volného trhu. Taková instituce by neměla žádnou náplň práce a nebyl by tedy důvod pro její existenci. V makroekonomické praxi tedy z podstaty problému nelze nalézt žádné zastánce volného trhu. Kdykoli tak slyšíme člověka pracujícího v instituci, jež provádí hospodářskou politiku, mějme na paměti, že ze své pozice nemůže než hájit intervence.

Jestliže tedy v hospodářské praxi neexistuje pracovní uplatnění pro makroekonomy zastávající přístup Laissez-faire, stává se z argumentu *„v praxi volnému trhu stejně nikdo nevěří“* tautologie s nulovou argumentační hodnotou.

Klasickým problémem ekonomie je pak dichotomie mezi *krátkým obdobím* a *dlouhým obdobím* (Hlaváček, 2014).

Krátké období je takové období, během kterého nelze plně přizpůsobit fixní faktory. Ekonomičtí aktéři tak nejsou schopni nové incentivy zcela promítnout do svého chování. Firmy přizpůsobují variabilní vstupy jako jsou materiály a práce (byť zde již může do úvahy vstupovat pružnost trhu práce), nezvládají ale přizpůsobovat takové faktory jako jsou nemovitosti a výrobní zařízení. Též domácnosti přizpůsobují svou průběžnou spotřebu, ale nestěhují se do jiné nemovitosti.

Dlouhé období je oproti tomu období dostatečně dlouhé, aby bylo možno přizpůsobit veškeré faktory, včetně nemovitostí a zařízení (a obecně kapitálu).

Tato dichotomie představuje zásadní problém při uvažování dopadů ekonomických opatření. Jelikož v krátkém období ekonomičtí aktéři nepromítají do svého chování zcela všechny změny, hrozí, že některé náklady se projeví až v dlouhém období. Ekonomické opatření se tak může krátkodobě jevit jako pozitivní, ačkoli dlouhodobě tomu tak není. Velké nebezpečí tkví v nepochopení podstaty tohoto problému. Pakliže se totiž zdá, že opatření má zpočátku pozitivní vliv, který mizí ruku v ruce s tím, jak se ekonomičtí aktéři přizpůsobují nové situaci, je něco špatně. Ekonomičtí aktéři sice v realitě nejsou dokonale racionální, ale vysvětlení, že v naší úvaze přehlížíme nějaké náklady, se jeví být blíže realitě, než vysvětlení, že ekonomičtí aktéři většinově propadli sebemrskačství a hromadně se zbavují dobra, jež jim přistálo do klína. Prvním, co nás napadne, je přechodné financování z úspor (či snížením zisku). To by ještě z hlediska statistického zkoumání nemuselo být tak zlé, existují však i podstatně hůře uchopitelné způsoby, jakými se ekonomičtí aktéři mohou se změnou vypořádat - mohou např. v překlenovacím období navýšit své pracovní úsilí.

Touto problematikou se zabýval již roku 1850 Frédéric Bastiat ve svém díle *Co je a co není vidět* (česky Bastiat (1923)), avšak stále jí není v ekonomické praxi věnována dostatečná pozornost.

Dílo *Co je a co není vidět* tedy upozorňuje na skutečnost, že domnělé pozitivní důsledky hospodářských opatření mohou být způsobeny spíše naší neschopností vidět druhou stranu mince. Pro lidi je daleko snáze uchopitelné to, co je (co vidí), než to, co není (ale mohlo by být). Pokud stát vybere od 10 milionů lidí po desetikoruně a dotačním titulem „vytvoří“ 100 nových pracovních míst (s nákladem milion korun na jedno místo), o čemž udělá státní televize reportáž v hlavních zprávách, tak to, co je vidět, je 100 „nových“ míst. To, co není vidět, je, že každý člověk má ve své peněžence o desetikorunu méně. Taková částka bude pro většinu lidí pod jejich rozlišovací schopností, a tak si ani neuvědomí, že si museli něco odepřít. Přesto však, lid země přišel o 100 milinů korun, a to se na jeho poptávce musí projevit. Jenže pokles poptávky je relativně malý, incentivy jsou tedy poměrně slabé. Pro člověka, který v důsledku opatření přijde o práci, půjde daleko spíš jen o poslední kapku, než o hlavní zdroj problémů. Vesnický pekař, který napeče za měsíc o 100 rohlíků méně, asi jen sníží své úsilí... Takové jevy jsou prakticky neměřitelné, neviditelné. I kdyby však šlo o jasnou výměnu „kus za kus“, lidské vnímání stejně daleko snáz zaznamená, že si pan Sedláček nechal zasklít rozbité okno, než to, že si nekoupil nové boty. Skutečnost, že se nic nestalo, i když se stát možná mohlo, prostě projde bez povšimnutí.

Je tedy třeba dávat velký pozor, zda hospodářská opatření ve skutečnosti jen nejsou přendáváním z jedné kapsy do druhé motivovaným tím, která kapsa je zrovna v hledáčku kamery.

Jako příklad dovolte v této souvislosti upozornit na *modely výdajových multiplikátorů* (Hlaváček, 2014). Tyto modely operují s myšlenkou, že dodatečné vládní výdaje způsobí větší nárůst poptávky, než by odpovídalo jen výši těchto výdajů. Dodatečné výdaje totiž způsobí nárůst poptávky, v důsledku čehož budou mít lidé více peněz, to způsobí další nárůst poptávky a tak dále. Matematicky celkový efekt jednotkového impulzu je

$$\frac{1}{1-c} = 1 + c + c^2 + c^3 + \ldots > 1,$$

kde c je sklon ke spotřebě, tedy podíl spotřeby na (dodatečném) příjmu (s tím, že $1 - c$ jsou relativní úspory).

Na základě výše uvedené úvahy by se tedy mohlo zdát, že vyšší vládní výdaje jsou pozitivní, neboť nárůst ekonomiky je vyšší, než je předmětný vládní výdaj. Efekt je ale symetrický. Multiplikátor nefunguje jen při nárůstu, ale zcela analogicky též při poklesu. Tam, kde vláda peníze vezme, dojde ke zcela analogickému „demultiplikačnímu“ efektu, a souhrnný efekt transferu je tedy nulový. Navíc ještě vznikají transakční náklady.

Všechny výše zmíněné poznatky si jistě zaslouží, aby na ně byl v hospodářské praxi kladen větší důraz, než tomu v současnosti je. Mimo jiné se tato práce pokusí pro to nabídnout dostatečný empirický podklad.

Úvod

Hlavním cílem práce je zkoumat modely fungování národních ekonomik. Jde o téma, kterému patrně není věnována taková pozornost, jakou by si zasloužilo. Výstupy modelů národních ekonomik jsou podkladem pro hospodářsky politická rozhodnutí s celostátním a mnohdy i přeshraničním dopadem. Prakticky každý člověk pak žije v nějakém státě a každý stát má nějakou hospodářskou politiku. To, jaké modely národních ekonomik jsou používány, jak jsou interpretovány a jak jsou realizována doporučení z těchto modelů vyplývající, tedy přímo ovlivňuje životní úroveň takřka všech lidí na Zemi.

Jelikož ekonomika není jednorozměrná veličina, je třeba uceleně nahlédnout na vazby mezi vícero proměnnými. K tomuto účelu slouží vícerovnicové ekonometrické soustavy. V první kapitole se s nimi seznámíme z teoretického hlediska. Popíšeme strukturu vícerovnicových soustav, způsoby odhadu jejich parametrů a v návaznosti na to též testy korektnosti modelu. Ve druhé kapitole se pak budeme zabývat teoretickými východisky s přímým vlivem na výsledky modelů, konkrétně rovností úspor a investic (investovat lze pouze to co není spotřebováno, tj. co je uspořeno) a povahou peněz a inflace.

Ve třetí a čtvrté kapitole budeme popisovat dva ústřední vícerovnicové modely, které jsme vybrali. První je tzv. Kleinův model I, jde o jeden z prvních vícerovnicových modelů, který byl aplikován na národní ekonomiku (konkrétně na ekonomiku USA za roky 1921-1941). Tento model pak dal v následujících desetiletích vzniknout celé široké rodině modelů. Je tedy jakýmsi etalonem, typickým reprezentantem své doby. Druhý model, kterým se budeme zabývat, je takzvaný Nový Keynesiánský (dále též jen NK) DSGE model. Konkrétně se budeme zabývat jeho „kanonickou“ variantou. Jde o dynamický a stochastický model všeobecné rovnováhy, který je odvozen z mikroekonomických teorií chování spotřebitele. Reprezentuje tedy zcela nový, odlišný přístup. Podobně jako Kleinův model I, i kanonický NK DSGE model je reprezentantem celé rodiny různých modelů vycházejících ze stejné myšlenky. Tyto modely jsou dnes široce rozšířeny a používány většinou centrálních bank světa. Stojí tedy v pozadí hospodářské politiky většiny světa. Oba modely jsou tak typickými představiteli své doby a reprezentují historii a současnost ekonomického modelování národních ekonomik.

V případě Kleinova modelu budeme klást větší důraz na praktickou aplikaci modelu a implementaci možných úprav, které se většinou týkají spíše používaných dat než struktury modelu samotné.

NK DSGE model však svou podstatou vybízí k hlubší teoretické analýze. Oproti Kleinovu modelu totiž přichází se silnými teoretickými základy a ambicí vypořádat se s Lucasovou kritikou. Parametry modelu by tedy měly být nezávislé na hospodářské politice. Větší důraz tak budeme klást na odvození a teoretickou kritiku modelu.

1. Vícerovnicové ekonometrické soustavy

1.1 Motivace

Klasický model lineární regrese (Komárek, 2014) sestávající se z jedné rovnice dokáže vysvětlit vždy jen jednu proměnnou. Pro pochopení ekonomiky v širších souvislostech je však třeba analyzovat vzájemné vztahy různých proměnných, namátkou HDP, inflace, úroková míra, aj. Je tedy třeba přejít k soustavě více regresních rovnic.

Jedna a ta samá proměnná může být vysvětlovaná jednou rovnicí, ale do ostatních vstupovat coby proměnná vysvětlující. Proměnné se mohou dokonce vysvětlovat vzájemně. Nic nám nebrání uvažovat například (schematicky zapsanou) soustavu typu

$$A = \beta B + \varepsilon_A,$$
$$B = \alpha A + \varepsilon_B.$$

Můžeme tak postihnout obousměrnou závislost (kauzalitu), kdy se proměnné ovlivňují navzájem, a tedy nelze jednoduše označit změnu jedné za příčinu a změnu druhé za následek.

Tím se dostáváme k nebezpečnému omylu, jež může pramenit z rutinního přístupu k vyhodnocování klasického modelu. Je třeba si uvědomit, že v klasickém modelu se směr příčinnosti **předpokládá**. Uvažujme schematický model, který vysvětluje změny v HDP (značíme ΔY) pomocí změn inflace (značíme $\Delta\Pi$)

$$\Delta Y = \alpha\Delta\Pi + \varepsilon. \tag{1.1}$$

Tato rovnice je ovšem totožná s rovnicí

$$\Delta\Pi = \beta\Delta Y - \beta\varepsilon, \tag{1.2}$$

kde $\beta = \frac{1}{\alpha}$. Na odchylky ε klademe požadavek symetrie, změna znaménka je potom irelevantní. Pouhým přeškálováním odchylek tedy dostáváme model, který naopak změny inflace vysvětluje pomocí změn HDP. Jak tedy určit, který model je správný - co je příčina a co následek? Pouhým statistickým vyhodnocením pozorovaných dat to nelze.

V praxi je primárním předmětem zájmu spíše vysvětlení změn HDP. Rutinním využitím modelu (1.1) tak lze dojít k závěru, že změna inflace způsobuje změny HDP. To je ovšem ve skutečnosti pouze předpoklad, který jsme učinili výběrem modelu (1.1) na místo modelu (1.2).

S využitím soustavy dvou rovnic však můžeme modelovat obousměrnou závislost. Odhadujeme-li současně např. (schematicky zapsané) rovnice

$$\Delta Y = \alpha \Delta \Pi + \alpha' X_1 + \varepsilon_1,$$
$$\Delta \Pi = \beta \Delta Y + \beta' X_2 + \varepsilon_2,$$

pak koeficient α vypovídá o tom, jak změna inflace působí na změnu HDP a naopak koeficient β vypovídá o tom, jak změna HDP působí na změnu inflace. Závěr, že změna inflace způsobuje změny HDP, který lze nesprávně učinit z volby modelu (1.1), odpovídá skutečnosti pouze pokud $\alpha \neq 0$ a současně $\beta = 0$ (resp. koeficient α je statisticky významný a koeficient β nevýznamný).

Využití soustavy více rovnic tedy nejen že umožňuje vysvětlovat více proměnných současně, ale studium jejich vzájemných vztahů, kdy jedna proměnná je jednou vysvětlovaná a jindy vysvětlující, umožňuje též - na rozdíl od klasického modelu - modelovat obousměrnou závislost. Nejsme tak nuceni volbou modelu činit předpoklad, co je příčinou a co následkem. Vícerovnicové ekonometrické soustavy jsou tedy bezesporu vhodným způsobem, jak statisticky zkoumat ekonomiku.

1.2 Formulace úlohy

Nejprve si uvědomíme, s jakým typem dat pracujeme. Typický datový soubor je tvořen větším počtem proměnných, z nichž každá je pozorována v určité časové posloupnosti jako časová řada. Dochází tak ke kombinaci průřezové informace (pro jednotlivé proměnné) a časové informace. Můžeme tedy přistoupit k formulaci úlohy. V tomto ohledu vycházíme z publikace Cipra (2008).

1.2.1 Obecná formulace soustavy

Nechť je datový soubor tvořen časovými řadami o délce T ($t = 1, ..., T$) pro m ($j = 1, ..., m$) veličin. Každá z vysvětlovaných proměnných y_{jt} je vysvětlena pomocí (řádkového) vektoru vysvětlujících proměnných (regresorů) $\mathbf{x}_t$ délky k. *Soustavu ekonometrických rovnic* lze pak obecně zapsat jako

$$y_{jt} = \mathbf{x}_t \boldsymbol{\beta}_{jt} + \varepsilon_{jt},\ j = 1, ..., m,\ t = 1, ..., T, \qquad (1.3)$$
$$var(\boldsymbol{\varepsilon}) = \boldsymbol{\Omega}_{mT \times mT},\ E(\varepsilon_{jt}) = 0\ \forall\ j, t,$$

kde $\boldsymbol{\Omega}_{mT \times mT}$ je rozptylová matice vektoru reziduálních složek ε_{jt} (dále značíme též jen $\boldsymbol{\Omega}$).

Formálně jsou tedy regresory stejné pro všechny rovnice soustavy. Prakticky však zřejmě v různých rovnicích soustavy vystupují různé regresory, k je tedy celkový počet regresorů soustavy a parametry (složky vektoru $\boldsymbol{\beta}_{jt}$) příslušející regresorům, jež se v rovnici j nevyskytují, jsou nulové. Poznamenejme, že pro $m = 1$, $\boldsymbol{\beta}_{1t} = \boldsymbol{\beta}_1$ dostáváme (po doplnění příslušných předpokladů) klasický model.

Problém modelu (1.3) však je, že je příliš obecný pro praktické využití. Obsahuje $kmT + \frac{mT(mT+1)}{2}$ parametrů (plyne ze symetrie rozptylové matice $\boldsymbol{\Omega}$), zatímco počet pozorování je jen mT. V praxi se proto používají speciální případy tohoto obecného modelu, zejm. *SUR soustava* (z anglického *seemingly unrelated regression*) a *soustava simultánních rovnic SEM* (z anglického *simultaneous equations model*).

Podívejme se ale ještě v rámci obecné formulace na pojmy *exogenní* a *endogenní proměnná*. Obecně proměnnou x vysvětlující proměnnou y definujeme jako exogenní, jestliže rozdělení $y|x$ (y za podmínky x) nezávisí na procesu generujícím x. V lineárním regresním modelu dostáváme klasickou *podmínku ortogonality*:

$$E\,\mathbf{X}^T\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0}.$$

Navíc rozlišujeme exogenní proměnné *predeterminované*, tj. takové, jež byly v soustavě vytvořeny v minulém čase (proměnná je v daném čase nekorelovaná se současnými a budoucími rezidui), a *striktně exogenní*, tj. takové, jež vznikají zcela mimo uvažovanou soustavu rovnic (proměnná je nekorelovaná se všemi rezidui, minulými, současnými i budoucími). *Endogenní* proměnné jsou pak ty, jež nejsou exogenní. V soustavě v daném čase vznikají, jsou jejím výstupem.

V soustavě definované dle (1.3) může vektor vysvětlujících proměnných $\mathbf{x}$ obsahovat jak endogenní proměnné, tak oba typy proměnných exogenních - striktní i predeterminované.

Obecně lze shrnout, že:

- *Endogenní* proměnná musí být alespoň v jedné rovnici vysvětlovaná. Teoreticky však může být vysvětlovaná více rovnicemi a nic nebrání, aby do dalších rovnic vstupovala coby proměnná vysvětlující (regresor).
- *Exogenní* proměnná je ve všech rovnicích soustavy pouze vysvětlující.

1.2.2 SUR soustava

Soustava *SUR*, neboli *zdánlivě nesouvisející regrese* (*seemingly unrelated regression*), je definována následovně:

$$y_{jt} = \mathbf{x}_t\boldsymbol{\beta}_j + \varepsilon_{jt},$$
$$E\,\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt} = \sigma_{ij},\ E\,\varepsilon_{is}\varepsilon_{jt} = 0\ \forall\ i,j,\ s \neq t,\ E\,\varepsilon_{jt} = 0\ \forall\ j,t,$$

kde $\mathbf{x}$ obsahuje pouze **exogenní proměnné**. Indexujeme přirozeně $i,j = 1,...,m$, $s,t = 1,...,T$ (platí i nadále, není-li explicitně řečeno jinak).

Počet parametrů soustavy se tak zřejmě redukuje na $km + \frac{m(m+1)}{2}$, zatímco počet pozorování je stále mT. Pro dostatečně velká T (konkrétně $T > k + \frac{m+1}{2}$) již tedy lze parametry soustavy odhadovat (v praxi pochopitelně chceme, aby T bylo výrazně větší než tato mez).

Jelikož žádná z vysvětlovaných proměnných nevstupuje do jiné rovnice coby vysvětlující, rovnice spolu nejsou na první pohled propojeny - odtud název soustavy v tomto tvaru. Ve skutečnosti jsou však rezidua jednotlivých rovnic vzájemně korelovaná (byť pouze současně). Jednotlivé rovnice soustavy jsou tedy propojené prostřednictvím korelace reziduálních složek.

Jako příklad uveďme modelování různých akciových titulů (každá rovnice vysvětluje jeden titul). Ceny všech titulů jsou výrazně ovlivňovány náladami trhu, jejichž vliv typicky spadá do reziduální složky pro obtížnou kvantifikaci. Jeden vliv - nálada trhu - je tedy součástí reziduí všech dílčích rovnic. Špatná nálada investorů se tedy projevuje poklesem hodnoty většiny titulů (až na výjimky, jež jdou z podstaty věci proti trhu - např. společnosti obchodující se zlatem aj.).

Na závěr uveďme maticový zápis, který je třeba při odvození odhadovacího postupu. Vektor hodnot vysvětlované proměnné j pozorovaných v čase $(t = 1, ..., T)$ označíme $\mathbf{y}_j$, analogicky vektor reziduí $\boldsymbol{\varepsilon}_j$, matici hodnot regresorů rovnice j označíme $\mathbf{X}_j$ $(T \times k)$. Již víme, že vektor regresních parametrů rovnice j značíme $\boldsymbol{\beta}_j$. Dostáváme tak *SUR* soustavu zapsanou jedinou rovnicí ve tvaru

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{X}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{X}_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\beta}_1 \\ \boldsymbol{\beta}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\beta}_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_m \end{pmatrix}, \tag{1.4}$$

kde

$$var \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_m \end{pmatrix} = var(\varepsilon) = \boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} \sigma_{11}\boldsymbol{I} & \sigma_{12}\boldsymbol{I} & \cdots & \sigma_{1m}\boldsymbol{I} \\ \sigma_{21}\boldsymbol{I} & \sigma_{22}\boldsymbol{I} & \cdots & \sigma_{2m}\boldsymbol{I} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{m1}\boldsymbol{I} & \sigma\boldsymbol{I} & \cdots & \sigma_{mm}\boldsymbol{I} \end{pmatrix}.$$

1.2.3 Soustava simultánních rovnic SEM

Soustava simultánních rovnic SEM (simultaneous equations model) má podobnou strukturu jako *SUR*, na rozdíl od předchozího případu však mohou jako regresory vystupovat i endogenní proměnné (tj. vysvětlované jinou rovnicí soustavy). Celkem tak v soustavě m rovnic vystupuje $m + k$ proměnných:

m endogenních proměnných y_{jt}, $j = 1, ..., m$,

k exogenních proměnných x_{it}, $i = 1, ..., k$.

Pro přehlednost uveďme nejprve zápis (pro rovnici j) po složkách:

$$y_{jt} = \sum_{i=1,\ i \neq j}^{m} y_{it}\gamma_{ji} + \sum_{l=1}^{k} x_{lt}\beta_{jl} + \varepsilon_{jt},\ \forall\ j,\ \forall\ t.$$

Stále přitom uvažujeme strukturu reziduí jako v soustavě *SUR*:

$$E(\varepsilon_{it}\varepsilon_{jt}) = \sigma_{ij},\ E(\varepsilon_{is}\varepsilon_{jt}) = 0,\ \forall\ i, j,\ s \neq t,\ E(\varepsilon_{jt}) = 0\ \forall\ j, t$$

Oproti *SUR* soustavě tak přibylo $m(m-1)$ parametrů, pro dostatečně velká T tedy stále počet parametrů modelu nepředstavuje problém.

Ačkoli soustavy simultánních rovnic patří historicky k prvním vícerovnicovým ekonometrickým modelům, jde vlastně o zobecnění *SUR* soustavy. Zřejmě, jsou-li všechny parametry γ_{ji} nulové, je soustava typu *SEM* redukována na soustavu *SUR*.

Po odečtení levé strany (y_{jt}) můžeme celou soustavu zapsat maticově jako

$$\boldsymbol{Y\Gamma} + \boldsymbol{XB} + \boldsymbol{E} = \boldsymbol{0}, \tag{1.5}$$

kde (pro model s absolutním členem - interceptem) značíme

$$\boldsymbol{Y} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} & \cdots & y_{1m} \\ y_{21} & y_{22} & \cdots & y_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{T1} & y_{T2} & \cdots & y_{Tm} \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{\Gamma} = \begin{pmatrix} -1 & \gamma_{12} & \cdots & \gamma_{1m} \\ \gamma_{21} & -1 & \cdots & \gamma_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{m1} & \gamma_{m2} & \cdots & -1 \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{T2} & \cdots & x_{Tk} \end{pmatrix}, \ \boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \cdots & \beta_{1m} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \cdots & \beta_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{k1} & \beta_{k2} & \cdots & \beta_{km} \end{pmatrix},$$

$$\boldsymbol{E} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \cdots & \varepsilon_{1m} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \cdots & \varepsilon_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varepsilon_{T1} & \varepsilon_{T2} & \cdots & \varepsilon_{Tm} \end{pmatrix}.$$

Rovnici j pak lze vektorově zapsat jako

$$\boldsymbol{y_j} = \boldsymbol{Y}_{(-j)}\boldsymbol{\gamma}_j + \boldsymbol{X}_j\boldsymbol{\beta}_j + \boldsymbol{\varepsilon}_j, \tag{1.6}$$

kde indexem $(-j)$ myslíme, že matice Y neobsahuje sloupec j, a kde $\boldsymbol{\gamma}_j$ je vektor parametrů γ_{ji} pro $i = 1, ..., m, \ i \neq j$. Vektor parametrů endogenních proměnných $\boldsymbol{\gamma}_j$ pak neobsahuje parametr pro proměnnou, jež je rovnicí j vysvětlována. Takovému tvaru soustavy se říká *strukturální tvar*.

Celou soustavu pak lze zapsat jedinou rovnicí analogicky k (1.4) s tím rozdílem, že matice regresorů nyní bude obsahovat též endogenní proměnné:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{(-1)}|\mathbf{X}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Y}_{(-2)}|\mathbf{X}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{Y}_{(-m)}|\mathbf{X}_m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\gamma}_1 \\ \boldsymbol{\beta}_1 \\ \boldsymbol{\gamma}_2 \\ \boldsymbol{\beta}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\gamma}_m \\ \boldsymbol{\beta}_m \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \boldsymbol{\varepsilon}_2 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\varepsilon}_m \end{pmatrix}, \tag{1.7}$$

kde $\mathbf{Y}|\mathbf{X}$ značíme matici, jež vznikne zapsáním matic $\mathbf{Y}$ a $\mathbf{X}$ „vedle sebe“ do jediné matice. Struktura reziduí zůstává zachována.

Je-li matice $\mathbf{\Gamma}$ regulární, pak lze též soustavu (1.5) převést na *redukovaný tvar*

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{X}\mathbf{\Pi} + \boldsymbol{V}, \tag{1.8}$$

kde

$$\mathbf{\Pi} = -\boldsymbol{B}\mathbf{\Gamma}^{-1},\ \boldsymbol{V} = -\boldsymbol{E}\mathbf{\Gamma}^{-1}.$$

Využitím *redukovaného tvaru* soustavy se budeme dále zabývat v kapitole 1.3.2.

1.3 Odhadové postupy

K odhadování samostatných rovnic používáme obvyklý přístup pomocí *metody nejmenších čtverců* (*OLS - ordinary least squares*), pro vícerovnicové soustavy však již takový přístup není dostačující (Cipra, 2008). Již v případě *SUR* soustavy totiž aplikací obyčejných nejmenších čtverců (na každou rovnici soustavy zvlášť) ztrácíme informaci z ostatních rovnic - takový odhad tedy není eficientní. V případě soustavy *SUR* si však vystačíme s *Aitkenovým odhadem*.

1.3.1 Aitkenův odhad

Víme, že $var(\varepsilon_t) = \mathbf{\Omega}$. Tato matice je, jakožto matice rozptylu, pozitivně definitní (pro nedegenerované případy), na základě poznatků lineární algebry tedy existuje regulární matice $\boldsymbol{P}$ taková, že

$$\boldsymbol{P}\Omega\boldsymbol{P}^T = \boldsymbol{I},\ \boldsymbol{P}^T\boldsymbol{P} = \Omega^{-1}.$$

Uvažujeme obecně rovnici

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}.$$

Přenásobením maticí $\boldsymbol{P}$ zleva dostáváme

$$\boldsymbol{P}\boldsymbol{y} = \boldsymbol{P}\boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{P}\boldsymbol{\varepsilon}.$$

Uvědomíme si, že nyní $var(\boldsymbol{P}\varepsilon) = \boldsymbol{P}\Omega\boldsymbol{P}^T = \boldsymbol{I}$. Když nyní mají všechna rezidua stejný rozptyl, lze odhadnout parametry klasického modelu lineární regrese

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{P}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{P}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{y},$$
$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\boldsymbol{X}^T\Omega^{-1}\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\Omega^{-1}\boldsymbol{y}.$$

Takovému odhadu říkáme Aitkenův odhad a jde o *nejlepší lineární nestranný odhad* (*BLUE - best linear unbiased estimator*).

Pro praktickou aplikaci (na soustavu ve tvaru (1.4)) je však třeba ještě znát rozptylové parametry reziduální složky. Ty je třeba nejprve odhadnout (konzistentně).

Vzhledem ke známé struktuře rozptylové matice $\mathbf{\Omega}$ stačí odhadovat

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \hat{\varepsilon}_{it}\hat{\varepsilon}_{jt}.$$

Odhad rozptylových parametrů je tedy potřebný pro odhad modelu (a tím pádem i reziduí), ale současně se z reziduí teprve počítá. Postupuje se tedy vícestupňově. Pro soustavu *SUR* postačuje odhadnout nejprve každou rovnici zvlášť pomocí *OLS*, získaná rezidua použít k odhadu rozptylové matice a následně spočíst Aitkenův odhad. Pro větší přesnost odhadu lze postupovat iterativně (viz Eviews (2013)).

Jak si ukážeme dále, pro soustavy *SEM* je postup o něco složitější. Více podrobností viz Cipra (2008).

1.3.2 Nepřímý odhad metodou nejmenších čtverců

Než se ale dostaneme k využití Aitkenova odhadu v soustavách *SEM*, podívejme se na další možnosti využití *OLS* odhadů. Totiž, *OLS* odhad soustavy *SEM* v *redukovaném tvaru* (1.8) je zřejmě

$$\hat{\mathbf{\Pi}} = (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y}.$$

Jelikož na pravé straně rovnice (1.8) vystupují pouze exogenní proměnné, je takový odhad nestranný a konzistentní (avšak obecně neeficientní). Otázkou ovšem je, jak takové odhady interpretovat. K tomu potřebujeme transformovat (pokud možno jednoznačně) parametry $\mathbf{\Pi}$ zpět na parametry $\mathbf{\Gamma}$ a $\boldsymbol{B}$ (resp. transformujeme odhady těchto parametrů). Objevuje se však závažný problém, a sice, že transformace inverzní k

$$\mathbf{\Pi} = -\boldsymbol{B}\mathbf{\Gamma}^{-1}$$

nemusí obecně existovat. Otázka, zda taková jednoznačná zpětná transformace existuje, se skrývá pod pojmem identifikace. Odhadu touto metodou se ze zřejmých důvodů říká *nepřímý odhad metodou nejmenších čtverců* (*ILS*, z anglického (*indirect least squares*).

Rozlišujeme soustavy rovnic:

- *neidentifikované* - z redukovaných parametrů nelze získat ani jeden soubor strukturálních parametrů,
- *přesně identifikované* - z redukovaných parametrů lze získat právě jeden soubor strukturálních parametrů,
- *přeidentifikované* - z redukovaných parametrů lze získat více (alespoň 2) odlišných souborů strukturálních parametrů.

Existují dvě základní podmínky identifikace:

- *Rozměrová podmínka identifikace* je podmínkou nutnou, avšak nikoli postačující. Její výhodou je však snadná aplikace.
- *Hodnostní podmínka identifikace* je již podmínkou nutnou a postačující. S její aplikací jsou však spojeny technické potíže, neboť operuje s hodnostmi matic parametrů.

Ukážeme si jednodušší *rozměrovou podmínku identifikace*. Napřed ujasněme značení:

m je počet endogenních proměnných soustavy,

m_j je počet endogenních proměnných v rovnici j (vč. levé strany rovnice),

k je počet exogenních proměnných soustavy,

k_j je počet exogenních proměnných v rovnici j.

Rovnice soustavy je:

- *neidentifikovaná*, jestliže $k - k_j < m_j - 1$,
- *přesně identifikovaná*, jestliže $k - k_j = m_j - 1$ a je splněna postačující podmínka,
- *přeidentifikovaná*, jestliže $k - k_j > m_j - 1$.

Pro *neidentifikovanou* rovnici odhad typu *ILS* neexistuje.

Pro *přesně identifikovanou* rovnici existuje právě jeden *ILS* odhad, který je konzistentní a asymptoticky eficientní.

Pro *přeidentifikovanou* rovnici existují alespoň dva odlišné ILS odhady. Každý je sice konzistentní, ale nikoli asymptoticky eficientní (žádný nevyužívá veškerou dostupnou informaci).

V ekonomické praxi je bohužel většina simultánních rovnic přeidentifikovaná, další zkoumání podmínek identifikace tedy ztrácí na významu. Existují totiž postupy, které k (asymptoticky) eficientním odhadům vedou.

1.3.3 Instrumentální proměnné a odhady

V sekci 1.3.2. zabývající se Aitkenovým odhadem jsme se již vypořádali s odhadem *SUR* soustavy, která jako regresory uvažuje pouze exogenní proměnné. V případě soustavy simultánních rovnic však musíme do našich úvah zahrnout též endogenní proměnné (jakožto regresory).

V soustavě *SEM* jsou totiž obecně endogenní regresory korelované s reziduální složkou. Totiž, pokud je proměnná y_i vysvětlována rovnicí i, pak je zřejmě korelována s rezidui ε_i této rovnice. Rezidua jsou obecně korelována mezi sebou, a tak se tato závislost přenáší i do rovnice, v níž y_i figuruje jakožto regresor.

V tuto chvíli je třeba podrobněji vyjasnit značení. Doposud jsme endogenní proměnné značili $\boldsymbol{Y}$ a exogenní proměnné $\boldsymbol{X}$ (viz např. (1.5)). V dalších úvahách však potřebujeme vycházet ze soustavy ve tvaru

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}. \tag{1.9}$$

V případě *SUR* soustavy to problém nepředstavuje, viz (1.4). Soustava *SEM* se však jednou rovnicí zapíše jako (1.7). Abychom tuto rovnici zapsali ve tvaru (1.9), musíme přeznačit

$$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}_{(-1)}|\mathbf{X}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Y}_{(-2)}|\mathbf{X}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{Y}_{(-m)}|\mathbf{X}_m \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \gamma_1 \\ \boldsymbol{\beta}_1 \\ \gamma_2 \\ \boldsymbol{\beta}_2 \\ \vdots \\ \gamma_m \\ \boldsymbol{\beta}_m \end{pmatrix}.$$

Nadále tedy matice $\boldsymbol{X}$ představuje obecnou matici regresorů a obsahuje obecně proměnné jak exogenní, tak endogenní (není-li explicitně řečeno jinak).

Situace, kdy je narušena podmínka ortogonality $E\ \mathbf{X}^T\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{0}$ (tj. některé proměnné v matici $\mathbf{X}$ jsou endogenní) řešíme pomocí metody *instrumentálních proměnných* (*IV*, *instrumental variable*). Na tyto proměnné klademe následující požadavky:

- jsou korelované s původními proměnnými,
- nejsou korelované s reziduální složkou.

Nalezením takových instrumentálních proměnných obejdeme porušení podmínky ortogonality. Můžeme jimi nahradit původní vysvětlující proměnné (jsou s nimi korelované) a odhad pomocí těchto instrumentálních proměnných bude konzistentní (neboť tyto jsou exogenní). Otázkou tak pouze zůstává, jak instrumentální proměnné volit. Přirozeně za *IV* proměnné bereme všechny exogenní proměnné soustavy, lze do nich však zahrnout i další proměnné, které v soustavě přímo nevystupují. Musí přitom platit, že počet instrumentálních proměnných L bude alespoň takový, jako původní počet vysvětlujících proměnných (sloupců v matici $\boldsymbol{X}$; značíme K).

Matici instrumentálních proměnných budeme značit $\boldsymbol{Z}_{mT\times L}$ (dále jen $\boldsymbol{Z}$). Nahrazení původních vysvětlujících proměnných instrumentálními je v geometrickém smyslu realizováno prostřednictvím projekční matice $\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{Z}^T\boldsymbol{Z})^{-1}\boldsymbol{Z}^T$.

Odhad $\boldsymbol{\beta}$ metodou instrumentálních proměnných pak je

$$\hat{\beta}_{IV} = (\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{Z}(\boldsymbol{Z}^T \boldsymbol{Z})^{-1} \boldsymbol{Z}^T \boldsymbol{X})^{-1} \boldsymbol{X}^T \boldsymbol{Z}(\boldsymbol{Z}^T \boldsymbol{Z})^{-1} \boldsymbol{Z}^T \boldsymbol{y} = (\boldsymbol{Z}^T \boldsymbol{X})^{-1} \boldsymbol{Z}^T \boldsymbol{y}.$$

Více viz Baum (2003).

1.3.4 Dvoustupňový odhad metodou nejmenších čtverců

Vyjdeme ze zápisu rovnice j soustavy dle (1.6):

$$\boldsymbol{y_j} = \boldsymbol{Y}_{(-j)} \gamma_j + \boldsymbol{X}_j \boldsymbol{\beta}_j + \boldsymbol{\varepsilon}_j.$$

Odhadneme hodnoty endogenních proměnných jejich regresí na instrumentální proměnné jako

$$\hat{\boldsymbol{Y}}_{(-j)} = \boldsymbol{Z}(\boldsymbol{Z}^T \boldsymbol{Z})^{-1} \boldsymbol{Z}^T \boldsymbol{Y}_{(-j)}.$$

Původně endogenní proměnné pak nahradíme uvedenými odhady. Dále tedy vypočteme vypočteme *OLS* odhad parametrů $\boldsymbol{\gamma}_j$ a $\boldsymbol{\beta}_j$ dosazením do rovnice (1.6):

$$\boldsymbol{y_j} = \hat{\boldsymbol{Y}}_{(-j)} \gamma_j + \boldsymbol{X}_j \boldsymbol{\beta}_j + \boldsymbol{\varepsilon_j}$$

Tím dostáváme *dvoustupňový odhad metodou nejmenších čtverců*, neboli *2SLS* odhad (*Two stage least squares*). Takový odhad je konzistentní, asymptoticky normální, asymptoticky eficientní (avšak pouze v rámci dané rovnice, nikoli v rámci celé soustavy) a při přesné identifikaci rovnice též totožný s ILS odhadem. Odtud již také vidíme, že *2SLS* odhad a *IV* odhad jsou jen jiným vyjádřením téhož. Více viz Cipra (2008) a Baum (2003).

Pro větší přesnost lze u *2SLS* odhadu postupovat iterativně, podobně jako u Aitkenova odhadu. Více viz Eviews (2013).

1.3.5 Třístupňový odhad metodou nejmenších čtverců

Spojením Aitkenova odhadu a *2SLS* odhadu dostaneme *třístupňový odhad metodou nejmenších čtverců*, *3SLS* (*Three stage least squares*). Totiž, *2SLS* odhad využijeme k odhadu rozptylové matice $\boldsymbol{\Omega}$ a následný Aitkenův odhad aplikovaný na rovnici (1.7), resp. (1.9) je označován jako *3SLS*. Opět lze postupovat iterativně, viz (Eviews, 2013).

3SLS odhad si zachovává kvality *2SLS* odhadu (konzistence, asymptotická normalita) a navíc je eficientní v rámci celé soustavy, ne jen jedné rovnice.

Uveďme, že 3SLS odhad je rutinním odhadovým přístupem pro soustavy simultánních rovnic. Více viz Cipra (2008) nebo Greene (2003).

1.3.6 GMM odhad

Zapíšeme soustavu (1.7) ve tvaru (1.9), tj.

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{X}\boldsymbol{\beta} + \varepsilon,$$

tedy pro každé pozorování $i = 1, ..., mT$

$$y_i = \boldsymbol{x}_i^T \boldsymbol{\beta} + \varepsilon_i.$$

GMM, neboli *generalized method of moments*, je metoda vycházející z exogenity instrumentálních proměnných, tj.

$$E\ z_{ij}\varepsilon_i = 0,\ i = 1, ..., mT,\ j = 1, ..., L,$$

kde L je počet instrumentálních proměnných.

Označme dále

$$g_{ij}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = z_{ij}(y_i - \boldsymbol{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}),\ j = 1, ..., L,$$

vektorově

$$\boldsymbol{g}_i(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \boldsymbol{z}_i(y_i - \boldsymbol{x}_i^T \hat{\boldsymbol{\beta}}).$$

Exogenita instrumentálních proměnných, neboli podmínka ortogonality, dává

$$E g_{ij}(\boldsymbol{\beta}) = 0,$$

resp.

$$E \boldsymbol{g}_i(\boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{0},$$

kde $\boldsymbol{\beta}$ je skutečná hodnota parametru (resp. jejich vektor).

Každá z momentových podmínek koresponduje s výběrovým momentem. Souhrnnou statistiku můžeme psát jako vektor L momentů

$$\bar{\boldsymbol{g}}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \frac{1}{mT}\sum_{i=1}^{mT} \boldsymbol{g}_i(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \frac{1}{mT}\boldsymbol{Z}^T\hat{\varepsilon},$$

přičemž pro skutečnou hodnotu parametru $\boldsymbol{\beta}$ platí

$$E\bar{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{0}.$$

GMM odhad $\boldsymbol{\beta}$ je pak přirozeně formulován takto:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{GMM} = \arg\min_{\boldsymbol{\beta}} \parallel \bar{\boldsymbol{g}}(\boldsymbol{\beta}) - \boldsymbol{0} \parallel,$$

kde $\parallel * \parallel$ je nějaká metrika.

Víme již, že počet původních proměnných (sloupců v matici $\mathbf{X}$) a tedy i délku vektoru parametrů $\boldsymbol{\beta}$ značíme K, a počet instrumentů značíme L.

Jestliže $L = K$, tj. instrumentů je právě tolik co původních proměnných, máme ve vektoru $\boldsymbol{\beta}$ k dispozici právě tolik parametrů, jako je momentových podmínek. Lze tedy nalézt takové $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, že $\bar{\boldsymbol{g}}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \mathbf{0}$. Odhad metodou GMM je pak totožný s odhadem metodou instrumentálních proměnných (Greene, 2003).

Pro $L > K$ vezměme matici vah $\boldsymbol{W}_{L\times L}$ (dále jen $\boldsymbol{W}$) a uvažujme účelovou funkci

$$J(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = mT\bar{\boldsymbol{g}}(\hat{\boldsymbol{\beta}})^T\boldsymbol{W}\bar{\boldsymbol{g}}(\hat{\boldsymbol{\beta}}).$$

Otázkou pak je, jak volit matici vah $\boldsymbol{W}$. Ukazuje se (Baum, 2003), že eficientní odhad dostaneme při volbě

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{S}^{-1},$$

kde

$$\boldsymbol{S} = \frac{1}{mT}E\ \boldsymbol{Z}^T\varepsilon\varepsilon^T\boldsymbol{Z} = \frac{1}{mT}E\ \boldsymbol{Z}^T\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{Z}.$$

Při výpočtu pak používáme odhad

$$\hat{\boldsymbol{S}} = \frac{1}{mT}\ \boldsymbol{Z}^T\hat{\boldsymbol{\Omega}}\boldsymbol{Z}. \tag{1.10}$$

Opět tedy potřebujeme znát (mít již odhadnutou) matici $\boldsymbol{\Omega}$, postupujeme tedy ve dvou krocích - napřed odhadneme model např. metodou instrumentálních proměnných, na základě tohoto odhadu spočteme $\hat{\boldsymbol{\Omega}}$ a použijeme odhad GMM. Opět lze postupovat iterativně (viz (Eviews, 2013)).

Ukazuje se, že při požadavku na korelační strukturu $\boldsymbol{\Omega}$ dle (1.4) vlastně dostáváme *3SLS* odhad (rozdíly jsou pouze numerické). V čem tedy spočívá výhoda *GMM* oproti *3SLS*? V případě 3SLS potřebujeme konzistentní odhad $\boldsymbol{\Omega}$ o dimenzi $mT \times mT$, zatím co pro *GMM* je třeba odhadnout konzistentně jen $\mathbf{S}$ o dimenzi $L \times L$. Můžeme tedy obecně odhadovat

$$\hat{\boldsymbol{\Omega}} = \hat{\varepsilon}\hat{\varepsilon}^T.$$

Pro každý prvek varianční matice tak máme jen jedno pozorování a rozhodně se tedy nejedná o konzistentní odhad rozptylové matice. Odhad

$$\hat{\boldsymbol{S}} = \frac{1}{mT}\ \boldsymbol{Z}^T\hat{\boldsymbol{\Omega}}\boldsymbol{Z}$$

však již konzistentní je. Výhodou *GMM* oproti *3SLS* odhadu tedy je, že neklade požadavky na tvar rozptylové matice $\boldsymbol{\Omega}$. Umožňuje tak odhadovat například při časové heteroskedasticitě. V praxi se ovšem na místo obecné rozptylové matice (1.10) používá například Newey-Westův odhad rozptylu typu *HAC* (*heteroskedasticity and autocorrelation consistent*).

Problematikou se podrobněji zabývají Greene (2003), Baum (2003) a Eviews (2013).

Existují další odhadovací metody, které lze použít k odhadnutí parametrů soustavy simultánních rovnic. Jmenujme namátkou například *LIML* (*limited information maximum likelihood*) a *FIML* (*full information maximum likelihood*) (Cipra, 2008).

Vzhledem k vlastnostem *3SLS* odhadu, který je konzistentní, asymptoticky normální a asympoticky eficientní, a jeho zobecnění na *GMM* odhad, se však popis dalších metod jeví jako redundantní. Vhodný (rutinní) odhadovací nástroj máme k dispozici.

1.4 Sargan-Hansenův test exogenity

Celý výše uvedený odhad metodou *GMM* je odvozen z vlastností instrumentálních proměnných - jejich nekorelovanosti s reziduální složkou. Za předpokladu, že $L > K$, tj. počet instrumentů je větší než počet původních proměnných, lze tento předpoklad ověřit přímo ze statistiky $\boldsymbol{J}$. Pro eficientní *GMM* odhad $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{EGMM}$ totiž za předpokladu nekorelovanosti platí

$$J(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{EGMM}) = T\,\bar{\mathbf{g}}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{EGMM})^T\hat{\mathbf{S}}^{-1}\bar{\mathbf{g}}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{EGMM}) \sim \chi^2_{L-K}.$$

Na rozdíl od odhadu soustavy se testy specifikace obvykle aplikují na každou rovnici zvlášť, uvažovaný počet pozorování je tedy T (doposud jsme operovali s celou soustavou o mT pozorováních).

Dosadíme za $\bar{\mathbf{g}}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{EGMM})$ a s využitím (1.10) dostáváme

$$J(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{EGMM}) = \hat{\varepsilon}^T\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{Z}^T\hat{\boldsymbol{\Omega}}\boldsymbol{Z})^{-1}\boldsymbol{Z}^T\hat{\varepsilon} \sim \chi^2_{L-K}.$$

Takové testové statistice říkáme *Hansenova J statistika* a odpovídajícímu testu pak přirozeně *Hansenův test.*

Historicky starší *Sarganův test* je pak speciálním případem výše uvedeného pro homoskedastické chyby. *Sarganova S statistika* má tvar

$$S(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{EGMM}) = \frac{1}{\hat{\sigma}^2}\hat{\varepsilon}^T\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{Z}^T\boldsymbol{Z})^{-1}\boldsymbol{Z}^T\hat{\varepsilon} = T\,\frac{\hat{\varepsilon}^T\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{Z}^T\boldsymbol{Z})^{-1}\boldsymbol{Z}^T\hat{\varepsilon}}{\hat{\varepsilon}^T\hat{\varepsilon}}.$$

Za předpokladu nekorelovanosti instrumentů s reziduální složkou a homoskedasticity pak podobně jako výše platí

$$S(\hat{\boldsymbol{\beta}}_{EGMM}) \sim \chi^2_{L-K}.$$

My budeme používat *Sargan-Hansenův* test s rozptylovou maticí pro heteroskedastické chyby, kterou uvádí Baum (2003).

2. Teoretická východiska

2.1 Rovnost úspor a investic

V ekonomickém modelování často přirozeně předpokládáme platnost rovnosti

$$I = S,$$

neboli, že se investice rovnají úsporám. Je to logické, neboť vše, co nespotřebujeme a uspoříme, je vlastně naší investicí do budoucna. Ne příliš dobrou investicí, pokud to necháme ležet ladem, ale pořád investicí. V době hospodářského růstu navíc přirozeně očekáváme, že když se nyní vzdáme svého dílu, budeme mít v budoucnu stále stejný díl - v relativním měřítku. Tedy absolutně, vzhledem k růstu, víc. Tím, že se vzdáme své části koláče, tedy v tomto čase uvolňujeme zdroje, jež by jinak sloužily k naplnění naší spotřeby, s tím, že si své vybereme později. Spoření je tedy přirozenou investicí do ekonomiky jakožto celku (tedy s maximální mírou diverzifikace). Tolik k teoreticky přirozenému stavu věcí. Jaká je však realita?

2.1.1 Peníze

V realitě čelíme systému tzv. *elastických peněz*. Pro plné pochopení problematiky je nutné se hlouběji zamyslet nad funkcí peněz (a vlastnostmi potřebnými k plnění těchto funkcí).

Prostředek směny: Bez peněz, jakožto platidla, jsme odsouzeni k barteru, tj. výměnně zboží (či služeb) služeb přímo za jiné zboží. Problém je, že zboží, které je nabízeno na výměnu, typicky není tím zbožím, které nabízející poptává. Toto úskalí zcela vystihuje dětská bajka *O Kohoutkovi a slepičce*. Poučení z této známé bajky je nejen o tom, že lakomství se nevyplácí, ale pro ekonoma hlavně o nutnosti existence peněz jakožto prostředku směny. Proces směny je totiž díky penězům možno rozdělit v prostoru i čase a není nutné, aby ekonomičtí aktéři směňovali navzájem pouze své služby, případně aby tvořili složitý řetězec transakcí jako v uvedené bajce.

Zúčtovací jednotka: Peníze umožňují univerzálně porovnávat hodnotu různého zboží (ale též evidovat či účtovat). Díky existenci univerzální zúčtovací jednotky mohou vznikat cenové signály, které spotřebiteli říkají, čeho je dostatek a čím je naopak třeba šetřit, a výrobci naopak kde je jeho úsilí nejvíce zapotřebí.

Aby mohly peníze sloužit těmto účelům, musí splňovat určité vlastnosti:

Přenosnost

Dělitelnost

Uchování hodnoty: Aby byla možná směna nejen v prostoru, ale i v čase, musí si peníze v čase uchovávat svou hodnotu.

Nepadělatelnost: Padělání, neboli penězokazectví, dělá přesně to - kazí peníze. Padělatel (penězokazec) si přímo na úkor ostatních ekonomických aktérů usurpuje právo na zboží, které mu nenáleží.

Jak jsou na tom naše současné peníze se splněním těchto vlastností?

Přenosnost a dělitelnost moderních peněz je asi nejlepší v historii lidstva. Jsme schopni přesouvat miliony pomocí několika kliknutí myši, fyzické peníze jsou skladné a lehké, takže pro běžné transakce nikdy není problém mít s sebou v peněžence, kolik potřebujeme. Díky různosti nominálních hodnot pak nemusíme platidlo fyzicky dělit, což by s sebou neslo komplikace.

Jakožto uchovatel hodnoty však moderní peníze neslouží příliš dobře. V historii posledních sta let je známo několik případů tzv. hyperinflace, ať už jde o Německo po první světové válce, nebo Zimbabwe po roce 2007. To jsou případy, kdy ceny během jediného roku vzrostly několiksetkrát. Jde-li o nebezpečí padělání, mince se padělat příliš nevyplatí a moderní bankovky jsou proti padělání chráněny mnoha bezpečnostními prvky. Fyzické peníze jsou tedy chráněny dobře. Co však peníze virtuální? Žijeme v systému centrálního bankovnictví a tzv. elastických peněz, kdy každá půjčka udělená bankovním subjektem vlastně znamená vytvoření nových peněz (Hampl, 2015). Peníze vznikají půjčováním a zanikají splácením. Půjčuje se ovšem na úrok a rozdíl mezi půjčkou a splátkou zůstává bance. Dlouhodobě lze splácet více než se půjčilo pouze díky průběžné tvorbě dalších peněz, jde tedy v důsledku o legalizované padělání i pokud jde o obohacení padělatele.

Důsledkem je, že prakticky neexistuje trh úspor a investic. Nedochází ke střetu poptávky po penězích a nabídky, nabídka je prakticky neomezená a cena (cenou půjčení peněz je úrok) je arbitrárně stanovena centrální bankou. Peníze tak prakticky vůbec neslouží ke zprostředkování tržních transakcí v čase.

Navíc je třeba si uvědomit, že umělým vytvořením nových peněz nevznikají žádné reálné hodnoty. Kde se tedy vezmou hodnoty, které si z půjčených peněz pořídíme? Musí se na ně složit všichni ostatní. Nedobrovolně, aniž by z toho něco měli (úroky jdou totiž bankám). S tím souvisí formální narušení rovnosti úspor a investic. Reálně nelze investovat více, než se v ekonomice uspoří, avšak investice jsou ve značné míře placeny z nově vytvořených peněz (všechny investice, na které si půjčíme v bance). Tyto nově vytvořené peníze přirozeně nefigurují jakožto úspory nějakého ekonomického subjektu, vytváří se tak zdání, že bylo investováno více, než se uspořilo. Je tedy třeba mít na zřeteli metodiku měření a zdroje dat, které při aplikací ekonometrických modelů používáme.

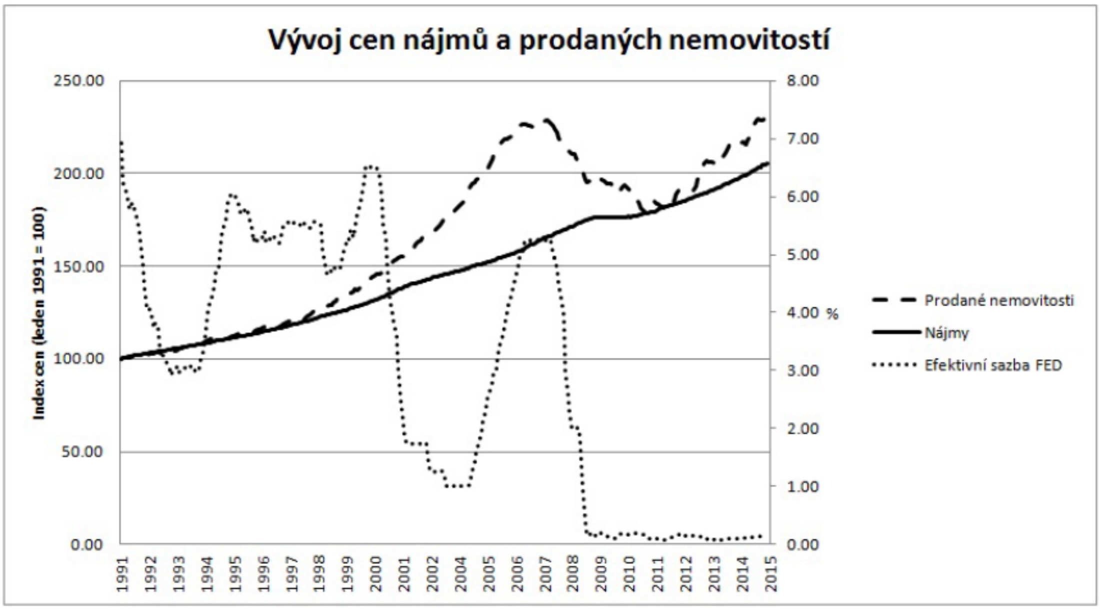
Jestliže tedy prakticky neexistuje trh úspor a investic, vyvstává otázka validity modelů, které s touto rovnosti operují či z ní přímo vychází. Takovým modelem je i Nový Keynesiánský DSGE model prezentovaný v kapitole 4.

2.2 Očištění o inflaci

Data jsou často uváděna v současných cenách, v nichž je obsažena též inflace. Vztah mezi peněžní a reálnou hodnotou tak není konstantní. Obyčejně proto přistupujeme k očištění dat o inflaci. Při tom však vyvstává otázka jak inflaci vlastně počítat. Ustálily se dvě konvenční možnosti:

Index spotřebitelských cen (CPI - consumer price index[1]) je používán většinou centrálních bank, včetně ČNB (Hromádková, 2015). Index je založen na ceně spotřebního koše, přičemž právě volba tohoto koše je klíčová. Jelikož spotřební koš pro výpočet CPI typicky obsahuje spotřební zboží, nepostihuje tento index dobře změny cen v průmyslu. Z pohledu analýzy ekonomického cyklu pak může být podstatné, jakým způsobem koš zohledňuje náklady na bydlení. Typicky totiž (včetně USA a ČR) spotřební koš počítá s cenami nájmů na místo cen nemovitostí (FAQ (2016), ČSÚ (2016)). Ceny nájmů jsou však v čase výrazně stabilnější a nereagují tak výrazně na situaci na trhu hypoték, potažmo na úrokovou míru stanovenou centrální bankou.

Situace je ještě komplikována zpožděním vlivu sazeb stanovených centrální bankou na reálnou ekonomiku a dalšími vlivy, vztah mezi cenami nemovitostí a úrokovými sazbami tak nemusí být zřejmý, ovšem skutečnost, že se nárůst cen nemovitostí nepromítá zcela do cen nájmů z obrázku 2.1[2] zřejmá je:



Obrázek 2.1: Vývoj cen nájmů a prodaných nemovitostí

V souvislosti s používáním indexu CPI je vhodné uvést ještě jeden možný problém při aplikaci monetární politiky centrálních bank.

Hypotéza: Růst reálného HDP vyvolaný poklesem úrokových sazeb je (částečně) iluzorní.

Totiž, ekonomická teorie říká, že pokles úrokové míry vede k nárůstu objemu hypoték a obecně investic financovaných na dluh. To znamená nárůst poptávky po nemovitostech, strojním vybavení a podobně. Poptávka táhne růst cen v těchto

[1] `https://research.stlouisfed.org/fred2/series/CPIAUCNS`

[2] Effective Federal Funds Rate
`https://research.stlouisfed.org/fred2/series/FEDFUNDS`,
Purchase Only House Price Index
`https://research.stlouisfed.org/fred2/series/HPIPONM226N`,
Rent of primary residence
`https://research.stlouisfed.org/fred2/series/CUSR0000SEHA`.

odvětvích, který ovšem není zohledněn v inflačním indexu CPI. Ten bere v potaz pouze spotřební zboží a ne ceny investic. Nominálně se však tento nárůst cen v HDP objeví.

Nominální HDP tedy roste v důsledku nárůstu cen v určitých odvětvích, avšak tento nárůst cen není dostatečně reflektován cenovým indexem. Dopočtený růst reálného HDP na základě CPI je tak minimálně z části iluzorní. Je de facto výsledkem nezohlednění inflace v sektoru investic, který ve skutečnosti roste (alespoň z části) jen nominálně.

Statistické prokázání uvedené hypotézy je nad rámec této práce, teoretické zdůvodnění však považuji za velmi robustní jak konkrétně, tak obecně. Jedná se ve své podstatě o aplikaci Lucasovy kritiky i Goodhartova zákona. Totiž, změna úrokových sazeb vyvolává kvalitativní změnu ve struktuře ekonomiky (přesun mezi spotřebou a investicemi), v souladu s Lucasovou kritikou by pro odhad dopadů takové změny neměl být používán model odhadnutý na datech před takovou změnou. Goodhartův zákon pak říká, že cíl není dobrým měřítkem, což se zde přesně ukazuje. Cíle - růstu HDP - je účetně dosaženo inflací v sektoru, který je vyjmut z výpočtu inflačního indexu, aniž by se reálná produkce vůbec musela změnit.

HDP deflátor[3] oproti CPI počítá s cenami veškerého zboží vyrobeného na daném území. „Spotřební koš" tedy obsahuje vše a mění se rok od roku v závislosti na aktuální produkci. Na druhou stranu však HDP deflátor oproti CPI bere v potaz pouze ceny domácích produktů a ignoruje ceny importovaného zboží (které však mohou být pro dopad na naše peněženky velmi významné). Přitom změny exportní bilance byly v USA ve sledovaném období (1971-2014) velmi podstatné. Více viz Church (2016).

Vidíme, že ani jedna ze standardních metod není ideální.

Alternativním přístupem by bylo sledování **změn v peněžní zásobě**, kdy inflaci dopočítáme z poměru současného a minulého objemu peněžní zásoby:

$$(1 + \pi_t) = \frac{Y_t}{Y_{t-1}} \frac{M_t}{M_{t-1}},$$

kde π je inflace, Y reálná produkce (HDP) a M peněžní zásoba.

Taková metoda však předpokládá konstantní rychlost oběhu peněz (což je předpoklad problematický, např. vezmeme-li v potaz nástup hospodářské krize) a je třeba znát též (reálný) hospodářský růst (k jehož výpočtu je třeba jiné metody). Vzhledem ke zřejmému vztahu mezi inflací, reálným hospodářským růstem a růstem nominálním (který známe) bychom však ruku v ruce se znalostí reálného růstu obdrželi i znalost inflace a metoda by pak nebyla potřebná. Budeme si tedy muset vystačit se dvěma nejběžnějšími přístupy: HDP deflátorem a CPI.

[3] `https://research.stlouisfed.org/fred2/series/USAGDPDEFAISMEI`

3. Kleinův model I

První Kleinův model pochází z roku 1950 a analyzuje roční data v rozmezí let 1921-1941 na území Spojených Států (Klein (1950), následně Intriligator (1978), Greene (2003)). Jde tedy o poměrně malý model (každá proměnná původně obsahovala jen 20 pozorování). Klein následně publikoval další (rozšiřující) modely, tento se obecně označuje jako *Kleinův model I*.

3.1 Formulace a teoretická analýza modelu

Ukazuje se, že ve formulaci modelu je jistý rozdíl v zachycení daní a exportu. My formulujeme model stejně jako Greene (2003).

Endogenní proměnné modelu:

C_t Spotřeba (*consumption*)

I_t Investice (*investment*)

W_t^P Privátní mzdy (*private wages*)

X_t Rovnovážná poptávka (*equilibrium demand*)

P_t Privátní zisky (*private profit*)

K_t Kapitál (*capital*)

Exogenní proměnné modelu:

W_t^G Vládní mzdy (*government wage bill*)

A_t Trendová složka

G_t Vládní výdaje (nemzdové) (*government spednings*)

T_t Nepřímé daně a čistý export (*indirect taxes plus net exports*)

$$
\begin{aligned}
C_t &= \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 P_{t-1} + \alpha_3 (W_t^P + W_t^G) + \varepsilon_{1t}, \\
I_t &= \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 P_{t-1} + \beta_3 K_{t-1} + \varepsilon_{2t}, \\
W_t^P &= \gamma_0 + \gamma_1 X_t + \gamma_2 X_{t-1} + \gamma_3 A_t + \varepsilon_{3t}, \\
X_t &= C_t + I_t + G_t, \\
P_t &= X_t - T_t - W_t^P, \\
K_t &= K_{t-1} + I_t,
\end{aligned}
\tag{3.1}
$$

kde na rezidua ε_{1t}, ε_{2t}, ε_{3t} klademe požadavky časové nekorelovanosti a nulové střední hodnoty (viz formulace *SUR* nebo *SEM* soustavy, kapitoly 1.2.2 a 1.2.3).

Intriligator (1978) oproti tomu vychází přímo z práce Klein (1950) a formuluje

T_t Obchodní daně (*business taxes*)

a následně

$$X_t = C_t + I_t + G_t + T_t - W_t^G.$$

Formulace modelu dle Greene (2003) se jeví jako vhodnější ze dvou důvodů. Jednak podchycuje čistý export, což formulace dle Intriligator (1978) nezohledňuje. Druhým důvodem pak je, že z hlediska ekonomické teorie není zcela zřejmé, proč se k proměnné X_t přičítají obchodní daně a odečítají vládní mzdy, speciálně, proč by měly privátní mzdy růst s růstem obchodních daní, předpokládáme-li $\gamma_1, \gamma_2 > 0$.

Pojďme si nyní náš model postupně rozebrat.

První rovnice nám říká, že na spotřebě se podílí privátní sektor svými zisky a zaměstnanci svými mzdami (soukromý i vládní sektor), přičemž zisky privátního sektoru jsou uvažovány i o období zpátky. To je poměrně intuitivní, byť vyvstává otázka, proč jsou privátní zisky uvažovány i za minulé období, zatímco mzdy nikoli, a kde byly tyto prostředky v mezidobí alokovány.

Druhá rovnice říká, že investice tvoří privátní sektor svými zisky (opět uvažujeme i jedno období zpět) a postuluje též závislost na minulém kapitálu.

Třetí rovnice odhaduje mzdy v privátním sektoru na základě současné a minulé poptávky a zahrnuje též časový trend.

Následují rovnice tří identit, které inutitivně postulují, že celková poptávka se skládá ze spotřeby, investic a vládních výdajů, že zisky privátního sektoru jsou rozdílem mezi prodaným množstvím (tj. poptávkou) a náklady (ty uvažujeme daňové a mzdové), a že změna kapitálu oproti minulému období je dána současnými investicemi (uvažujeme čisté investice, tj. očištěné o depreciaci kapitálu).

Při teoretickém zkoumání nás na první pohled zarazí člen α_0. Přirozeně totiž očekáváme, že pokud se vůbec nikde nic nevyrábí, nelze ani nic spotřebovávat. Takové situaci odpovídají nulové zisky privátní sféry a nulové mzdy, z rovnice spotřeby pak dostáváme $\alpha_0 = 0$.

Přítomnost obecně nenulového interceptu je vlastností Keynesiánských modelů, která reflektuje krátkodobě neměnné (či jen omezeně měněné) chování (Hlaváček, 2014). V teoretickém výkladu jde o tzv. autonomní výdaje, tedy v tomto případě spotřebu nezávislou na příjmech, například bydlení, automobil, a podobně. Taková úvaha má ovšem smysl pouze krátkodobě, kdy domácnost dokáže výpadek příjmů subvencovat z úspor, případně nestíhá nárůst příjmů promítnout do svých zvyklostí (nákup nového automobilu či obydlí) a úspory narůstají. Navíc v momentě, kdy v rámci modelu uvažujeme též investice / úspory (problematiku identity úspor a investic jsme si již vysvětlili v kapitole 2.1), očekáváme, že tento jev se projeví právě změnou stavu úspor / investic. Dlouhodobě nelze rozumně spotřebovávat více, než jaký je příjem. Poznamenejme ještě, že přítomnost absolutního členu je též běžnou statistickou praxí. Absolutní členy se v regresních rovnicích vynechávají jen sporadicky.

Podobná opatrnost je na místě u výkladu členu β_0 ve druhé rovnici. Otázkou je vliv minulého kapitálu na současné investice, neboť ten se nejeví jako intuitivně zřejmý. Naopak vidíme, že model neuvažuje explicitně investice domácností, neboť mzdy jsou jakožto regresor zahrnuty pouze do rovnice spotřeby.

Poznamenejme, že hospodářský růst se v modelu projevuje skrze růstový trend u mezd v privátním sektoru (třetí rovnice).

Pro teoretické posouzení modelu je třeba mít na zřeteli rovnici

$$Y = C + I,$$

která nám říká, že celková produkce (HDP) Y se dělí mezi spotřebu a investice. Zřejmě nelze spotřebovat a investovat více, než se vyrobí, a naopak veškeré nespotřebované statky jsou vlastně investicemi, i kdyby šlo jen o zásoby do budoucna (v tomto smyslu jsou tedy i úspory vždy investicí). Z uvedené identity pak plyne, že krátkodobě musí existovat inverzní vztahy mezi spotřebou a investicemi, neboť celková produkce Y roste jen pomalu a krátkodobě ji lze považovat za neměnnou.

Rovnice spotřeby obsahuje člen $\alpha_2 P_{t-1}$, kdy se ve spotřebu mění minulé zisky. V předchozím období tedy musela být tato částka (resp. částka snížená o úrok či výnos) uložena v podobě investic a nyní jsou investice o tuto částku sníženy. Naopak částka $\alpha_2 P_t$ je v podobě investic uložena a bude spotřebována následující období. Co se tedy s P_t vlastně děje? Privátní výnosy mohou být buď spotřebovány nebo investovány, přirozeně tedy očekáváme

$$\alpha_1 + \beta_1 = 1. \tag{3.2}$$

Investice se pak skládají z „dlouhodobých“ investic a z investic, které budou příští období přeměněny na spotřebu, tedy (zanedbáme-li změnu mezi po sobě jdoucími obdobími)

$$\beta_1 = \alpha_2 + \beta_{Long}.$$

U rovnice mezd privátního sektoru lze absolutní člen chápat ve smyslu kompenzace za skutečnost, že lidé obětují svůj volný čas a pracují. Jde tedy v tomto smyslu o minimální mzdu - i kdyby mzdy vůbec nebyly tlačeny vzhůru poptávkou, tak nejmenší mzda nebude klesat k nule, protože to by lidé prostě přestali pracovat. Za pozornost stojí skutečnost, že růstový trend je uvažován aditivně - při aplikaci modelu na delší časovou řadu by patrně bylo vhodné zohlednit růstový trend multiplikativně.

Samostatnou otázkou pak je, zda skutečně platí $\gamma_3 \neq 0$. Přirozeně bychom totiž očekávali, že proporce mezi mzdami a rovnovážnou poptávkou bude zachována, neboť výši mezd určuje právě poptávka. Model neuvažuje úroveň technologií, jejíž nárůst je tím, co umožňuje ekonomický růst (v tomto smyslu technologiemi myslíme i např. efektivitu řízení aj.). Lze tedy uvažovat, do jaké míry jde o „násilně“ vložený člen, aby model nějak reflektoval hospodářský vývoj, ačkoliv s ním jinak nepočítá.

Nakonec se pojďme ještě jednou zamyslet nad autonomními výdaji. Výdaje, které je třeba nutně učinit bez ohledu na momentální příjmy, jdou z úspor, dostáváme tedy

$$\beta_0 = -\alpha_0. \tag{3.3}$$

V této souvislosti je dobré připomenout, že původní model byl aplikován na data z let 1921-1941, přičemž roku 1921 zastihla USA jedna poválečná krize, roku 1929 pak začala největší ekonomická krize 20. století a konec tohoto období je již poznamenán druhou světovou válkou. Podrobnějším studiem průběhu navíc zjistíme, že v případě Velké deprese šlo svým způsobem o „krizi v krizi“. Předmětných 20 let tedy bylo z hospodářského hlediska velmi divokých a v podstatě vše se odehrávalo v "krátkém období"(v Keynesiánském smyslu) a jevy „dlouhého období“, jako např. (dlouhodobá) nulovost autonomních výdajů, se tedy dost možná nestačily projevit, resp. byly překryty dalšími událostmi. Dále je patrné, že model se přímo nezabývá původem vládních výdajů. Více uvádí například Hušek (2003).

3.2 Export jako ztráta

Nahlédněme ještě na strukturu privátních zisků P_t. Vidíme, že kromě nákladů (model uvažuje jen mzdové) a daní odečítáme od tržeb (rovnovážné poptávky / nabídky) též čistý export. Dle modelu je tedy přebytek obchodní bilance ztrátou výrobců.

Jaký je smysl exportu? Zřejmě nevyvážíme zboží proto, že by nás bavilo pracovat při jeho výrobě, aniž bychom měli pro takové zboží využití. Zboží se tedy exportuje proto, aby se za utržené peníze jiné zboží importovalo. Pokud by zájmem všech lidí v zemi bylo pouze domácí zboží, pak by byl export nesmyslný - vyvezením jakéhokoli zboží se nezvýší domácí produkce, výroba zboží pro export by tak nijak nezvýšila váš užitek (spotřebu) a znamenala by pouze dodatečné náklady.

Co tedy přebytek obchodní bilance, tj. čistý export, znamená z pohledu státu? Poznamenejme pro začátek, že typicky se měří *domácí produkt*, tj. zboží vyprodukované na daném území, bez ohledu na to, kdo zboží vyprodukoval. Oproti tomu *národní produkt* představuje zboží, které bylo vyprodukováno daným národem, bez ohledu na to kde (Hlaváček, 2014). Přebytek obchodní bilance znamená, že se na území daného státu vyrobilo zboží, za které do státu nepřišla žádná protihodnota. Jde-li o dlouhodobý jev, je z daného území odčerpáváno bohatství. Nabízí se vysvětlení, že zejména u zemí s plovoucím kurzem je dlouhodobý přebytek obchodní bilance na daném území způsobován přebytkem zahraničního kapitálu (tj. když cizinci vlastní na daném území více kapitálu - výrobních prostředků - než občané tohoto území v zahraničí). Proto se přebytek obchodní bilance (čistý export) odečítá od privátních zisků - jde o zisky, které z dané ekonomiky odchází do zahraničí.

Plovoucí kurz je v této úvaze důležitý tím, že je určován poptávkou a nabídkou po dané měně. Při nulovém přebytku zahraničního kapitálu by se měl tedy přirozeně (tržně) ustanovit právě takový kurz, že export a import budou v rovnováze.

Pokud bychom uvažovali „produkt občanů daného území", měli bychom pozorovat rovnost exportů a importů. Žel, takové statistiky nejsou běžně vedeny. Domácí produkt nezohledňuje produkci občanů daného území v zahraničí a národní produkt zase počítá i s osobami dané národnosti, které však na daném území nežijí.

Z výše uvedeného plyne též velké nebezpečí pro špatnou interpretaci a následné chybné kroky v oblasti hospodářské politiky, neboť nárůst HDP způsobený příchodem zahraničního kapitálu neznamená nutně hospodářský růst pro občany daného státu. Naopak, zejména dotovaný zahraniční kapitál může vytlačováním domácích investic působit na obyvatele daného státu negativně (ačkoli HDP roste).

3.3 Data

Model budeme aplikovat na datech pro Spojené Státy Americké, a to za léta 1971 až 2014. Používáme data z databází *FRED* (*Federal Reserve Economic Data*) a *OECD*. Proměnné, které z těchto databází dostáváme, jsou:

- *Private Final Consumption Expenditure in United States*, spotřeba v miliardách dolarů, ročně k 1. lednu. V modelu proměnná $Consumption, C$[1].
- *Net domestic investment: Private*, čisté investice v miliardách dolarů, ročně k 1. lednu. V modelu proměnná $Investment, I$[2].
- *Compensation of employees*, náklady na zaměstnance v miliardách dolarů, ročně k 1. lednu. V modelu proměnná $Wages$[3].
- *Compensation of employees: Government*, náklady na vládní zaměstnance v milionech dolarů, ročně k 1. lednu. Po převodu na miliardy v modelu proměnná $GovWages, W^G$[4].

V modelu používáme data o kompenzacích zaměstnancům, nikoli jen mzdy. Tato data lépe vystihují celkové náklady na zaměstnance z pohledu firmy i celkové příjmy z pohledu zaměstnance. Navíc se takto vyvarujeme problémů spojených s relativní změnou struktury odměňování zaměstnanců v čase - moderním trendem je nárůst nemzdové složky odměny (zaměstnaneckých benefitů). Touto problematikou se více zabývá např. Lawrence (2015), obecněji o změnách struktury ekonomiky v čase pak Jones (2016).

[1] https://www.quandl.com/data/FRED/USAPFCEADSMEI, https://research.stlouisfed.org/fred2/series/USAPFCEADSMEI

[2] https://www.quandl.com/data/FRED/A557RC1A027NBEA, https://research.stlouisfed.org/fred2/series/A557RC1A027NBEA

[3] https://www.quandl.com/data/FRED/W209RC1A027NBEA, https://research.stlouisfed.org/fred2/series/W209RC1A027NBEA

[4] https://www.quandl.com/data/FRED/A4076C0A144NBEA, https://research.stlouisfed.org/fred2/series/A4076C0A144NBEA

- *Government Final Consumption Expenditure in United States*, vládní spotřeba v miliardách dolarů, ročně k 1. lednu. V modelu proměnná *GovConsumption*[5].

- *Gross Capital Formation, General Government*, vládní investice v milionech dolarů, ročně k 31. prosinci. V modelu po transformaci proměnná $GovInvestment$[6] .

Všechna ostatní data jsou brána vždy k 1. lednu příslušného roku. Vládní investice jsou však brány k 31. prosinci příslušného roku, jsou tedy bez jednoho dne o rok posunuté. Jelikož v modelu značíme data vždy rokem tak, že např. 1.1.2000 označíme jako rok 2000, provedeme „posunutí“ tak, že též data ke dni 31.12.1999 označíme rokem 2000. Proměnnou $GovInvestment$ v modelu získáme tímto „posunutím“ a převedením z milionů na miliardy dolarů. Nepřesnost plynoucí z posunutí o 1 den zanedbáváme.

- *Taxes on production and imports less subsidies*, daně v miliardách dolarů, ročně k 1. lednu. V modelu proměnná $TaxesWE$[7].

- *Net exports of goods and services*, čistý export v miliardách dolarů, ročně k 1. lednu. V modelu proměnná $NetExports$[8].

Na základě těchto dat dopočítáme proměnné, které v modelu potřebujeme a nenašli jsme je přímo:

- $G := GovConsumption + GovInvestment$,

- $W^P := Wages - GovWages$,

- $X := Consumption + Investment + G$,

- $T := TaxesWE + NetExports$,

- $P := X - T - W^P$

Vládní výdaje tedy uvažujeme jako součet vládní spotřeby a vládních investic. Z pohledu rovnovážné poptávky / nabídky X je irelevantní, zda vládní investice zahrneme pod investice I či vládní výdaje G, zbývá tedy otázka, zda počítat s celkovými či pouze soukromými investicemi. Podstatnou položku vládních investic tvoří armádní vybavení, které (na rozdíl od investic v mírové ekonomice) neslouží k další produkci. Navíc jde z podstaty věci o faktor exogenní, neboť vládní investice závisí na politickém rozhodnutí vlády, a nejsou tedy přímo závislé na reálné ekonomické situaci. Vládní investice tedy do investic I v našem modelu nezahrnujeme.

[5] https://www.quandl.com/data/FRED/USAGFCEADSMEI,
https://research.stlouisfed.org/fred2/series/USAGFCEADSMEI

[6] https://www.quandl.com/data/OECD/SNA_TABLE12_USA_GP5P_GS13_C

[7] https://www.quandl.com/data/FRED/W254RC1A027NBEA,
https://research.stlouisfed.org/fred2/series/W254RC1A027NBEA

[8] https://www.quandl.com/data/FRED/A019RC1A027NBEA,
https://research.stlouisfed.org/fred2/series/A019RC1A027NBEA

Zbývá již jen dodat do modelu počáteční úroveň kapitálu K_0 (resp. K_{1971}). Jak jsme si ale všimli již dříve, model neuvažuje depreciaci kapitálu. Pro porovnání s realitou proto potřebujeme celou řadu.

Vyvstává zde opět otázka, zda uvažovat pouze privátní, nebo též vládní kapitál. Vzhledem k povaze modelu, kdy investice jsou určovány pouze privátními zisky a z rovnice identity pro kapitál tento narůstá právě o investice, budeme uvažovat pouze kapitál privátní. Vládní kapitál navíc nebývá primárně určen k přímé produkci spotřebních statků.

Nakonec poznamenejme, že k investičnímu majetku přičítáme i zásoby, uvažujeme proto i stavy zboží dlouhodobé spotřeby (na rozdíl od zboží určeného k rychlé spotřebě). Z databází dostáváme:

- *Net Stock of Fixed Assets and Consumer Durable Goods*, stavy investičního majetku a zboží dlouhodobé spotřeby v miliardách dolarů, k 1. lednu. V modelu proměnná $FADG$[9].
- *Net Stock of Fixed Assets: Government*, stavy vládního investičního majetku v miliardách dolarů, k 1. lednu. V modelu proměnná $GovFA$[10].

Dostáváme pak proměnné

- $RealK := FADG - GovFA$,
- $K := K_{-1} + I$,

kde pro výpočet proměnné K využijeme počáteční hodnotu reálného kapitálu $RealK$ v roce 1971 (vlastní model začíná od roku 1972 a uvažuje hodnotu kapitálu zpožděnou o 1).

3.4 Aplikace výchozího modelu

Pro prvotní odhad modelu postupujeme zcela v duchu původní formulace modelu, jako kapitál tedy používáme řadu K.

Model odhadujeme s využitím softwaru EViews 8, a to třístupňovou metodou nejmenších čtverců, iterativně (viz Eviews (2013); ostatní nastavení je výchozí). Exogenními proměnnými jsou vládní mzdové výdaje W^G, trend, vládní výdaje G (nemzdové), daně T a dále predeterminované proměnné - zpožděné hodnoty kapitálu K_{-1}, privátních zisků P_{-1} a rovnovážné poptávky / nabídky X_{-1}. Všechny tyto exogenní proměnné používáme jako instrumenty pro třístupňovou metodu nejmenších čtverců.

[9] `https://www.quandl.com/data/FRED/K1WTOTL1ES000`, `https://research.stlouisfed.org/fred2/series/K1WTOTL1ES000`

[10] `https://www.quandl.com/data/FRED/K1GTOTL1ES000`, `https://research.stlouisfed.org/fred2/series/K1GTOTL1ES000`

Pro celý model dostáváme odhad

$$
\begin{aligned}
C_t &= -288,2 - \mathbf{0{,}122}P_t + 0,363P_{t-1} + 1,099(W_t^P + W_t^G) \\
I_t &= 494,0 + 0,494P_t + \mathbf{0{,}074}P_{t-1} - 0,218K_{t-1} \\
W_t^P &= -848,7 + \mathbf{0{,}175}X_t + 0,242X_{t-1} + 20,84t \\
X_t &= C_t + I_t + G_t \\
P_t &= X_t - T_t - W_t^P \\
K_t &= K_{t-1} + I_t
\end{aligned}
$$

(koeficienty psané tučně jsou na hladině 5 % statisticky nevýznamné).

Pro jednotlivé rovnice pak dostáváme odhady následovně:

Rovnice spotřeby

$$
\begin{array}{lllllll}
C_t & = & \alpha_0 & + \alpha_1 P_t & + \alpha_2 P_{t-1} & + \alpha_3(W_t^P + W_t^G) & + \varepsilon_{1t} \\
C_t & = & -\ 288,2 & -\ \mathbf{0{,}122}P_t & +\ 0,363P_{t-1} & +\ 1,099(W_t^P + W_t^G) &
\end{array}
$$

	Koeficient	*St.odch.*	*t − stat.*	*p − hodnota*
α_0	−288,2	50,79	−5,674	0,000
α_1	−0,122	0,164	−0,745	0,458
α_2	0,363	0,148	2,460	0,015
α_3	1,099	0,063	17,50	0,000

R^2	99,82%
R^2_{Adj}	99,80%
S.E.	154,9
Durbin − Watson	0,354

Rovnice investic

$$
\begin{array}{llllll}
I_t & = & \beta_0 & + \beta_1 P_t & + \beta_2 P_{t-1} & + \beta_3 K_{t-1} \quad + \varepsilon_{2t} \\
I_t & = & 494,0 & +\ 0,494P_t & +\ \mathbf{0{,}074}P_{t-1} & -\ 0,218K_{t-1}
\end{array}
$$

	Koeficient	*St.odch.*	*t − stat.*	*p − hodnota*
β_0	494,0	53,49	9,235	0,000
β_1	0,494	0,139	3,549	0,001
β_2	0,074	0,114	0,647	0,519
β_3	−0,218	0,027	−8,223	0,000

R^2	62,58%
R^2_{Adj}	59,71%
S.E.	152,6
Durbin − Watson	0,189

Rovnice privátních mezd

$$
\begin{array}{rclllll}
W_t^P & = & \gamma_0 & +\,\gamma_1 X_t & +\,\gamma_2 X_{t-1} & +\,\gamma_3 t & +\,\varepsilon_{3t} \\
W_t^P & = & -\,848,7 & +\,\mathbf{0{,}175} X_t & +\,0,242 X_{t-1} & +\,20,84t &
\end{array}
$$

	Koeficient	*St.odch.*	*t − stat.*	*p − hodnota*
γ_0	−848,7	163,4	−5,194	0,000
γ_1	0,175	0,096	1,814	0,072
γ_2	0,242	0,096	2,533	0,013
γ_3	20,84	3,441	6,055	0,000

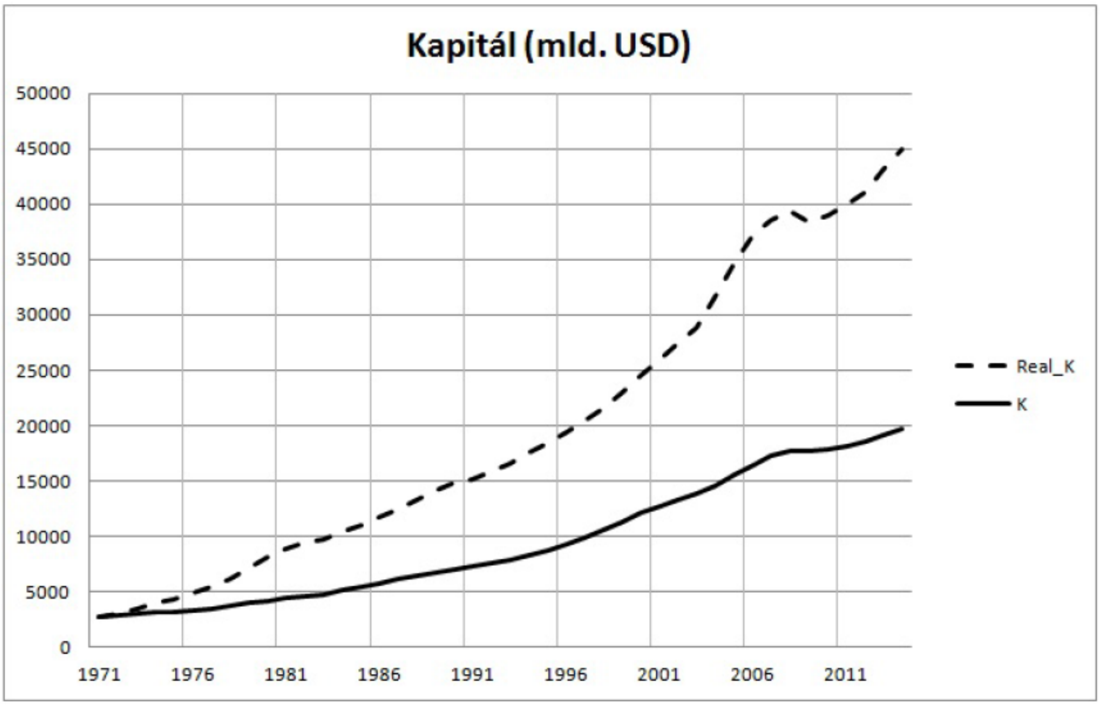
R^2	99,76%
R^2_{Adj}	99,74%
S.E.	108,2
Durbin − Watson	0,474

Velmi vysoké R^2_{Adj} u rovnic spotřeby a privátních mezd je dáno charakterem dat, která obsahují velmi významný trend. Většina variability je tedy patrně vysvětlena právě trendem, který je v rovnici mezd zohledněn přímo a v rovnici spotřeby pak figuruje právě prostřednictvím privátních mezd.

Dále nás zarazí významné záporné absolutní členy u rovnice spotřeby a privátních mezd. Jak jsme rozebírali výše, u rovnice spotřeby lze tento člen chápat jako autonomní spotřebu, u rovnice mezd pak jako jakousi minimální mzdu. Záporné hodnoty těchto koeficientů jsou tak z pohledu běžné ekonomické teorie překvapující a indikují, že s modelem něco nemusí být v pořádku.

Při podrobnějším pohledu na soustavu (3.1) mohou být identifikovány například tyto zdroje potenciálně rozporných míst:

- Nesprávná specifikace modelu. Např. vlivem časové korelovanosti reziduí nemusí být zpožděné (predeterminované) proměnné exogenní.
- Data jsou uváděná v současných cenách (current prices). Očištění o inflaci by mohlo přinést reálnější pohled.
- Nesprávné zachycení hodnoty kapitálu. Uvažovaná rovnice $K_t = K_{t-1} + I_t$ totiž nebere v potaz možné zhodnocení kapitálu v čase (např. nárůst cen nemovitostí). Ukazuje se, že jde o vliv velmi podstatný (viz obrázek 3.1).
- Model počítá s růstem lineárně. Při delším časovém období, výrazném růstu uvažovaných veličin a vzhledem ke skutečnosti, že inflace se v předmětném období 1971-2014 výrazně měnila, to již nemusí být dostatečná aproximace.
- Předpoklad, že relativní zdanění práce je konstantní. Totiž, zdanění práce je vtěleno do koeficientu α_3.
- Model nebere v potaz investice domácností.



Obrázek 3.1: Vývoj hodnoty kapitálu

Další potenciální zdroje problémů uvádí také například Hušek (2003).

Záporná autonomní spotřeba však má i jiné možné vysvětlení - založené na hypotéze adaptivních očekávání. Pakliže propad příjmů vede k očekávání dalšího propadu příjmů, pak nepřekvapí, že lidé v obavě z budoucnosti začnou více spořit. Autonomní spotřeba je tak záporná, neboť lidé při poklesu příjmů nejen že spotřebovávají méně v úměře k poklesu příjmu, ale k tomu ještě více spoří, což spotřebu dále snižuje.

Poznamenejme, že na hypotéze adaptivních očekávání je založena teorie deflační spirály. Obavy z deflace a deflační spirály jsou pak stěžejním bodem v současnosti převládající měnové politiky (nejen) západního světa, jak jsme se v České republice mohli v nedávné době přesvědčit např. z úst býv. guvernéra České národní banky (ČNB) Miroslava Singera při obhajobě měnové politiky ČNB. Hypotéza adaptivních očekávání je tak v hospodářské praxi široce přijímána a stojí v pozadí realizované hospodářské politiky.

Jak jsme již uvedli, uvažovaný model má své nedostatky. Pokud by se však podařilo empiricky potvrdit záporné autonomní výdaje, důsledky pro ekonomickou teorii by byly dalekosáhlé. Záporné autonomní výdaje a s nimi spojený mezní sklon ke spotřebě $c > 1$ totiž znamenají, že výdajový multiplikátor je nekonečný:

$$M = 1 + c + c^2 + c^3 + ... = \infty$$

Veškeré ekonomické modely obsahující výdajový multiplikátor by v takovém případě byly nepoužitelné pro praktickou aplikaci.

Podívejme se nyní, zda pozorujeme vztahy mezi koeficienty tak, jak jsme teoreticky odvodili výše. Provedeme Waldovy testy:

$$
\begin{array}{rrcl}
H_0: & \beta_0 & = & -\alpha_0 \\
 & 494,0 & = & -(-288,2)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
\chi_1^2 & 14,54 \\
p - hodnota & 0,000
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{rrcrl}
H_0: & \alpha_1 & + & \beta_1 & = 1 \\
 & -0,122 & + & 0,494 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
\chi_1^2 & 21,01 \\
p - hodnota & 0,000
\end{array}
$$

Vidíme, že hypotéza o ekvivalenci autonomní spotřeby a investic je jednoznačně zamítnuta. Autonomní investice jsou významně vyšší, než by odpovídalo hodnotě $-\alpha_0$. Hypotézu, že privátní zisky jsou rozděleny právě mezi spotřebu a investice rovněž zamítáme (na 5% hladině významnosti).

Jaký je původ autonomních investic, kromě potřeby vyrovnat autonomní výdaje? V tomto bodě je dle mého názoru možným vysvětlením princip fungování bankovního systému. Jak již bylo uvedeno výše, žijeme v systému tzv. elastických peněz, kdy peníze vznikají půjčováním a zanikají splácením. Jakákoli investice, která je hrazena půjčkou od bankovního subjektu, je tedy hrazena z nových peněz - peněz, které nemusel nikdo nominálně uspořit (reálných hodnot, které se za tyto nové peníze kupují, se však někdo vzdát přirozeně musel). Viz kapitola 2.1.1.

Dochází tak k narušení rovnosti úspor a investic, neboť investice jsou placeny nejen přímo na úkor spotřeby ekonomických subjektů, ale též nově vzniklými penězi. Tím je však též zatížena ekonomická kalkulace - reálně není možné investovat více, než skutečně uspoříme, avšak ekonomické ukazatele říkají něco jiného. Doteď jsme uvažovali ceny běžného období, měříme-li spotřebu penězi, které jsou na ni vydány, zřejmě tak nedokážeme postihnout pokles spotřeby vyvolaný poklesem hodnoty peněz (nominálně můžeme spotřebovávat stejné peníze, avšak reálně méně kvůli inflaci). Narušení identity úspor a investic je tedy třeba zohlednit v ekonomické teorii a praxi. Logickou ekonomickou interpretaci, proč nepozorujeme rozdělení privátních zisků mezi spotřebu a investice, nemáme. Zbývá tak vysvětlení nedokonalostí modelu a dat.

3.5 Implementace doporučených úprav

3.5.1 Předpovědní kritérium

Výše jsme uvedli řadu možných problémů, než se však pustíme do úprav modelu v zájmu jejich vyřešení, je třeba si říci, jakým způsobem posoudíme, zda se model zlepšil, či nikoli. V ekonomické praxi je v podstatě jediným relevantním kritériem předpovědní schopnost modelu, což budeme respektovat.

Model obsahuje tři vysvětlované proměnné, soukromou spotřebu, soukromé investice a soukromé platy. Na zřeteli však budeme mít zejména celkovou produkci (HDP)

$$Y = C + I + G + W^G + NX,$$

neboť právě HDP je nejčastěji používaným měřítkem výkonnosti ekonomiky (připomeňme že NX značíme čistý export). Výpočet HDP provádíme na základě ostatních použitých dat, abychom se vyhnuli případným nesrovnalostem pramenícím z rozdílné metodiky.

V souvislosti s použitím HDP, jakožto měřítkem výkonu ekonomiky, je dobré upozornit na možné nesrovnalosti v jeho výpočtu. Do kategorie vládních výdajů totiž při výpočtu HDP spadají též mzdové výdaje na vládní zaměstnance (proto uvádíme součet $G + W^G$ - v notaci Kleinova modelu značí G toliko nemzdové vládní výdaje). Útraty těchto vládních zaměstnanců však současně spadají do kategorie soukromé spotřeby (případně investic). Příjmy vládních zaměstnanců jsou tak vlastně do HDP započteny dvakrát - jednou jako vládní výdaje a podruhé jako jejich soukromé útraty (McCulla, 2013).

V zájmu porovnatelnosti výstupů však budeme, navzdory těmto nesrovnalostem, počítat s vládními výdaji ve formě $G + W^G$.

Poznamenejme, že proměnné G a NX, které model nepředpovídá, považujeme pro účely predikce za známé.

S ohledem na nástup ekonomické krize a její pokračování v letech 2008-2014 považujeme za rozumné vzít v potaz též stejně dlouhý úsek před krizí, abychom mohli spravedlivě porovnat predikce pro obě období.

K výpočtu predikcí modelu využíváme software EViews 8. Při volbě *statického řešení* predikce software vždy bere v úvahu všechna minulá data a současné hodnoty exogenních proměnných, hodnoty proměnných vysvětlovaných jsou pak dopočteny iterativně. Jde tedy vlastně o sérii predikcí o 1 rok dopředu. Při volbě *dynamického řešení* predikce bere software v potaz hodnoty endogenních proměnných pouze před zadaným obdobím a dále již počítá s jejich (minulými) predikcemi.

V tomto bodě je třeba zmínit, že při reálné predikci bychom přirozeně neměli k dispozici budoucí hodnoty exogenních proměnných a museli bychom použít jejich předpovědi na základě jiných modelů a postupů.

Budeme uvažovat tyto predikce:

(*i*) Statická predikce pro celé období (model odhadnut za celé období)

(*ii*) Dynamická predikce pro období 2001-2014 (model odhadnut dle dat z období 1971-2000)

(*iii*) Dynamická predikce pro období 2001-2007, tj. před krizí (model odhadnut dle dat z období 1971-2000)

(*iv*) Dynamická predikce pro období 2008-2014, tj. období ekonomické krize (model odhadnut dle dat z období 1978-2007)

Uveďme, že predikce (*iii*) je vlastně vybranou částí predikce (*ii*) a uvádíme ji separátně pro porovnání s poslední predikcí. U té si povšimneme, že k odhadu modelu nepoužíváme všechna dostupná data (před odhadovaným obdobím). V zájmu porovnatelnosti predikcí předkrizového (normálního) a krizového období totiž chceme, aby v obou případech probíhala predikce na základě stejně kvalitního modelu (modelu postaveného na stejně dlouhé časové řadě a predikujícího stejně daleko do budoucnosti).

Obecně budeme pracovat s *průměrnou absolutní procentuální chybou predikce* $MAPE$ (mean absolute percentage error). V případě investic však uvádíme též chybu absolutní (MAE, mean absolute error), neboť u této veličiny se v období krize blíží hodnoty 0. Relativní porovnání předpovědi a skutečné hodnoty tak není příliš relevantní.

Posouzení předpovědních schopností modelů se často ukazuje být poměrně jasné, v ostatních případech se budeme řídit následujícím postupem:

Hlavním kritériem je schopnost předpovídat vývoj HDP (váha 70%) jakožto zdaleka nejčastěji využívaný ukazatel hospodářského vývoje. Sekundárním kritériem pak bude predikce soukromé spotřeby (váha 30%), neboť vývoj HDP nemusí jít ruku v ruce s vývojem ekonomické situace domácností. Chceme totiž zohlednit též hypotetickou situaci, kdy HDP roste, ačkoli situace domácností se zhoršuje (může nastat např. po kurzové intervenci podporující export).

Při posuzování kvality modelu klademe důraz na predikce out of sample (váha 70%), z nich pak nejvíce na predikci *ii*, která je v souladu s pravidlem palce o dělení vzorku pro odhad modelu a vzorku pro test v poměru 70:30. Agregujeme tedy MAPE všech čtyř predikcí s váhami dle tabulky 3.1.

Tabulka 3.1: Váhy v kritériu $WMAPE$

Predikce	Váha celkem	Váha - HDP	Váha - spotřeba
i	30,0 %	21,0 %	9,0 %
ii	40,0 %	28,0 %	12,0 %
iii	15,0 %	10,5 %	4,5 %
iv	15,0 %	10,5 %	4,5 %

Je třeba říci, že uvedené váhy jsou subjektivním hodnocením významu jednotlivých predikcí. Při zachování logiky kritéria (větší důraz na předpověď HDP než spotřeby a na predikce out of sample) však i mírně odlišené váhy dávají podobné souhrnné výsledky. Toto kritérium budeme značit $WMAPE$ - vážené $MAPE$.

3.5.2 Základní Kleinův model

Tabulka 3.2: Kvalita predikce pro základní Kleinův model

	i	*ii*	*iii*	*iv*
Vstupní data	1971-2014	1971-2000	1971-2000	1978-2007
Predikce pro	1972-2014	2001-2014	2001-2007	2008-2014
MAPE - spotřeba	3,059%	NA	2125 %	6,409%
MAPE - investice	59,54%	NA	3581 %	515,5%
MAE - investice (mld. USD)	149,9	NA	28815	731,2
MAPE - privátní mzdy	2,883%	NA	2720 %	15,40%
MAPE - celková poptávka X	3,816%	NA	1779 %	10,10%
MAPE - HDP	3,448%	NA	1678 %	9,306%

Z tabulky 3.2 vidíme, že modely odhadnuté na základě dat z let 1971-2000 v předpovědích zcela selhávají - dynamickou předpověď na 14. rok dopředu software dokonce vůbec nespočetl, pro předpověď *ii* tedy ani nelze spočíst průměrné odchylky. Z tohoto důvodu ani nelze dopočítat kritérium $WMAPE$.

Naopak model založený na datech z let 1978-2007 predikuje ekonomickou krizi relativně dobře co do spotřeby, mezd a celkové produkce (HDP), selhává pouze v predikci investic.

Predikci investic považujeme za problematickou jak obecně, tak specificky s ohledem na finanční krizi po roce 2008. Investice jsou z uvedených veličin nejcitlivější na změny ekonomické situace, neboť jsou přímo ovlivňovány politikou centrálních bank, která však není v modelu zohledněna - viz kapitola 2.1.1. Investice též netrpí přirozenými rigiditami a setrvačností (zvyklosti ve spotřebě, dlouhodobé smlouvy nejen ohledně mezd aj.). Investice jsou tak pro firmy přirozeným nárazníkovým pásmem, kdy na změnu ekonomické situace je bezprostředně reagováno změnou objemu investic, aniž by bylo nutné bezprostředně měnit strukturu podnikání. Rovněž ekonomická krize má původ ve finančním sektoru a sektoru hypoték, tedy investic.

Smíříme-li se s neschopností modelu předpovídat míru investic, je nasnadě otázka, proč se daří období *iv* (2008-2014) předpovídat tak dobře, když předpověď pro období *iii* (2001-2007) tak selhává. K tomu je třeba prozkoumat příslušné odhady, které uvádíme v tabulce 3.3.

Tabulka 3.3: Základní Kleinův model, koeficienty pro jednotlivé predikce

Rovnice	Proměnná	Koeficient	*i* 1971-2014	*ii* & *iii* 1971-2000	*iv* 1978-2007
Spotřeby		α_0	$-288{,}2$	$-150{,}6$	$-225{,}0$
	P_t	α_1	$-0{,}122$	$-0{,}396$	0,381
	P_{t-1}	α_2	0,363	0,234	$-0{,}112$
	$W_t^P + W_t^G$	α_3	1,099	1,327	1,024
Investic		β_0	494,0	$-41{,}19$	270,4
	P_t	β_1	0,494	0,592	0,068
	P_{t-1}	β_2	0,074	$-0{,}526$	0,341
	K_{t-1}	β_3	$-0{,}218$	0,028	$-0{,}121$
Privátních		γ_0	$-848{,}7$	777,9	$-439{,}4$
mezd	X_t	γ_1	0,175	0,790	$-0{,}273$
	X_{t-1}	γ_2	0,242	$-0{,}236$	0,747
	t	γ_3	20,84	$-17{,}86$	12,53

Ukazuje se, že modely *i* a *iv* vycházející z celého vzorku dat a z dat za roky 1978-2007 jsou v mnohém podobné. Analyzujeme-li celkový vliv exogenních proměnných bez časového rozlišení, vychází

Tabulka 3.4: Základní Kleinův model, celkový vliv proměnných

Proměnná	Koeficient	*i* 1971-2014	*ii* & *iii* 1971-2000	*iv* 1978-2007
P	$\alpha_1 + \alpha_2$	0,241	-0,162	0,268
P	$\beta_1 + \beta_2$	0,567	0,066	0,409
X	$\gamma_1 + \gamma_2$	0,417	0,554	0,474

Zejména pro součty $\alpha_1 + \alpha_2$ a $\beta_1 + \beta_2$ je dle tabulky 3.4 odlišnost modelů vycházejících z dat za 1971-2000 jasně patrná. Další významnou odlišnost pak pozorujeme u autonomních investic β_0 a autonomní mzdy γ_0, kde pro případy *ii* a *iii* vychází odlišné znaménko.

Při hledání vysvětlení takto zásadních rozdílů, které způsobují, že model odhadnutý dle dat z let 1971-2000 je pro predikci zcela nepoužitelný, zatím co stejný model odhadnutý na datech za roky 1978-2007 funguje vcelku dobře, se přímo nabízí vysvětlení v podobě ropné krize. První ropná krize vypukla roku 1973 a byla následována recesí v letech 1974-1975, druhá následovala roku 1979, přičemž období vysokých cen ropy přetrvávalo až do poloviny osmdesátých let.

Posunutím souboru vstupních dat z let 1971-2000 na roky 1978-2007 jsme se zcela vyhnuli prvnímu ropnému šoku a následné krizi.

Situace tak jasně ilustruje velký problém hospodářské ekonomie. Problém malé délky časových řad je obecně dosti známý, avšak i kdybychom rekonstruovali historická data, nelze rozumně předpokládat, že chování systému je historicky neměnné. V uvažovaném časovém horizontu postačuje zahrnutí sedmi let, během kterých se odehrála první ropná krize, k natolik zásadním změnám modelu, že je pro predikční účely zcela znehodnocen. V delším časovém úseky by se navíc začaly objevovat problémy způsobené kvalitativními změnami ve společnosti.

3.5.3 Testy specifikace - základní model

Než přistoupíme k transformacím dat a dalším úpravám, podíváme se, zda je vůbec model korektně specifikován.

Nejprve využijeme *Sargan-Hansenův test exogenity*, který je popsán v kapitole 1.4. Celkem pracujeme s osmi instrumentálními proměnnými (vč. interceptu) a třemi endogenními proměnnými, za platnosti nulové hypotézy tedy asymptoticky

$$J \sim \chi_5^2,$$

čemuž odpovídá kritická hodnota $11,07$.

K omezení vstupních dat přistupujeme pouze v rámci analýzy predikčních schopností modelu, obecně pracujeme stále s plnou sadou dat za léta 1971-2014. Pro určení reziduí pak využíváme odhad modelu s aktuálními daty (tedy nikoli predikce).

Tabulka 3.5: Základní Kleinův model, Sargan-Hansenův test 1

Rovnice	J	p-hodnota
Co	21,23	0,001
I	29,42	0,000
W^P	22,79	0,000
χ_5^2	11,07	0,050

Z tabulky 3.5 vidíme, že hypotézu nekorelovanosti instrumentů a reziduí jasně zamítáme pro všechny tři rovnice.

Prvním problémem, který nás s ohledem na patrnou autokorelaci reziduí napadá, je korelace zpožděných proměnných K_{-1}, P_{-1}, X_{-1} s rezidui. Tabulka 3.6 však ukazuje, že odstraněním těchto 3 instrumentů se situace nezlepší.

Tabulka 3.6: Základní Kleinův model, Sargan-Hansenův test 2

Rovnice	J	p-hodnota
Co	18,26	0,000
I	25,89	0,000
W^P	18,95	0,000
χ_2^2	5,991	0,050

Cenou je přitom podstatné zhoršení predikčních schopností modelu (predikce i).

Ani další alternativy volby instrumentálních proměnných nepřinesly kýžený výsledek nezávislosti instrumentů a reziduí. Navzdory porušení předpokladů tak zůstaneme u původní specifikace modelu.

Dále použijeme **vícerozměrný Portmanteau test** (viz Eviews (2013), respektive Lütkepohl (1991)) ke zjištění autokorelace reziduí. Tabulka 3.7 ukazuje, že rezidua jsou korelována v čase.

Tabulka 3.7: Základní Kleinův model, Portmanteau test

Lag	Q-statistika	p-hodnota
1	60,66	0,000
2	97,60	0,000
3	120,0	0,000
4	129,3	0,000
5	143,2	0,000

Základní model tedy (teoretické) požadavky na specifikaci vskutku příliš dobře nesplňuje - nejen že instrumentální proměnné nejsou nekorelované s rezidui, ale též rezidua korelují napříč časem.

3.5.4 Očištění o inflaci

O teoretických aspektech očištění o inflaci a možných přístupech jsme hovořili v kapitole 2.2. Porovnejme nyní uvažované přístupy ke zohlednění inflace dle predikčních schopností modelu s takto transformovanými daty. Na základě daného indexu (*CPI* či *HDP deflátor*) vyjádříme všechny proměnné v cenách roku 2010 a následně aplikujeme základní model. Predikční schopnosti vychází následovně:

Tabulka 3.8: Predikce, **Model CPI** (data v cenách roku 2010 dle CPI)

	i	*ii*	*iii*	*iv*
Vstupní data	1971-2014	1971-2000	1971-2000	1978-2007
Predikce pro	1972-2014	2001-2014	2001-2007	2008-2014
MAPE - spotřeba	1,735%	5,223%	2,826%	4,395%
MAPE - investice	60,49%	285,0%	26,31%	459,6%
MAE - investice (mld. USD)	168,2	495,8	205,4	618,6
MAPE - privátní mzdy	2,666%	11,91%	5,914%	11,89%
MAPE - celková poptávka X	2,686%	7,598%	3,669%	7,868%
MAPE - HDP	2,426%	7,032%	3,440%	7,249%

Celková kvalita predikce $WMAPE$ dle tabulky 3.8 pak vychází **4,709**%.

Tabulka 3.9: Predikce, **Model Deflátor** (data v cenách roku 2010 dle deflátoru)

	i	*ii*	*iii*	*iv*
Vstupní data	1971-2014	1971-2000	1971-2000	1978-2007
Predikce pro	1972-2014	2001-2014	2001-2007	2008-2014
MAPE - spotřeba	8,463%	6,714%	4,314%	NA
MAPE - investice	111,45%	270,2%	27,87%	NA
MAE - investice (mld. USD)	316,1	499,44	213,3	NA
MAPE - privátní mzdy	11,24%	14,80%	8,561%	NA
MAPE - celková poptávka X	9,219%	8,727%	4,850%	NA
MAPE - HDP	8,366%	8,086%	4,549%	NA

Vidíme, že po transformaci dat na cenu roku 2010 dle CPI vychází všechny predikce *i* až *iv* poměrně uspokojivě. Stále se sice potýkáme s neschopností předpovídat míru investic, spotřebu však předvídáme na 7 let dopředu (predikce *iii* a *iv*) s průměrnou odchylkou kolem $3-4$ %, na 14 let dopředu (predikce *ii*) pak s odchylkou kolem 5 %. U celkové produkce (HDP) pak průměrná odchylka dosahuje pro všechny čtyři uvažované predikce nanejvýš 7 %. Oproti výchozímu modelu jsme pak ve všech případech *i* až *iv* dosáhli zlepšení předpovědních schopností u všech proměnných.

I když se v případech *ii* a *iii* podařilo zbavit abnormálního chování i s využitím HDP deflátoru (tabulka 3.9), nově se objevují závažné problémy s predikcí vývoje v období hospodářské krize (*iv*). Předpovědi se natolik odchylují od smysluplných hodnot, že již predikce pro 7. rok do budoucnosti není softwarem dopočítána.

Za daných okolností považujeme za nejrozumnější používat nadále data v cenách roku 2010 přepočtených dle CPI, jelikož takový postup jako jediný vykazuje uspokojivé výsledky pro všechna uvažovaná období.

3.5.5 Výpočet kapitálu

Od nynějška tedy počítáme s daty v cenách roku 2010 dle CPI. Dalším problémem, kterým se budeme zabývat, je výpočet kapitálu. Jak jsme viděli již na Obrázku 1, jeho výpočet dle rovnice

$$K_t = K_{t-1} + I_t$$

se rychle odchyluje od hodnot reálného kapitálu - stavu soukromého investičního majetku. Takový výpočet K_t nebere v potaz zhodnocení existujícího kapitálu, ovšem ani jeho depreciaci.

Nejjednodušším řešením se jeví použít hodnoty reálného kapitálu $RealK$ na místo kapitálu K. Předpovědní schopnosti modelu pak vychází následovně:

Tabulka 3.10: Predikce, **Model CPI+RealK**

	i	*ii*	*iii*	*iv*
Vstupní data	1971-2014	1971-2000	1971-2000	1978-2007
Predikce pro	1972-2014	2001-2014	2001-2007	2008-2014
MAPE - spotřeba:	2,397%	4,761%	2,395%	4,408%
MAPE - investice:	64,405%	272,2%	22,16%	449,8%
MAE - investice (mld. USD):	185,7	456,8	170,8	605,0
MAPE - privátní mzdy:	3,343%	11,33%	5,408%	11,92%
MAPE - celková poptávka X:	3,521%	6,967%	3,095%	7,78%
MAPE - HDP :	3,185%	6,445%	2,900%	7,167%

Celková kvalita predikce $WMAPE$ dle tabulky 3.10 potom vychází **4,623** %. Oproti *modelu CPI* vychází přesnost statických předpovědí o něco hůře, dynamické předpovědi *ii* a *iii* o trochu lépe a dynamická předpověď *iv* prakticky stejně. Dle kritéria $WMAPE$ pak došlo k velmi mírnému zlepšení z $4,709$ % na $4,623$ %.

S ohledem na hospodářský vývoj a nerovnoměrné změny cen v různých odvětvích během krize by však mohlo být vhodnější přepočítávat hodnotu (reálného) kapitálu jiným indexem než CPI. Významné množství kapitálu představují nemovitosti, jejichž užitná hodnota (a tedy vliv na produkci) je v čase víceméně stejná, avšak cena je v čase proměnlivá. Hodnotu reálného kapitálu tedy přepočteme na ceny roku 2010 pomocí indexu cen realit [11].

Tabulka 3.11: Predikce, **Model CPI+RealityRealK**

	i	*ii*	*iii*	*iv*
Vstupní data	1971-2014	1971-2000	1971-2000	1978-2007
Predikce pro	1972-2014	2001-2014	2001-2007	2008-2014
MAPE - spotřeba:	2,159%	2,696%	1,406%	4,362%
MAPE - investice:	72,99%	134,4%	14,16%	401,2%
MAE - investice (mld. USD):	200,9	244,0	129,8	590,3
MAPE - privátní mzdy:	3,370%	8,464%	3,694%	13,47%
MAPE - celková poptávka X:	3,474%	3,161%	0,898%	7,616%
MAPE - HDP :	3,153%	2,912%	0,843%	7,020%

Celková kvalita predikce $WMAPE$ dle tabulky 3.11 pak vychází **3,083** %.

V porovnání s *modelem CPI* dochází k mírnému zhoršení statické predikce *i*, přesnost dynamických predikcí *ii* a *iii* je však výrazně vyšší. Přesnost predikce *iv* pro krizové období je pak přibližně stejná.

V porovnání s *modelem CPI+RealK* dochází k významnému zlepšení predikcí *ii* a *iii*, zatímco kvalita predikcí *i* a *iv* je srovnatelná.

S ohledem na hodnotu kritéria $WMAPE$ budeme nadále pokračovat s *modelem CPI+RealityRealK*, který oproti *modelu CPI* nabízí zlepšení z $4,709$ % na $3,083$ %. Ukazuje se přitom, použití reálného kapitálu samo o sobě nestačí. Přepočteme-li však hodnotu reálného kapitálu na ceny roku 2010 indexem cen realit, dochází v souhrnu ke zlepšení předpovědí modelu (dle $WMAPE$). Úvaha, že kapitál je z podstatné části tvořen realitami a jeho hodnota tudíž závisí na jejich cenách, se tedy zdá být správná.

Použitím reálného kapitálu - stavu soukromého investičního majetku - na místo kapitálu počítaného dle přírůstku investic ($K_t = K_{t-1} + I_t$) jsme tedy za cenu malého zhoršení v přesnosti statické předpovědi dosáhli významného celkového zlepšení v dynamické předpovědi. Přesnost předpovědi (dynamické) pro krizové období 2008-2014 však zůstává přibližně stejná.

[11] `https://www.quandl.com/data/FED/FL075035503_A-Price-indexes-commercial-real-estate-price-index-Annual-Levels-NSA`

3.5.6 Linearita modelu

Dalším problémem, s nímž se v ekonomické praxi setkáváme, je problém nelinearity. Ekonomická data mají obecně tendenci vykazovat exponenciální chování, což s sebou přináší např. heteroskedasticitu a celkově činí lineární model nevhodným.

V ekonomické praxi se proto zcela rutinně přistupuje k logaritmické transformaci proměnných. To bude vidět na následujícím modelu (viz kapitola 4.2.1), kde budeme přecházet z multiplikativní rovnice

$$C_t^{-\theta} = (1 + r_t)\beta C_{t+1}^{-\theta}$$

k rovnici

$$\ln C_t = \ln C_{t+1} - \frac{1}{\theta} \ln(1 + r_t) - \frac{1}{\theta} \ln \beta.$$

Kleinův model je ovšem ze své podstaty aditivní a podobnou jednoduchou transformaci tak v jeho rámci provést bohužel nelze.

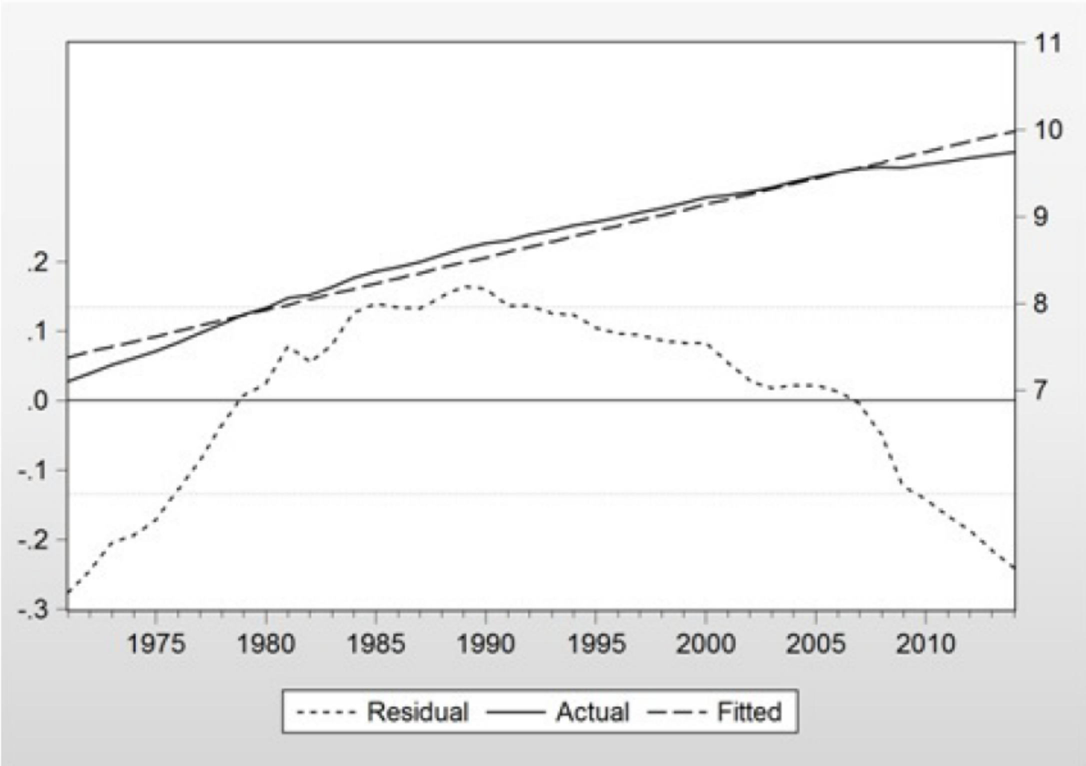
Nemůžeme-li tedy zahrnout geometrický charakter trendu do modelu, učiníme pravý opak - trend z modelu zcela odstraníme a dopočteme separátně.

Jakožto nejpoužívanější ukazatel vývoje ekonomiku budeme operovat s HDP. Tím proložíme exponenciální trend, respektive budeme počítat

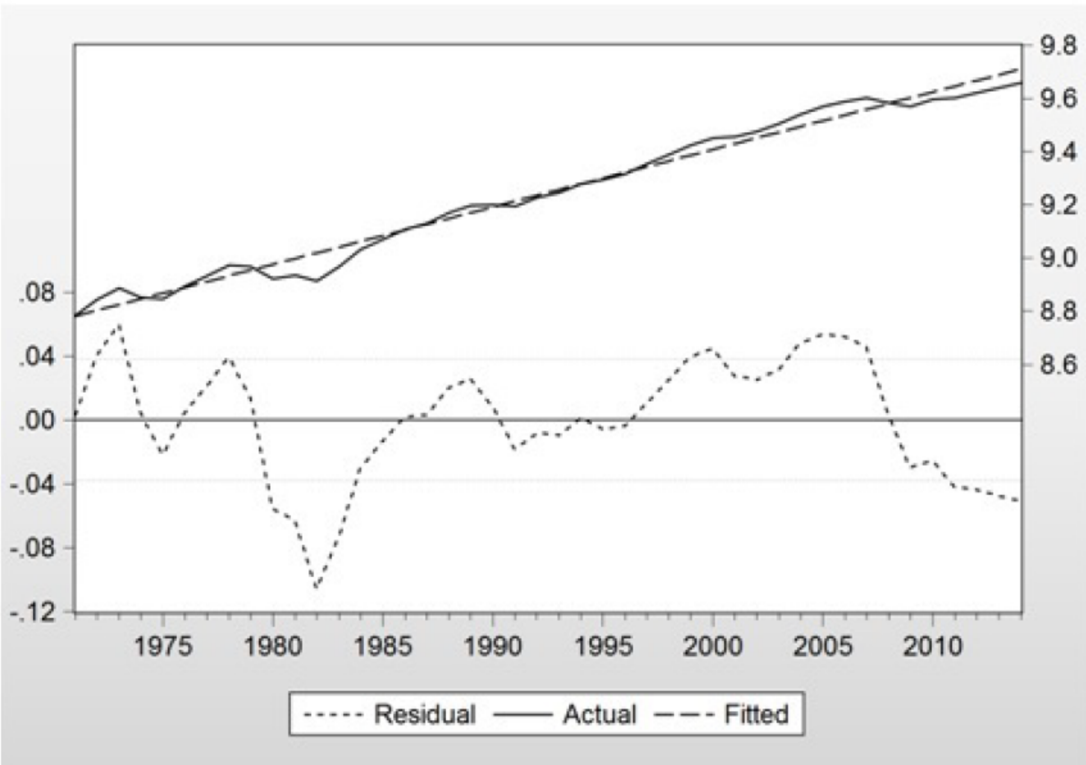
$$\log Y_t = a + bt + \varepsilon_t.$$

Původní (nelogaritmovaná) data pak transformujeme tak, že je podělíme koeficientem e^{bt}, kde $t = 0$ pro rok 2010 ($t = 1$ pro rok 2011 atd.). Získáme tak data očištěná o trend, na nich odhadneme Kleinův model s omezením $\gamma_3 = 0$, tedy bez vlastního trendu.

Otázkou je, zda očištění od trendu aplikovat na nominální data, či na data v cenách roku 2010 dle CPI. Podíváme se na grafy skutečných a vyrovnaných hodnot po proložení lineárního trendu logaritmovaným HDP (hovoříme o *loglineárním* trendu).



Obrázek 3.2: Loglineární trend, HDP nominální



Obrázek 3.3: Loglineární trend, HDP v cenách roku 2010 dle CPI

Z obrázků 3.2 a 3.3 je zřejmé, že HDP v nominálních cenách nevykazuje neměnný lineární trend. To patrně souvisí se změnami inflace ve sledovaném období. Pro naše účely je však důležitá skutečnost, že HDP v cenách roku 2010 dle CPI neměnný trend ve sledovaném období vykazuje.

Očištění od trendu tedy budeme aplikovat na data v cenách roku 2010 dle CPI (s výjimkou proměnné RealK, kterou převádíme na ceny roku 2010 pomocí indexu cen nemovitostí, jak vyplynulo z předchozí kapitoly).

Trend proložený daty pak vychází

$$\begin{array}{cccccc} ln(Y_t) & = & 7,79357 & + & 0,02151 * t & + \varepsilon_t \\ & & (\pm 0,03107) & & (\pm 0,00045) & \end{array}$$

Dlouhodobý reálný růst dle CPI tak vychází asi $2,175\%$ ročně $(e^{\hat{b}} - 1)$.

Provedeme tedy transformaci všech proměnných

$$V_t := \frac{V_t}{e^{\hat{b}t}}$$

a aplikujeme model s omezením $\gamma_3 = 0$ (doposud jsme do struktury modelu nezasahovali, pouze jsme upravovali vstupní data). Odhadneme tak *model CPI+RealityRealK+ExpTrend*. Jelikož přímé výstupy tohoto modelu budou očištěné od trendu, před výpočtem chyb predikce formálně provedeme ještě zpětnou transformaci (přenásobíme $e^{\hat{b}t}$). Stále tedy predikujeme proměnné v cenách roku 2010 dle CPI. Poznamenejme však, že MAPE, jakožto relativní odchylka, není touto zpětnou transformací ovlivněna.

Tabulka 3.12: Predikce, **Model CPI+RealityRealK+ExpTrend**

	i	*ii*	*iii*	*iv*
Vstupní data	1971-2014	1971-2000	1971-2000	1978-2007
Predikce pro	1972-2014	2001-2014	2001-2007	2008-2014
MAPE - spotřeba:	2,797%	4,708%	3,934%	2,963%
MAPE - investice:	74,797%	200,7%	31,10%	399,6%
MAE - investice (mld. USD):	201,1	430,1	244,4	603,9
MAPE - privátní mzdy:	2,867%	9,153%	7,814%	10,25%
MAPE - celková poptávka X:	2,425%	5,057%	3,993%	4,524%
MAPE - HDP :	2,206%	4,707%	3,757%	4,174%

Celková kvalita predikce $WMAPE$ dle tabulky 3.12 pak vychází **3,741** %.

Oproti *modelu CPI+RealityRealK* s lineárním trendem pozorujeme při exponenciálním trendu celkové zpřesnění predikce v případě *iv*, kdy investice jsou předpovídány s prakticky stejnou (ne)přesností a ostatní proměnné přesněji. Dopad na predikci *i* je poněkud neurčitý - HDP je předpovídáno přesněji, zatímco spotřeba naopak. Předpovědi *ii* a *iii* pak vychází celkově hůře.

Pro další analýzy tedy budeme brát jako výchozí *model CPI+RealityRealK*, neboť m*odel CPI+RealityRealK+ExpTrend* s exponenciálním trendem přinesl, byť možná poněkud překvapivě, zhoršení $WMAPE$ z $3,083$ % na $3,741$ %.

Z teoretického hlediska ještě uveďme, že k výpočtu trendu jsme použili HDP, predikce této proměnné tedy nenese žádnou systematickou chybu. Trend vypočtený dle vývoje HDP však používáme pro všechny proměnné, čímž do dat vnášíme určitou systematickou chybu tam, kde vývoj dané proměnné není zcela paralelní k vývoji HDP. Možným řešením by bylo vyhlazovat každou proměnnou zvlášť podle individuálně vypočteného trendu. Takový model by však již byl podstatně složitější.

3.5.7 Investice domácností

Jelikož analýza daňové problematiky by přesahovala rozsah této práce, dalším bodem na seznamu potenciálně rozporných míst(viz kapitola 3.4) je otázka investic domácností. Základní Kleinův model totiž bere příjmy domácností $(W^P + W^G)$ do úvahy pouze při výpočtu spotřeby a nikoli investic (viz kapitola 3.1). Přidejme nyní tento člen též do rovnice investic.

Počítáme tak s **modelem CPI+RealityRealK+HHInvest** (HH z anglického household, domácnost)

$$\begin{aligned}
C_t &= \alpha_0 + \alpha_1 P_t + \alpha_2 P_{t-1} + \alpha_3 (W_t^P + W_t^G) + \varepsilon_{1t} \\
I_t &= \beta_0 + \beta_1 P_t + \beta_2 P_{t-1} + \beta_3 RealK_{t-1} + \beta_4 (W_t^P + W_t^G) + \varepsilon_{2t} \\
W_t^P &= \gamma_0 + \gamma_1 X_t + \gamma_2 X_{t-1} + \gamma_3 A_t + \varepsilon_{3t} \\
X_t &= C_t + I_t + G_t \\
P_t &= X_t - T_t - W_t^P \\
K_t &= K_{t-1} + I_t,
\end{aligned}$$

kde data jsou vyjádřená v cenách roku 2010 dle CPI s výjimkou proměnné $RealK$, která je vyjádřena v cenách roku 2010 dle indexu cen realit. Předpovědní schopnosti vychází následovně:

Tabulka 3.13: Predikce, **Model CPI+RealityRealK+HHInvest**

	i	*ii*	*iii*	*iv*
Vstupní data	1971-2014	1971-2000	1971-2000	1978-2007
Predikce pro	1972-2014	2001-2014	2001-2007	2008-2014
MAPE - spotřeba:	1,597%	3,186%	2,318%	3,092%
MAPE - investice:	40,74%	134,4%	19,09%	214,7%
MAE - investice (mld. USD):	131,5	267,2	155,9	319,9
MAPE - privátní mzdy:	2,650%	8,956%	5,490%	8,557%
MAPE - celková poptávka X:	2,277%	4,330%	2,868%	4,569%
MAPE - HDP :	2,069%	4,020%	2,696%	4,215%

Celková kvalita predikce $WMAPE$ dle tabulky 3.13 pak vychází **3,055**%, tedy prakticky stejně, jako u *modelu CPI+RealityRealK* $(3,083\%)$.

Vidíme, že přidáním investic domácností jsme dosáhli v porovnání s *modelem CPI+RealityRealK* zpřesnění statické předpovědi *i* a krizové dynamické předpovědi *iv*, a naopak zhoršení přesnosti u dynamických předpovědí *ii* a *iii*. Souhrnný vliv tohoto opatření je pak dle našeho kritéria $WMAPE$ prakticky bezvýznamný.

Investice domácností tedy patrně hrají bezprostřední roli (zlepšení statické předpovědi, tj. souboru předpovědí o 1 krok) a v případě krize je není vhodné ignorovat (zlepšení dynamické předpovědi pro krizové období), avšak pro delší předpověď v ekonomicky klidném období představují spíše rušivý prvek (předpověď *iii*). Odpověď na otázku, zda do modelu zavést investice domácností či nikoli, tak záleží na tom, co od modelu očekáváme.

Na základě predikčních schopností (vyjádřených $WMAPE$) nelze jeden z modelů *CPI+RealityRealK*, *CPI+RealityRealK+HHInvest* prohlásit za významně lepší. Na druhou stranu určité zlepšení, byť velmi malé, zde pozorujeme, a tak se nelze jednoduše přiklonit k jednoduššímu modelu.

3.5.8 Testy specifikace - finální modely

Na základě předpovědních schopností modelů, konkrétně kritéria $WMAPE$, jsme dospěli ke dvěma modelům (*CPI+RealityRealK* a *CPI+RealityRealK+HHInvest*), jejichž předpovědní schopnosti jsou v souhrnu dle $WMAPE$ velmi podobné. Viděli jsme, že výchozí model nebyl dobře specifikován, podívejme se tedy, jak vychází specifikace finálních modelů.

Při implementaci *Sargan-Hansenova testu exogenity* stále pracujeme s osmi instrumenty (vč. interceptu) a třemi endogenními proměnnými. Za platnosti nulové hypotézy tedy asymptoticky

$$J \sim \chi^2_5,$$

čemuž odpovídá kritická hodnota $11,07$.

Podívejme se nejrpve na *model CPI+RealityRealK*:

Tabulka 3.14: Model **CPI+RealityRealK**, Sargan-Hansenův test

Rovnice	J	p-hodnota
Co	11,62	0,040
I	13,79	0,017
W^P	12,52	0,028
χ^2_5	11,07	0,050

V tabulce 3.14 vidíme, že sice došlo ke znatelnému zlepšení oproti základnímu modelu, na standardní hladině významnosti 5 % však stále bezpečně zamítáme hypotézu nekorelovanosti reziduí a instrumentů. Podobně se ukazuje, že rezidua jsou korelovaná v čase (tabulka 3.15).

Tabulka 3.15: Model **CPI+RealityRealK**, Portmanteau test

Lag	Q-statistika	p-hodnota
1	74,78	0,000
2	106,4	0,000
3	129,5	0,000
4	154,3	0,000
5	175,0	0,000

Pro *model CPI+RealityRealK+HHInvest* pak vychází:

Tabulka 3.16: Model **CPI+RealityRealK+HHInvest**, Sargan-Hansenův test

Rovnice	J	p-hodnota
Co	12,36	0,030
I	13,05	0,023
W^P	14,21	0,014
χ^2_5	11,07	0,050

Tabulka 3.17: Model **CPI+RealityRealK+HHInvest**, Portmanteau test

Lag	Q-statistika	p-hodnota
1	58,28	0,000
2	92,02	0,000
3	112,8	0,000
4	125,8	0,000
5	132,1	0,000

V tabulkách 3.16 a 3.17 tedy opět pozorujeme narušení specifikace modelu jak korelovaností instrumentů s rezidui, tak autokorelací reziduí v čase.

3.6 Aplikace finálních modelů

Dospěli jsme ke dvěma modelům, které dávají podobně kvalitní predikce dle úhrnného kritéria $WMAPE$, avšak liší se v dílčích predikcích.

Jak píšeme již v kapitole 3.4, všechny modely odhadujeme třístupňovou metodou nejmenších čtverců, iterativně. Označme X^{CPI} proměnnou X vyjádřenou v cenách roku 2010 dle indexu spotřebitelských cen CPI, tj.

$$X_t^{CPI} := \frac{X_t}{CPI_t},$$

kde $CPI_{2010} = 1$. Podobně $X^{Reality}$ označme proměnnou vyjádřenou v cenách roku 2010 dle indexu cen realit.

V obou následujících modelech jsou exogenními proměnnými vládní mzdové výdaje $W^{G,CPI}$, trend, vládní výdaje G^{CPI} (nemzdové), daně T^{CPI} a dále predeterminované proměnné - zpožděné hodnoty kapitálu $RealK_{-1}^{Reality}$, privátních zisků P_{-1}^{CPI} a rovnovážné poptávky / nabídky X_{-1}^{CPI}. Všechny tyto exogenní proměnné jsou též uvažovány jako proměnné instrumentální.

3.6.1 Model CPI+RealityRealK

Pro celý model dostáváme odhad

$$
\begin{aligned}
C_t^{CPI} &= -1576 - \mathbf{0{,}066}P_t^{CPI} + \mathbf{0{,}022}P_{t-1}^{CPI} + 1,476(W_t^{P,CPI} + W_t^{G,CPI}) \\
I_t^{CPI} &= 461,8 + 0,288P_t^{CPI}0,287P_{t-1}^{CPI} + \mathbf{0{,}005}RealK_{t-1}^{Reality} \\
W_t^{P,CPI} &= -314,7 + 0,298X_t^{CPI} + \mathbf{0{,}051}X_{t-1}^{CPI} + 25.08t \\
X_t^{CPI} &= C_t^{CPI} + I_t^{CPI} + G_t^{CPI} \\
P_t^{CPI} &= X_t^{CPI} - T_t^{CPI} - W_t^{P,CPI}
\end{aligned}
$$

(koeficienty psané tučně jsou na hladině 5 % statisticky nevýznamné).

Pro jednotlivé rovnice pak dostáváme odhady následovně (metodika viz kapitola 3.4):

Rovnice spotřeby

$$
\begin{array}{lllllll}
C_t^{CPI} & = & \alpha_0 & +\alpha_1 P_t^{CPI} & +\alpha_2 P_{t-1}^{CPI} & +\alpha_3(W_t^{P,CPI} + W_t^{G,CPI}) & +\varepsilon_{1t} \\
C_t^{CPI} & = & -1576 & -\mathbf{0{,}066}P_t^{CPI} & +\mathbf{0{,}022}P_{t-1}^{CPI} & +1,476(W_t^{P,CPI} + W_t^{G,CPI}) &
\end{array}
$$

	$Koeficient$	$St.odch.$	$t-stat.$	$p-hodnota$
α_0	−1576	123,5	−12,77	0,000
α_1	−0,066	0,112	−0,587	0,559
α_2	0,022	0,102	0,217	0,829
α_3	1,476	0,039	37,73	0,000

R^2	99,21%
R^2_{Adj}	99,15%
$S.E.$	210,3
$Durbin-Watson$	0,268

Rovnice investic

$$
\begin{array}{lllllll}
I_t^{CPI} & = & \beta_0 & +\beta_1 P_t^{CPI} & +\beta_2 P_{t-1}^{CPI} & +\beta_3 RealK_{t-1}^{Reality} & +\varepsilon_{2t} \\
I_t^{CPI} & = & 461,8 & +0,288P_t^{CPI} & -0,287P_{t-1}^{CPI} & +\mathbf{0{,}005}RealK_{t-1}^{Reality} &
\end{array}
$$

	$Koeficient$	$St.odch.$	$t-stat.$	$p-hodnota$
β_0	461,8	99,36	4,648	0,000
β_1	0,288	0,135	2,129	0,035
β_2	−0,287	0,131	−2,183	0,031
β_3	0,005	0,006	0,823	0,412

R^2	18,53%
R^2_{Adj}	12,26%
$S.E.$	208,7
$Durbin-Watson$	0,500

Rovnice privátních mezd

$$
\begin{array}{lllllll}
W_t^{CPIP} & = & \gamma_0 & + \gamma_1 X_t^{CPI} & + \gamma_2 X^{CPI} t-1 & + \gamma_3 t & + \varepsilon_{3t} \\
W_t^{CPIP} & = & -314,7 & + 0,298 X_t^{CPI} & + \mathbf{0{,}051} X^{CPI} t-1 & + 25,08 t &
\end{array}
$$

	$Koeficient$	$St.odch.$	$t-stat.$	$p-hodnota$
γ_0	−314,7	101,4	−3,104	0,002
γ_1	0,298	0,069	4,303	0,000
γ_2	0,051	0,066	0,773	0,441
γ_3	25,08	2,962	8,467	0,000

R^2	98,91%
R^2_{Adj}	98,83%
$S.E.$	140,7
$Durbin-Watson$	0,276

Stejně jako u výchozího modelu dostáváme významné záporné absolutní členy u rovnice spotřeby a privátních mezd. Navíc koeficient závislosti spotřeby na příjmech domácností (α_3) je významně vyšší než 1 (testujeme rovnost 1):

$$
\begin{array}{llll}
H_0: & \alpha_3 & = & 1 \\
 & 1,476 & &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
\chi^2_1 & 148,1 \\
p-hodnota & 0,000
\end{array}
$$

Další Waldovy testy provedeme k ověření rovností (3.2) a (3.3), které jsou teoreticky odvozeny v kapitole 3.1:

$$
\begin{array}{llll}
H_0: & \beta_0 & = & -\alpha_0 \\
 & 461,8 & = & -(-1576)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
\chi^2_1 & 113,4 \\
p-hodnota & 0,000
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llllll}
H_0: & \alpha_1 & + & \beta_1 & = 1 \\
 & -0,066 & + & 0,288 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
\chi^2_1 & 33,45 \\
p-hodnota & 0,000
\end{array}
$$

Platnost rovností (3.2) a (3.3) tedy zamítáme, navíc zamítáme též hypotézu, že sklon ke spotřebě domácností je menší než 1, čímž model hovoří proti veškerým modelům s výdajovým multiplikátorem (viz kapitola 3.4). Je ovšem třeba připomenout, že byla indikována četná porušení formálních předpokladů a model není korektně specifikován (viz kapitola 3.5.8). Závěry je tedy třeba hodnotit s jistou rezervou.

3.6.2 Model CPI+RealityRealK+HHInvest

Pro celý model dostáváme odhad

$$\begin{aligned}
C_t^{CPI} &= -1664 - \mathbf{0{,}008} P_t^{CPI} - \mathbf{0{,}059} P_{t-1}^{CPI} + 1,507(W_t^{P,CPI} + W_t^{G,CPI}) \\
I_t^{CPI} &= 1572 + 0,548 P_t^{CPI} + \mathbf{0{,}127} P_{t-1}^{CPI} + 0,026 RealK_{t-1}^{Reality} \\
&\quad -0,772(W_t^{P,CPI} + W_t^{G,CPI}) \\
W_t^{P,CPI} &= \mathbf{-181{,}5} + 0,260 X_t^{CPI} + \mathbf{0{,}103} X_{t-1}^{CPI} + 21,23t \\
X_t^{CPI} &= C_t^{CPI} + I_t^{CPI} + G_t^{CPI} \\
P_t^{CPI} &= X_t^{CPI} - T_t^{CPI} - W_t^{P,CPI}
\end{aligned}$$

(koeficienty psané tučně jsou na hladině 5 % statisticky nevýznamné).

Pro jednotlivé rovnice pak dostáváme odhady následovně:

Rovnice spotřeby

$$\begin{array}{lclllll}
C_t^{CPI} & = & \alpha_0 & +\alpha_1 P_t^{CPI} & +\alpha_2 P_{t-1}^{CPI} & +\alpha_3(W_t^{P,CPI} + W_t^{G,CPI}) & +\varepsilon_{1t} \\
C_t^{CPI} & = & -1664 & \mathbf{-0{,}008} P_t^{CPI} & \mathbf{-0{,}059} P_{t-1}^{CPI} & +1,507(W_t^{P,CPI} + W_t^{G,CPI}) &
\end{array}$$

	Koeficient	*St.odch.*	*t − stat.*	*p − hodnota*
α_0	−1664	126,5	−13,15	0,000
α_1	−0,008	0,110	−0,074	0,941
α_2	−0,059	0,101	−0,589	0,557
α_3	1,507	0,039	38,62	0,000

R^2	99,17%
R^2_{Adj}	99,10%
S.E.	216,2
Durbin − Watson	0,251

Rovnice investic

$$\begin{aligned}
I_t^{CPI} = {} & \beta_0 + \beta_1 P_t^{CPI} + \beta_2 P_{t-1}^{CPI} + \beta_3 RealK_{t-1}^{Reality} \\
& + \beta_4(W_t^{P,CPI} + W_t^{G,CPI}) + \varepsilon_{2t}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_t^{CPI} = {} & 1572 + 0,548 P_t^{CPI} + \mathbf{0{,}127} P_{t-1}^{CPI} + 0,026 RealK_{t-1}^{Reality} \\
& - 0,772(W_t^{P,CPI} + W_t^{G,CPI})
\end{aligned}$$

	$Koeficient$	$St.odch.$	$t-stat.$	$p-hodnota$
β_0	1572	174,8	8,995	0,000
β_1	0,548	0,147	3,739	0,000
β_2	0,127	0,129	0,981	0,329
β_3	0,026	0,004	5,872	0,000
β_4	−0,772	0,067	−11,51	0,000

R^2	−59,00%
R^2_{Adj}	−75,74%
$S.E.$	295,3
$Durbin-Watson$	0,379

Rovnice privátních mezd

$$\begin{array}{lcccccc} W_t^{P,CPI} & = & \gamma_0 & +\gamma_1 X_t^{CPI} & +\gamma_2 X_{t-1}^{CPI} & +\gamma_3 t & +\varepsilon_{3t} \\ W_t^{P,CPI} & = & -\mathbf{181{,}5} & +0,260 X_t^{CPI} & +\mathbf{0{,}103} X_{t-1}^{CPI} & +21,23t & \end{array}$$

	$Koeficient$	$St.odch.$	$t-stat.$	$p-hodnota$
γ_0	−181,5	92,23	−1,968	0,052
γ_1	0,260	0,064	4,035	0,000
γ_2	0,103	0,063	1,650	0,102
γ_3	21,23	2,395	8,866	0,000

R^2	98,92%
R^2_{Adj}	98,84%
$S.E.$	140,2
$Durbin-Watson$	0,267

Co nás na první pohled zarazí, je záporné R^2 u rovnosti investic. Ukazuje se zde, že v případě systému rovnic již statistika R^2 v použitém softwaru EViews ztrácí standardní vlastnosti a interpretaci.

V tabulce 3.18 proto jako náhradní informaci uvádíme korelační koeficient mezi vyrovnanými a skutečnými hodnotami investic (pro oba modely):

Tabulka 3.18: Finální modely, korelace vyrovnaných a skutečných hodnot

Model	$\mathrm{corr}(I^{CPI}, \hat{I}^{CPI})$
CPI+RealityRealK	$0,440$
CPI+RealityRealK+HHInvest	$0,039$

(I^{CPI} značíme investice v cenách roku 2010 dle CPI, $\hat{I}^{CPI}$ pak jejich vyrovnanou hodnotu).

Předpověď a skutečné hodnoty investic jsou tedy u *modelu CPI+RealityRealK +HHInvest* prakticky nezávislé.

Podobně jako v předchozím modelu dále dostáváme významný záporný absolutní člen u rovnice spotřeby. Absolutní člen u rovnice privátních mezd vychází rovněž záporně, ale je na hranici významnosti. Sklon ke spotřebě α_3 však opět významně vyšší než 1 (testujeme rovnost 1):

$$\begin{array}{rcl} H_0: \quad \alpha_3 & = & 1 \\ 1,507 & = & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \chi_1^2 & 168,9 \\ p - hodnota & 0,000 \end{array}$$

Dalšími Waldovými testy ověříme rovnosti (3.2) a (3.3).

$$\begin{array}{rcl} H_0: \quad \beta_0 & = & -\alpha_0 \\ -1664 & = & -(1572) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \chi_1^2 & 0,697 \\ p - hodnota & 0,404 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} H_0: \quad \alpha_1 & + & \beta_1 & = 1 \\ -0,008 & + & 0,548 & \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \chi_1^2 & 27,26 \\ p - hodnota & 0,000 \end{array}$$

Zamítnutím hypotézy, že sklon ke spotřebě domácností je menší než jedna, model opět hovoří proti veškerým modelům s výdajovým multiplikátorem. Model však opět není korektně specifikován (viz kapitola 3.5.8) a tento závěr je tak třeba brát s rezervou.

Dále opět zamítáme rovnici (3.2), ovšem platnost rovnice (3.3), tj.

$$\beta_0 = -\alpha_0,$$

tentokrát rozhodně nezamítáme. Hypotéza říká, že autonomní výdaje jsou hrazeny právě autonomními investicemi.

Jelikož v tomto modelu vystupují příjmy domácností jak v rovnici spotřeby, tak v rovnici investic, analogií k rovnosti (3.2) pro privátní zisky dostáváme rovnost

$$\alpha_3 + \beta_4 = 1. \tag{3.4}$$

Ukazuje se však, že ani tato rovnost neplatí:

$$\begin{array}{rcll} H_0: \quad \alpha_3 & + & \beta_4 & = 1 \\ 1,5078 & + & -0,772 & = 0,735 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \chi_1^2 & 15,40 \\ p - hodnota & 0,000. \end{array}$$

3.7 Shrnutí

Aplikovali jsme výchozí model, tj. *Kleinův model I*, na nominální data za roky 1971-2014. Hodnoty koeficientů tohoto základního odhadu však byly v rozporu s běžnou ekonomickou teorií (Hlaváček, 2014). Autonomní spotřeba vycházela významně záporná, což je ekonomicky nevyhnutelně spjato se sklonem ke spotřebě (v závislosti na příjmu) vyšším než 1 - skutečně též sklon domácností ke spotřebě vycházel vyšší než 1, byť nikoli významně. Běžně vyučované ekonomické modely však počítají naopak se sklonem menším než 1. Dále byly zamítnuty hypotézy o vztazích mezi koeficienty (3.2) a (3.3), tj. že produkce se dělí právě mezi spotřebu a investice a autonomní spotřeba je hrazena z autonomních investic.

Ve výchozím modelu však byla spatřena řada dílčích nedostatků a prostoru ke zlepšení. Postupně jsme se vypořádali s různými návrhy úprav, pro posouzení kvality modelů přitom byla rozhodující předpovědní kritéria. Zajímala nás schopnost modelů předpovídat zejména HDP, ale též jen soukromou spotřebu, neboť dle Goodhartova zákona pouze HDP, jakožto častý cíl hospodářské politiky, není dobrým měřítkem. Zohledněním soukromé spotřeby jsme tak chtěli postihnout možné situace, kdy se HDP vyvíjí jinak než ekonomická situace obyvatel (takovou situací jsou podle některých ekonomů např. intervence ČNB proti koruně). Vždy jsme provedli celkem čtyři předpovědi. Jednu statickou pro celé období, jednu dynamickou v duchu pravidla palce o rozdělení datového souboru na trénovací a testovací část (přibližně v poměru 70:30) a dvě dynamické pro testování předpovědi v předkrizovém a krizovém období (2008-2014). Kvalitu dílčích předpovědí jsme posuzovali pomocí průměrné absolutní procentuální chyby $MAPE$ a tyto jsme následně vážili. Výsledkem bylo kritérium $WMAPE$, popsané v kapitole (3.5.1).

Ohledně implementace úprav, v prvé řadě model nebyl korektně specifikován. Instrumentální proměnné byly korelované s rezidui a ta byla autokorelovaná v čase. Bohužel, tento problém se nepodařilo žádnou z navržených úprav odstranit. Zásadní bylo použití indexu spotřebitelských cen CPI k vyjádření všech dat v cenách roku 2010. Jak výchozí model s nominálními daty, tak použití HDP deflátoru totiž vedlo k úplnému znehodnocení některých predikcí. Dále se ukázalo, že výpočet kapitálu dle vzorce $K_t = K_{t-1} + I_t$ není vhodný. Nebere totiž v potaz zhodnocení existujícího kapitálu, odchýlili jsme se tedy od původního modelu a počítali s hodnotami „reálného" kapitálu - stavu (soukromého) investičního majetku (vč. zboží dlouhodobé spotřeby). Ukázalo se rovněž, že reálnou hodnotu kapitálu vystihneme lépe s využitím indexu cen realit než CPI. V rozporu s původním očekávání se neosvědčila implementace exponenciálního trendu. Možným zdůvodněním je skutečnost, že trend odhadnutý na základě vývoje HDP byl aplikován na všechny proměnné, čímž mohla být do ostatních proměnných vnesena systematická chyba. Separátní výpočet trendu pro každou proměnnou jsme nepovažovali za adekvátní pro srovnání s ohledem na zvýšenou složitost takového modelu. Možným problémem je též předpoklad, že relativní zdanění práce je konstantní, avšak analýza daňové problematiky by přesahovala rozsah této práce. Poslední uvažovanou úpravou tak bylo zohlednění investic domácností, které původní *Kleinův model I* neuvažoval.

Po aplikaci výše zmíněných úprav jsme získali dva modely s prakticky stejnými souhrnnými predikčními schopnostmi (měřeno kritériem $WMAPE$). Dílčí predikční schopnosti jsou však rozdílné. Jelikož některé predikce výchozího modelu byly zcela nepoužitelné, uvádíme pro srovnání uvádíme model CPI, tj. model s výchozí strukturou, jehož vstupní data jsou vyjádřena v cenách roku 2010 dle indexu spotřebitelských cen.

Tabulka 3.19: Shrnutí $WMAPE$

Model	WMAPE
CPI	4,709 %
CPI+RealityRealK	3,083 %
CPI+RealityRealK+HHInvest	3,055 %

Ačkoli zahrnutí investic domácností (Household investment - značíme *HHInvest*) do modelu vedlo jen k minimální změně úhrnného kritéria $WMAPE$, dílčí rozdíly jsou významnější. Porovnejme predikce spotřeby a HDP obou modelů (tabulky 3.20 a 3.21):

Tabulka 3.20: Shrnutí predikce, model **CPI+RealityRealK**

	i	*ii*	*iii*	*iv*
Vstupní data:	1971-2014	1971-2000	1971-2000	1978-2007
Predikce pro:	1972-2014	2001-2014	2001-2007	2008-2014
MAPE - spotřeba:	2,159 %	2,696 %	1,406 %	4,362 %
MAPE - HDP :	3,153 %	2,912 %	0,843 %	7,020 %

Tabulka 3.21: Shrnutí predikce, model **CPI+RealityRealK+HHInvest**

	i	*ii*	*iii*	*iv*
Vstupní data:	1971-2014	1971-2000	1971-2000	1978-2007
Predikce pro:	1972-2014	2001-2014	2001-2007	2008-2014
MAPE - spotřeba:	1,597 %	3,186 %	2,318 %	3,092 %
MAPE - HDP :	2,069 %	4,020 %	2,696 %	4,215 %

Zahrnutí investic domácností do modelu tedy vede ke zlepšení statické predikce a dynamické predikce krizového období, naopak dlouhodobá a předkrizová dynamická predikce je tímto krokem zhoršena.

Jelikož interpretace koeficientu R^2 ve vícerovnicových systémech není standardní, pro posouzení shody vyrovnaných a skutečných hodnot použijeme Pearsonův korelační koeficient. Ukazuje se, že zahrnutím investic domácností se korelace mezi vyrovnanými a skutečnými hodnotami investic sníží z $0,440$ na $0,039$, investice domácností se tedy zdají být rušivým elementem. Na základě predikčních schopností modelů lze usuzovat, že investice domácností hrají roli u statické předpovědi (o 1 krok) a v krizovém období, avšak pro delší předpověď v ekonomicky klidném období představují rušivý prvek.

Výběr mezi modely *CPI+RealityRealK* a *CPI+RealityRealK+HHInvest* je tedy třeba činit s ohledem na konkrétní situaci a požadavky.

Prakticky bylo dosaženo významného zlepšení předpovědních schopností, nicméně z teoretického hlediska jsou hodnoty některých koeficientů těchto modelů stále v rozporu s běžnou ekonomickou teorií. Jak v modelu *CPI+RealityRealK*, tak v modelu *CPI+RealityRealK+HHInvest* odhadujeme zápornou autonomní spotřebu, a to velmi významně ($t - stat. \approx 13$). Ruku v ruce s tím odhadujeme sklon ke spotřebě domácností přibližně $1,5$, velmi významně nad 1. Jak výchozí, tak oba finální modely tedy hovoří proti běžně akceptovaným předpokladům teorie spotřebitele.

Standardní teorie říká, že sklon ke spotřebě je menší než 1 v důsledku setrvačnosti spotřebních zvyklostí. Výsledky odhadnutých modelů však podporují naopak hypotézu, že lidé reagují na možnou krizi (pokles příjmů) zvýšenou tvorbou rezerv, zatímco v očekávání budoucí prosperity (růst příjmů) ztrácí tvorba rezerv prioritu. To je ovšem právě opačné chování. Jak je vysvětleno v kapitole 3.4, sklon ke spotřebě vyšší než 1 je v rozporu s veškerými modely výdajových multiplikátorů.

Jelikož pro tuto hypotézu svědčí jak výchozí, tak oba finální modely, přičemž *Kleinův model I* je výchozím modelem národních ekonomik, považujeme toto zjištění za závažné. Téma by mělo být předmětem dalšího výzkumu.

Dále je otázkou platnost rovnic (3.2) a (3.3), tj.

$$\alpha_1 + \beta_1 = 1 \quad \text{a} \quad \beta_0 = -\alpha_0.$$

Stejně jako ve výchozím, ani ve finálních modelech není rovnost (3.2) splněna (resp. hypotéza platnosti je zamítnuta). V modelu CPI+RealityRealK+HHInvest pak není splněna ani analogická rovnost (3.4). Hypotéza, že příjmy se dělí právě mezi spotřebu a investice, je tedy ve všech uvažovaných modelech (výchozí, CPI+RealityRealK a CPI+RealityRealK+HHInvest) zamítnuta.

Ve výchozím modelu a modelu CPI+RealityRealK neplatí ani rovnost (3.3). Po zahrnutí investic domácností v modelu CPI+RealityRealK+HHInvest však platnost rovnosti (3.3) nezamítáme, p-hodnota je dokonce velmi vysoká.

Ze všech teoretických identit tedy alespoň při zahrnutí investic domácností přibližně platí, že autonomní spotřeba je hrazena autonomními investicemi. Ovšem hypotéza, že příjmy se dělí právě mezi spotřebu a investice, je ve všech třech modelech jednoznačně zamítnuta.

Za narušením rovnosti úspor a investic pak vidíme zejména princip elastických peněz, jak popisujeme v kapitole 2.1. Lze se též domnívat, že narušení této rovnosti nepřímo ztěžuje ekonomickou kalkulaci i v dalších ohledech.

Jak bylo zmiňováno již v kapitole 3.6, je třeba k výstupům modelu přistupovat obezřetně. *3SLS* odhad má garantovány asymptotické vlastnosti za splnění řady formálních předpokladů (viz kapitola 1), které však zde byly porušeny (viz kapitola 3.5.8). Navíc ani počet pozorování není příliš vysoký, k asymptotickým vlastnostem je tedy třeba přistupovat obezřetně i z tohoto důvodu. Na druhou stranu, v běžné ekonomické praxi nejsou statistické předpoklady ekonometrických modelů (například *SEM* aj.) fakticky verifikovány, tudíž se s přinejmenším ne zcela statisticky podloženými závěry nezřídka setkáme i v odborných a erudovaných zdrojích. Velmi často se totiž modely hodnotí dle predikční schopnosti.

4. Nový Keynesiánský model DSGE

Modely *DSGE* (*Dynamic Stochastic General Equilibrium*, česky pak *dynamické stochastické modely všeobecné rovnováhy*) vycházející z Nové Keynesiánské ekonomie jsou v současné době nejpopulárnějšími strukturálními modely na poli mezinárodních institucí a centrálních bank (Hromádková, 2015). Primárně jsou využívány pro konstrukce předpovědí a pro simulace dopadů hospodářské (zejména měnové) politiky.

Pro obecnou charakteristiku modelů DSGE je velmi vypovídající již jejich název. Modely se zabývají vývojem ekonomiky v čase (dynamika) a zohledňují vlivy náhodných šoků (odtud stochastické). Modely všeobecné rovnováhy jsou pak směrem mikroekonomie, který se snaží vysvětlovat ekonomický vývoj hledáním rovnováhy (ekvilibria) na jednotlivých trzích. Modely tohoto typu vychází z mikroekonomických teoretických základů, což by mělo usnadnit jejich logickou interpretaci.

Pod pojmem *Nový Keynesiánský* (dále též jen *NK*) *DSGE* model se vlastně ukrývá celá třída modelů lišících se v dílčích modifikacích, pojďme si nejprve popsat základní, „kanonický“ model, včetně jeho odvození z mikroekonomické teorie.

4.1 Kanonický model

Kanonický *NK DSGE* model se skládá ze tří rovnic. První rovnice (4.2), nazývaná *Nová Keynesiánská IS křivka*, vysvětluje celkovou produkci (HDP). Druhá rovnice (4.3), nazývaná *Nová Keynesiánská Phillipsova křivka*, vysvětluje inflaci. Poslední rovnicí je pak pravidlo měnové politiky (4.4).

S ohledem na typicky exponenciální chování ekonomiky formulujeme model v takzvané loglinearizované podobě (Kudashvili, 2016). Vyjasněme tedy nejprve značení. Malým písmenem budeme standardně značit logaritmus příslušné hodnoty (tj. $x = \ln(X)$). Vlnovkou pak budeme značit odchylku dané proměnné od své přirozené hodnoty (o přirozených hodnotách více viz kapitola 4.4.2). Označíme-li přirozenou hodnotu indexem N, pak tedy $\tilde{x} = x - x^N = \ln(\frac{X}{X^N})$.

Proměnné modelu:

Y_t Celková produkce / HDP

π_t Inflace

r_t Reálná úroková míra

Inflaci π_t počítáme jako $\ln(\frac{P_t}{P_{t-1}})$. Podobně by i na (reálnou) úrokovou sazbu r šlo nahlédnout jako na logaritmus podílu budoucí a současné reálné hodnoty vkladu, pro běžné úrokové sazby (blízko 0) však vystačíme s aproximací

$$\ln(1 + r) \approx r \tag{4.1}$$

a budeme používat přímo (reálné) úrokové sazby.

Poznamenejme ještě, že $E_t(X_{t+1})$ značí, jakou budoucí hodnotu X_{t+1} očekáváme v čase t.

Nyní již můžeme formulovat model

$$\begin{aligned} \tilde{y}_t &= E_t\tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\theta}\tilde{r}_t + u_t^{IS}, & (4.2)\\ \tilde{\pi}_t &= \beta E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \kappa\tilde{y}_t + u_t^{\pi}, & (4.3)\\ \tilde{r}_t &= \phi_\pi E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \phi_y E_t\tilde{y}_{t+1} + u_t^{MP}, & (4.4) \end{aligned}$$

kde na parametry typicky klademe omezení $\theta > 0$, $\beta \in (0,1)$ a $\kappa > 0$, $\phi_\pi, \phi_y > 0$ (někdy se připouští $\phi_y = 0$) a šoky jsou náhodným procesem AR(1):

$$\begin{aligned} u_t^{IS} &= \rho_{IS}u_{t-1}^{IS} + \varepsilon_t^{IS},\\ u_t^{\pi} &= \rho_\pi u_{t-1}^{\pi} + \varepsilon_t^{\pi},\\ u_t^{MP} &= \rho_{MP}u_{t-1}^{MP} + \varepsilon_t^{MP}, \end{aligned}$$

kde disturbance $\varepsilon_t^{IS}, \varepsilon_t^{\pi}, \varepsilon_t^{MP}$ jsou navzájem nekorelovaný bílý šum.

Vztah nominální úrokové míry i a reálné úrokové míry r je potom vzhledem k deterministickému času modelu určen vztahem

$$r_t = i_t - E_t\pi_{t+1}. \qquad (4.5)$$

Zajímá nás totiž, o kolik se reálně zhodnotí naše úspory během následujícího období, je tedy třeba počítat s budoucí inflací. Vlastně se tedy jedná o očekávanou reálnou úrokovou míru.

Pro pochopení odvození rovnic je třeba se nejprve seznámit s některými mikroekonomickými partiemi Nové Keynesiánské ekonomie. Výchozí publikací může být například Romer (2011).

4.2 Vybrané partie Nové Keynesiánské ekonomie

Základními ekonomickými jednotkami jsou **domácnost** a **firma**. V rámci zjednodušení nepočítáme s populačním růstem a počítáme s fixním počtem domácností a firem, při nekonečném investičním horizontu. Teorii budujeme na základě konceptu takzvané **reprezentativní domácnosti** (případně reprezentativní firmy).

Účelová funkce reprezentativní domácnosti má tvar

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t [U(C_t) - V(L_t)],$$

kde je

- β Diskontní faktor mezi obdobími,
- C_t Spotřeba domácnosti,
- L_t Práce odvedená domácností,
- $U(*)$ Užitková funkce spotřeby,
- $V(*)$ Nákladová funkce práce.

Domácnost má tedy užitek ze spotřebovávaného zboží, práce pro ni naopak představuje náklad. Vycházíme z předpokladu, že současný užitek je preferován před užitkem budoucím, přirozeně pak bude

$$\beta \in (0, 1).$$

Dále předpokládáme, že užitková funkce má tvar

$$U(C_t) = \frac{C_t^{1-\theta}}{1-\theta}, \quad \theta > 0,$$

speciálně pro $\theta = 1$

$$U(C_t) = \ln(C_t).$$

Taková třída funkcí je dostatečně obecná a (pro nezáporné množství spotřeby) splňuje základní vlastnosti, které od užitkové funkce očekáváme:

- $U' > 0$
- $U'' < 0$

Užitková funkce je tedy rostoucí ve spotřebě a platí zákon klesajících výnosů z rozsahu. Poznamenejme, že taková užitková funkce náleží rizikově averznímu investorovi, což je většina reálných investorů (Kopa, 2015).

Požadavek na daný tvar užitkové funkce je v praxi poměrně málo restriktivní, neboť lineární transformace je z ekonomického pohledu zcela nepodstatná (zachovává všechny nerovnosti) a, čtenář odpustí nematematické formulace, „rozumné“ funkce splňující tyto požadavky „vypadají podobně“.

Nákladová funkce práce má pak podle našich předpokladů tvar

$$V(L_t) = K\frac{L_t^{\gamma}}{\gamma}, \quad \gamma > 1, K > 0,$$

což je opět dostatečně obecná třída funkcí, která splňuje přirozené požadavky na nákladovou funkci:

- $V' > 0$
- $V'' > 0$

Náklady (vlastně negativní užitek) jsou tedy rostoucí v odvedené práci, rovněž mezní náklady práce jsou rostoucí. Tedy, čím více pracujeme, tím větší diskomfort pro nás další práce představuje. Takový předpoklad je přirozený a rutinně je považován za splněný (Kudashvili, 2016).

Ekvivalentně lze na místo nákladů práce uvažovat užitek z volného času. Jelikož platí, že svůj čas dělíme právě mezi čas strávený prací L (labor) a čas volna l (leasure), můžeme např. v hodinovém vyjádření v rámci jednoho dne psát

$$U_{leasure}(l) = V(24) - V(24 - l), \qquad l \in [0, 24].$$

Odtud již snadno odvodíme

$$U'_{leasure} > 0 \text{ a } U''_{leasure} < 0.$$

Vlastnosti derivací funkce V jsou tedy ekvivalentní s tím, že užitek z volného času je rostoucí funkce a platí pro něj zákon klesajících mezních výnosů.

V pozadí je pak práce a spotřeba přirozeně provázána, neboť spotřebovat lze pouze to, co bylo či je vyrobeno, nebo co si půjčíme a splatíme výrobou v budoucnu. Produkce $Y_t = Y(L_t)$ je pak přirozeně funkcí rostoucí v odvedené práci:

- $Y' > 0$

4.2.1 Nová Keynesiánská IS křivka

Platí, že v ekvilibriu musí být současný a budoucí mezní užitek ze spotřeby stejný, jinak by se vyplatilo navýšit spotřebu jednoho období na úkor druhého. Zohledníme-li též zhodnocení úspor mezi obdobími a preferenci současného období, dostáváme

$$C_t^{-\theta} = (1 + r_t)\beta C_{t+1}^{-\theta}, \tag{4.6}$$

respektive po zlogaritmování obou stran:

$$\ln C_t = \ln C_{t+1} - \frac{1}{\theta}\ln(1 + r_t) - \frac{1}{\theta}\ln\beta. \tag{4.7}$$

Normalizujeme výchozí počet domácností na 1 a předpokládáme, že jediným využitím produkce je spotřeba. Za těchto okolností jsou spotřeba reprezentativní domácnosti a agregátní produkce ekvivalentní. Dle (Romer, 2011) tedy můžeme psát

$$\ln Y_t = \ln Y_{t+1} - \frac{1}{\theta}\ln(1 + r_t) - \frac{1}{\theta}\ln\beta. \tag{4.8}$$

Tyto předpoklady jsou ovšem poněkud problematické, viz kapitola 4.3.

Pokračujme však nyní v odvození. Jak již bylo zmíněno výše, budeme využívat aproximace (4.1), která platí pro dostatečně malá r.

Uvědomíme si, že existuje taková úroková míra ρ, která právě kompenzuje preferenci současného období před budoucím:

$$(1+\rho)\beta = 1$$

Odtud vyplývá

$$-\ln\beta = \ln\frac{1}{\beta} = \ln(1+\rho) \approx \rho. \tag{4.9}$$

Připomeňme ještě jednou, že malým písmenem značíme logaritmus příslušné hodnoty. V tuto chvíli tak z rovnice (4.8) dostáváme (aproximativně)

$$y_t = y_{t+1} - \frac{1}{\theta}(r_t - \rho). \tag{4.10}$$

Ačkoli by bylo možné zde odvození ukončit a odhadovat dle rovnice (4.10), ekonomická literatura doporučuje počítat spíše s odchylkami od přirozených, respektive rovnovážných či trendových hodnot (viz kapitola 4.4.2).

Nejprve je třeba určit přirozenou úrokovou míru r_t^N. Tu určíme ze vztahu (4.10):

$$r_t^N = \rho + \theta(y_{t+1}^N - y_t^N) = \rho + \theta\Delta y_{t+1}^N. \tag{4.11}$$

Jde o úrokovou míru vyrovnávající mezní užitek ze spotřeby přirozeného výstupu v současném a budoucím období (viz také (4.6)).

Nyní v rovnici (4.10) odečteme od obou stran $y_t^N = y_{t+1}^N - \Delta y_{t+1}^N$, a tak dostáváme

$$\tilde{y}_t = \tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\theta}\tilde{r}_t,$$

kde obecně symbolem $\tilde{}$ značíme odchylku od přirozené hodnoty:

$$\begin{aligned} \tilde{y}_t &= y_t - y_t^N, \\ \tilde{r}_t &= r_t - (\rho + \theta\Delta y_{t+1}^N). \end{aligned} \tag{4.12}$$

Doposud jsme postupovali deterministicky, při výpočtu ekvilibria (4.6) jsme předpokládali znalost budoucí spotřeby. Ekonomičtí aktéři však budoucnost neznají, rozhodují se tedy na základě svých očekávání. To však na úvaze, že (očekávaný) mezní užitek ze spotřeby v současném a budoucím období musí být v ekvilibriu stejný, nic nemění. Deterministickou budoucí produkci tedy nahradíme očekáváním, a dostáváme tak rovnici

$$\tilde{y}_t = E_t\tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\theta}\tilde{r}_t.$$

Vyvstává ještě otázka, zda jsou provedené aproximace legitimní. Reálné úrokové sazby se dlouhodobě pohybují pod 10%, aproximace (4.1), potažmo (4.9) by tedy nemusely přinášet příliš velké zkreslení (byť zde vystupuje otázka, zda je odstranění logaritmu vůbec vhodné, když ostatní členy rovnice v logaritmické formě zůstávají).

Odvodili jsme tedy tvar *Nové Keynesiánské IS křivky*, tj. rovnice (4.2). Podívejme se dále, jak lze dospět k Nové Keynesiánské Phillipsově křivce.

4.2.2 Nová Keynesiánská Phillipsova křivka

Východiskem je model strnulých cen (Calvo, 1983). Calvo předpokládá, že firmy obecně nestanovují nové ceny v každém časovém úseku, ale že nové ceny stanoví jen s určitou pravděpodobností. Příležitosti ke změně ceny se pak řídí Poissonovým procesem.

V každém období tedy reprezentativní firma stanoví novou cenu X_t s pravděpodobností α ($\alpha \in (0,1)$) a s pravděpodobností $1-\alpha$ si ponechá cenu z minulého období.

Připomeňme, že inflaci počítáme jako logaritmus podílu cen, dostáváme tak vyjádření

$$\pi_t = \ln \frac{P_t}{P_{t-1}} = \ln P_t - \ln P_{t-1} = p_t - p_{t-1},$$

což odpovídá speciálnímu případu pro $\alpha = 1$, tedy $x_t = p_t$. Obecně můžeme aproximovat

$$\pi_t \approx \alpha(x_t - p_{t-1}).$$

Inflace je tedy přirozeně určena podílem firem, které mění ceny, a velikostí této změny. Nyní je třeba nalézt vyjádření pro x_t. Označme

P_t^* cenu, která maximalizuje zisk firmy v čase t,

q_j pravděpodobnost, že cena zvolená v čase t bude pořád platná v čase $t+j$.

Romer (2011) ukazuje, že za určitých podmínek lze zisk při cenách X_t v každém období $t+j$ vyjádřit ve tvaru

$$M_j F(X_t, P_{t+j}^*),$$

kde F je funkce ceny X_t stanovené firmou a ceny P_{t+j}^* optimální pro dané období a kde předpokládáme, že variace členu M_j mezi různými obdobími je zanedbatelná.

Romer (2011) dále přechází k logaritmickým cenám x_t a p_{t+j}^*, tento krok je však arbitrární a nemá systematický vliv na postup odvození.

Předpokládáme, že zbytkové členy Taylorova rozvoje lze zanedbat, a pro každé období aproximujeme F polynomem druhého řádu

$$F(x_t, p_{t+j}^*) \approx F(p_{t+j}^*, p_{t+j}^*) - K_j(x_t - p_{t+j}^*)^2,$$

kde $K_j = -\frac{1}{2}F''(p_{t+j}^*, p_{t+j}^*) > 0$ (poznamenejme, že aproximaci provádíme kolem bodu maxima a lineární člen tedy vypouštíme, neboť zde platí $F' = 0$).

Na základě těchto úvah lze dle Romer (2011) přejít od úlohy maximalizace zisku k úloze minimalizace vzdálenosti od optimální ceny pro jednotlivá období:

$$\max_{x_t} \sum_{j=0}^{\infty} q_j M_j F(x_t, p^*_{t+j}) \tag{4.13}$$

$$\min_{x_t} \sum_{j=0}^{\infty} q_j (x_t - p^*_{t+j})^2 \tag{4.14}$$

Odtud již z podmínek optimality prvního řádu, tj.

$$\sum_{j=0}^{\infty} q_j (x_t - p^*_{t+j}) = 0,$$

dopočítáme

$$x_t = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{q_j}{\sum_{k=0}^{\infty} q_k} p^*_{t+j}. \tag{4.15}$$

Problém, se kterým se Romer nevypořádává, však je, že obecně $K_j \neq K_i$ pro $j \neq i$. Aby bylo možné aproximativně přejít mezi úlohami (4.13) a (4.14), musíme tak navíc předpokládat, že optimální cena p^*_{t+j} se mezi různými obdobími mění jen zanedbatelně (tak, aby $F''(p^*_{t+j}, p^*_{t+j}) \approx konst.$ pro různá j).

Další otázkou pak je, zda by nešlo stejnou úvahou dojít k analogickému vztahu pro původní (nezlogaritmované) ceny X_t a P^*_t. Bohužel, přechod k logaritmickým cenám je zcela arbitrární a stejným postupem odvození lze dospět též k vyjádření

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{q_j}{\sum_{k=0}^{\infty} q_k} P^*_{t+j}.$$

Ukazuje se tak, že celé odvození je aproximativní do té míry, že předpokládá

$$\ln(\sum_j Q_j P_j) \approx \sum_j Q_j \ln(P_j).$$

Ve výše uvedených úvahách jsme též v zájmu jednoduchosti neuvažovali diskontní faktor β (resp. předpokládali jsme $\beta \approx 1$). Tento člen však lze do rovnice (4.13) přirozeně vložit. Uvědomíme si rovněž, že v našem modelu strnulých cen dle Calva platí $q_j = (1-\alpha)^j$, a ze vztahu (4.15) tak dostáváme

$$x_t = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\beta^j (1-\alpha)^j}{\sum_{k=0}^{\infty} \beta^k (1-\alpha)^k} p^*_{t+j} = [1 - \beta(1-\alpha)] \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j (1-\alpha)^j p^*_{t+j}.$$

Řešením je tedy vážený průměr optimálních cen pro jednotlivá období, kde vážíme pravděpodobností, že cena x_t bude v daném období platná, a diskontem, jelikož užitku ve vzdálenější budoucnosti přikládáme menší váhu.

V čase $t+1$ čelí firmy obdobnému problému, na pravé straně rovnice vyjádříme x_{t+1} a dostáváme vztah

$$x_t = [1-\beta(1-\alpha)]p_t^* + \beta(1-\alpha)E_t x_{t+1},$$

kde jsme neznámou budoucí hodnotu x_{t+1} nahradili očekávanou hodnotou. Od obou stran rovnice nyní odečteme p_t a přepíšeme jako

$$(x_t - p_{t-1}) - (p_t - p_{t-1}) = [1-\beta(1-\alpha)](p_t^* - p_t) + \beta(1-\alpha)(E_t x_{t+1} - p_t).$$

Využitím následujících identit:

- $x_t - p_{t-1} = \pi_t/\alpha$,
- $E_t x_{t+1} - p_t = E_t \pi_{t+1}/\alpha$,
- $p_t - p_{t-1} = \pi_t$,
- $p_t^* - p_t = \phi y_t + c$,

dostáváme

$$\frac{\pi_t}{\alpha} - \pi_t = [1-\beta(1-\alpha)](\phi y_t + c) + \beta(1-\alpha)\frac{E_t \pi_{t+1}}{\alpha},$$

neboli

$$\begin{aligned}\pi_t &= \frac{\alpha}{1-\alpha}[1-\beta(1-\alpha)](\phi y_t + c) + \beta E_t \pi_{t+1} \\ &= \kappa y_t + \beta E_t \pi_{t+1} + konst.,\end{aligned}$$

kde

$$\kappa = \frac{\alpha}{1-\alpha}[1-\beta(1-\alpha)]\phi.$$

První identitu jsme odvodili výše, druhá z ní přímo plyne a třetí je rovněž vysvětlená výše. Odvození poslední identity, $p_t^* - p_t = \phi y_t + c$, však přesahuje rozsah této práce a lze jej nalézt například v knize Romer (2011).

Odečtením přirozených (či rovnovážných, respektive trendových) hodnot se pak zbavíme konstanty a dostáváme *NK Phillipsovu křivku* v požadovaném tvaru

$$\tilde{\pi}_t = \beta E_t \tilde{\pi}_{t+1} + \kappa \tilde{y}_t + u_t^{\pi} \qquad \beta \in (0,1);\ \kappa > 0.$$

4.2.3 Pravidla měnové politiky

Poslední rovnice kanonického modelu je pravidlo měnové politiky. Zde je k dispozici celá řada možných pravidel, které lze vybrat. My se podrobněji podíváme na dvě z nich.

Romer (2011) předpokládá, že centrální banky používají „výhledové“ (forward-looking) úrokové pravidlo ve tvaru

$$\tilde{r}_t = \phi_\pi E_t \tilde{\pi}_{t+1} + \phi_y E_t \tilde{y}_{t+1},$$

reagujíce tak na očekávané změny v inflaci a výstupu. Označme si toto pravidlo měnové politiky jako **pravidlo 1**.

Alternativně lze vyjít např. ze „základního“ Taylorova pravidla hospodářské politiky (Taylor, 1993), tj.:

$$i_t = 0,04 + 1,5(\pi_t - 0,02) + 0,5\tilde{y}_t,$$

kde $0,04$ je dlouhodobá úroková míra a $0,02$ inflační cíl.

Tento vztah přirozeně zobecníme na

$$i_t = i^N + \phi_\pi(\pi_t - \pi^N) + \phi_y \tilde{y}_t,$$

respektive

$$\tilde{i}_t = \phi_\pi \tilde{\pi}_t + \phi_y \tilde{y}_t,$$

kteréžto pravidlo měnové politiky si označíme jako **pravidlo 2**. Připomeňme, že vztah mezi reálnou a nominální úrokovou mírou je stále

$$r_t = i_t - E_t \pi_{t+1},$$

ač to může být v případě tohoto měnového pravidla kontraintuitivní. Přirozeně pak

$$\tilde{r}_t = \tilde{i}_t - E_t \tilde{\pi}_{t+1}.$$

Otázku existence jediného a stabilního ekvilibria blíže řeší kupříkladu Bullard (2002). Ukazuje se, že nutnou podmínkou existence a jednoznačnosti ekvilibria je v obou případech pravidel měnové politiky (u pravidla 1 ještě předpokládáme racionální očekávání) podmínka

$$\kappa(\phi_\pi - 1) + (1 - \beta)\phi_y > 0, \tag{4.16}$$

přičemž pro pravidlo 2 jde též o podmínku postačující. (Formálně je ještě třeba předpokládat, že v uvedené nerovnici nenastává rovnost, a vyhnout se tak degenerovanému případu.)
Odtud zřejmě

$$\phi_y = 0 \Rightarrow \phi_\pi > 1.$$

Reaguje-li tedy centrální banka čistě na inflaci, je v rámci ekonomické stability nutné, aby na změnu inflace reagovala ostře větší změnou (nominální) úrokové míry. Kromě volby pravidla měnové politiky je závažným problémem otázka, jak získáváme očekávání budoucích hodnot.

4.3 Kritika NK DSGE modelů

Relativně závažný problém lze spatřit v přechodu mezi rovnicemi (4.7) a (4.8). Lze usuzovat, že v tomto bodě se model dostává do vnitřního sporu.

Totiž, rovnosti (4.6) je možné dosáhnout jen díky převodu spotřeby mezi obdobími - půjčování a investování. Dále však předpokládáme, že právě veškerá produkce je spotřebována a investice jsou tedy nulové. Tím však přicházíme o mechanismus dosažení rovnováhy (4.6) a rovnice tak přestává obecně platit.

Pro ujasnění si ještě jednou rozeberme princip rovnice (4.6):

$$C_t^{-\theta} = (1 + r_t)\beta C_{t+1}^{-\theta}$$

Změna spotřeby C_t v čase t o infinitezimálně malé Δ (mezní užitek je nezměněn), např. pokles, vede k poklesu užitku v čase t o $\Delta C_t^{-\theta}$ a nárůstu užitku v čase $t + 1$ o $(1 + r_t)\Delta C_{t+1}^{-\theta}$. Hodnota Δ tedy byla investována a zhodnocena reálným úrokem. Maximálního užitku může být dosaženo jen tehdy, když se takovou infinitezimálně malou změnou celkový užitek $U = U(C_t) + \beta U(C_{t+1})$ nemění (nutná podmínka optimality), tedy pokles užitku v čase t je stejný jako nárůst diskontovaného užitku v čase $t + 1$. Pokud by tedy rovnost (4.6) neplatila, ekonomický aktér by mohl zvýšit svůj užitek investováním (nebo půjčením si).

K dosažení optimality a platnosti rovnice (4.6) je tedy esenciální schopnost ekonomického aktéra investovat.

Problém v jádru plyne z konceptu reprezentativní domácnosti - v souhrnu celé ekonomiky musí zřejmě platit rovnost mezi úsporami a investicemi - zdroje pro investice nespadnou z nebe, někdo se jich musí (dočasně) vzdát, aby bylo možné je investovat. V souhrnu tedy reprezentativní domácnost nespoří ani neinvestuje. Pakliže však nespoří ani neinvestuje, nemá reprezentativní domácnost potřebný nástroj k maximalizaci užitku a dosažení rovnováhy (4.6).

Tento koncept pak dostává další povážlivé trhliny, když si uvědomíme, že systém elastických peněz nominálně nevyžaduje rovnost úspor a investic, investuje se (částečně) za nové peníze. Ty, na rozdíl od reálných zdrojů, se v systému elastických peněz skutečně mohou objevovat „z ničeho“. Jelikož jsou však tyto nové peníze používány primárně k investicím, je úrokem, potažmo celkovým objemem půjček ovlivněna struktura ekonomiky, což Nová Keynesiánská ekonomie nezohledňuje. Více o této problematice viz například Keen (2011). Poznamenejme, že jde o klasický případ Lucasovy kritiky - změna v úrokových sazbách, potažmo objemu investic, mění strukturu ekonomiky.

To je pro nové Keynesiánské DSGE modely obzvláště nepříjemné, neboť vystavení těchto modelů na mikroekonomických základech mělo právě problém Lucasovy kritiky vyřešit (Kudashvili, 2016).

Model tedy zanedbává aspekt investování a předpokládá $Y_t = C_t$. To by samo o sobě mohlo být přílišným zjednodušením, ale nikoli principiální chybou modelu. Dohromady s požadavkem na platnost (4.6) však dostáváme spor - investice jsou jediným propagačním mechanismem modelové rovnice a současně jsou zanedbávány. S trochou nadsázky lze říci, že model vlastně zanedbává sám sebe.

Ze závěru, že ekonomičtí aktéři reagují na změnu reálných úroků změnou spotřeby, tedy nelze obecně usuzovat, že celková produkce se mění stejně jako spotřeba. Ba co hůř, za platnosti (4.6) lze dokázat, že platí pravý opak.

Vyjděme tedy opět z rovnice (4.6). V bodě optima dále platí, že užitek z dodatečné (infinitezimálně malé) peněžní jednotky spotřeby musí být stejný, jako užitek z dodatečné peněžní jednotky volna, kde cena volného času je rovna ceně práce (ušlého zisku). Kdybychom prací vydělali méně, než je třeba ke kompenzaci diskomfortu z práce nárůstem spotřeby, omezili bychom práci, a naopak. Vyjádřeno mezním užitkem

$$\frac{U'(C)}{P_C} = \frac{U'_{leasure}(l)}{P_L},$$

kde značíme

P_C cenu jednotky spotřeby,

P_L cenu jednotky práce / volného času.

Navíc v hodinovém vyjádření v rámci jednoho dne

$$U'_{leasure}(l) = -V'(24-l)(-1) = V'(24-l) = V'(L),$$

tedy

$$C_t^{-\theta} = \frac{P_C}{P_L} K L^{\gamma-1} \propto L^{\gamma-1}.$$

Připomeňme, že celková produkce $Y(L)$ je rostoucí v práci (čím více se pracuje, tím více se vyrobí). Jak tedy ekonomika reaguje např. na pokles reálných úrokových sazeb?

V rovnici (4.6) dojde k poklesu na pravé straně a vytvoří se disbalance

$$C_t^{-\theta} > (1+r_t)\beta C_{t+1}^{-\theta}.$$

K obnovení rovnováhy je třeba přesunem spotřeby mezi obdobími snížit $C_t^{-\theta}$ a zvýšit $C_{t+1}^{-\theta}$. Oba mezní užitky jsou funkce klesající, dojde tedy k nárůstu současné spotřeby a poklesu spotřeby budoucí.

Pro zachování rovnováhy dále pokles současného mezního užitku ze spotřeby vyžaduje pokles mezního užitku z volného času, resp. pokles mezních nákladů práce, neboť

$$C_t^{-\theta} \propto L_t^{\gamma-1}.$$

Přitom $L^{\gamma-1}$ je funkce rostoucí ($\gamma > 1$), pokles hodnoty $L_t^{\gamma-1}$ tak znamená pokles L_t. Nakonec víme, že produkce Y je rostoucí v L. Tedy pokles práce znamená pokles produkce. Vidíme tedy, že pokles reálné úrokové míry vede k nárůstu současné spotřeby a propadu současné produkce.

Produkce Y_t a spotřeba C_t tedy reagují na změny úrokových sazeb protichůdně a nikoli souhlasně, jak dále předpokládá *Nový Keynesiánský DSGE model*. Vycházeli jsme přitom přesně z týchž předpokladů, jako model dle Romer (2011).

Analogickou úvahu lze provést pro libovolné užitkové funkce spotřeby a volného času, které jsou rostoucí a splňují zákon klesajících výnosů z rozsahu, v odvození jsme využívali pouze těchto vlastností, a nikoli konkrétního tvaru funkcí.

Nezbývá tak než konstatovat, že předpoklady *Nového Keynesiánského DSGE modelu* se navzájem vylučují. Z podmínek optimality plyne, že buďto neplatí (4.6), nebo nelze přejít mezi (4.7) a (4.8).

Zatímco rovnice (4.6) stojí na silných mikroekonomických základech, předpoklad $C = Y$ je pouze výsledkem agregace a zjednodušení v podobě konceptu reprezentativní domácnosti. Zdálo by se tedy, že problém je v přechodu mezi (4.7) a (4.8) a pro spotřebu na místo celkové produkce by model měl fungovat dobře.

Zde však opět zasahuje systém elastických peněz, kdy banky zcela vyhoví poptávce po penězích bez ohledu na nedostatek peněz na straně nabídky. Rovnice (4.6) přitom vychází z chování spotřebitele na trhu investic. Jestliže se ale na trhu investic poptávka obecně nepotkává s nabídkou, je otázkou, nakolik jsou rovnice odvozené z chování na tomto trhu celkově validní. Speciálně je tak zpochybněna invariance modelu vůči hospodářské politice, neboť ta by měla vycházet právě ze skutečnosti, že model je odvozen z chování na trhu investic. Opět tak přichází na scénu Lucasova kritika.

U *NK Phillipsovy křivky* pak ještě vyvstává otázka, zda nedochází k záměně příčiny a následku a nebylo by vhodnější, aby byly odchylky v produkci vysvětlovány odchylkami inflace než naopak. To by bylo v souladu s dnešním chápáním původního konceptu Phillipsovy křivky (vyšší inflace vytváří zdání prosperity a koreluje tak s nižší nezaměstnaností, ovšem pouze dočasně, než ekonomičtí aktéři přizpůsobí svá očekáváních). Na druhou stranu by to však narušilo strukturu modelu, neboť odchylky v produkci jsou již vysvětlovány jinou rovnicí.

4.4 Odhad modelu

Navzdory všem výše zmíněným teoretickým pochybnostem a nedostatkům však to, co reálně vypovídá o kvalitách modelu, jsou jeho předpovědní schopnosti.

První problém, kterému čelíme, je volba časového měřítka. Zatímco u Kleinova modelu byl přirozeným časovým intervalem 1 rok, modernější modely často využívají spíše čtvrtletní frekvenci dat, a tak tomu bývá typicky i v případě *NK DSGE* modelů (Hromádková, 2015). V zájmu porovnatelnosti obou modelů (*Klein I* a kanonický *NK DSGE*) se však budeme držet tradiční roční frekvence pozorování.

4.4.1 Data

Rovněž v zájmu porovnatelnosti obou modelů budeme využívat stejná data jako v předešlém modelu - to se týká zejména HDP. Inflaci, potažmo reálné hodnoty proměnných (v cenách roku 2010), počítáme standardně na základě indexu spotřebitelských cen CPI :

$$\pi_t = \ln(\frac{CPI_t}{CPI_{t-1}}).$$

Oproti modelu *Klein I* budeme navíc potřebovat:

- *Effective Federal Funds Rate*, efektivní federální úroková míra, roční průměry k 1. lednu. V modelu proměnná $FedFunds$[1].
- *1-Year Treasury Constant Maturity Rate*, výnos ročních vládních dluhopisů, roční průměry k 1. lednu. V modelu proměnná $USYTreasury$[2].
- *M2 Money Stock*, peněžní zásoba M2 v miliardách dolarů, roční průměry sezónně očištěných dat k 1. lednu. V modelu proměnná $M2$[3].
- *Trade Weighted U.S. Dollar Index: Major Currencies*, Index dolaru vůči majoritním měnám, březen 1973=100, roční průměry k 1. lednu. V modelu proměnná $ExRate$[4].
- *U.S. Crude Oil First Purchase Price*, cena ropy v dolarech za barel, ročně. V modelu proměnná $OilPrice$[5].

Proměnná $FedFunds$ je přirozeně nominální úrokovou mírou, peněžní zásobu $M2$ převádíme na reálné hodnoty dle CPI. S ohledem na formulaci modelu v loglinearizované podobě pak provádíme logaritmické transformace:

- $i := FedFunds$
- $m2 := \ln(M2/CPI)$
- $exrate := \ln(ExRate/100)$
- $oilprice := \ln(OilPrice)$

K formátu úrokových měr a výnosů ještě poznamenejme, že např. úrokovou míru 5% zapisujeme jako 0.05 .

V případě proměnné $ExRate$ čelíme problémům s daty, neboť uvedená časová řada začíná až rokem 1973 (ostatní data jsou od roku 1971). Dřívější data nejsou k dispozici, neboť až v průběhu roku 1973 byl definitivně opuštěn zlatý standard a nastolen režim plovoucího kurzu. Pád zlatého standardu byl patrně vynucen právě skutečností, že oficiální směnný kurz neodpovídal reálnému, lze tedy usuzovat, že oficiální směnné kurzy z dřívějšího období nedávají reálný obraz ekonomiky.

[1] https://fred.stlouisfed.org/series/FEDFUNDS
[2] https://fred.stlouisfed.org/series/GS1
[3] https://fred.stlouisfed.org/series/M2SL
[4] https://fred.stlouisfed.org/series/TWEXMMTH
[5] https://www.eia.gov/dnav/pet/hist/LeafHandler.ashx?n=pet&s=f000000__3&f=a

4.4.2 Modelování přirozených hodnot

Jelikož model operuje s odchylkami od přirozené hodnoty na místo přímých hodnot HDP, inflace a (reálné) úrokové míry, pro praktické použití je nutno tyto přirozené hodnoty vypočítat, odhadnout či nakalibrovat. Do modelu se tak přirozeně vnáší další chybová složka, jelikož však přirozené hodnoty nejsme schopni nijak pozorovat, jinou možnost nemáme.

Přirozená reálná úroková míra

Rovnice (4.11) byla odvozena již v kapitole (4.2.1), pro připomenutí

$$r_t^N = \rho + \theta \Delta y_{t+1}^N.$$

Parametr θ přímo vystupuje v modelu, parametr ρ může být dle rovnice (4.9) rovněž odhadnut v rámci modelu. Přirozený růst Δy_{t+1}^N pak snadno získáme ze znalosti odhadu přirozeného HDP, viz dále.

Přirozené HDP

Klíčovou otázkou, na kterou si musíme odpovědět, je, zda budeme trend modelovat jako proměnlivý, či neměnný pro celé uvažované období. Jako proměnlivý trend můžeme využít Hodrick-Prescottova filtru či jiné analogické metody. Jako neměnný trend se pro HDP přirozeně nabízí lineární trend aplikovaný na logaritmovaná data (y).

Hodrick-Prescottův filtr

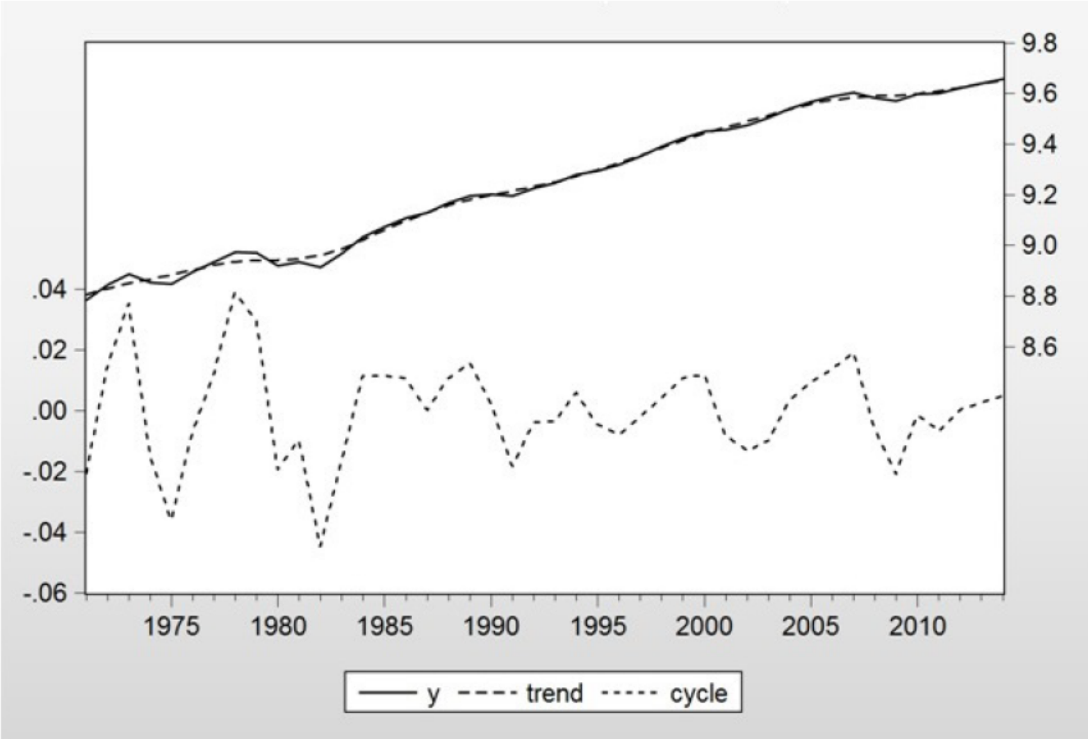
Uvažujme řadu $y_t, t = 1, ..., T$, na kterou aplikujeme Hodrick-Prescottův filtr, abychom získali vyhlazenou řadu s. Řešíme úlohu:

$$\min_s \sum_{t=1}^{T} (y_t - s_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} ((s_{t+1} - s_t) - (s_t - s_{t-1}))^2. \qquad (4.17)$$

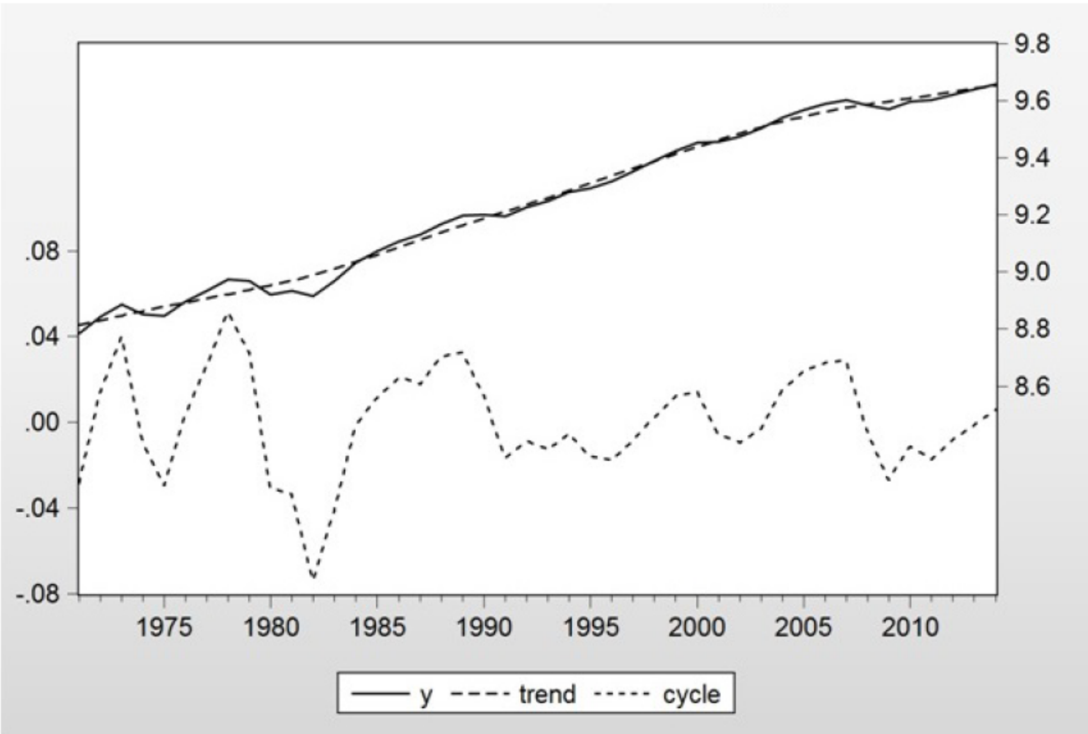
Ačkoli je Hodrick-Prescottův filtr v ekonomii poměrně rutinním nástrojem, jeho aplikace je zatížena subjektivitou volby vyhlazovacího parametru λ. Ravn (2002) doporučuje postupovat dle vzorce

$$\lambda = 1600(\frac{f}{4})^4,$$

kde f je frekvence pozorování. Pro roční frekvenci pak vychází $\lambda = 6,25$. Hodrick (1997) pro tuto situaci doporučuje $\lambda = 100$, což by podle uvedeného pravidla odpovídalo dvojnásobné frekvenci pozorování. Podíváme se na oba případy pro logaritmované HDP (v cenách roku 2010 dle CPI), viz obrázky 4.1 a 4.2:

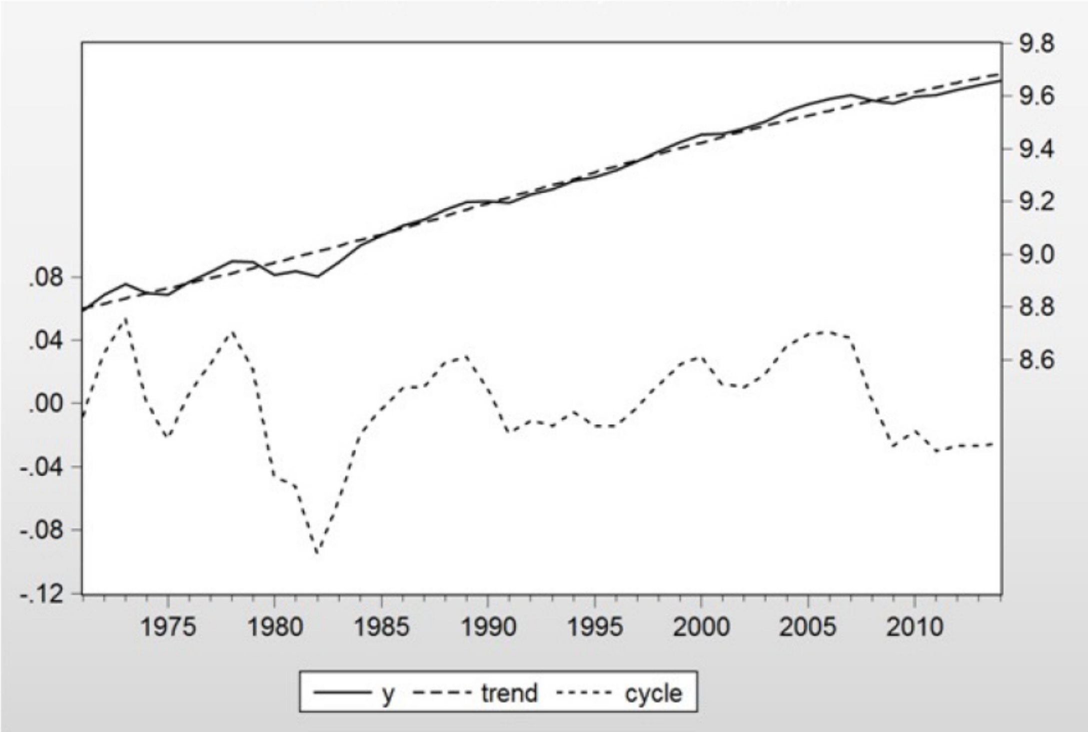


Obrázek 4.1: Hodrick-Prescott filtr HDP, $\lambda = 6,25$



Obrázek 4.2: Hodrick-Prescott filtr HDP, $\lambda = 100$

V případě volby $\lambda = 6,25$ vyvstává otázka, zda není vyhlazovací parametr příliš nízký. I při volbě $\lambda = 100$ však stále dojdeme k závěru, že hospodářská krize posledních let je již zažehnána. Pokud ale ještě jednou zdvojnásobíme základní frekvenci, dojdeme naopak k závěru, že zotavování ještě nezačalo (obrázek 4.3).



Obrázek 4.3: Hodrick-Prescott filtr HDP, $\lambda = 1600$

Na základě výše uvedených grafů se lze domnívat, že při nedostatečném vyhlazení nedokáže Hodrick-Prescottův filtr dobře postihnout dlouhotrvající ekonomickou krizi - taková krize je považována za nový trend.

Poznamenejme, že Hodrick-Prescottův filtr pro $\lambda \to \infty$ pak dává lineární trend (resp. exponenciální trend při aplikaci HP filtru na logaritmus řady).

Lineární trend

Argumentem proti lineárnímu trendu je existence přirozených bariér, že „růst není věčný" a nelze tedy očekávat pokračování exponenciálního trendu „do nekonečna".

Pracujeme s logaritmovaným HDP, porovnejme tedy model s lineárním trendem

$$y_t = a + bt + \varepsilon_t$$

a model s učební křivkou

$$y_t = a(t+b)^c + \varepsilon_t.$$

	R^2	R^2_{Adj}
lineární trend	98,18 %	98,13 %
učební křivka	98,18 %	98,09 %

Ukazuje se, že oba modely vysvětlují variabilitu prakticky stejně dobře, při zohlednění počtu parametrů modelu potom vychází lineární trend dokonce lépe (byť marginálně). Navíc koeficienty modelu s učební křivkou jsou v tomto případě zatíženy velkou chybou odhadu a vychází všechny nesignifikantně.

Pro určení přirozené hodnoty logaritmovaného HDP y tedy použijeme model s lineárním trendem:

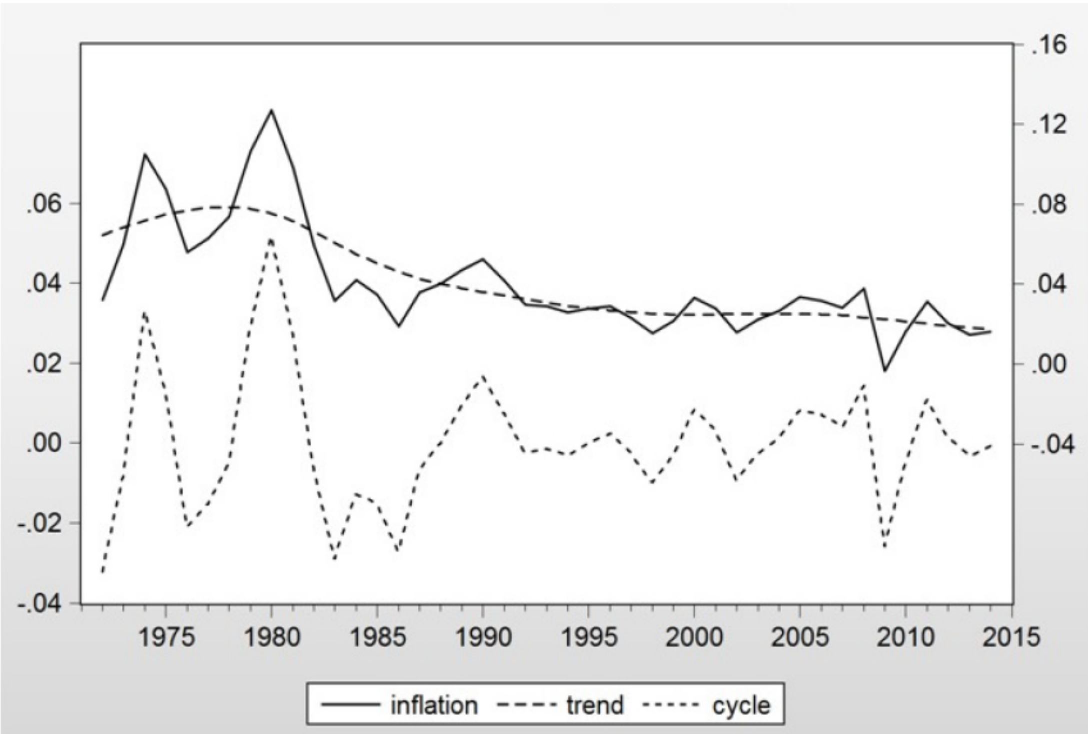
$$\begin{aligned} y_t &= a + bt + \varepsilon_t \\ y_t &= 8,783 + 0,022t \end{aligned}$$

	Koeficient	*St.odch.*	*t − stat.*	*p − hodnota*
a	8,783	0,011	777,7	0,000
b	0,022	0,000	47,56	0,000

S.E.	0,038
Durbin − Watson	0,39

Přirozená inflace

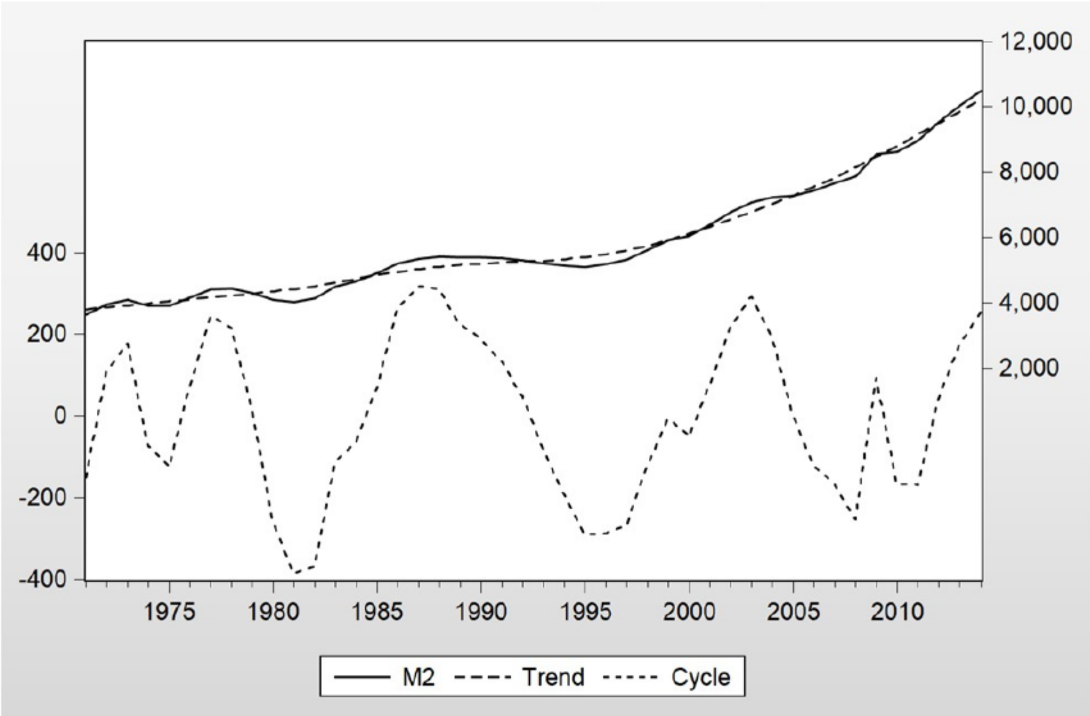
Ačkoli jsme výše ukázali, že Hodrick-Prescottův filtr trpí subjektivitou volby parametru, v případě inflace nepozorujeme žádný jasně patrný trend, který bychom mohli použít jako alternativu. Odkázáni na Hodrick-Prescottův filtr volíme parametr subjektivně. Vybereme z literaturou doporučovaných možností (Ravn, 2002; Hodrick, 1997), a to hodnotu $\lambda = 100$, viz obrázek 4.4. Hodnotu $\lambda = 6,25$ považujeme subjektivně za příliš nízkou pro dostatečné vyhlazení.



Obrázek 4.4: Hodrick-Prescott filtr - Přirozená inflace, $\lambda = 100$

Přirozená měnová zásoba

Podobně jako v případě přirozené inflace používáme i pro měnovou zásobu M2 Hodrick-Prescottův filtr s parametrem $\lambda = 100$, viz obrázek 4.5:



Obrázek 4.5: Hodrick-Prescott filtr - Přirozená měnová zásoba, $\lambda = 100$

4.4.3 Očekávání

Abychom mohli odhadnout kanonický model, zbývá ještě vypořádat se s očekávanými hodnotami (logaritmovaného) HDP a inflace. To je samo o sobě velmi rozsáhlé téma. My se ho dotkneme jen krátce.

Rozšířeným konceptem jsou takzvaná racionální očekávání. Hypotéza racionálních očekávání říká, že ekonomičtí agenti využívají racionálně všech dostupných informací, včetně uvažovaného modelu. Očekávání ekonomických agentů tak netrpí systematickou chybou. To jsou ovšem velmi silné předpoklady.

Využijeme postup popsaný v Massaro (2013), který předpokládá heterogenitu ekonomických agentů. Část ekonomických agentů má stále racionální očekávání, očekávání dalších agentů jsou tzv. podmíněně racionální - používají heuristických postupů k odhadům makroekonomických veličin. Někteří agenti tedy čelí problémům s pochopením a zpracováním informací a mohou se případně dopouštět chyb ve svých předpovědích, jsou však schopni se ze svých chyb poučit.

Massaro (2013) ukazuje, že očekávání odchylek HDP a inflace od svých přirozených hodnot lze počítat jednoduše jako lineární kombinaci současných a zpožděných hodnot těchto proměnných:

$$E_t\tilde{y}_{t+1} = \alpha_1\tilde{y}_t + \alpha_2\tilde{\pi}_t + \alpha_3\tilde{y}_{t-1} + \alpha_4\tilde{\pi}_{t-1}$$
$$E_t\tilde{\pi}_{t+1} = \gamma_1\tilde{y}_t + \gamma_2\tilde{\pi}_t + \gamma_3\tilde{y}_{t-1} + \gamma_4\tilde{\pi}_{t-1}$$

Massaro (2013) dále vychází ze známých kalibrovaných hodnot, my bychom se však raději drželi odhadových postupů. Očekávání musíme odhadovat separátně, mimo vlastní model - v rámci modelu nelze odhad provést s ohledem na skutečnost, že by stejná proměnná byla na levé i pravé straně rovnice. Pak musíme počítat se skutečností, že očekávání mohou být obecně vychýlená. Při odhadu proto vycházíme z modelů

$$\tilde{y}_t = \alpha_0 + \alpha_1\tilde{y}_{t-1} + \alpha_2\tilde{\pi}_{t-1} + \alpha_3\tilde{y}_{t-2} + \alpha_4\tilde{\pi}_{t-2} + \varepsilon_t^y,$$
$$\tilde{\pi}_t = \gamma_0 + \gamma_1\tilde{y}_{t-1} + \gamma_2\tilde{\pi}_{t-1} + \gamma_3\tilde{y}_{t-2} + \gamma_4\tilde{\pi}_{t-2} + \varepsilon_t^\pi,$$

které odhadujeme jako soustavu SUR.

Ukazuje se, že absolutní členy jsou zcela nevýznamné a zhoršují R^2_{Adj}, proto je vynecháme. Nevýznamné jsou i některé další koeficienty, vynechání obou členů zpožděných o 2 doby však již předpovědní schopnosti modelů nezlepšuje a vynechání pouze jednoho by nebylo v souladu s pravidly hierarchické formulace modelů.

Pro očekávání tak dostáváme

$$E_t\tilde{y}_{t+1} = 0,874\tilde{y}_t - 0,845\tilde{\pi}_t - 0,047\tilde{y}_{t-1} + 0,214\tilde{\pi}_{t-1},$$
$$E_t\tilde{\pi}_{t+1} = 0,148\tilde{y}_t + 0,632\tilde{\pi}_t - 0,032\tilde{y}_{t-1} - 0,367\tilde{\pi}_{t-1}.$$

Při konstrukci předpovědí se pak setkáme s problémem, že k předpovědi (o 1 krok) potřebujeme znát hodnoty $E_{t+1}\tilde{y}_{t+2}$, $E_{t+1}\tilde{\pi}_{t+2}$, které však počítáme právě na základě znalosti $\tilde{y}_{t+1}$, $\tilde{\pi}_{t+1}$, jež teprve předpovídáme. Při výpočtu těchto očekávaných hodnot proto na místo $\tilde{y}_{t+1}$, $\tilde{\pi}_{t+1}$ dosadíme $E_t\tilde{y}_{t+1}$, $E_t\tilde{y}_{t+1}$ a implementujeme tak vlastně dvoukroková očekávání $E_t\tilde{y}_{t+2}$, $E_t\tilde{\pi}_{t+2}$.

Tím jsme se vypořádali s odchylkami HDP a inflace. K přechodu od nominálních úrokových sazeb, pro která máme data, k reálným úrokovým sazbám, však potřebujeme znát očekávání inflace jako takové, nejen její odchylky od přirozené hodnoty. Očekávaná inflace je pak implicitně určena způsobem, jakým počítáme inflaci přirozenou.

Totiž, máme-li danou přirozenou inflaci π_t^N, $t = 1, ..., T$ a počítáme očekávání pro $t = T + 1$, pak v minimalizační úloze dle (4.17) přibude člen

$$E_T(\pi_{T+1} - \pi_{T+1}^N)^2 + \lambda((E_T\pi_{T+1}^N - \pi_T^N) - (\pi_T^N - \pi_{T-1}^N))^2.$$

Z podmínek optimality pak dále plyne

$$\lambda((E_T\pi_{T+1}^N - \pi_T^N) - (\pi_T^N - \pi_{T-1}^N)) = E_T(\pi_{T+1} - \pi_{T+1}^N),$$

kde

$$E_T(\pi_{T+1} - \pi_{T+1}^N) = E_T\tilde{\pi}_{T+1}.$$

Odtud

$$E_T\pi^N_{T+1} = \pi^N_T + (\pi^N_T - \pi^N_{T-1}) + \frac{1}{\lambda}E_T\tilde{\pi}_{T+1}, \tag{4.18}$$

potažmo

$$E_T\pi_{T+1} = E_T\pi^N_{T+1} + E_T\tilde{\pi}_{T+1} = \pi^N_T + (\pi^N_T - \pi^N_{T-1}) + \frac{\lambda+1}{\lambda}E_T\tilde{\pi}_{T+1}.$$

Poznamenejme, že model počítá obecně s hodnotami π^N_t a Hodrick-Precotův filtr je jen metoda, jak tyto hodnoty určit. Při výše popsaném postupu tak sice vycházíme ze stejné metody, avšak hodnoty π^N_t považujeme za dané.

Pro dynamickou předpověď však budoucí hodnoty $\pi^N_t, t > T$ neznáme. Vyjdeme proto přirozeně z rovnice (4.18) a dostáváme

$$\pi^N_T = \pi^N_{T-1} + (\pi^N_{T-1} - \pi^N_{T-2}) + \frac{1}{\lambda}\tilde{\pi}_T,$$

potažmo

$$\pi_T = \pi^N_{T-1} + (\pi^N_{T-1} - \pi^N_{T-2}) + \frac{\lambda+1}{\lambda}\tilde{\pi}_T.$$

4.4.4 Aplikace modelu

Jak uvádíme již v kapitole 4.4.2, k získání přirozených hodnot úrokové míry potřebujeme některé parametry, které je třeba odhadnout v rámci modelu. Původní model daný rovnicemi (4.2) až (4.4) tak musíme pro účely odhadové procedury přeformulovat.

NK IS křivka

$$\tilde{y}_t = E_t\tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\theta}\tilde{r}_t + u^{IS}_t$$

Odtud s využitím rovnic (4.12), (4.9) a (4.5), tj.

$$\tilde{r}_t = r_t - (\rho + \theta\Delta y^N_{t+1}),$$
$$\rho = -\ln\beta,$$
$$r_t = i_t - E_t\pi_{t+1},$$

dostáváme

$$\tilde{y}_t = E_t\tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{\theta}(i_t - E_t\pi_{t+1} + \ln\beta) + \Delta y^N_{t+1} + u^{IS}_t. \tag{4.19}$$

NK Phillipsova křivka
Zůstává nezměněna,

$$\tilde{\pi}_t = \beta E_t\tilde{\pi}_{t+1} + \kappa\tilde{y}_t + u^{\pi}_t. \tag{4.20}$$

Pravidlo měnové politiky

$$\tilde{r}_t = \phi_\pi E_t \tilde{\pi}_{t+1} + \phi_y E_t \tilde{y}_{t+1} + u_t^{MP}$$

Odtud opět s využitím rovnic (4.12), (4.9) a (4.5) dostáváme

$$i_t = E_t \pi_{t+1} - \ln \beta + \theta \Delta y_{t+1}^N + \phi_\pi E_t \tilde{\pi}_{t+1} + \phi_y E_t \tilde{y}_{t+1} + u_t^{MP}. \tag{4.21}$$

Dostáváme tak soustavu (4.19), (4.20), (4.21), kterou již můžeme odhadovat. Připomeňme, že na parametry typicky klademe omezení $\theta > 0$, $\beta \in (0,1)$ a $\kappa > 0$, $\phi_\pi, \phi_y > 0$ (někdy se připouští $\phi_y = 0$) a že šoky jsou náhodným procesem AR(1).

Pokud bychom chtěli tato omezení na přípustný rozsah parametrů implementovat v rámci modelu, můžeme tak učinit pomocí jednoduchých transformací

$$x = \frac{1}{e^{x_0}},$$
$$y = \frac{1}{1 + e^{y_0}},$$

pro $x > 0$, $y \in (0,1)$, kde na x_0, y_0 žádná omezení neklademe.

Taková transformace však nemá praktický význam. Zřejmě, pokud se bude odhadnutá hodnota parametru nalézat v příslušném intervalu, pak není třeba transformace provádět a model tak zbytečně komplikovat. Pokud se naopak odhadnutá hodnota parametru v příslušném intervalu nenaléźá, pak model s implementovaným omezením často nelze odhadnout - při iterativním postupu není dosaženo konvergence, neboť odhadované parametry divergují do (plus minus) nekonečna, jak se hodnoty transformovaných parametrů blíží vytyčené hranici.

Omezení navíc vyplývají z předpokladů na chování ekonomických aktérů (tvar užitkové funkce, preference současného období před budoucím) a regulačních institucí (omezení parametrů měnové politiky), nejsou dána strukturou modelu. Případné vybočení odhadnutých parametrů z očekávaných intervalů tak indikuje problém s představou o fungování ekonomiky podle daného modelu, nebrání však v odhadové proceduře.

Transformace tedy implementovat nebudeme.

Model odhadujeme s využitím softwaru EViews 8 metodou GMM. S ohledem na předpokládanou autokorelaci použijeme odhad rozptylové matice typu *HAC* (*heteroskedasticity and autocorrelation consistent*), bližší nastavení ponecháme výchozí. Při volbě instrumentů postupujeme jako Hromádková (2015), resp. analogicky se zřetelem na skutečnost, že používáme data s roční periodou. Jako instrumenty tedy bereme o jedno období zpožděné hodnoty výnosů $USyTreasury$, inflace π, odchylky HDP $\tilde{y}$, odchylky měnové zásoby $\widetilde{m2}$, směnného kurzu dolaru *exrate* a cen ropy *oilprice*. Pro odhadovou proceduru nastavíme počáteční hodnoty parametrů dle tabulky 4.1, Tabulka 4.1: Počáteční hodnoty parametrů odhadové procedury

θ	=	1
β	=	0,96
κ	=	0
ϕ_π	=	1,5
ϕ_y	=	0,5
$\rho_{IS,\pi,MP}$	=	0,5

kde speciálně $\theta = 1$ odpovídá logaritmické užitkové funkci a hodnoty parametrů β, ϕ_π, ϕ_y vychází ze „základního" Taylorova pravidla (Taylor, 1993).

Pro celý model pak dostáváme odhad

$$\begin{aligned}\tilde{y}_t &= E_t\tilde{y}_{t+1} - \frac{1}{2,030}\tilde{r}_t \\ \tilde{\pi}_t &= 1,033E_t\tilde{\pi}_{t+1} - 0,664\tilde{y}_t \\ \tilde{r}_t &= -0,816E_t\tilde{\pi}_{t+1} - 0,354E_t\tilde{y}_{t+1}\end{aligned}$$

(všechny koeficienty jsou na hladině 5 % statisticky významné).

Pro jednotlivé rovnice pak dostáváme odhady následovně:

NK IS křivka

$$\begin{aligned}\tilde{y}_t &= E_t\tilde{y}_{t+1} \quad -\tfrac{1}{\theta}(i_t - E_t\pi_{t+1} + \ln\beta) \quad +\Delta y^N_{t+1} \quad +u^{IS}_t \\ \tilde{y}_t &= E_t\tilde{y}_{t+1} \quad -\tfrac{1}{2,030}(i_t - E_t\pi_{t+1} + 0,032) \quad +0,022\end{aligned}$$

	Koeficient	*St.odch.*	*t − stat.*	*p − hodnota*
θ	2,030	0,877	2,314	0,022
β	1,033	0,016	65,53	0,000

R^2	82,71%
R^2_{Adj}	81,80%
S.E.	0,016
Durbin − Watson	1,464

NK Phillipsova křivka

$$\begin{aligned}\tilde{\pi}_t &= \beta E_t\tilde{\pi}_{t+1} \quad +\kappa\tilde{y}_t \quad +u^\pi_t \\ \tilde{\pi}_t &= 1,033E_t\tilde{\pi}_{t+1} \quad -0,664\tilde{y}_t \quad +u^\pi_t\end{aligned}$$

	Koeficient	*St.odch.*	*t − stat.*	*p − hodnota*
β	1,033	0,016	65,53	0,000
κ	−0,664	0,102	−6,492	0,000

R^2	−6,72%
R^2_{Adj}	−12,34%
$S.E.$	0,017
$Durbin-Watson$	0,456

Pravidlo měnové politiky

$$\begin{array}{rclllll} i_t & = & E_t\pi_{t+1} & -\ln\beta & +\theta\Delta y^N_{t+1} & +\phi_\pi E_t\tilde{\pi}_{t+1} & +\phi_y E_t\tilde{y}_{t+1} & +u^{MP}_t \\ i_t & = & E_t\pi_{t+1} & -0,032 & +2,030*0,022 & -0,816E_t\tilde{\pi}_{t+1} & -0,354E_t\tilde{y}_{t+1} & +u^{MP}_t \end{array}$$

	$Koeficient$	$St.odch.$	$t-stat.$	$p-hodnota$
β	1,033	0,016	65,53	0,000
θ	2,030	0,877	2,314	0,022
ϕ_π	−0,816	0,213	−3,837	0,000
ϕ_y	−0,354	0,127	−2,783	0,006

R^2	79,48%
R^2_{Adj}	77,20%
$S.E.$	0,019
$Durbin-Watson$	1,768

Rezidua modelujeme jako AR(1) procesy

$$\begin{aligned} u^{IS}_t &= \rho_{IS}u^{IS}_{t-1} + \varepsilon^{IS}_t, \\ u^{\pi}_t &= \rho_{\pi}u^{\pi}_{t-1} + \varepsilon^{\pi}_t, \\ u^{MP}_t &= \rho_{MP}u^{MP}_{t-1} + \varepsilon^{MP}_t. \end{aligned}$$

Odhady koeficientů vychází následovně:

	$Koeficient$	$St.odch.$	$t-stat.$	$p-hodnota$
ρ_{IS}	0,796	0,065	12,29	0,000
ρ_π	0,265	0,148	1,792	0,076
ρ_{MP}	0,875	0,031	27,87	0,000

Při odhadové proceduře však nebylo dosaženo konvergence a rovněž záporné R^2 u druhé rovnice indikuje pravděpodobný problém se specifikací či identifikací modelu. Taktéž vidíme, že z omezení parametrů $\theta > 0$, $\beta \in (0,1)$, $\kappa > 0$ a $\phi_\pi, \phi_y > 0$ je dodrženo pouze $\theta > 0$, což v modelu odpovídá rostoucí konkávní užitkové funkci. Všechna ostatní omezení parametrů jsou porušena.

Potenciálním zdrojem špatné specifikace je odhad vstupních parametrů. Ekonomická teorie v pozadí modelu počítá s odchylkami od přirozených hodnot, které však nemáme jak v praxi přímo pozorovat. Typicky se proto uchylujeme k aplikaci deterministických trendů či Hodrick-Prescottova filtru. Milani (2007) proto navrhuje odhadovat přirozené hodnoty či společné trendy souběžně v rámci modelu, avšak jedním dechem dodává, že problematika vyžaduje další výzkum.

Identifikace je pak setrvalým problémem, se kterým se při aplikaci DSGE modelů setkáváme. Nejtypičtějším přístupem je využití linearizace (loglinearizace), což ovšem přináší významné limity. Milani (2007) uvádí, že aproximativní linearizované věrohodnosti a skutečné věrohodnosti divergují. Ačkoli my na místo věrohodnostních metod využíváme GMM odhad, tento poznatek poukazuje na zásadní problém při využití linearizace (loglinearizace).

Rovněž An (2007) uvádí, že ačkoli se DSGE modely na první pohled nejeví problematicky, nedávné zkušenosti s *NK DSGE* modely vnesly do problematiky pochybnosti. Uvádí též příklad dvou modelů ekvivalentních z hlediska pozorování, u kterých se problémy s identifikací vyskytují. Beyer (2004) pak dokonce argumentuje, že monetární modely o třech rovnicích typicky identifikované nejsou, a prezentuje metodu konstrukce ekvivalentních modelů se stejnou redukovanou formou. To je zajímavé i proto, že v našem případě je nutná (ale nikoli postačující) podmínka pro přesnou identifikaci splněna (viz kapitola 1.3.2).

Je tedy vidět, že *NK DSGE* modely těmito problémy běžně trpí. Přesto jsou rutinně používané, proto i my budeme nadále pokračovat v analýze, s vědomím, že k výstupům modelu je třeba přistupovat obezřetně.

Poznamenejme, že s ohledem na výše citovanou literaturu a skutečnost, že odhady modelu nekonvergují, považujeme další testy specifikace za redundantní. Nedostatky modelu jsou již takto zřejmé a porovnání specifikace s alternativním modelem neuvažujeme.

Odhad $\beta > 1$ odpovídá preferenci budoucí spotřeby před současnou, což je v rozporu s obecně přijímaným předpokladem o chování spotřebitele. Hodnota $\beta = 1,032$ sice není dramaticky mimo očekávané rozpětí, Waldův test však vychází průkazně.

$$\begin{array}{lcc} H_0: & \beta & = \; 1 \\ & 1,032 & \\ & & \\ \chi_1^2 & & 4,268 \\ p - hodnota & & 0,039 \end{array}$$

Hypotézu $\beta \leq 1$ tedy na hladině 5 % zamítáme. Pro takový výsledek však máme vysvětlení - jak zmiňujeme již v závěru kapitoly 4.3, v systému elastických peněz banky vyhoví poptávce po penězích bez ohledu na stranu nabídky díky emisi nových peněz. Reálně však půjčka jednomu vyžaduje úsporu druhého, systém elastických peněz tak v důsledku nutí ekonomické aktéry spořit proti jejich vůli, což se v rámci modelu projevuje vynucenou preferencí budoucího období před současným.

Pokud se tedy shodneme na tom, že ekonomičtí aktéři nepreferují budoucí období před současným sami od sebe, pak je tímto validita rovnice (4.6) empiricky zpochybněna - preference budoucího období je vynucená, nejde tedy o rozhodnutí ekonomických aktérů a model popisující jejich rozhodování proto není relevantní. O slovo se navíc hlásí též Lucasova kritika, neboť množství takto vynucených úspor závisí na úrokové míře, potažmo hospodářské politice.

Odhady porušují také další předpokládané hodnoty parametrů:

$\kappa < 0$ znamená popření Phillipsovy křivky, kterou jsme popsali výše (s nadměrnou produkcí takto koreluje nižší a nikoliv vyšší míra inflace). Pokud však z našich úvah na moment vypustíme činnosti centrální banky, pak reálně dává smysl, aby při vyšší produkci byly nižší ceny (potažmo nižší inflace), neboť bez zásahů do měnové zásoby připadá nyní na stejné množství peněz více zboží. Alespoň tak odpadá možný problém se záměnou příčiny a následku (viz závěr kapitoly 4.3), neboť při takovém vysvětlení je skutečně nízká inflace důsledkem vyšší produkce (a ne naopak).

$\phi_\pi < 0$ znamená, že vyšší (očekávaná) inflace koreluje s nižšími úrokovými mírami, což je v rozporu s reakční politikou centrální banky dle pravidla měnové politiky. Pokud však z našich úvah opět vypustíme činnost centrální banky, pak dává dobrý smysl, že při nízkých úrokových mírách si lidé více půjčují, systém elastických peněz tak uvádí do oběhu více peněz, což vede k růstu cen.

$\phi_y < 0$ pak znamená, že vyšší úroveň produkce koreluje s nižší úrokovou mírou, což je opět v rozporu s reakční politikou centrální banky. Odhlédneme-li od politiky centrální banky a nominálních jevů, pak vysvětlení tohoto jevu v rámci reálné ekonomiky není zcela zřejmé. Možné vysvětlení však lze spatřovat v nedokonalosti metody, se kterou měříme inflaci. V kapitole 2.2 jsme se zabývali problematikou započtení nákladů na bydlení do spotřebitelského koše a formulovali hypotézu, že „růst reálného HDP vyvolaný poklesem úrokových sazeb je (částečně) iluzorní“. Právě tato iluze může $\phi < 0$ vysvětlovat. Totiž, nízké úrokové sazby vedou k nárůstu poptávky po zboží dlouhodobé spotřeby, speciálně po nemovitostech. To způsobí růst cen nemovitostí, což ale cenový index přímo nezohledňuje. Inflace je tedy podhodnocena a domněle reálné HDP počítané z nominálního HDP očištěním o inflaci je nadhodnoceno. Pozorujeme pak korelaci zdánlivě nadměrné produkce a nízké úrokové míry. Alternativně lze vysvětlení hledat v nevhodném načasování měnové politiky centrální bankou.

Zásadní problém při snaze o vyhlazení hospodářského cyklu je totiž určení, v jaké fázi cyklu se nacházíme. Analýzu hospodářských cyklů lze dobře provádět na historických datech, určení kde přesně se nacházíme aktuálně je však daleko těžší. Existují proto kritické hlasy, které tvrdí, že opatření centrálních bank nepřichází včas - uvolněná politika přichází až poté, co krize již nastala, není pak včas ukončena a napomáhá tak přehřívání ekonomiky v další fázi cyklu. Restriktivní politika pak přichází příliš pozdě na to, aby zabránila vzniku bubliny na (finančních) trzích a opět není včas ukončena, takže když nastane ekonomická recese, restriktivní politika stále trvá a krizi prohlubuje. Tato kritika je v souladu s uvedeným odhadem modelu.

Vidíme tedy, že pro výše uvedené odhady vždy dokážeme nalézt možné ekonomické vysvětlení. Empirické výstupy modelu tak sice zpochybňují praktické výsledky snah centrálních bank, nejsou však nelogické.

V kapitole 4.2.3 jsme pak představili pravidla měnové politiky a nutnou podmínku pro existenci jednoznačného ekvilibria. Zde narážíme na zásadní problém - když máme problémy s identifikací a náš odhad parametrů nekonverguje, nemáme validní vstup k testování podmínky (4.16). Navíc výše uvedené hodnoty koeficientů porušují omezení, která podmínka předpokládá. Nahlédnutím do jejího důkazového postupu (Bullard, 2002) však zjišťujeme, že podmínku můžeme zobecnit na podmínky pro koeficienty příslušného charakteristického polynomu tak, aby nebyla vyžadována předpokládaná omezení na hodnoty parametrů. Ukazuje se, že pro výše uvedené hodnoty koeficientů podmínka splněna není, tedy by nemělo existovat jednoznačné ekvilibrium (rovnováha na trzích). Vzhledem k problémům s identifikací je význam takového zjištění diskutabilní, připomeňme však, že model pracuje právě s odchylkami od tohoto teoretického ekvilibria. Jeho případná neexistence či nejednoznačnost tedy představuje zásadní problém.

Nakonec připomeňme, že v kapitole 4.3 jsme hovořili o problému s přechodem mezi rovnicemi (4.7) a (4.8), tj. mezi spotřebou a produkcí. Podívejme se tedy krátce, jak vychází stejný model, kde pouze na místo s produkcí počítáme se spotřebou

$$
\begin{aligned}
\tilde{c}_t &= E_t\tilde{c}_{t+1} - \frac{1}{1,825}\tilde{r}_t \\
\tilde{\pi}_t &= 1,054E_t\tilde{\pi}_{t+1} - 0,312\tilde{c}_t \\
\tilde{r}_t &= -0,725E_t\tilde{\pi}_{t+1} - 0,341E_t\tilde{c}_{t+1}
\end{aligned}
$$

(všechny koeficienty jsou na hladině 5 % statisticky významné).

Model tedy vychází velmi podobně a výše uvedený rozbor odhadnutých parametrů pro případ s celkovou produkcí je bez dalšího platný i pro spotřebu. V kapitole 4.3 jsme přitom dokázali, že chování ekonomických aktérů na trhu investic by mělo vykazovat zásadní rozdíly, totiž, že produkce a spotřeby by měly na změnu úrokových sazeb reagovat protichůdně. V systému elastických peněz však chování spotřebitele na trhu investic není relevantní, pokud banky vyhoví poptávce po penězích bez ohledu na nabídku - a právě tomu odpovídají odhadované hodnoty parametru $\beta > 1$ ($1,033$ pro model s celkovou produkcí, resp. $1,054$ pro model se spotřebou).

4.4.5 Analýza předpovědních schopností modelu

K analýze předpovědních schopností modelu použijeme kritérium $WMAPE$, které jsme zavedli již v kapitole 3.5.1. Jak jsme popsali v kapitolách 4.2.1 a 4.3, při teoretickém odvození modelu dochází ke ztotožnění spotřeby a produkce. Chceme-li tedy předpovídat jak produkci, tak spotřebu, odhadujeme technicky dva modely, které jsou strukturálně totožné - pouze nahrazujeme produkci za spotřebu. Odhady obou modelů jsme uvedli v předchozí kapitole.

Pro lepší představu uvádíme kromě odchylek spotřeby a produkce též odchylky v odhadech inflace Π (tj. nelogaritmované) a úrokových sazeb $Fedfunds$, tak jak vyšly pro model předpovídající produkci (odhad produkce považujeme za primární). Tyto odchylky uvádíme v procentních bodech. Poznamenejme, že

$$\Pi_t = \frac{CPI_t}{CPI_{t-1}} - 1.$$

Tabulka 4.2: Predikce, **NK DSGE** model

	i	*ii*	*iii*	*iv*
Vstupní data	1971-2014	1971-2000	1971-2000	1978-2007
Predikce pro	1973-2014	2001-2014	2001-2007	2008-2014
MAPE - spotřeba:	1,401%	5,606%	0,762%	10,99%
MAPE - HDP :	1,538%	3,433%	3,248%	10,40%
Inflace:	1,177%	0,857%	0,794%	1,596%
Úrokové sazby:	1,301%	3,732%	2,735%	5,195%

Celková kvalita predikce $WMAPE$ dle tabulky 4.2 pak vychází $4,045$ %. Vidíme tedy, že navzdory skutečnosti, že odhady parametrů nekonvergují, model dokáže produkovat smysluplné odhady.

S ohledem na problémy s konvergencí se ještě může nabízet možnost využít metodu GMM odhadu bez iterací. Tato možnost však přináší o něco horší výsledky, konkrétně $WMAPE$ pak vychází $4,473$ %.

Nakonec uveďme ještě výsledky referenčního modelu, který jsme popsali v kapitole 4.4.3 a který používáme k výpočtu očekávaných hodnot, které vstupují do *NK DSGE* modelu. Ukazuje se, že $WMAPE$ tohoto modelu vychází $4,037$ %, tedy prakticky stejně, jako u *NK DSGE* modelu. Dílčí rozdíly v předpovědních schopnostech však jsou, shrnutí predikčních schopností referenčního modelu uvádíme v tabulce 4.3.

Tabulka 4.3: Shrnutí predikce, referenční model

	i	*ii*	*iii*	*iv*
Vstupní data	1971-2014	1971-2000	1971-2000	1978-2007
Predikce pro	1973-2014	2001-2014	2001-2007	2008-2014
MAPE - spotřeba:	1,222%	4,754%	3,206%	10,94%
MAPE - HDP :	1,404%	3,777%	3,183%	9,843%

Ukazuje se tedy, že kanonický *NK DSGE* model předpovídá produkci a spotřebu prakticky stejně dobře jako referenční model, který jsme použili k určení $E_t y_{t+1}$, $E_t \pi_{t+1}$. Model přitom zavádí vliv úrokové míry a potažmo dopady měnové politiky, přirozeně bychom tedy očekávali zpřesnění predikce. Jak jsme však popsali v kapitole 4.3, model nebere v potaz investice, přičemž změny úrokové míry by logicky měly mít hlavní dopad právě na investice. Při absenci investic v modelu, v systému elastických peněz a vzhledem k odhadu $\beta > 1$ je pak celkově zpochybněna relevance rovnice, která vychází z chování spotřebitele na trhu investic.

Jelikož referenční model slouží pro kanonický *NK DSGE* model jako vstup, lze prakticky shodnou kvalitu predikce interpretovat tak, že kanonický model zkrátka nepřináší hlubší vhled do problematiky.

4.5 Srovnání s předchozím modelem

Kleinův model I, tak jak ho formuluje Greene (2003), je z hlediska ekonomické teorie poměrně jednoduchý model. Říká, že na spotřebě se podílí privátní sektor svými zisky a zaměstnanci svými mzdami, privátní sektor dále ze svých zisků investuje, kde investice ovlivňuje též hodnota již dříve akumulovaného kapitálu, a mzdy v privátním sektoru závisí na poptávce. Časový trend je pak přímo zohledněn v rovnici privátních mezd, odkud se promítá do celého modelu (mzdy ovlivňují spotřebu a privátní zisky, které ovlivňují investice).

Ve své výchozí podobě trpěl model značnými nedostatky, museli jsme proto očistit data o inflaci tak, že jsme počítali v cenách roku 2010 dle CPI. Tím jsme dostali model, pro který vycházelo předpovědní kritérium $WMAPE$ $4,709$ %. Mírného zlepšení jsme pak dosáhli ještě použitím hodnot reálného kapitálu namísto modelové identity. Ukázalo se však, že k vyjádření hodnoty kapitálu je výrazně vhodnější použít přepočet pomocí indexu cen realit, než pomocí spotřebitelských cen. Případně jsme ještě mohli zohlednit investice domácností, a dostali jsme slušný model, pro který vycházelo předpovědní kritérium $WMAPE$ $3,083$ %, respektive $WMAPE$ $3,055$ %.

Oproti tomu kanonický *NK DSGE* model staví na mikroekonomických základech a odvození jeho rovnic vyžaduje poměrně náročnou aplikaci ekonomické teorie. Na Model je formulován pro odchylky proměnných od svých od přirozených hodnot, kde určení těchto přirozených hodnot je samostatný problém, a navíc pracuje s očekávanými budoucími hodnotami, jejichž konstrukce opět představuje samostatný problém.

Model tak dovozuje, že produkce závisí na očekávané budoucí produkci, reálné úrokové míře a tvaru užitkové funkce, což je poměrně intuitivní - produkce závisí na tom, co z toho budeme mít dnes a co „zítra" (v příštím modelovém období). Oproti Kleinově modelu však již v dalších dvou rovnicích hrají klíčovou úlohu regulační autority. Inflace by totiž měla záviset na očekávané inflaci a produkci, přitom měnová zásoba je centrálně řízena. Nakonec pak model počítá s pravidlem měnové politiky, což je vlastně interní pravidlo regulátora.

Na druhou stranu však moderní model již rutinně počítá s cenami očištěnými o inflaci a s trendem se vypořádává pomocí loglinearizace.

Předpovědní kritérium $WMAPE$ pak vychází $4,045$ %, což je zvláště problematické, neboť referenční model pro určení očekávaných hodnot má $WMAPE$ $4,037$ %.

Moderní kanonický *NK DSGE* model má tedy horší predikční schopnosti než starý *Kleinův model I*, jsou-li v Kleinově modelu adekvátně podchyceny reálné hodnoty proměnných, a navíc nepřináší zlepšení oproti referenčnímu modelu. To svědčí pochybnostem o vhodnosti *NK DSGE* modelu, z teoretického i praktického hlediska vyjadřujeme pochyby zejména nad *NK IS křivkou*. U Kleinova modelu podobně sporná místa nespatřujeme.

Ukazuje se tedy, že ačkoli se *Kleinův model I* ve své výchozí formulaci špatně vypořádává se zachycením reálných hodnot, tyto nedostatky lze odstranit a získat dobrý model.

Kanonický *NK DSGE model* se oproti tomu s podchycením reálných hodnot (a trendem) vypořádává přímo a bez dalších úprav dává smysluplné predikce, kvalita těchto predikcí je však prakticky shodná s referenčním modelem a nedosahuje kvalit upraveného Kleinova modelu.

4.6 Shrnutí

Představili jsme kanonický *NK DSGE* model. Jde o základní model, který reprezentuje celou třídu modelů a směr moderní makroekonomie, neboť pokročilé DSGE modely využívá celá řada centrálních bank. Vysvětlili jsme vybrané partie nové keynesiánské ekonomie a odvodili jednotlivé rovnice modelu. Následně jsme model podrobili kritice z teoretického hlediska.

Model vychází z konceptu reprezentativní domácnosti, která má užitek ze spotřeby a náklady z práce, které lze chápat jako absenci užitku z volného času. Tento užitek je pak diskontován, neboť domácnost projevuje časové preference – obecně předpokládáme preferenci současného období před budoucím. Zavádíme pak třídu užitkových funkcí, která má požadované vlastnosti – jde o funkce rostoucí konkávní, neboť vycházíme z předpokladu, že více spotřebovaného zboží přináší větší užitek, přičemž ale platí zákon klesajících výnosů z rozsahu, respektive klesajícího mezního užitku.

Teoretická kritika kanonického modelu se pak opírá zejména o dva problémy. Jednak koncept reprezentativní domácnosti předpokládá, že ačkoli jednotlivé domácnosti mohou spořit, v ekonomice jako celku se spotřebuje celá produkce. Model však vychází z rovnováhy užitku ze spotřeby v současném a budoucím období.

K dosažení této rovnováhy však právě musí být možné přesouvat spotřebu mezi současným a budoucím obdobím, což předpokládáme, že se neděje. Navíc jsme ukázali, že za platnosti rovnice (4.6), o kterou se model opírá, reaguje spotřeba a produkce na změnu úrokové míry protikladně. Model přitom pracuje s ekvivalencí těchto proměnných. Druhým problémem pak je relevance rovnice, která popisuje chování na trhu investic, v systému elastických peněz.

Než jsme přistoupili k vlastnímu odhadu modelu, museli jsme se vypořádat s modelováním přirozených a očekávaných hodnot. K modelování přirozené produkce jsme využili modelu s trendem, k modelování ostatních proměnných jsme využili Hodrick-Prescottův filtr, jehož využití je v praxi poměrně rutinní. K modelování očekávaných hodnot produkce a inflace pak využíváme přístup dle Massaro (2013). K určení očekávaných přirozených hodnot jsme nejprve zobecnili formuli pro Hodrick-Prescottův filtr o očekávané budoucí hodnoty. Odtud jsme poté určili očekávanou přirozenou, potažmo reálnou inflaci.

Pro vlastní odhad modelu jsme museli kanonický model mírně přeformulovat, neboť například přirozená úroková míra závisí na parametrech modelu. Reálná data tak nelze transformovat vně modelu.

Omezení přípustných hodnot parametrů jsme do odhadové procedury nezavedli ze dvou důvodů. Je-li odhadnutá hodnota parametru mimo příslušné omezení, pak implementace takového omezení, což se standardně provádí pomocí exponenciální transformace, typicky způsobí, že odhadovaná hodnota parametru diverguje do nekonečna. Druhým důvodem pak je, že tato omezení nejsou dána strukturou modelu, pouze odpovídají našim představám o fungování ekonomiky. Jejich porušení tak nikterak nebrání odhadové proceduře, avšak upozorňuje nás, že s našimi představami, či modelem, něco není v pořádku, což je zpětná vazba, o kterou se nechceme připravit.

Při vlastním odhadu se pak ukázalo, že model trpí problémy se specifikací a identifikací a odhadová procedura nekonverguje. Při konzultaci s odbornou literaturou jsme však zjistili, že jde o běžný jev. Odhady koeficientů pak skoro všechny vyšly mimo příslušná omezení.

Ačkoli si uvědomujeme, že s ohledem na nedostatky modelu je validita těchto odhadů velmi diskutabilní, nabídli jsme pro ně ekonomické vysvětlení. Tím je pak zejména nevhodnost modelu (vychází z chování na trhu investic, v systému elastických peněz však neochota ekonomických aktérů půjčovat není relevantní) a selhání centrální banky v dodržování pravidel měnové politiky.

V závěru jsme analyzovali předpovědní schopnosti modelu. Ukázalo se, že kanonický *NK DSGE* model předpovídá produkci a spotřebu prakticky stejně dobře jako referenční model, který jsme použili k určení očekávaných hodnot produkce a inflace, respektive jejich odchylek od přirozených hodnot, se kterými model pracuje. Znamená to tedy, že prakticky není schopen předpovědi referenčního modelu upřesnit. To je překvapivé zjištění, neboť oproti referenčnímu modelu zavádí kanonický *NK DSGE* model rovnici pro úrokovou míru, která by měla být relevantní, a při zohlednění dalších relevantních informací bychom přirozeně očekávali zpřesnění predikce. V této souvislosti jsme pak znovu upozornili na kritiku, že model nebere v potaz investice, ačkoli jejich existence je nutná k dosažení ekonomické rovnováhy, o kterou se opírá, a zpochybnili relevanci rovnice popisující chování na trhu investic v systému elastických peněz (více viz kapitola 4.3).

Nakonec už jsme jen krátce porovnali *Nový Keynesiánský DSGE* model s *Kleinovým modelem I*.

Poznamenejme, že kanonický *NK DSGE* model je vskutku pouze základním modelem, skutečné modely používané v makroekonomické praxi jsou daleko komplexnější a berou v potaz celou řadu jevů, zejména pak tvorbu a přetrvávání zvyklostí, postupnou adaptaci ekonomických aktérů na nové situace a v neposlední řadě investice (skutečnost, že kanonický model nebere v potaz investice, ačkoli jejich existence je nutná k dosažení ekonomické rovnováhy, o kterou se opírá, je podstatnou částí teoretické kritiky tohoto modelu, viz kapitola 4.3). Nemůžeme tedy kritizovat využití *NK DSGE* modelů jako takové, neboť model, který jsme zkoumali, pracuje s daleko větším stupněm agregace. Přesto skutečnost, že základní, kanonický model, vykazuje tak významné nedostatky, vrhá na rutinní využití *NK DSGE* modelů stín pochybností.

Závěr

V první kapitole jsme se seznámili s vícerovnicovými ekonometrickými soustavami. Formulovali jsme nejprve obecnou soustavu, následně jsme se zabývali zdánlivě nesouvisející regresí, neboli soustavou SUR (seemingly unrelated regression), a nakonec soustavou simlutánních rovnic SEM (simultaneous equations model).

Dále jsme se zabývali odhadovými postupy. Odvodili jsme Aitkenův odhad, který je postačující pro soustavy typu SUR. V rámci nepřímého odhadu metodou nejmenších čtverců jsme se krátce seznámili s problematikou identifikace soustavy. Poté jsme se zabývali instrumentálními proměnnými a vysvětlili postup dvoustupňového a třístupňového odhadu metodou nejmenších čtverců (2SLS a 3SLS). Výčet odhadových procedur jsme zakončili vysvětlením zobecnění momentové metody GMM (generalized method of moments), kde se ukazuje, že 3SLS odhad je vlastně speciálním případem této metody.

V závěru první kapitoly jsme pak čtenáře seznámili se Sargan-Hansenovým testem exogenity, kterým ověřujeme, zda jsou instrumentální proměnné nekorelované s reziduální složkou.

V druhé kapitole jsme čtenáře krátce seznámili s vybranými teoretickými východisky. Vysvětlili jsme rovnost úspor a investic, zabývali se funkcemi a vlastnostmi peněz a upozornili, že dnešní peníze těmto vlastnostem ne zcela vyhovují. V rámci problematiky očištění o inflaci jsme formulovali hypotézu, že růst reálného HDP vyvolaný poklesem úrokových sazeb je (částečně) iluzorní, když se inflace počítá podle indexu spotřebitelských cen, zatímco změny v úrokových sazbách ovlivňují primárně ceny investic.

Třetí kapitola práce se zabývala Kleinovým modelem I, kde původní model pochází z roku 1950 a zkoumal meziválečné období v USA. My jsme model přenesli do současnosti aplikací dat za roky 1971-2014.

Při formulaci modelu jsme provedli základní teoretickou analýzu a formulovali několik identit, které by měly parametry modelu dle ekonomické teorie splňovat. Vysvětlili jsme, proč model považuje čistý export za ztrátu, což je zajímavé proto, že z úst politické reprezentace se můžeme často doslechnout právě o podpoře exportu.

Poté jsme přistoupili k aplikaci modelu. Zde jsme se setkali s neočekávanými hodnotami některých parametrů modelu a porušením postulovaných identit, speciálně záporná autonomní spotřeba a s ní spojený sklon ke spotřebě vyšší než 1 vede k nekonečné hodnotě výdajového multiplikátoru. Při bližším prozkoumání jsme narazili na několik potenciálně rozporných míst, vysvětlení pro zápornou autonomní spotřebu ale můžeme hledat též v hypotéze adaptivních očekávání.

S ohledem na potenciálně rozporná místa jsme implementovali celou řadu úprav, přičemž k posouzení kvality modelu jsme zavedli předpovědní kritérium $WMAPE$, které váží průměrnou absolutní procentuální chybu pro několik předpovědí, kde v potaz bereme kromě předpovědí produkce též předpověď spotřeby. Od výchozího modelu, kde předpovědi na základě dat za roky 1971-2000 zcela selhávaly, se tak dostáváme ke dvěma modelům, u kterých vychází $WMAPE$ kolem 3%.

Seznámili jsme se tedy se základním historickým modelem a prozkoumali možnosti jeho vylepšení (při zachování složitosti, tj. tří rovnic modelu).

Ve čtvrté kapitole jsme pak představili zcela nový přístup k analýze ekonomiky, a sice Nový Keynesiánský DSGE model, tedy dynamický stochastický model všeobecné rovnováhy. Dostali jsme tak srovnání mezi starým modelem, možnostmi jeho úprav pro přesnější předpovědi, a moderním přístupem.

Nejprve jsme však čtenáře seznámili s vybranými partiemi nové keynesiánské ekonomie a odvodili základní rovnice modelu. Ten totiž stojí na mikroekonomických základech a je odvozen z modelového chování spotřebitele a firmy.

Následně jsme se zabývali kritikou modelu z teoretického hlediska, které možná není v makroekonomii věnována dostatečná pozornost. Jako problematický se jeví koncept reprezentativní domácnosti, kdy model na jednu stranu předpokládá, že v ekonomice jako celku se musí v daném období spotřebovat vše, co se vyrobí (a nedává tedy smysl odlišovat spotřebu od produkce), na druhou stranu však operuje s předpokladem, že domácnosti volí mezi současnou a budoucí spotřebou. Ukázali jsme, že za platnosti výchozí rovnice (4.6) lze dokázat, že spotřeba a produkce reagují na změny v úrokové sazbě opačně, a nikoli souhlasně, jak model předpokládá.

Vystavění modelu na mikroekonomických základech pak mělo vyřešit Lucasovu kritiku, my jsme však předložili argument, že změny úroků přináší strukturální změny ekonomiky, s čímž model nepočítá (při nižších úrocích se více investuje a naopak).

Oproti Kleinově modelu, kde jsme zkoumali možnosti jeho úprav, Nový Keynesiánský DSGE model prezentujeme jako moderní alternativu a při jeho odhadu jsme tak vycházeli z běžných a doporučených postupů. K určení přirozených hodnot jsme použili Hodrick-Prescottův filtr, pouze pro produkci se jevil jako vhodnější log-lineární trend. Pro modelování očekávaných hodnot jsme převzali postup dle Massaro (2013).

Při vlastní odhadové proceduře jsme narazili na problémy se specifikací a identifikací modelu, které však moderní literatura dobře zná. Přesto jsou Nové Keynesiánské modely běžně používány.

Ukázalo se, že odhadnuté hodnoty parametrů jsou skoro všechny mimo meze dané standardní ekonomickou teorií. Souhlasí pouze tvar užitkové funkce, jinak však vychází preference budoucího období před současným, popření Phillipsovy křivky a porušení pravidla měnové politiky. S ohledem na zmíněné problémy modelu je třeba tyto výsledky interpretovat opatrně, pro dané hodnoty jsme však nabídli možná vysvětlení. Již dříve jsme zpochybnili relevanci rovnice, která vychází z chování na trhu investic, v systému elastických peněz. Preference budoucího období před současným tyto pochyby prohlubuje. Hodnoty ostatních koeficientů lze vysvětlit tak, že reálné chování centrální banky není v souladu s chováním dle ekonomické teorie, speciálně kvůli problémům s určením, ve které fázi hospodářského cyklu se aktuálně nacházíme.

V závěru čtvrté kapitoly jsme zhodnotili předpovědní schopnosti modelu - $WMAPE$ vychází asi 4%. Ukázalo se však, že prakticky stejně kvalitní předpověď nám dává již referenční model dle Massaro (2013), který jsme převzali pro modelování očekávání. Možnou interpretací pak s ohledem na popsané nedostatky modelu je, že kanonický model zkrátka nepřináší hlubší vhled do problematiky.

Na konci kapitoly jsme pak kanonický *NK DSGE model* stručně porovnali s *Kleinovým modelem I* z předchozí kapitoly. Ukázalo se, že pokud je výchozí *Kleinův model I* upraven tak, aby vhodným způsobem zachycoval reálné hodnoty promněnných, jsou jeho předpovědní schopnosti lepší - $WMAPE$ vychází asi 3%.

Motivací práce bylo zejména nahlédnout na některé v ekonometrii rozšířené problémy, mít na zřeteli Lucasovu kritiku a nabídnout empirický podklad. Ukázali jsme, že vhodně aplikovaný *Kleinův model I*, kde původní model pochází z poloviny minulého století, může předpovídat vývoj ekonomiky lépe, než moderní kanonický *NK DSGE model*. U tohoto nového modelu jsme pak upozornili na možné problémy, které pramení z rutinní aplikace vybraných částí ekonomické teorie, bez dostatečně důsledného zamyšlení nad logickým fungováním modelu jako celku. O slovo se hlásila Lucasova kritika, ačkoli ideálem NK DSGE modelů bylo právě s Lucasovou kritikou se vypořádat. Rutinní spoléhání na model chování spotřebitele se však v ekonomice, kde chování spotřebitele ovlivňují zásahy centrální autority, zdá být poněkud problematické. Věříme tedy, že jsme dostáli původnímu cíli a nabídli podklad k zamyšlení.

Literatura

An, S., Schorfheide, F. (2007). Bayesian analysis of DSGE models. *Econometric Reviews, 26*(2-4), 113-172.

Bastiat, F. (1923) *Co je a co není vidět.* Volné Myšlenky Československé.

Baum, C. F., Schaffer, M. E., Stillman, S. (2003). Instrumental variables and gmm: Estimation and testing. *Stata journal, 3*(1), 1-31.

Beyer, A., Farmer, R. E. (2004). On the indeterminacy of New-Keynesian economics.

Church, J. D. (2016, březen). Comparing the Consumer Price Index with the gross domestic product price index and gross domestic product implicit price deflator. *Monthly Lab. Rev., 139,* 1.

Bullard, J. Mitra, K. (2002). Learning about monetary policy rules. *Journal of monetary economics, 49*(6), 1105-1129.

Calvo, G. A. (1983). Staggered prices in a utility-maximizing framework. *Journal of monetary Economics, 12*(3), 383-398.

Cipra, T. (2008). *Finanční ekonometrie.* Praha: Ekopress.

Český Statistický Úřad. (2016) *Spotřební koš - Archiv* [Datové soubory]. Dostupné z: `https://www.czso.cz/csu/czso/spotrebni_kos_archiv`.

Eviews. (2013). EViews 8 User's Guide I-II.

Frequently Asked Questions. (n.d.) Navštíveno 5. července 2016 na webové stránce U.S. Bureau of Labor Statistics, `https://www.bls.gov/cpi/questions-and-answers.htm`.

Greene, H. W. (2003). *Econometric analysis.* Pearson Education India.

Hampl, M. (2015). *Investiční večer: Dva roky poté - intervence ČNB očima zastánce a kritika.* (přednáška). Vysoká škola ekonomická v Praze.

Hlaváček, M. (2014). *Makroekonomie I.* (přednáška). Institut Ekonomických Studií FSV UK v Praze.

Hodrick, R. J., Prescott, E. C. (1997). Postwar US business cycles: an empirical investigation. *Journal of Money, credit, and Banking,* 1-16.

Hromádková, E. (2015). *Advanced Macroeconomics.* (přednáška). Institut Ekonomických Studií FSV UK v Praze.

Hušek, R., Pelikán, J. (2003). *Aplikovaná ekonometrie: teorie a praxe.* Professional Publishing.

Intriligator, M. D. (1978). *Econometric models, techniques, and applications* (pp. 03-01). Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Jones, C. I. (2016). The facts of economic growth. In *Handbook of macroeconomics* (Vol. 2, pp. 3-69). Elsevier.

Keen, S. (2011). Debunking macroeconomics. *Economic Analysis and Policy, 41*(3), 147-167.

Klein, L. R. (1950). Economic fluctuations in the United States, 1921-1941.

Komárek, A. (2014). *Lineární regrese.* (přednáška). Matematicko-Fyzikální fakulta UK v Praze.

Kopa, M. (2015). *Matematická ekonomie.* (přednáška). Matematicko-Fyzikální fakulta UK v Praze.

Kudashvili, N. (2016). *Topics in Macroeconomics.* (přednáška). Institut Ekonomických Studií FSV UK v Praze.

Lawrence, R. Z. (2015, 21. červenec). The Growing Gap between Real Wages and Labor Productivity. *Peterson Institute for International Economics blog: realtime economic issues watch* [vid. 2016-06-07]. Dostupné z: `https://piie.com/blogs/realtime-economic-issues-watch/growing-gap-between-real-wages-and-labor-productivity`.

Lütkepohl, H. (1991). Introduction to multiple time series analysis. *Berlin et al.*

Massaro, D. (2013). Heterogeneous expectations in monetary DSGE models. *Journal of Economic Dynamics and Control, 37*(3), 680-692.

McCulla, S. H., Smith, S. (2007). Measuring the Economy: A primer on GDP and the National Income and Product Accounts. *Bureau of Economic Analysis, US Departament of Commerce.*

Milani, F., Poirier, D. J. (2007). Econometric issues in DSGE models. *Econometric Reviews, 26*(2-4), 201-204.

Ravn, M. O., Uhlig, H. (2002). On adjusting the Hodrick-Prescott filter for the frequency of observations. *Review of economics and statistics, 84*(2), 371-376.

Romer, D. (2011). *Advanced Macroeconomics.* McGraw-Hill Irwin.

Strathern, M. (1997). 'Improving ratings': audit in the British University system. *European Review, 5*(3), 305-321.

Taylor, J. B. (1993). *Macroeconomic policy in a world economy: from econometric design to practical operation.* WW Norton.

Seznam tabulek

Seznam obrázků