

Oponentský posudek bakalářské práce  
Ondřeje Outraty

## Výpočet proudění vazké tekutiny okolo oscilujícího válce obdelníkového průřezu

### Obsah práce

Předložená bakalářská práce studuje proudění vyvolané oscilující překážkou v nestlačitelné vazké tekutině. Cílem práce je pomocí metody konečných prvků simulovat experiment provedený Dudou a ostatními, kteří zkoumali víry vznikající okolo oscilujícího válce v kapalném heliu při teplotách mezi 1.2 K a 3 K.

*Dosažené výsledky.* Bakalářská práce se skládá ze tří částí. V první kapitole bakalant prezentuje nestlačitelné Navierovy-Stokesovy rovnice, které jsou použité k modelování vazkého hélia včetně jejich bezrozměrného tvaru.

Ve druhé kapitole autor odvodí slabou formulaci pro nestlačitelné Navierovy-Stokesovy rovnice a diskutuje okrajové podmínky vhodné k popisu problému. Konkrétně řeší dva problémy: 1) vhodnou podmínku pro volný nátok/odtok tekutiny týkající se horizontální části hranice a 2) vhodnou implementaci no-slip okrajové podmínky na hýbající se hranici. Pro nátok/odtok volí směrovou do-nothing podmínku a pohybující se hranici implementuje pomocí metody fiktivní hranice.

Třetí kapitola se potom zabývá simulací dvourozměrného proudění metodou konečných prvků pomocí balíku Fenics. V rovinné geometrii je oscilující válec nahrazen obdelníkem. Tato část práce obsahuje okomentované důležité části kódu a výsledky simulace pro různé parametry zahrnující jemnost sítě, délka časového kroku, Reynoldsovo číslo, stabilizační koeficient v metodě vnitřní penalizace. Simulace dává kvalitativně stejné výsledky jako experiment.

*Přínos autora.* Přínos autora práce je v simulaci experimentu s pohybující se hranicí, především pak implementace metody fiktivní hranice.

### Hodnocení práce

*Věcná kvalita práce.* V první kapitole je malá nepřesnost a sice, že nestlačitelná tekutina je taková, kde hustota je konstantní (na místo, že  $\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$ , a tedy materiálová derivace hustoty je nulová a hustota je konstantní po charakteristikách).

Ve druhé kapitole jsou v rovnicích (2.5) a aplikaci Gaussovy věty překlipy ve znaménkách, závěrečná bilance hmoty je ale už správně. Dále jsou nepřesnosti v definici slabého řešení nestlačitelných Navierových-Stokesových rovnic, uvědomuji si ale, že to není učivo, se kterým by se student setkal během bakalářského studia. V části týkající se okrajových podmínek je nejprve představena 'directional do-nothing' podmínka pro rovnice obsahující pouze Laplaceův operátor, podmínka je následně převedena do pro tvar Navierových-Stokesových rovnic se symetrickou částí gradientu rychlosti. Zde je nejspíše chyba, protože by měla být ve tvaru

$$(\sigma \mathbf{n}, \mathbf{v})_{\partial\Omega} = \left( \frac{1}{2}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}) - \mathbf{u} + \nu((\nabla \mathbf{u})^T - \nabla \mathbf{u}), \mathbf{v} \right)_{\partial\Omega} .$$

Stejná chyba je pak i v implementaci. Není vyloučené, že oprava může ovlivnit řešení, když se vír blíží horizontální části hranice. Dále, první věta v části 2.3 Časové schéma je celkem nešťastná, patrně vzniklá nedopatřením. Autor v ní píše, že sečtením dvou slabých formulací pro bilanci hybnosti a nestlačitelnosti získáme jednu rovnici, která lze snadněji řešit.

Třetí kapitola obsahuje okomentování zdrojového kódu a popis a interpretace výsledků, obojí je pěkně popsáno. Pouze v části obsahující popis problému jsou zmatečně popsané okrajové podmínky.

Tato práce obsahuje mnoho numerických výsledků, jejichž získání vyžadovalo nemalé úsilí.

*Formální kvalita práce.* Práce obsahuje přiměřené množství překlepů. Práce je psána v anglickém jazyce, některé věty jsou kostrbaté a někdy jsou volená špatná slovíčka, nebrání to však pochopení textu.

*Doporučení.* Předloženou práci doporučuji uznat jako bakalářskou práci.

### **Dotazy**

- Výsledky se celkem hodně liší v závislosti na zvolené časové a prostorové diskretizaci a zvoleném stabilizačním parametru  $\alpha$ . Z důvodu velikosti úlohy, nebylo možné hodně zjemňovat síť a časový krok. Myslíte si, že se zjemňováním diskretizace by se výsledky měnili čím dál méně?
- Stabilizace má určitý příspěvek k vazkosti, bylo by možné velikost tohoto příspěvku odhadnout?
- Při srovnávání experimentu a simulace se neporovnávají stejné veličiny – vířivost vs. pseudo-vířivost. Bylo by možné přetransformovat řešení tak, aby se srovnávaly stejné veličiny?
- Píšete, že více disipativní časové implicitní Eulerovo schéma dává výsledky podobnější experimentu než méně disipující Cranka-Nicolsonové schéma, protože nejsou pozorovány velké víry. Můžete vysvětlit, proč Eulerovo schéma velký vír zachová a přesnější schéma ne?

V Praze 11. června 2018  
Karel Tůma  
Matematický ústav Univerzity Karlovy