POSUDEK VEDOUCÍHO BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

Název: *Prostorové formy*
Autor: *Marián Poppr*

Shrnutí obsahu práce

Práce pojednává o prostorových formách, tj. úplných Riemannových varietách s konstantní sekcionální křivostí. Cílem práce je dokázat větu Killinga a Hopfa. Autor nejdříve shrnuje základní pojmy a výsledky Riemannovy geometrie, definuje afinní konexi a kovariantní derivaci podle křivky, křivost a sekcionální křivost afinní konexe a přehledně dokazuje některé jejich známé vlastnosti (např. lokálnost kovariantní derivace, symetrii a tenzorový charakter křivosti). V práci je spočtena sekcionální křivost pro Eukleidův prostor, kulatou sféru a Poincarého poloprostor. Stěžejní partií tvoří kapitola o Jacobiho polích – jde o specifická variační pole pro geodetické exponenciální zobrazení, která umožňují zkoumat otázku izometrie variet pomocí geodetických křivek. Student v ní korektně definuje variační pole a dokazuje jednoznačnost Jacobiho pole pro počáteční podmínky a existenci variace pro Jacobiho pole a křivku. V poslední části, kde je obsažen hlavní výsledek práce, je dokázána lokální verze tzv. Killingovy-Hopfovy věty, a sice, že každá prostorová forma je lokálně izometrická otevřené podmnožině kulaté sféry, Eukleidova prostoru či Poincarého poloprostoru. Poznamenejme, že tato věta platí globálně v případě úplných souvislých a jednoduše souvislých Riemannových variet.

Celkové hodnocení práce

Téma práce. Vzhledem k tomu, že M. Poppr (nad rámec studijního oboru) absolvoval přednášku z Riemannovy geometrie I, spatřuji náročnost tématu za přiměřenou.

Vlastní příspěvek. Příspěvek autora spočívá v přehledném a stručném zpracování tématu. Snažil se minimalizovat počet kroků vedoucích k důkazu zmíněné věty Killinga a Hopfa. Dále jde o přesnost v podání partie o variačních polí, zejména o jejich definici pomocí tečných zobrazení (push-forwardů). Výpočet sekcionální křivosti kulaté sféry obecné dimenze probíhá uvedením dostatečných důvodů z lineární algebry a tenzorového kalkulu pro to, aby se ukázalo, že stačí sekcionální křivost spočítat pro dvourozměrnou sféru. (Odůvodnění redukce bývá někdy v literatuře opomíjeno.)

Dále je uveden úplný důkaz neexistence Lorentzovy metriky na sféře v R^3, která je pokládána za obecně známé tvrzení a za přímočarý důsledek věty o "neučesatelnosti" sfér sudé dimenze. O přímočarosti možného důkazu lze však pochybovat. Jde o obejití obtíže ve formulaci "spojité závislosti vlastních vektorů" symetrických diferenciálních 2-forem. Vlastní vektor není jednoznačný ani na úrovni matic. Vhodná formulace nalezena v Kato, T. A short introduction to perturbation theory for linear operators. Springer-Verlag, 1982.

Matematická úroveň. Matematickou úroveň práce považuji za velmi dobrou Práce obsahuje korektně a rigorózně zformulovaný matematický text ve větách, lemmatech, definicích a příkladech.

Práce se zdroji. Práce se zdroji je korektní a pečlivá. Pokud mohu posoudit, práce neobsahuje zkopírované či doslovně přeložené části. Práce je převážně rešeršní povahy.

Formální úprava. Formální úprava práce je velmi dobrá.

Závěr

Práci považuji za velmi dobrou a doporučuji ji uznat jako bakalářskou práci.

Doc. Mgr. RNDr. Svatopluk Krýsl, Ph.D.
Matematický ústav Univerzity Karlovy
MFF UK

5. června 2018