

Oponentský posudek na diplomovou práci

Kristýna Zemková: Composition of quadratic forms over number fields

V předložené diplomové práci si autorka klade za cíl dokázat *Cube Law* pro Bhargavovy krychle a odvodit jejich skládání v situaci, kdy jejich vrcholy nejsou celá čísla, ale obecně prvky okruhu \mathcal{O}_K celých algebraických čísel nějakého vhodného číselného tělesa K . K tomu, abychom vůbec mohli formulovat *Cube Law*, by bylo zapotřebí definovat skládání kvadratických forem s koeficienty z \mathcal{O}_K a to tak, abychom pro $K = \mathbb{Q}$ dostali obvyklé Gaussovo skládání forem. Tomu se však diplomantka celkem elegantně vyhne tím, že od kvadratických forem přejde k ideálům. Část práce je proto věnována popisu této korespondence a diskuzi nutných podmínek, za kterých tato korespondence existuje.

Předložená práce je psána anglicky a je rozdělena do čtyř kapitol. První kapitola zavádí základní pojmy a definice týkající se kvadratických forem a ideálů. Těžištěm práce je pak druhá a třetí kapitola. Ve druhé kapitole je popsána bijekce mezi grupou tříd forem \mathcal{Q}_D a relativní orientovanou grupou tříd ideálů $\mathcal{C}_{L/K}^o$ pro kvadratické rozšíření L/K číselného tělesa K , jehož úzká třídivá grupa je triviální. Ve třetí kapitole je pak s využitím této bijekce dokázán *Cube Law* a odvozeno skládání Bhargavových krychlí, jejichž vrcholy jsou prvky \mathcal{O}_K . Celá práce je pak završena čtvrtou kapitolou, která se zabývá vztahem mezi třídivými grupami. Zejména je zde dokázána existence jednotek všech znamének za předpokladu, že úzká třídivá grupa je triviální. Nelze nezmínit, že obsah druhé a třetí kapitoly jsou vlastní výsledky autorky.

Práce má dobrou grafickou úpravu, je psaná přehledně, čtivě a srozumitelně. V celém textu jsem nenalezl žádné chyby, vyjma dvou nepodstatných drobností, které zde uvádím:

- V důkazu Lemmatu 2.2. na straně 18 má být $(\frac{u}{2})^2 - D_\Omega (\frac{v}{2})^2$ místo $(\frac{u}{2})^2 + D_\Omega (\frac{v}{2})^2$.
- Myslím si, že v tabulce na straně 40 by argument funkce τ měl být $-df^2g$ pro $ijk = 121$ a $-dfg^2$ pro $ijk = 112$. Tyto navrhované úpravy však nemají žádný vliv na hodnoty b_{ijk} .

Vzhledem k výše uvedenému rozhodně doporučuji předloženou práci uznat jako diplomovou a navrhuji ji hodnotit stupněm *výborně*.

V Brně, dne 3.6.2018

Pavel Francírek