

Posudek diplomové práce

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy

Autor práce Martin Čech

Název práce Předstírající přístup k analytické teorii čísel

Rok odevzdání 2018

Studijní program Matematika **Studijní obor** Matematické struktury

Autor posudku Jaroslav Hančl **Role** oponent

Pracoviště Katedra Aplikované Matematiky

Text posudku:

Diplomová práce shrnuje výsledky tzv. předstírajícího přístupu v analytické teorii čísel, a to především při důkazu prvočíselné věty, ale také při studii výskytu prvočísel v aritmetických posloupnostech. Výsledky jsou porovnávány se stávajícími metodami teorie čísel.

Předstírající přístup k analytickým problémům teorie čísel je metoda, která vznikla v posledních dvou dekadách, a jejím cílem je dokázat známé výsledky teorie čísel jednodušeji, elementárněji a bez použití analytického pokračování funkcí. Jedním ze stěžejních příkladů využití je důkaz prvočíselné věty, který vyžaduje analytické pokračování Riemannovy zeta funkce $\zeta(s)$.

První čtyři kapitoly se věnují shrnutí poznatků o aritmetických funkcích, Dirichletových L -funkcích, hustotě prvočísel a nakonec i důkazu klasické prvočíselné věty ve tvaru

$$\pi(x) = \int_2^x \frac{1}{\log t} dt + O(xe^{-K(\log x)^{1/10}}).$$

Jedná se o standartní důkaz využívající Perronovu formuli a Cauchyho větu o zbytku.

Druhá část je věnována předstírající metodě a je hlavně založená na výsledcích pánů A. Granville a K. Soundararajan. V práci je definována vzdálenost D dvou funkcí

$$D^2(f, g, x) = \sum_{p \leq x} \frac{1 - \Re(f(p)\overline{g(p)})}{p},$$

kde poslední suma je přes všechna prvočísla $p \leq x$. Trojúhelníková nerovnost pro vzdálenost D je pak použita k důkazu Halászovy věty. Tato věta charakterizuje všechny multiplikativní funkce se střední hodnotou blízko nule, a tedy podává staronový důkaz prvočíselné věty. Důkaz Halászovy věty je značně technický a obtížný. Poslední sekce je věnována aplikacím na řadu dalších problémů analytické teorie čísel.

Práce je koncipována jako komprimace a představení poměrně nové metody. Proto neobsahuje žádné nové výsledky, což je poměrně škoda. Ač v současné teorii čísel je těžké něco vymyslet, uvítal bych, kdyby se autor pokusil o nějaké vlastní výsledky. Na druhé straně je dané téma velmi

obtížné a jenom pochopení hlavní myšlenky nového přístupu a dalších aplikací může zabrat nemálo času.

Z jazykového pohledu je práce velmi dobře čitelná. Autor se bez problémů vyjadřuje v cizím jazyce, a ani občasné copy-paste překlady neruší při čtení. Snad jen v několika delších popisných pasážích jsou souvětí mírně složitější na rozluštění.

Celkové zpracování práce se mi zdá dostatečně pečlivé, práce je psána jasně a srozumitelně a překlepů je minimum. Drobné jazykové chyby se objevují o něco častěji, ale vůbec nebrání celkovému porozumění textu.

Práci doporučuji k obhajobě a navrhuji známku 1. Práci nenavrhuji na zvláštní ocenění.

V Praze dne 7. 6. 2018

Jaroslav Hančl