Oponentní posudek diplomové práce: Enumeration of polyomino fillings

autor práce: Mark Karpilovskij

Práce pana Karpilovského je v anglickém jazyce a zabývá se bijekcemi mezi jistými množinami vyplnění tzv. *šikmých Ferrersových diagramů*. Ferrersův diagram je známé grafické znázornění číselného rozkladu, zde s velikostmi částí ve sloupcích zarovnaných vlevo, a vynecháním menšího F. diagramu (v levém horním rohu) ve větším dostáváme šikmý (skew) F. diagram. Příkladem je šikmý F. diagram S^{forb} ve tvaru 3×3 tabulky s vyříznutým levým horním a pravým dolním rohem. *Řídké vyplnění* šikmého F. diagramu je vepsání 0 či 1 do jeho buněk tak, že každý řádek i sloupec obsahuje nejvýše jednu 1. Šikmý F. diagram S *neobsahuje* S^{forb}, pokud S^{forb} nelze získat z S vypuštěním některých řádků nebo sloupců. *SE-řetěz* v řídkém vyplnění šikmého F. diagramu S je taková klesající posloupnost jedniček v S, že nejmenší ji obsahující obdélník leží celý v S. Podobně se definuje *NE-řetěz* pomocí rostoucí posloupnosti.

Nyní již můžeme zformulovat hlavní výsledek diplomové práce, Větu 2.2. Nechť S je šikmý F. diagram neobsahující S^{forb}, $l > 0$ je celé číslo, a r (resp. c) je 0-1 posloupnost s délkou rovnou šířce S (resp. výšce S). Pak

$$\text{množiny } \mathcal{F}^{NE}(S, l, r, c) \text{ a } \mathcal{F}^{SE}(S, l, r, c) \text{ jsou v bijekci },$$

přičemž první množina sestává z těch řídkých vyplnění S, v nichž jsou výskyty 1 ve sloupcích (resp. řádcích) dány vektorem r (resp. c) a nejdelší NE-řetěz má délku l, a podobně pro druhou množinu. Věta zobecňuje výsledek Ch. Krattenthalera z r. 2006, který ji dokázal v případě klasických (nikoli šikmých) F. diagramů.

Po Úvodu první kapitola “Preliminaries” podává nezbytné definice, kterých není úplně málo. Druhá kapitola “A bijection between fillings of special skew diagrams” uvádí hlavní výsledek (Věta 2.2) a jeho důkaz pomocí zobecnění Krattenthalerovy techniky růstových diagramů. Třetí kapitola “General 0–1 fillings avoiding a chain of length 2” zobecňuje výsledek diplomantova školitele z r. 2008, dokazuje se, že v každém šikmém F. digramu je počet obecných vyplnění neobsahujících NE-řetězec délky 2 alespoň takový, jako v případě SE-řetězce (ve Větě 3.2 je formulován, a pak dokázán, ještě přesnější, bijektivní, výsledek). V Závěru je po shrnutí uvedena hypotéza o dominanci počtu ř. vyplnění daného š. F. diagramu S bez NE-řetězce délky l nad analogickým počtem v případě SE-řetězce. Věta 2.2 je částečným výsledkem a počátečním krokem k důkazu této hypotézy.

Práce pana Karpilovského je na dobré jazykové úrovni a na výborné odborné úrovni — dosáhl výsledků, které si patrně zaslouží publikaci v časopise. Neobjevil jsem v ní žádné závažnější nedostatky. Jen pár překlepů: na str. 2 na ř. -2 chybí “are”, na str. 6, ř. 8 místo “are” má být “is”.

Doporučuji práci uznat jako diplomovou a hodnotit ji známkou **výborně**.

V Praze dne 29. 5. 2018 Doc. RNDr. Martin Klazar, Dr.