Posudek diplomové práce

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy

Autor práce	Bc. Mark Karpilovskij
Název práce	Enumeration of Polyomino Fillings
Rok odevzdání	2018
Studijní program	Informatika **Studijní obor** Diskrétní modely a algoritmy

Autor posudku	Doc. RNDr. Vít Jelínek, Ph.D. **Role** vedoucí
Pracoviště	IÚ UK

Text posudku:

Práce se zabývá kombinatorickými otázkami z oblasti vyplnění polyomin bez zakázaných vzorů. Tato oblast je motivována zejména souvislostí s enumerací permutací bez zakázaných vzorů. Dosavadní výsledky v této oblasti se týkaly zejména polyomin speciálního typu, zejména tzv. Ferrersových diagramů. Jeden z klíčových dosavadních výsledků v této oblasti říká, že pro libovolný Ferrersův diagram platí, že počet jeho vyplnění bez klesajícího řetězce délky k je stejný jako počet vyplnění bez rostoucího řetězce délky k. Cílem práce bylo odvodit obdobné výsledky pro složitější polyomina, známá v anglické literatuře jako "skew shapes" (česky by se jim mohlo říkat "kosé útvary").

Autor ve své práci získal dva nové, dle mého soudu velmi hodnotné kombinatorické výsledky. Oba tyto výsledky obsahují nové dosud neznámé identity mezi počty vyplnění polyomin bez zakázaných vzorů. Očekávám, že tyto výsledky budou publikovány v kvalitním odborném časopise.

První z dosažených výsledků, popsaný ve druhé kapitole práce, ukazuje, že výše zmíněná rovnost mezi počty vyplnění Ferrersových diagramů bez klesajících a rostoucích řetězců se dá zobecnit na libovolný kosý útvar neobsahující jistý podútvar tvaru 3×3. Důkaz je založený na induktivním argumentu, který netriviálně kombinuje několik dříve známých bijektivních transformací mezi vyplněními polyomin.

Druhý hlavní výsledek práce je představen v kapitole 3. Jedná se o bijekci mezi vyplněními libovolného kosého útvary neobsahujícími rostoucí řetězec délky 2 a vyplněními téhož útvaru neobsahujícími dva zakázané vzory, z nichž jeden je klesající řetězec délky 2. I tato bijekce je poměrně netriviální.

Práce je psaná anglicky, což je vhodná volba i vzhledem k tomu, že získané výsledky budou zřejmě publikovány časopisecky. Po jazykové a typografické stránce je práce velmi kvalitní. I matematická argumentace je většinou dostatečně podrobná a srozumitelná, vhodně doplněná ilustracemi. Pouze u několika techničtějších pasáží v kapitole 3 jsem našel některé drobné nepřesnosti, případně nedostatečně podrobné argumenty, které by však neměly mít vliv na celkovou korektnost. (Konkrétní seznam těchto nepřesností uvádím níže.)

Moje hlavní výhrada se týká toho, že práce obsahuje jen velmi stručný úvod a přehled dosavadních výsledků a neobsahuje podrobnější vysvětlení motivace zkoumaných otázek. Čtenář, který není podrobně obeznámen se studovanou oblastí (což většina čtenářu není), pak stěží může pochopit, jaký je smysl studia těchto otázek. Konkrétně si myslím, že autor měl podrobněji vysvětlit souvislost mezi vyplněními polyomin a oblastí enumerace permutací bez zakázaných vzorů, a zejména souvislost mezi vyplněními kosých útvarů a Wilfovým uspořádáním permutačních vzorů.

Navzdory těmto výhradám soudím, že předložená práce, zejména díky svému vědeckému přínosu, splňuje požadavky kladené na diplomovou práci. Doporučuji tedy práci pana Karpilovského uznat jako diplomovou.

Práci doporučuji k obhajobě.

Práci nenavrhuji na zvláštní ocenění.

Zde uvádím několik překlepů a nepřesných formulací, jichž jsem si v textu všiml.

- Strana 2: místo 'singleton class' se v literatuře užívá označení 'principal class'.
- Strana 3, druhý odstavec: pojmy 'up-right border' a 'right-up border' u Ferrersových diagramů by se měly vysvětlit. Přišlo by mi přirozenější jim říkat spíš 'top-left border' a 'bottom-right border'.
- Strana 4, poslední řádek sekce 1.2: označení '$y = x$ line' je nejednoznačné. Většina lidí by si asi představila přímku $y = x$ v kartézských souřadnicích, ale v textu se patrně myslí klesající diagonální přímka.
- Strana 4, první řádek sekce 1.3: skew diagram má být kurzívou.
- Strana 6, polovina prvního odstavce: 'the smallest rectangle [...] are contained in the polyomino' má být 'the smallest rectangle [...] is contained in the polyomino'.
- Strana 15, řádek -3: $\mathcal{F}^{NE}$ je špatně vysázeno.
- Strana 17, 4. řádka důkazu L. 2.10: exactlya_i -> exactly a_i.
- Strana 17, 2. odstavec důkazu Theorem 2.2: ta věta 'The current filling of F_i of course belongs to ...' v této podobě není pravdivá, protože vyplnění F_i nemusí obsahovat NE-řetězec délky l. Měl byste přeformulovat ten důkaz, nebo přizpůsobit definici těch množin $\mathcal{F}^{NE}(\ldots)$, aby obsahovaly vyplnění s max. délkou NE-řetězce nejvýš l místo právě l.
- Strana 19, řádek pod Theorem 3.1: striktně vzato Theorem 3.2 není 'stronger claim' ve srovnání s Theorem 3.1.
- Strana 21, 2. řádek třetího odstavce: chybí závorky v $\mathcal{G}_i(S)$.
- Na straně 22 v odstavci na ř. 5-16, by bylo vhodné ještě podotknout, proč vyplnění z množiny $\mathcal{G}_i^1$ splní i podmínku kladenou na $\mathcal{G}_{i+1}^1$. V textu se pouze ověřuje, že splňuje podmínky na $\mathcal{G}_{i+1}$.
- Na straně 23 ve druhém odstavci by se měla uvážit i možnost, že dolní konec NE-řetězce je vlevo od A. Zdá se, že se zde uvažuje jen možnost, že ten dolní konec je pod A. Podobně ve čtvrtém odstavci by se mělo zdůvodnit, proč musí horní dva prvky z 132 být uvnitř M, a proč nemůže například jeden z nich být vlevo od M.

V Praze dne 28. 05. 2018

Podpis: