



MATEMATICKO-FYZIKÁLNÍ  
FAKULTA  
Univerzita Karlova

Posudek diplomové práce

Posudek školitele

Autor:	Bc. Tomáš Toufar
Název práce:	Tomaszewski's conjecture
Školitel:	doc. Mgr. Robert Šámal, Ph.D.
Rok odevzdání:	2018

Tomáš Toufar se ve své práci zabývá Tomaszewského hypotézou. Jedná se o domněnku z elementární geometrické pravděpodobnosti: pro libovolnou nadrovinu procházející počátkem leží alespoň polovina vrcholů krychle  $\{\pm 1\}^n$  ve vzdálenosti nejvýše 1. Přes elementární znění jde o domněnku přes 30 let starou s několika publikovanými příspěvky s částečným řešením (např. se místo  $1/2$  vrcholů prokáže blízkost  $3/8$  vrcholů). Díky své elementárnosti se jedná o velice lákavé tvrzení, které by mělo aplikace v různých oborech.

V předložené práci Toufar napřed shrnuje dosud známé částečné výsledky a pak se pouští do řešení problému pro speciální typ nadrovin: takové, jejichž normálový vektor má všechny souřadnice stejné, až na jednu. To je zajímavá třída: obsahuje nekonečně mnoho případů, kde se hranice  $1/2$  nabývá přesně, a dává tedy naději na úplné řešení.

Specializace na skoro-uniformní případ umožňuje přímočarý postup: vzdálenost od nadroviny se napíše jako jistá suma kombinačních čísel, zbývá tedy „jen“ ji dostatečně přesně odhadnout. To se ukazuje jako nečekaně těžký problém, v zásadě proto, že hranice  $1/2$  se v některých případech nabývá. Standardní odhady kombinačních čísel proto zcela selhávají. Student samostatně nastudoval pokročilý článek McKaye, kde se upřesňuje Littlewoodův odhad na součet kombinačních čísel. Po sérii technicky náročných a netriviálních odhadů našel řešení problému pro dostatečně velké dimenze. To sice ještě neřeší problém v celé obecnosti, ale kdyby se podařilo najít efektivní odhad na to, jak velké dimenze jsou potřeba, bylo by možné v kombinaci s konečným počítačovým ověřením takto hypotézu vyřešit pro všechny dimenze a skoro-uniformní vektory. Další teoretický rozbor by pak mohl ukázat, že skoro-uniformní vektory jsou nejhůřší, tj. pro libovolný jiný vektor lze najít vektor skoro-uniformní se stejným počtem blízkých vrcholů.

T. Toufar pracoval samostatně a iniciativně. Vhodně kombinoval počítačové experimenty s teoretickými úvahami, samostatně nastudoval McKayův článek o odhadu kombinatorických sum a úspěšně postup dotáhl do konce, i přes odstrašující komplikovanost použitých odhadů. Přitom nezapomínal na celkový pohled: jaký význam mají získané částečné výsledky pro původní problém.

**Doporučení:** S ohledem na výše uvedené navrhuji práci přijmout jako diplomovou práci a hodnotit známkou **výborně**.

V Deveru dne 2.6.2018

Robert Šámal