

Univerzita Karlova
Matematicko-fyzikální fakulta

Diplomová práce

Jan Procházka

Optické vlastnosti vázaných kvantových jam v magnetickém poli

Fyzikální ústav Univerzity Karlovy

Vedoucí diplomové práce: *Doc. RNDr. Roman Grill, CSc.*

Studijní program: *Optika a Optoelektronika*

Poděkování:

Velice děkuji vedoucímu diplomové práce panu Doc. RNDr. Romanu Grillovi, CSc. za vedení práce, odborné konzultace problémů a rady k jejich řešení. Dále děkuji panu Mgr. Milanovi Orlitovi, PhD. za pomoc při experimentální části a následně za konzultace výsledků. Rovněž děkuji panu Doc. RNDr. Milanovi Zvárovi, CSc. za pomoc při experimentu a panu Doc. RNDr. Pavlu Hlídce, CSc. za pomoc s experimentálním uspořádáním.

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem svou diplomovou práci napsal samostatně a výhradně s použitím citovaných pramenů. Souhlasím se zapůjčováním práce.

V Praze dne

Obsah

1	Úvod	9
I	Teoretická část	11
2	Kvantový popis potenciálové jámy	13
2.1	Pravoúhlá potenciálová jáma	13
2.2	Dvojitá pravoúhlá kvantová jáma	15
3	Reálné kvantové jámy	17
3.1	Používané materiály a technologie	17
3.2	Vlastnosti a struktura sloučenin $A^{III}B^V$	17
3.3	Vlastnosti GaAs, AlAs a $Ga_{1-x}Al_xAs$	21
3.4	Popis a vlastnosti heteropřechodů	21
3.5	Metoda obáلكové funkce	22
3.6	Ben Daniel-Dukeův model	23
3.7	Děrové stavy v kvantových strukturách	25
3.8	Kvantová aproximace versus reálný systém	26
4	Kvantové struktury v elektrickém poli	29
4.1	Elektrické pole podélné- \parallel	29
4.2	Elektrické pole příčné $-\perp$	30
4.3	Metoda těsné vazby	33
5	Kvantové struktury v magnetickém poli	35
5.1	Magnetické pole příčné- \perp	35
5.2	Magnetické pole podélné- \parallel	36
5.3	Metoda těsné vazby pro podélné magnetické pole	36
6	Vícečásticové systémy	43
6.1	Exciton v systému 3D	43
6.2	Exciton v systému 2D	44
6.3	Excitony v DQW	45
6.4	Dopované heterostruktury	47

7 Zeemanův jev	49
7.1 Zeemanovo štěpení obecně	49
7.2 Landého g -faktor pro elektrony a díry v GaAs/AlGaAs	50
7.3 Landého g -faktor excitonů v GaAs/AlGaAs	51
7.4 Landého g -faktor trionu v GaAs/AlGaAs	52
II Experimentální část	55
8 Experimentální uspořádání aparatury a vzorky	57
8.1 Experimentální uspořádání	57
8.2 Vzorek tp810	59
8.3 Vzorek tp313	60
9 Experimentální výsledky, vzorek tp810	61
9.1 Spektra vzorku tp810 v elektrickém poli	61
9.2 Spektra vzorku tp810 v elektrickém a magnetickém poli	63
9.3 Polarizační spektra vzorku tp810 v elektrickém a magnetickém poli	67
10 Experimentální výsledky vzorek tp313	71
10.1 Spektra vzorku tp313 v elektrickém poli	71
10.2 Spektra vzorku tp313 v elektrickém a magnetickém poli	77
10.3 Polarizační spektra vzorku tp313 v elektrickém a magnetickém poli	81
11 Závěr	87

Název práce: *Optické vlastnosti vázaných kvantových jam v magnetickém poli*

Autor: *Jan Procházka*

Katedra (ústav): *Fyzikální ústav Univerzity Karlovy v Praze*

Vedoucí diplomové práce: *Doc. RNDr. Roman Grill, CSc.*

e-mail vedoucího: *grill@karlov.mff.cuni.cz*

Abstrakt: Předložená práce se zabývá studiem fotoluminescence dvojitě kvantové jámy. Jámy jsou tvořeny materiálem GaAs v systému GaAlAs a předmětem studia je luminescence, způsobená rekombinací excitonů a trionů. Je zkoumán vliv elektrického a magnetického pole na existenci těchto částic a jejich luminescenci, a to pro různou teplotu, excitační energii a orientaci magnetického pole. Nejprve je předložen teoretický model částice v heterostrukturách. Další modely popisují vliv elektrického a magnetického pole a nakonec je analyzován Zeemanův jev pro sledované částice. Při těchto měřeních studujeme chování Landého g -faktoru pozorovaných částic v příčném magnetickém poli. Dále pozorujeme vliv podélného magnetického pole na nepřímý exciton. V práci se také zabýváme vznikem stínícího náboje na vzorku v elektrickém poli. Experimentální měření navazují na měření a výsledky Fyzikálního ústavu UK v oblasti vázaných kvantových jam, které byly provedeny v minulosti. K nejvýznamnějším výsledkům patří pozorování nepřímé závislosti velikosti g -faktoru na šířce kvantové jámy a silná závislost g -faktoru přímého excitonu na elektrickém poli v okolí rezonance. Za pozornost stojí též zjištěné nabíjení kvantových jam při podgapové excitaci.

Klíčová slova: Fotoluminescence, Dvojitá kvantová jáma, GaAs/GaAlAs, Exciton a Trion, Landého g -faktor.

Title: *Optical Properties of Coupled Quantum Wells in Magnetic Field*

Author: *Jan Procházka*

Department: *Institute of Physics, Charles University in Prague*

Supervisor: *Assoc. Prof. Roman Grill, PhD.*

Supervisor's e-mail address: *grill@karlov.mff.cuni.cz*

Abstract: The work describes photoluminescence of double quantum wells. These quantum wells are produced from material GaAs in system of GaAlAs. We measure luminescence caused by recombination of excitons and trions. The influence of electric and magnetic fields on existence of these particles is investigated with respect to their photoluminescence at different temperature, excitation energy and orientation of magnetic field. Theoretical model of particles in heterostructures is propounded. Other models describe influence of electric and magnetic fields on the particles. Finally, Zeeman effect is analysed for excitons and trions observed. At these measurements we study Landé g -factor of particles in perpendicular magnetic field. We investigate the influence of longitudinal magnetic field on indirect excitons and the screening of applied electric field. The measurements represent the continuation of this research done in the Institute of Physics, Charles University in past. The most important results are indirect dependence of the g -factor on the quantum well width and a strong dependence of the g -factor of direct excitons near resonance on electric field. There is also noticeable effect of the charging of quantum wells observed at the excitation below the gap energy.

Keywords: Photoluminescence, Double Quantum Wells, GaAs/GaAlAs, Exciton, Trion and Landé g -factor.

Kapitola 1

Úvod

Dvoj-rozměrný kvantové systémy přitahují pozornost odborné veřejnosti od jejich první konstrukce v roce 1973. Tyto systémy vykazují mnoho zajímavých a unikátních fyzikálních vlastností, například vysokou pohyblivost elektronů, celočíselný a zlomkový kvantový Hallův jev, jevy spojené se spin-orbitální interakcí atd. Proto byly podrobeny intenzivnímu výzkumu. Řada technik jako fotoluminescence nebo fotovodivost byla použita k dosažení užitečných a významných výsledků. Dvoj-rozměrné kvantové systémy též slibují využití v mnoha technických aplikacích. Některé jsou již využívány, například v případě tranzistorů nebo laserů a podobně. Na světě je mnoho pracovišť zabývajících se touto problematikou. Základním výzkumem těchto zajímavých kvantových struktur se zabývá i Fyzikální Ústav Univerzity Karlovy ve spolupráci s Fyzikálním ústavem AVČR a Institutem Technické Fyziky I. na Friedrich-Alexander University v Erlangenu.

Pod slovy "Dvoj-rozměrné kvantové struktury" si můžeme představit širokou třídu systémů obsahujících jak jednotlivé tak i vícenásobné kvantové jámy. Hlavním cílem předložené diplomové práce je studium fotoluminescenčních spekter dvojitých kvantových jam v systému GaAs/GaAlAs v závislosti na vnějším elektrickém a magnetickém poli, teplotě a intenzitě a vlnové délce excitace. Ze spekter polarizačních měření v příčném magnetickém poli, dále odvozujeme některé charakteristiky částic, například Landého g-faktor excitonů a trionů.

I

Teoretická část

Kapitola 2

Kvantový popis potenciálové jámy

Za potenciálovou jámu považujeme libovolný systém, který je charakterizován 2D-translační symetrií. Jámu pak označujeme jako potenciálovou kvantovou jámu, jestliže se potenciál tohoto systému mění ve směru osy kolmé k rovině symetrie s charakteristickou vzdáleností srovnatelnou s de Broglieho vlnovou délkou částice, jejíž pohyb v systému sledujeme. Potenciály kvantových jam mají často tvar parabolický nebo trojúhelníkový, nejčastěji však pravoúhlý. Jejich tvary jsou ovlivněny technickými a technologickými možnostmi přípravy vzorků. Pohyb částice v těchto potenciálech představuje jednu ze základních úloh kvantové mechaniky, u které předpokládáme existenci vázaných stavů částice.

Matematicky úlohu řešíme pomocí jedno-rozměrné Schrödingerovy rovnice, kde kvantově neomezený pohyb v rovině 2D-translační symetrie neuvažujeme. Rovněž dodržujeme obvyklou konvenci, ve které osa z je vždy osou kolmou na rovinu 2D-translační symetrie systému.

2.1 Pravoúhlá potenciálová jáma

Ukážeme si řešení pohybu částice o hmotnosti m v jedno-rozměrné pravoúhlé potenciálové jámě o hloubce V_0 a šířce d , na obrázku 2.1. Hamiltonián částice v systému pravoúhlé potenciálové jámy v souřadnicové reprezentaci je dán vztahem

$$H = \frac{P_z^2}{2m} + V(z), \quad (2.1)$$

kde $V(z) = 0$ pro $|z| \geq d/2$ a $V(z) = -V_0$ pro $|z| < d/2$. Vzhledem k tomu, že hamiltonián nezávisí na čase t explicitně, můžeme vlnovou funkci separovat na část závislou na t a na část závislou na z . Separace proměnných je vyjádřena vztahem

$$\psi(z, t) = \chi(z)\varphi(t). \quad (2.2)$$

Tuto vlnovou funkci dosadíme do časové Schrödingerovy rovnice

$$i\hbar \frac{\partial \psi(z, t)}{\partial t} = H\psi(z, t). \quad (2.3)$$

Po vyřešení časové Schrödingerovy rovnice dostaneme tvar časové části vlnové funkce

Obr 2.1: Dva nejnižší energetické stavy pravoúhlé QW, převzato z [3]

$$\psi(z, t) = e^{-\frac{i}{\hbar}Et} \chi(z). \quad (2.4)$$

Prostorovou část vlnové funkce získáme dosazením do nečasové Schrödingerovy rovnice

$$H\chi(z) = E\chi(z). \quad (2.5)$$

Nečasová Schrödingerova rovnice po dosazení za hamiltonián je vyjádřena vztahem

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dz^2} + V(z) \right] \chi(z) = E\chi(z). \quad (2.6)$$

Symbol \hbar , označuje redukovanou Planckovu konstantu ($\hbar = 1.054610^{-34}$ J s). Vzhledem k tomu že potenciál je symetrický se středem symetrie v počátku (hamiltonián komutuje s operátorem inverze), můžeme hledat funkci $\chi(z)$ jako lichou nebo sudou. Na funkci $\chi(z)$ klademe dva požadavky:

- spojitost funkcí $\chi(z)$ a $\frac{d\chi(z)}{dz}$ pro $z \in (-\infty, \infty)$,
- omezenost funkce $\chi(z)$ pro $z \rightarrow \pm\infty$.

Aplikací těchto podmínek na vlnovou funkci obdržíme povolené energetické hladiny systému. V našem studiu se zajímáme o vázané stavy částice, tj. stavy s energií $E < 0$. Počet těchto stavů n je dán podmínkou

$$n(V_0, d) = 1 + \text{Int} \left[\sqrt{\frac{2mV_0d^2}{\pi^2\hbar^2}} \right], \quad (2.7)$$

kde funkce $\text{Int}[\dots]$ znamená celou část, tj. zaokrouhlí argument dolů na celé číslo. Je vidět, že počet vázaných stavů závisí na hmotnosti částice a na rozměrech kvantové

jámy V_0 a d . Vždy však existuje alespoň jeden vázaný stav. Jedná se o stav se sudou paritou. Liché funkci uvnitř jámy odpovídá funkce sinus a sudé funkci odpovídá funkce kosinus, mimo jámu pak v obou případech funkce exponenciálně klesá. Na obrázku 2.1 jsou zobrazeny dva energeticky nejnižší stavy, lichý a sudý.

2.2 Dvojitá pravoúhlá kvantová jáma

Pro hledání vlnové funkce pro dvojitou kvantovou jámu použijeme přiblížení založené na často používané metodě těsné vazby. Obě kvantové jámy považujeme za potenciálové kvantové jámy. Každou z nich popíšeme potenciálem $V(L)$ a $V(R)$. Tyto potenciály mohou být obecně libovolného tvaru, ne jen pravoúhlého jako v předchozím případě. Vlnová funkce je lineární kombinací vlnových funkcí jednotlivých jam

$$|\psi\rangle = \sum_{\nu} (\alpha_{\nu}|L_{\nu}\rangle + \beta_{\nu}|R_{\nu}\rangle) \quad (2.8)$$

a příslušný hamiltonián struktury má tvar

$$H = \frac{p_z^2}{2m} + V_L + V_R. \quad (2.9)$$

Stavy $|L_{\nu}\rangle$ a $|R_{\nu}\rangle$ jsou vlastní stavy hamiltoniánů izolovaných kvantových jam, levé L respektive pravé R jámy. Musíme si uvědomit, že suma (2.8) probíhá přes všechny vázané stavy obou jam. Do výpočtu se však zahrnujeme jen omezený počet vázaných stavů v obou jámách a vzdálenější hladiny zanedbáme. V dalších krocích předpokládáme že se jedná o symetrickou dvojitou kvantovou jámu SDQW. Dále přistoupíme k silné aproximaci, kdy bereme od každé jámy jen základní stav. Pro SDQW hledáme vlnovou funkci ve tvaru symetrické nebo antisymetrické kombinace jejich stavů

$$|\Psi_s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle + |R\rangle) \quad |\Psi_a\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle - |R\rangle). \quad (2.10)$$

Pro další výpočty je dobré si definovat parametry podle vztahů

$$\begin{aligned} c &= \langle L|V_R|L\rangle = \langle R|V_L|R\rangle, & r &= \langle L|R\rangle = \langle R|L\rangle, \\ t &= \langle R|V_R|L\rangle = \langle L|V_L|R\rangle, \end{aligned} \quad (2.11)$$

přičemž r nazýváme překryvovým integrálem, c krystalovým polem a t tunelovacím parametrem. Pro zvolenou definici platí podle [1], že $c, t < 0$. Řešením problému vyjádřeného vztahem

$$\det \begin{vmatrix} E_1^{QW} + c - E & (E_1^{QW} - E)r + t \\ (E_1^{QW} - E)r + t & E_1^{QW} + c - E \end{vmatrix} = 0 \quad (2.12)$$

potom dostaneme energii symetrického i antisymetrického stavu, vztah

$$E_{S,A} = E_0 \pm \frac{t}{1 \pm r} + \frac{c}{1 \pm r}, \quad (2.13)$$

Obr 2.2: Dva základní stavy SDQW symetrický a antisymetrický, převzato z [3]

ve kterém E_0 je energie základního stavu jednoduché izolované jámy, znaménko $+$ odpovídá symetrickému a znaménko $-$ odpovídá antisymetrickému stavu. Dále považujeme kvantové jámy za pravoúhlé, jako v předchozím případě. Potenciály pravoúhlých kvantových jam si vyjádříme ve tvaru $V_L = V(z + \frac{d+h}{2})$ a $V_R = V(z - \frac{d+h}{2})$, kde $V(z)$ představuje potenciál v hamiltoniánu (2.1) a h šířku bariéry. Na obrázku 2.2 jsou pro představu vyneseny dva základní stavy, symetrický a antisymetrický.

Dále se zaměříme na dvojitou pravoúhlou kvantovou jámu, která je vyobrazena na obrázku 2.2. Jestliže hledáme stacionární stavy, dostaneme řešení v oblastech mimo kvantové jámy jako exponenciální tlumení a v oblastech jam jako kombinaci goniometrických funkcí. Z požadavku spojitosti první derivace vlnových funkcí stavů dle Bastarda [2] dostaneme podmínku existence energetických hladin

$$2\cos(k_\omega d) + \left(\frac{k_b}{k_\omega} - \frac{k_\omega}{k_b}\right) \sin(k_\omega d) \mp \left(\frac{k_b}{k_\omega} - \frac{k_\omega}{k_b}\right) e^{-k_b h} \sin(k_\omega d) = 0, \quad (2.14)$$

kde

$$k_\omega = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(V_0 + E)}$$

a

$$k_b = \sqrt{-\frac{2mE}{\hbar^2}}.$$

Znaménko $-$ odpovídá symetrickému a $+$ antisymetrickému řešení.

Kapitola 3

Reálné kvantové jámy

Tato kapitola se zabývá možnými cestami realizace kvantových struktur, které při určité aproximaci odpovídají teoretickým modelům sledovaným v první kapitole. Dále uvedeme adekvátní popis reálných struktur, při kterém využijeme znalost objemových vlastností použitých materiálů.

3.1 Používané materiály a technologie

Kvantové jámy se realizují na polovodičových heteropřechodech. Většinou jde o kombinaci binárních a ternárních sloučenin III a V nebo II a VI skupiny periodické tabulky. Z II a VI skupiny to je například $\text{Hg}_{1-x}\text{Cd}_x\text{Te}/\text{HgTe}$. V práci se však věnujeme jen sloučeninám z III a V skupiny, a to $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}/\text{GaAs}$ s obvyklým molárním zlomkem $x = 0.3$. Výhodou uvedené kombinace je shoda mřížkových konstant materiálů pro různé hodnoty molárního zlomku, což je důležité pro minimální pnutí na rozhraní materiálů.

Sledované struktury se připravují epitaxními metodami, například MOCVD (Metal-Organic Chemical Vapour Deposition) nebo novější a přesnější metodou MBE (Molecular Beam Epitaxy - Molekulární Svazková Epitaxe). Schéma MBE je vidět na obrázku 3.1. Tyto technicky velmi náročné metody dokáží zhotovit vzorky s velmi přesně definovanou strukturou. Obě metody jsou podrobně popsány v [1].

3.2 Vlastnosti a struktura sloučenin A^{III}B^V

V dalším textu se zabýváme krystalovými vlastnostmi a pásovou strukturou polovodičových materiálů A^{III}B^V . Binární sloučeniny tohoto typu krystalizují ve sfaleritové struktuře (SF). Jedná se o strukturu tvořenou prolnutím dvou plošně centrovaných mřížek, které obsahují vždy jeden z prvků. Struktura sfaleritové mřížky nepatří mezi Bravaisovy mřížky, nýbrž je kombinací, jak bylo zmíněno, plošně centrovaných mřížek, které patří mezi Bravaisovy mřížky. U sloučenin A^{III}B^V jsou vazby tvořeny pro polovodiče klasickou kovalentní vazbou a částečně také vazbou iontovou. Důležitou roli tedy hraje interakce elektronů s optickými fonony. Ještě je třeba dodat, že podíl iontové vazby v tomto případě bývá mnohem menší než u sloučenin $\text{A}^{II}\text{B}^{VI}$.

Je známo, že krystalové vlastnosti mají přímý vliv na pásovou strukturu. Při řešení jedno-elektronové Schrödingerovy rovnice pro pohyb elektronu v periodickém

Obr 3.1: Jednoduché schéma MBE

potenciálu krystalu

$$\left[\frac{p^2}{2m_e} + V(\mathbf{r}) \right] \psi(\mathbf{r}) = \varepsilon \psi(\mathbf{r}), \quad (3.1)$$

u kterého čekáme, že vzhledem k translační symetrii je vlnová funkce ve tvaru Blochovy funkce

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} u_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r}). \quad (3.2)$$

Uvedená funkce je normalizovaná na objem V . Vektor \mathbf{k} lze tudíž brát z první Brillouinovy zóny (1.BZ) a celé řešení se periodicky opakuje v celém krystalu. Jelikož krystal je konečný, aplikujeme na funkci $\psi(\mathbf{r})$ Born-Karmanovy okrajové podmínky. V důsledku toho máme v 1.BZ konečné, pro celý krystal spočetné množství vektorů \mathbf{k} v k -prostoru. Do původní rovnice (3.1) započteme korekci na spin-orbitální interakci (ostatní relativistické korekce jako hmotnostní nebo Darwinovu korekci neuvažujeme). Po korekci dostaneme rovnici

$$\left[\frac{p^2}{2m_e} + V(\mathbf{r}) + \frac{1}{4m_0^2 c^2} (\boldsymbol{\sigma} \times \nabla V(\mathbf{r})) \cdot \mathbf{p} \right] \psi(\mathbf{r}) = \varepsilon \psi(\mathbf{r}). \quad (3.3)$$

Dosazením vztahu (3.2) do vztahu (3.3) a po úpravě dostaneme

$$\left[\frac{p^2}{2m_e} + V(\mathbf{r}) + \frac{1}{4m_0^2 c^2} (\boldsymbol{\sigma} \times \nabla V(\mathbf{r})) \cdot \mathbf{p} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} + \frac{\hbar}{m_0} \mathbf{k} \cdot \left(\mathbf{p} + \frac{\hbar}{4m_0 c^2} (\boldsymbol{\sigma} \times \nabla V(\mathbf{r})) \right) \right] u_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{n\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r}). \quad (3.4)$$

V prvním přiblížení pro pásovou strukturu materiálů typu $A^{III}B^V$ se často používá metoda založená na $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ aproximaci. Jde o poruchový rozvoj energie a vlnové funkce v \mathbf{k} v okolí určitého bodu 1.BZ. V našem případě volíme bod Γ . Rovnici (3.4) lze

Obr 3.2: Jednoduché schéma pásové struktury sloučeniny $A^{III}B^V$ v okolí bodu Γ

formálně přepsat do tvaru

$$[H(\mathbf{k} = 0) + W(\mathbf{k})] u_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \varepsilon_{n\mathbf{k}} u_{n\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \quad (3.5)$$

a poté řešit rovnici

$$H(\mathbf{k} = 0) u_{n\mathbf{0}} = \varepsilon_{n\mathbf{0}} u_{n\mathbf{0}}. \quad (3.6)$$

Člen $W(\mathbf{k})$ lze považovat za poruchu podle standardního poruchového počtu. Řešením nečasové Schrödingerovy rovnice (3.6) dostaneme funkce $u_{n\mathbf{0}}$ s příslušnou energií $\varepsilon_{n\mathbf{0}}$, neboli strukturu pásů v bodě Γ . Poruchový počet nám dá v prvním řádu korekci nulovou a v druhém řádu korekci pro nenulová k , tj. energetické hladiny ve tvaru daném vztahem

$$\varepsilon_{n\mathbf{k}} = \varepsilon_{n\mathbf{0}} + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_0} + \frac{\hbar^2}{m_0^2} \sum_{m \neq n} \frac{|\pi_{nm} \cdot \mathbf{k}|}{\varepsilon_{n\mathbf{0}} - \varepsilon_{m\mathbf{0}}}, \quad (3.7)$$

ve kterém

$$\pi_{nm} = \int_{\Omega} u_{n\mathbf{0}}^* \pi u_{m\mathbf{0}} d\Omega$$

a

$$\pi = \mathbf{p} + \frac{\hbar}{4m_0 c^2} (\boldsymbol{\sigma} \times \nabla V(\mathbf{r})).$$

Integrace přes Ω představuje integraci přes elementární celou krystalu. Ze vztahu (3.7) lze určit tenzor reciproké efektivní hmotnosti pro n -tý pás podle definice

$$\left(\frac{1}{\mu_n} \right)_{\alpha\beta} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 \varepsilon_{n\mathbf{k}}}{\partial k_\alpha \partial k_\beta}. \quad (3.8)$$

Abychom mohli kvalifikovaně popsat vlastnosti struktur materiálů typu $A^{III}B^V$ a typu $A^{II}B^{VI}$, musíme použít podrobnější analýzy pásové struktury v blízkosti zakázaného pásu, například Kaneův model, což je další zjednodušení oproti $\mathbf{k} \cdot \mathbf{p}$ aproxiaci. Kaneův model přesně diagonalizuje poruchu $W(\mathbf{k})$ pro konečný počet funkcí a proto ho dále rozvedeme. Krystaly sloučenin typu $A^{III}B^V$ mají relativně úzký zakázaný pás a také mají poměrně velkou vzdálenost mezi nejnižší ležícím vodivostním pásem a třemi nejvýše položenými pásy valenčními na jedné straně a všemi ostatními pásy na straně druhé. Vztah (3.7) ukazuje, že ostatní pásy mají na zakřivení uvažovaného pásu vliv nepřímo úměrný jejich energetické vzdálenosti. Na základě uvedené skutečnosti počítáme tudíž pouze s výše zmíněnými čtyřmi pásy a ostatní pásy zanedbáme.

Po započtení dvojnásobné degenerace zmíněných čtyř pásů dostáváme celkový počet osmi bázových funkcí v Kaneově modelu: $|S \uparrow\rangle$, $|X \uparrow\rangle$, $|Y \uparrow\rangle$, $|Z \uparrow\rangle$, $|S \downarrow\rangle$, $|X \downarrow\rangle$, $|Y \downarrow\rangle$ a $|Z \downarrow\rangle$. Matice poruchy $W(\mathbf{k})$ je tedy maticí 8×8 . Pásovou strukturu podle Kaneova modelu popisujeme třemi parametry P , ε_0 a Δ . Význam Δ a ε_0 plyne z obrázku 3.2. Parametr P je definován jako maticový element podle [2]

$$P = -\frac{i}{m_0} \langle S | p_x | X \rangle = -\frac{i}{m_0} \langle S | p_y | Y \rangle = -\frac{i}{m_0} \langle S | p_z | Z \rangle, \quad (3.9)$$

Výsledkem Kaneova modelu podle Bastarda [2] je struktura na obrázku 3.2. Pásy jsou zde dvakrát degenerované, avšak po započtení korekce na spin-orbitální interakci nelze hovořit o degeneraci spinové. Má to ovšem podobné důsledky. U jednotlivých pásů jsou uvedeny celkové momenty hybnosti příslušných stavů a jejich průměty do osy z . Výpočtem modelu ještě dostaneme hodnoty hmotností v bodě Γ pro všechny čtyři pásy

$$\begin{aligned} \frac{1}{m_e} &= \frac{1}{m_0} + \frac{4P^2}{3E_g} + \frac{2P^2}{3(E_g + \Delta)}, & \frac{1}{m_{so}} &= \frac{1}{m_0} - \frac{2P^2}{3(E_g + \Delta)}, \\ \frac{1}{m_{lh}} &= \frac{1}{m_0} - \frac{4P^2}{3E_g}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

V případě efektivní hmotnosti těžkých děr jednoduchý Kaneův model dává nedisperzní efektivní hmotnost $m_{hh} = m_0$. Jedná se známý nedostatek tohoto modelu, který lze odstranit zahrnutím vzdálenějších pásů do výpočtů [2]. Kaneův model pak dobře popisuje pásovou strukturu v blízkém okolí bodu Γ první BZ. Avšak srovnání výsledků s výsledky experimentů nejsou moc dobrá. Pro přesnější výsledky je třeba započítat i vzdálenější pásy.

Pro různé sloučeniny jsou v 1. BZ i další body, které je třeba uvažovat. Jako příklad lze uvést AlAs, což je polovodič s nepřímým zakázaným pásem a ε_0 u něj nepředstavuje šířku zakázaného pásu. Samotný Kaneův model dává správné výsledky jen v blízkém okolí bodu Γ , ale i pro jevy v této oblasti je nedostačující pro rozumný popis.

Mezi sloučeniny prvků III a V skupiny periodické tabulky patří i takzvané ternární polovodiče $A_{1-x}B_xC$. Vzhledem k náhodnému rozložení atomů prvků A a B v struktuře je jasné, že krystaly těchto sloučenin postrádají obvyklou translační symetrii. Tento problém se obvykle řeší aproximativním řešením. Zvolíme-li periodický potenciál krystalu ve tvaru

$$V_{A_{1-x}B_xC}(\mathbf{r}) = (1-x)V_{AC}(\mathbf{r}) + xV_{BC}(\mathbf{r}) \quad (3.11)$$

potom můžeme postupovat stejně jako v případě krystalu s dobře definovanou grupou symetrie. Výsledný potenciál tedy představuje vážený průměr mezi potenciály krystalů AC a BC.

3.3 Vlastnosti GaAs, AlAs a $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$

Vlastnosti sloučenin GaAs, AlAs a $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ jsou shrnuty v tabulce 3.1.

Tabulka 3.1: Vlastnosti sloučenin GaAs, AlAs a $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$.

sloučenina	GaAs	$\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$	AlAs
$\varepsilon_0 = \varepsilon_{\Gamma_6} - \varepsilon_{\Gamma_8}$ [eV]	1.5192	$1.5192+1.247x$ ($x < 0.45$)	3.13
a [nm]	5.6533	$5.6533+0.0078x$	5.6611
m_e/m_0	0.0665	$0.0665+0.0835x$	0.15
m_{lh}/m_0	0.094	$0.094+0.043x$	0.137
m_{hh}/m_0	0.34*	$0.34+0.42x$	0.76
m_{so}/m_0	0.15	$0.15+0.09x$	0.24
Δ [eV]	0.341		0.275
Zakázaný pás	Přímý	Přímý pro $x < 0.45$	Nepřímý

*Pouze střední hodnota, pás těžkých děr u GaAs není rotačně parabolický.

Tabulka vychází z pramenů [1, 2, 4]. Jednotlivé prameny se liší v některých hodnotách, zejména v hmotnosti děr. Tyto rozdíly jsou stálým předmětem diskusí. Uvedenou hodnotu ε_0 lze jako šířku zakázaného pásu brát pouze pro $x < 0.45$. Mimo mřížkové konstanty a platí hodnoty ostatních parametrů jen pro nízké teploty.

3.4 Popis a vlastnosti heteropřechodů

Technologie Epitaxních metod umožňují již několik let stavbu velice přesně definovaných materiálových rozhraní (tzv. heteropřechodů), jak tenkých vrstev tak i složitějších struktur. K popisu těchto struktur a k popisu pohybu elektronů v nich, používáme poznatky získané při studiu objemových krystalů. Předpokládáme, že heteropřechody pásovou strukturu zachovávají, ač v modifikované podobě. Pro popis navázání dvou pásů je klíčová veličina afinita $\tilde{\chi}$. Afinita je definována jako rozdíl mezi energetickými hladinami vakua a dna vodivostního pásu. Při znalosti afinity obou dvou materiálů heteropřechodu lze určit skok v profilu vodivostního pásu, vztah (3.12), i pásu valenčního, vztah (3.13),

$$\Delta E_C = \tilde{\chi}_1 - \tilde{\chi}_2 = \Delta \tilde{\chi}, \quad (3.12)$$

$$\Delta E_V = \Delta E_{Gap} - \Delta \tilde{\chi}, \quad (3.13)$$

kde ΔE_{Gap} představuje rozdíl šířek zakázaného pásu materiálů. Hodnoty skoků v profilech energetických pásů obecně nabývají kladné i záporné hodnoty. Proto můžeme připravovat jak potenciálové jámy, tak tunelovací bariéry. V předložené práci se zajímáme především o struktury na materiálech $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$. Experimentální hodnoty podílu $\Delta E_C/\Delta E_{Gap}$ pro $x < 0.45$ se podle práce [5] pohybují v rozsahu 50-75%. Pro molární zlomek $x = 0.3$ je obvykle udávaná hodnota 60% [1, 2].

Obr 3.3: Nedopovaný heteropřechod $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}/\text{GaAs}$ při teplotě 5K.

Heteropřechod v systému $\text{GaAs}/\text{Ga}_{0.7}\text{Al}_{0.3}\text{As}$ je také zobrazen na obrázku 3.3 a je doplněný o konkrétní parametry před vyrovnáním Fermiho mezí. Po ustanovení termodynamické rovnováhy se díky přesunu nosičů náboje, profil pásu zakřivuje. Typu kvantové jámy, kterou lze v našem případě sestavit, se říká kvantová jáma I. typu [1, 2]. Jde o potenciálovou jámu jak pro elektrony, tak pro díry.

3.5 Metoda obáلكové funkce

Dále se zabýváme dalšími zjednodušeními, která umožňují dostat přibližná analytická řešení jinak příliš složitého problému-pohybu elektronu v objemovém krystalu. S nejjednodušší aproximací jsme již pracovali. Šlo o takzvanou aproximaci efektivní hmotnosti. V okolí extrému v 1. BZ, třeba v bodě Γ , aproximujeme průběh pásu tří-rozměrným paraboloidem a považujeme částici za volnou s efektivní hmotností odpovídající zakřivení paraboloidu.

V této části se zabýváme jistým zobecněním uvedeného přístupu, a to metodou obáلكové funkce. Metoda umožňuje popis elektronových stavů v krystalu s datečným započtením neperiodického potenciálu $\Phi(\mathbf{r})$, který se mění pomalu v porovnání s mřížkovou konstantou krystalu. Po doplnění hamiltoniánu o tento potenciál se rovnice (3.1) změní na tvar

$$\left[\frac{p^2}{2m_0} + V(\mathbf{r}) + \Phi(\mathbf{r}) \right] \Psi(\mathbf{r}) = \varepsilon \Psi(\mathbf{r}). \quad (3.14)$$

Stacionární stav $\Psi(\mathbf{r})$ vyjádříme jako sumu přes blochovské funkce $u_{n\mathbf{k}_0}(\mathbf{r})$ v extrému pásu \mathbf{k}_0 . Obvykle je $\mathbf{k}_0 = 0$, třeba pro GaAs. V sumě se objeví tak zvaná obáلكová funkce $F_n(\mathbf{r})$

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sum_n F_n(\mathbf{r}) u_{n\mathbf{k}_0}(\mathbf{r}). \quad (3.15)$$

Dosazením rovnice (3.15) do nečasové Schrödingerovy rovnice (3.14) dostaneme podle [6] rovnici pro obálkovou funkci $F_n(\mathbf{r})$

$$\left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_n} + \Phi(\mathbf{r}) \right] F_n(\mathbf{r}) = (\varepsilon - \varepsilon_n) F_n(\mathbf{r}), \quad (3.16)$$

ve které m_n je efektivní hmotnost v n -tém pásu, která je definována poruchovou teorií v druhém řádu vztahem (3.8) a ε_n je energie příslušného minima n -tého pásu. Předpokládáme, že jde o nedegenerovaný n -tý pás. V případě, že jde o degenerovaný pás, například u valenčního pásu, kde u materiálů typu $A^{III}B^V$ dochází k degeneraci lehkých a těžkých děr, je třeba použít první řád poruchové teorie pro degenerovaný případ. Hamiltonián v rovnici (3.14) lze vedle pozvolna se měnícího potenciálu $\Phi(\mathbf{r})$ ještě doplnit o potenciál $V_n(z)$, který popisuje skokový profil na heterostruktuře. Pokud potenciál $\Phi(\mathbf{r})$ závisí pouze na souřadnici z , tak symetrie problému umožňuje obálkovou funkci psát ve tvaru

$$F_n(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} e^{i\mathbf{k}_{\parallel} \cdot \mathbf{r}_{\parallel}} \chi_n(z), \quad (3.17)$$

kde S je plocha vzorku, \mathbf{k}_{\parallel} a \mathbf{r}_{\parallel} jsou vektory ležící v rovině xy . Po dosazení (3.17) do (3.16) dostaneme

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{dz} \frac{1}{\mu_n(z)} \frac{d}{dz} + V_n(z) + \Phi(z) + \varepsilon_n \right] \chi_n(z) = \varepsilon \chi_n(z). \quad (3.18)$$

Veličina $\mu_n(z)$ nabývá v jednotlivých materiálech heterostrukтуры hodnot efektivních hmotností m_n v daném materiálu pro uvažovaný pás. Rovnice (3.18) odpovídá nečasové Schrödingerově rovnici pro jednorozměrnou obálkovou funkci $\chi_n(z)$ s tak zvaným Ben Daniel-Dukeovým hamiltoniánem (H_{BDD}). U obálkové funkce si podle [2] požadavek na spojitost vlnové funkce a na zachování hustoty proudu vynucuje splnění podmínek spojitosti

$$\chi_n(z) \quad \text{a} \quad \frac{1}{\mu_n(z)} \frac{d\chi_n(z)}{dz}. \quad (3.19)$$

3.6 Ben Daniel-Dukeův model

Ben Daniel-Dukeův model poskytuje základní představu o chování částic (elektronů a děr) v kvantových strukturách. Model předpokládá silně zjednodušující omezení počtu uvažovaných pásů na jeden vztah

$$\Psi(\mathbf{r}) \approx F(\mathbf{r}) u_{\mathbf{k}_0}(\mathbf{r}). \quad (3.20)$$

S tímto zjednodušením se řeší rovnice (3.16) respektive její upravená verze (3.18). Dále předpokládáme, že $\mu(z)$ nabývá v každém materiálu struktury konstantní hodnoty, což je pro běžné materiály splněno. Pak můžeme rovnici (3.18) řešit separátně

Obr 3.4: Vlnová funkce základního stavu QW o šířce $d=8$ nm, kvaziimpulsu $k_{\parallel} = 0$ a výšce bariéry $V_0 = 225$ meV. Červená křivka ukazuje případ kdy $m_W = m_B = 0.067m_0$ a černá křivka $m_W = 0.067m_0$ $m_B = 0.084m_0$. Převzato z práce [3].

pro jednotlivé materiálové vrstvy a na hranici aplikovat podmínky navázání ze vztahu (3.19).

Pro symetrické pravoúhlé kvantové jámy označíme efektivní hmotnosti m_W v jámě a m_B v bariéře. Rozdíl těchto hmotností má při nenulovém k_{\parallel} vliv na efektivní výšku potenciálové bariéry, protože původní potenciály popsané rovnicemi (3.12) a (3.13) jsou doplněny ještě o energii $E_{\parallel} = \hbar^2 k_{\parallel}^2 / 2\mu(z)$. Když je hmotnost v jámě větší než v bariéře, dojde k zvýšení potenciálové bariéry, v opačném případě dojde k jejímu poklesu.

V případě, že se hmotnosti rovnají, dostaneme triviální problem, kterým jsme se zabývali v první kapitole. Potenciál i nadále zůstává sudou funkcí souřadnice z . Důsledek aplikace Ben Daniel-Dukeova modelu je dále vyjádřen na obrázku 3.4. Příklad odpovídá konkrétním parametrům v systému GaAs/Ga_{0.7}Al_{0.3}As. Rozdílná hmotnost částice v jámě a bariéře také působí svázání pohybu v rovině xy a směru z .

V systémech, ve kterých se efektivní hmotnosti v jámě a v bariéře příliš neliší, je možné oddělit hmotnost částice kolmo na rovinu od hmotnosti v rovině QW aproximací

$$\frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2\mu(z)} = \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_{\parallel}} + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_{\parallel}} \left[\frac{1}{2\mu(z)} - \frac{1}{2m_{\parallel}} \right], \quad (3.21)$$

ve kterém za m_{\parallel} volíme vhodnou hodnotu k minimalizaci druhého členu pravé strany. Do hamiltoniánu H_{BDD} započteme pouze první člen z (3.21), druhý započteme v rámci poruchového počtu. Bastard v práci [2] jako vhodnou volbu uvádí

$$\frac{1}{m_{\parallel}} = \frac{1}{m_W} [1 - P_B] + \frac{1}{m_B} P_B, \quad (3.22)$$

ve kterém P_B je pravděpodobnost výskytu částice v bariéře. V rámci poruchového

počtu v tomto případě dostaneme jednoduchý výraz pro energii

$$\varepsilon_j(k_{\parallel}) = \varepsilon + E_j + \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_{\parallel}}, \quad (3.23)$$

kde ε představuje minimum energetického pásu tak, jako v minulé kapitole ε_n . Index j označuje podpás heterostrukury a E_j je energie jeho dna.

Ben Daniel-Dukeův model je především dobrý pro popis elektronových stavů v kvantových jámách, pro které dává i solidní kvantitativní výsledky. Pro děrové stavy je však užitečnost tohoto modelu omezená. Nezahrnuje totiž směšování stavu lehkých a těžkých děr, které popisuje nezávisle na sobě. Tento problém přiblížíme podrobněji v následující části. I přes svoji jednoduchost tento model zachycuje různou hmotnost částice při pohybu v heterostruktuře v rovině QW xy a kolmo na ni. V nejjednodušším přiblížení mluvíme o hmotnostech m_{\parallel} a m_{\perp} .

3.7 Děrové stavy v kvantových strukturách

Přestože pro elektrony ve vodivostním pásu funguje Ben Daniel-Dukeův model kvalitativně i kvantitativně dobře, pro lehké a těžké díry ve valenčním pásu, které jsou degenerované v bodě Γ první BZ, je nutné metodu částečně modifikovat. Rovnici (3.18) přepíšeme do maticové podoby, například často používané podoby Luttingerova hamiltoniánu, použité v pracích [2, 7]

$$H_h = \begin{array}{l} \langle \frac{3}{2}, \frac{3}{2} | \\ \langle \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} | \\ \langle \frac{3}{2}, \frac{1}{2} | \\ \langle \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} | \end{array} \leftrightarrow \begin{bmatrix} H_{hh} & c & b & 0 \\ c^* & H_{lh} & 0 & -b \\ b^* & 0 & H_{lh} & c \\ 0 & -b^* & c^* & H_{hh} \end{bmatrix}, \quad (3.24)$$

$$H_{hh} = -\frac{p_z}{2m_0}(\gamma_1 - 2\gamma_2)p_z + V(z) - \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_0}(\gamma_1 + \gamma_2),$$

$$H_{lh} = -\frac{p_z}{2m_0}(\gamma_1 + 2\gamma_2)p_z + V(z) - \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m_0}(\gamma_1 - \gamma_2),$$

$$c = \frac{\sqrt{3}\hbar^2}{2m_0}(\gamma_2[k_x^2 - k_y^2] - 2i\gamma_3 k_x k_y) \quad \text{a} \quad b = \frac{\sqrt{3}\hbar}{2m_0}(k_x - ik_y)(\gamma_3 p_z + p_z \gamma_3),$$

ve kterých γ_i jsou tzv. Luttingerovy parametry, které jsou vždy kladné a pro různé materiály heterostrukury nabývají různých hodnot. Jejich velikost lze vyjádřit s pomocí Kaneova modelu a parametrů P , ε_0 a Δ (například [8] str. 66-77). $V(z)$ označuje profil valenčního pásu. Přestože je problém aproximativní a omezuje se na dva pásy, o jeden více než Ben Daniel-Dukeův model, dává obecné analytické řešení jen velmi obtížně.

Proto se přistupuje k dalším aproximacím. Například se předpokládá nulovost parametrů b a c . Tím se matice stává diagonální. Uvedenou aproximaci lze udělat v blízkosti bodu Γ , kde zanedbáme všechny členy s k^2 a za fyzikálně dost problematického předpokladu, kdy položíme $\gamma_3 = 0$. Výsledkem jsou dvakrát degenerovaná

Obr 3.5: Disperzní závislosti lehkých a těžkých děr podle práce [9]. Číslování hladin se odlišuje od konvencí zavedených v této práci.

řešení pro oddělené stavy lehkých a těžkých děr. Musíme si uvědomit, že tato degenerace je obecně zachována za předpokladu, že $V(z) + \Phi(z)$ a γ_i jsou sudými funkcemi souřadnice z .

Pro Luttingerovy parametry obvykle platí $(\gamma_1 - \gamma_2) > 0$, což má za následek jev, označovaný v anglické literatuře jako *mass reversal*. Jde o to, že stavy těžkých děr jsou charakterizovány nižší efektivní hmotností při pohybu v rovině struktury než stavy děr lehkých. Je skutečností, že uvedený jev obvykle nebývá experimentálně pozorován. Diagonální aproximace také nezachycuje fakt, že efektivní hmotnost lehkých děr často nabývá záporných hodnot. Rozpor je důsledkem fyzikálně neodůvodněného zanedbání hodnoty parametru γ_3 . Tento rozpor je označován jako tzv. *warping*. Jde o nekonvexnost tvaru energetických pásů v k -prostoru. Problém je dobře ilustrován obrázkem 3.5, převzatým z práce Bastarda a Brumma [9].

Na obrázku jsou vyneseny disperzní závislosti lehkých (HL_n) a těžkých (HH_n) děr pro šířky QW: a) 10nm b) 15 nm. Tmavé křivky odpovídají případu, ve kterém $b = c = 0$ a kde je patrný efekt *mass reversal* a nefyzikální křížení disperzních závislostí tzv. *crossing*. Světlé křivky odpovídají nenulovým nediagonálním členům b a c a výše zmíněné efekty se zde již nevyskytují.

3.8 Kvantová aproximace versus reálný systém

Ze srovnání vlastností reálných struktur popisovaných výše s výsledky první kapitoly nám plynou dále uvedené skutečnosti:

- Polovodičové kvantové struktury vytvářejí kvantový systém pro dva druhy částic → elektrony a díry.
- Na obálkovou funkci, která u polovodičových struktur napodobuje vlnovou funkci částice v kvantové jámě z první kapitoly, klademe modifikované požadavky na spojitost.

- Vlnovou funkci dostaneme z obáلكové funkce teprve zahrnutím periodické složky (3.15). Odtud také plyne omezení platnosti použité aproximace na rozměry několikrát větší než je mřížková konstanta materiálu.
- I v silně zjednodušeném jednopásovém přiblížení Ben Daniel-Dukeova modelu nedochází k úplnému oddělení pohybu ve směru osy z a roviny xy .
- Použitá jednočásticová aproximace, v jejímž rámci jsme se dosud pohybovali, není obvykle dostačující pro popis chování částic v kvantových jámách. Vícečásticové interakci je ze specifických důvodů věnována samostatná kapitola.

Kapitola 4

Kvantové struktury v elektrickém poli

V předložené kapitole popíšeme chování elektronových a děrových stavů kvantových struktur v elektrickém poli. Obecně značený náboj q nabývá pro elektrony hodnoty $-e$ a pro díry $+e$, přičemž e je elementární náboj ($1.602 \times 10^{-19} C$). Zanedbáme rozdíly mezi hmotností v bariéře a hmotností v jámě ve smyslu aproximace v sekci 2.5.

Pro začátek je třeba zavést používanou konvenci, a to že příčné elektrické pole je pole ve směru růstu struktury, je tedy rovnoběžné se zavedenou osou z a značíme ho indexem " \perp ". Podélný směr je potom kolmý na osu z a značíme ho indexem " \parallel ". Podélný a příčný směr mají tedy význam vůči rovině struktury.

4.1 Elektrické pole podélné- \parallel

Vložíme-li strukturu do podélného elektrického pole F například $F \parallel x$, změní se hamiltonián systému na tvar

$$H = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m_{\parallel}} - qFx + \frac{p_z^2}{2m_{\perp}} + V(z) \quad (4.1)$$

s tím, že pro vodivostní pás jsou hmotnosti m_{\parallel} a m_{\perp} .

Tento tvar hamiltoniánu umožňuje řešení Schrödingerovy rovnice pomocí separace proměnných. Vlnovou funkci částice $\Psi(\mathbf{r})$ (normované na plochu S) volíme ve tvaru

$$\Psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} e^{ik_y y} \varphi(x) \chi(z). \quad (4.2)$$

Při hledání tvaru funkce $\chi(z)$, když postupujeme ve smyslu první kapitoly, dojdeme ke stejnému tvaru jako v první kapitole. Ve směru osy y pak dostaneme řešení ve tvaru rovinné vlny. Rovnice pro funkci $\varphi(x)$ odpovídá Airyho rovnici

$$\frac{d^2\varphi}{d\eta^2} + \eta\varphi = 0, \quad \eta = \left(\frac{2m_{\parallel}qF}{\hbar^2} \right)^{1/3} \left(x + \frac{E_x}{qF} \right). \quad (4.3)$$

Obecné řešení Airyho rovnice (4.3) dostáváme lineární kombinací Airyho funkcí $Ai(\eta)$, $Bi(\eta)$. Podmínka omezenosti vlnové funkce v klasicky nedostupné oblasti vede ke vztahu $\varphi(\eta) = Ai(\eta)$. Průběh tohoto řešení je zachycen na obrázku 4.1. Zřetelný

Obr 4.1: Vlnová funkce částice v homogenním elektrickém poli $F \parallel x$, převzato z práce [3].

je velmi rychlý útlum funkce v klasicky zakázané oblasti, který je podle práce [10] $\varphi(\eta) \approx \eta^{-1/4} e^{-(3/2)\eta^{3/2}}$. Pro celkovou energii částice platí vztah

$$\varepsilon = E_x + \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m_{\parallel}} + E_i. \quad (4.4)$$

Hodnota E_x není kvantována a pohybuje se v intervalu $(-\infty, \infty)$. E_i je energie vázaného stavu jednodimenzionální struktury z první kapitoly dané potenciálem $V(z)$. Na závěr poznamenejme, že v případě podélného elektrického pole má smysl popisovat problém ve smyslu transportu, nikoliv jako stacionární stav.

4.2 Elektrické pole příčné - \perp

Přiložením příčného elektrického pole na strukturu se změní hamiltonián v podobném smyslu jako hamiltonián (4.1). Jeho tvar je potom dán vztahem

$$H = \frac{p_x^2 + p_y^2}{2m_{\parallel}} + \frac{p_z^2}{2m_{\perp}} + V(z) - qFz. \quad (4.5)$$

V podélném směru (ve rovině xy) tak dostaneme kvantově neomezený pohyb a řešením je rovinná vlna. Ve směru osy z , tj. v kolmém směru musíme řešit rovnici pro separovanou část vlnové funkce

Obr 4.2: Energetické hladiny a) jednoduché a b) dvojité kvantové jámy v příčném elektrickém poli. Křivky byly získány pro parametry $m = 0.0665m_0$, $V_0 = 225\text{eV}$, $V_1 = 915\text{eV}$, $h = 1.13\text{nm}$ a $d = 7.4\text{nm}$, které odpovídají systému GaAs/Ga_{0.7}Al_{0.3}As.

$$\left[\frac{p_z^2}{2m_\perp} + V(z) - qFz \right] \chi(z) = E\chi(z). \quad (4.6)$$

Pro srovnání výsledků pro jednoduchou pravoúhlu jámu a jámu dvojitou dosadíme za potenciál $V(z)$ nejprve QW o hloubce V_0 a šířce d . Elektrické pole v obou případech považujeme za slabé a započteme ho v rámci poruchového počtu. Problém je však v tom, že poruchová řada nekonverguje. Naklonění jámy přiloženým napětím totiž způsobuje změny stacionárních stavů na stavy kvazistacionární s nenulovou pravděpodobností tunelování částice bariérou. Výsledné řešení proto předpokládáme jako kombinaci Airyho funkce v oblasti jámy a exponenciálního tlumení v oblasti bariéry. Tato aproximace je znázorněná na obrázku 4.2, kde byla použita při výpočtu energetických hladin. Nulová hladina energie je úroveň bariér v nulovém elektrickém poli.

Nás však především zajímá řešení problému s dvojitou kvantovou jámou, která se v příčném elektrickém poli chová podstatně zajímavěji. Jako řešení rovnice (4.6) dostaneme opět Airyho funkce. Na obrázku 4.3 jsou vynesena dvě řešení, spočtená pro různé hodnoty elektrického pole, a to opět za použití výše zmíněné aproximace.

Na uvedených výsledcích lze demonstrovat unikátní vlastnosti systému dvojitě kvantové jámy, především lokalizaci částic v jedné kvantové jámě pod vlivem elektrického pole, kde elektrony a díry se díky opačnému náboji lokalizují v opačných jámách. Následná elektron-děrová rekombinace je zachycena na obrázku 4.4. Symboly $E_{1,2}$ označují dvě nejnižší energetické hladiny elektronů, podobně značíme i dvě nejvyšší hladiny děr $H_{1,2}$. Očíslovanými šipkami jsou označeny různé elektron-děrové rekombinace. Konkrétně šipky 1 a 4 označuje nepřímou a šipky 2 a 3 přímou rekombinaci. Energie těchto přechodů jsou závislé na přiloženém příčném napětí.

Obr 4.3: Dvojitá symetrická kvantová jáma v příčném elektrickém poli. Parametry odpovídají systému GaAs/Ga_{0,7}Al_{0,3}As s prostřední bariérou z AlAs. Šířka jam činila 7.4 nm (26 ML) a šířka bariéry 1.13 nm (4 ML), ML=monoatomic layer tedy jedna atomová rovina.

Obr 4.4: Základní schéma mezipásových přechodů v dvojitě kvantové jámě v příčném elektrickém poli, převzato z práce [3].

4.3 Metoda těsné vazby

V předcházející části jsme naznačili přesné řešení Schrödingerovy rovnice pro kvantové jámy v příčném elektrickém poli. Avšak toto řešení lze ještě zjednodušit s pomocí metody těsné vazby, např. v práci [7]. Nejprve převedeme problém na jedno-rozměrný položením $k_x = k_y = 0$. V tomto případě nemusíme uvažovat pohyb v rovině struktury. Jámy popíšeme potenciály V_L a V_R stejně jako v první kapitole. Zavedeme jejich polohy vůči počátku $z_L = \langle L|z|L\rangle$ a $z_R = \langle R|z|R\rangle$. Hledaný kvazistacionární stav DQW v příčném elektrickém poli napíšeme v rozvoji dle vztahu (2.8) do stavů jednotlivých jam. Vlivem elektrického pole posuneme energetické hladiny izolovaných jam a dostaneme

$$E_{L,R}^\nu(F) = E_{L,R}^\nu(F=0) - qFz_{L,R}. \quad (4.7)$$

Stejně jako v první kapitole se i zde omezíme na dva stavy $|L\rangle$ a $|R\rangle$ s energiemi $E_{L,R}(F)$ a předpokládáme, že ostatní hladiny jsou dostatečně daleko, abychom je mohli zanedbat. Zanedbáme-li překryv vlnových funkcí opačných jam a efekt krystalového pole $\langle L|R\rangle = \langle L|V_L|L\rangle = \langle R|V_R|R\rangle = 0$, obdržíme vlastní hodnoty energie

$$E_{1,2} = \frac{E_L(F) + E_R(F)}{2} \pm \sqrt{\frac{[E_L(F) - E_R(F)]^2}{4} + t_1 t_2}. \quad (4.8)$$

Index 1 odpovídá znaménku "−" a index 2 znaménku "+" v "±". Tunelovací parametry t_1, t_2 jsou definovány stejně jako v první kapitole vztahem $t_1 = \langle L|V_L|R\rangle$ a $t_2 = \langle R|V_R|L\rangle$. Pro symetrickou DQW se řešení dále zjednodušuje na energetické výrazy

$$E_{1,2} = E^{QW} \pm \sqrt{\frac{[qF\Delta]^2}{4} + t^2}, \quad (4.9)$$

ve kterém E^{QW} představuje energii dané hladiny pro jednoduchou izolovanou QW, t je tunelovací parametr $t = t_1 = t_2$, Δ je rozdíl poloh pravé a levé kvantové jámy. Ze vztahu 4.9 vyplývá, že elektrické pole vnáší do původně symetrického hamiltoniánu jistou nesymetrii.

Kapitola 5

Kvantové struktury v magnetickém poli

Podobně jako u elektrického pole, i u magnetického pole platí, že se systém chová odlišně v příčném magnetickém poli a v poli podélném. Příčné magnetické pole způsobuje vznik Landauových hladin a je odpovědné za kvantový Hallův jev, Schubnikov-de Haasovy oscilace a podobně. V této kapitole se však zabýváme hlavně druhou konfigurací, a to magnetickým polem podélným. Příčnému magnetickému poli se podrobněji budeme věnovat v kapitole o Zeemanovu jevu. Při nenulovém vnějším magnetickém poli přestává splývat kinetická hybnost s hybností kanonickou.

V hamiltoniánu dojde k záměně $\mathbf{p} \rightarrow (\mathbf{p} - q\mathbf{A})$, přičemž q je náboj částice a \mathbf{A} je vektorový potenciál magnetického pole.

5.1 Magnetické pole příčné- \perp

Pro příčné magnetické pole $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ obvykle volíme vektorový potenciál v Landauově tvaru $\mathbf{A} = (0, Bx, 0)$. Výhodou je jednoduchost řešení. Druhý používaný tvar symetrický je $\mathbf{A} = \frac{1}{2}(-By, Bx, 0)$. Jeho výhodou je zachování axiální symetrie a lépe odpovídá klasickému řešení pohybu částice s nábojem q pod vlivem Lorentzovy síly s nulovým elektrickým polem $F_{Lorentz} = q[v \times B]$. My však použijeme první tvar a hamiltonián potom bude nabývat tvaru

$$H = \frac{p_x^2}{2m_{\parallel}} + \frac{(qBx)^2}{2m_{\parallel}} + \frac{p_y^2}{2m_{\parallel}} - \frac{qBxp_y}{m_{\parallel}} + \frac{p_z^2}{2m_{\perp}} + V(z). \quad (5.1)$$

Hamiltonián má podobu kvazi-2D systému. Lze tedy dosadit do stacionární Schrödingerovy rovnice vlnovou funkci normovanou na plochu S ve tvaru

$$\Psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} e^{ik_y y} \varphi(x) \chi(z). \quad (5.2)$$

Po separaci y dostáváme

$$\left[\frac{p_x^2}{2m_{\parallel}} + \frac{1}{2} m_{\parallel} \omega_c^2 (x - x_0)^2 + \frac{p_z^2}{2m_{\perp}} + V(z) \right] \varphi(x) \chi(z) = \varepsilon \varphi(x) \chi(z), \quad (5.3)$$

ve které

$$\omega_c = \frac{|q|B}{m_{\parallel}},$$

$$x_0 = \frac{\hbar k_y}{qB}.$$

Vidíme, že vlivem magnetického pole došlo ke kvantování pohybu ve směru osy x . Částice v tomto směru vnímá potenciál lineárního harmonického oscilátoru o frekvenci ω_c (cyklotronové kruhové frekvenci) se středem v bodě x_0 . Ve směru osy y pohyb omezen není a funkce má tvar rovinné vlny. Důvodem je asymetrie hamiltoniánu vůči souřadnicím x a y .

V případě volby druhého tvaru vektorového potenciálu $\mathbf{A} = \frac{1}{2}(-By, Bx, 0)$ tomu tak není, řešení zachovává grupu symetrie 2D struktury. Měřitelné veličiny však na této volbě pochopitelně nezávisí. Celková energie ε je dána energií E_j uvažované 1D kvantové struktury doplněné v magnetickém poli o příspěvek energie 1D lineárního harmonického oscilátoru E_n^B

$$\varepsilon = E_j + \hbar\omega_c\left(n + \frac{1}{2}\right), \quad (5.4)$$

ve kterém n je z množiny přirozených čísel a nuly. Všimněme si, že energie částice je degenerovaná vůči hodnotě k_y . Určíme-li hustotu stavů ζ na n -té Landauově hladině E_n^B , dostáváme výraz

$$\zeta = \frac{|q|B}{\pi\hbar}, \quad (5.5)$$

kde jsme zohlednili dvojnásobnou spinovou degeneraci. Je třeba dodat, že vztah (5.4) má smysl i v případě 3D systému. Hustota stavů ζ má v těchto energiích singularitu a hladiny jsou vidět třeba v luminiscenci.

5.2 Magnetické pole podélné-||

Pro podélné magnetické pole volíme $\mathbf{B} = (0, B, 0)$ a pro vektorový potenciál volíme tvar $\mathbf{A} = (Bz, 0, 0)$. Příslušný Hamiltonián je dán vztahem

$$H = \frac{p_x^2}{2m_{\parallel}} + \frac{p_y^2}{2m_{\parallel}} - \frac{qBzp_y}{m_{\parallel}} + \frac{p_z^2}{2m_{\perp}} + \frac{(qBz)^2}{2m_{\perp}} + V(z). \quad (5.6)$$

Schrödingerovy rovnice s hamiltoniánem (5.6) můžeme řešit v rámci poruchového počtu $H = H_0 + H_1$, kde H_0 a H_1 mají tvar

$$H_0 = \frac{p_x^2}{2m_{\parallel}} + \frac{p_y^2}{2m_{\parallel}} + \frac{p_z^2}{2m_{\perp}} + V(z) \quad \text{a} \quad H_1 = \frac{(qBz)^2}{2m_{\perp}} - \frac{qBzp_y}{m_{\parallel}}. \quad (5.7)$$

V další části však poruchový počet opustíme a budeme se věnovat řešení metodou těsné vazby.

5.3 Metoda těsné vazby pro podélné magnetické pole

Stejně jako v případě elektrického pole příčného, i na problematiku magnetického pole podélného lze aplikovat metodu těsné vazby. Tuto metodu jako první aplikoval na popis DQW Lyo v práci o transportních jevech [11]. Při popisu předpokládáme, že

máme obecně asymetrickou jámu, a to buď z důvodu její struktury nebo proto, že jsme přiložili elektrické pole. Přiložené magnetické pole, na rozdíl od pole elektrického, nedovoluje separovat úlohu na problém pohybu ve směru osy z a problém pohybu v rovině xy .

Uvedený postup je stejný pro elektrony a díry, a proto zatím nerozlišujeme jejich stavy. Na rozdíl od řešení problému elektrického pole připustíme rozdílnou efektivní hmotnost částice při pohybu podél osy z m_{\perp} a při pohybu v rovině struktury m_{\parallel} . Zavedení hmotností plyne z důsledků Ben Daniel-Dukeova modelu, konkrétně ze vztahu (3.22). Podrobněji se budeme hmotnostmi zabývat později.

Nyní se podíváme na energetické hladiny. V určení energetických hladin dvojité kvantové jámy vyjdeme v první řadě z energetických hladin izolovaných jam $|L\rangle$ a $|R\rangle$ s energiemi $E_L(B=0)$ a $E_R(B=0)$. Souřadnice jejich středů jsou určeny vztahy $z_L = \langle L|z|L\rangle$ a $z_R = \langle R|z|R\rangle$. Dále zanedbáme rozdíl mezi $\langle I|z|I\rangle^2$ a $\langle I|z^2|I\rangle$, kde $I = L, R$. Vliv magnetického pole $\mathbf{B} = (0, B, 0)$ si vyjádříme v kalibraci $\mathbf{A} = (Bz, 0, 0)$. Energie základních stavů vyjde

$$E_{L,R}(B) = E_{L,R}(0) + \frac{\hbar^2(k_x - k_{L,R})^2}{2m_{\parallel}} + \frac{\hbar^2 k_y}{2m_{\parallel}}, \quad (5.8)$$

kde

$$k_{L,R} = \frac{qBz_{R,L}}{\hbar}.$$

Vlnové funkce $|L\rangle$ a $|R\rangle$ považujeme za nezávislé na poli. Počátek systému zvolíme tak, aby platilo $z_L = -z_R$. Můžeme pak snadno zavést vzdálenost jam vztahem $\Delta = 2z_L = -2z_R$. Ze vzdálenosti jam definujeme parametr $k_0 = \frac{qB\Delta}{2\hbar}$. Za předpokladu nulového krystalového pole a při ortonormálnosti stavů $|L\rangle$ a $|R\rangle$, můžeme zapsat hamiltonián asymetrické DQW v bázi těchto stavů

$$H = \begin{bmatrix} E_L(B) & t \\ t & E_R(B) \end{bmatrix}, \quad (5.9)$$

kde t je stejně jako výše uvedený tunelovací parametr. Tento hamiltonián nabývá vlastních hodnot energie dle rovnice (5.10).

$$E_{1,2} = \frac{E_R + E_L}{2} \mp \sqrt{\frac{(E_R - E_L)^2}{4} + t^2}. \quad (5.10)$$

Vlastními funkcemi hamiltoniánu (5.9) jsou lineární kombinace základních stavů $|R\rangle$ a $|L\rangle$. Index 1 odpovídá hornímu znaménku čili $-$ a index 2 dolnímu čili $+$. V případě symetrické dvojité kvantové jámy platí konvence, že index 1 označuje symetrickou zatímco index 2 antisymetrickou kombinaci stavů $|R\rangle$ a $|L\rangle$. Dosadíme-li do (5.10) za energii izolovaných jam vztah (5.8), dostaneme výraz

$$E_{1,2}(k_x, k_y) = \frac{E_R(0) + E_L(0)}{2} + \frac{\hbar^2(k_x^2 + k_y^2)}{2m_{\parallel}} + \frac{q^2 B^2 \Delta^2}{8m_{\parallel}} \mp \sqrt{\frac{1}{4} \left(E_R(0) - E_L(0) - qB\Delta \frac{\hbar k_x}{m_{\parallel}} \right)^2 + t^2}. \quad (5.11)$$

Z rovnice (5.11) vidíme, že magnetické pole ve směru y je modifikováno disperzní závislostí částice ve směru x . Tato skutečnost odpovídá charakteru Lorentzovy síly. V souvislosti s tímto jevem zavedeme takzvané kritické magnetické pole B_c , při kterém dochází k zploštění dna spodního pásu ($\partial^2 E_1 / \partial k_x^2 = 0$ pro $k_x = 0$). Pro asymetrickou jámu existuje obecnější předpis charakterizovaný existencí takového k_x , pro které platí $\partial E_1 / \partial k_x = 0$ a $\partial^2 E_1 / \partial k_x^2 = 0$.

Dále, zatímco pro symetrické jámy lze jednoduše nalézt extrémy funkce $E_1(k_x, k_y = 0)$, pro asymetrické je nutné řešit rovnici čtvrtého stupně. Pro ilustraci problému je uveden obrázek 5.1, ve kterém do závislosti (5.11) jsou dosazeny parametry popsané vztahy

$$E_R(0) - E_L(0) = 3.81\text{meV}, \quad \Delta = 12.52\text{nm}, \quad (5.12)$$

$$t = -1.62\text{meV}, \quad m_{\parallel} = 0.1m_0 \quad \text{a} \quad q = -e$$

Obrázek 5.1 zachycuje ve své levé části průběh závislosti (5.11) na x -ové složce kvaziimpulsu při nulové y -ové složce. Pro parametry zvolené podle rovnice (5.12) máme hodnotu kritického magnetického pole $B_c = 8.5$ T. Pravá část obrázku vyjadřuje řezy disperzními závislostmi (5.11) pro uvedenou energii, tedy podmínkou $E_{1,2} = \text{konst}$ definované funkce $k_x = k_x(k_y)$.

Nyní se zaměříme na hustotu stavů. Znalost disperzní závislosti energie pro oba podpásky dovoluje stanovit počet stavů v systému, nacházejících se pod určitou energií $N(E)$, popřípadě příslušnou hustotou stavů $g(E)$. Počet stavů normovaný na plochu S spočteme ze vztahu

$$N(E) = \frac{2}{S} \sum_{j=1,2} \sum_{k_x, k_y} 1 \quad \text{pro} \quad k_x, k_y \quad \text{v}1.BZ \quad E_j(k_x, k_y) \leq E. \quad (5.13)$$

Ve tomto vztahu je již započtena spinová degenerace částic. Přejdeme-li od sumy k integrálu, změní se vztah pro počet stavů (5.13) na

$$N(E) = \frac{2}{(2\pi)^2} \sum_{j=1,2} \int_{E_j(k_x, k_y) \leq E} 1 \, dk_x \, dk_y. \quad (5.14)$$

Ze vztahu (5.14) jednoduše určíme hustotu stavů dosazením do vztahu $g(E) = \frac{dN(E)}{dE}$. Výsledně dostaneme

$$g(E) = \frac{2}{(2\pi)^2} \sum_{j=1,2} \int_{1.BZ} \delta(E_j(k_x, k_y) - E) \, dk_x \, dk_y. \quad (5.15)$$

Spočteme-li hustotu stavů pro parametry z rovnice (5.12), dostaneme závislost hustoty stavů, uvedené na obrázku 5.2, které jsou parametrizované zvoleným podélným magnetickým polem B . Závislosti na tomto obrázku jsou normovány hodnotou g_{2D} , tj. výškou schodu hustoty stavů ve dvou dimenzích danou vztahem

$$g_{2D} = \frac{m_{\parallel}}{\pi \hbar^2}. \quad (5.16)$$

Ta platí pro čistě dvoudimenzionální případ, což ale případ DQW není. Systém obecně dává schodovitou funkcí. Pro hmotnost částice z použitých parametrů (5.12)

Obr 5.2: Hustota stavů $g(E)$ v systému s parametry (5.12). Převzato z práce [3].

vychází výška schodu $g_{2D} = 4.2 \times 10^{13} \text{eV}^{-1} \text{cm}^{-2}$. Průběh hustoty stavů je vcelku očekávaný. K podobným výsledkům dospěl i Lyo v práci [11], ve které se věnuje jak symetrické, tak antisymetrické DQW a ve které diskutuje nový druh logaritmické singularity v hustotě stavů (tj. nový druh Van Hoveovy singularity).

Dále se pokusíme výše uvedené vztahy použít k výpočtu intenzity luminiscence. Ve stacionárním případě můžeme využít Einsteinovy koeficienty, které svazují emisi spontánní, stimulovanou a absorpci. Nejprve určíme pravděpodobnost přechodu P^{cv} z počátečního stavu elektronu ve vodivostním pásu $|c\rangle$ do koncového neobsazeného stavu valenčního pásu $|v\rangle$. Jde o pravděpodobnost elektron-děrové rekombinace při současném vyzáření fotonu o příslušné frekvenci ω . Tato pravděpodobnost je určena Fermiho zlatým pravidlem

$$P^{cv} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle c | H_{int} | v \rangle|^2 \delta(E^c(k_x^c, k_y^c) - E^v(k_x^v, k_y^v) - \hbar\omega), \quad (5.17)$$

kde E^c a E^v jsou energie vodivostního respektive valenčního pásu. Rozdíl těchto energií dostaneme dosazením podélných hmotností elektronu ve vodivostním pásu a děr ve valenčním pásu do disperzní závislosti (5.11). Součtem těchto elektronových a děrových disperzních závislostí a přičtením šířky zakázaného pásu s vazebními energiemi elektronů a děr v jámách dostaneme E_{Gap}^{Eff} . Ve vztahu (5.17) je H_{int} interakční hamiltonián mezi dopadajícím zářením a systémem, který se obvykle zjednodušuje pomocí dipólové aproximace.

Je třeba splnit předpoklad, že vlnová délka dopadajícího záření je řádově větší než charakteristický rozměr systému ($\lambda \gg \Delta$). Dosud není určeno, který podpás z rovnice (5.11) uvažujeme, proto zavedeme index $j = 1, 2$ pro elektronové podpásy a $l = 1, 2$ pro podpásy děrové. Celkový luminiscenční signál $\mathcal{L}(\omega)$ dostaneme sečtením příspěvků všech počátečních i koncových stavů, neboli jako sumu pravděpodobností P^{cv} přes všechny $k_{x,y}^{c,v}$ a j, l . Příspěvky jednotlivých přechodů musíme ještě zvážit aplikací vhodné rozdělovací funkce. Pro fermiony to bude Fermi-Diracova rozdělovací funkce dle vztahu (5.18),

$$f_{FD}(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E-E_f}{k_B T}}}, \quad (5.18)$$

ve které E_f je Fermiho mez, k_B je Boltzmannova konstanta a T je teplota. Fermiho mez bereme jako teplotně závislou veličinu. Pokud nastane oproti termální rovnováze nadbytečná koncentrace nosičů, která může být vyvolána například optickou excitací, musíme místo jedné Fermiho meze pro elektrony a díry společně zavést dvě kvazi-Fermiho meze. Celková luminescence má potom v závislosti na frekvenci vyzařovaného fotonu ω tvar

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\omega) \propto \sum_{j,l} \sum_{k_{x,y}^{c,v}} f_{FD}(E_j^c) [1 - f_{FD}(E_l^v)] |\langle c_j | H_{int} | v_l \rangle|^2 \times \\ \times \delta(E_j^c(k_x^c, k_y^c) - E_l^v(k_x^v, k_y^v) - \hbar\omega). \end{aligned} \quad (5.19)$$

Pro zjednodušení uvedeného výrazu je důležitá analýza interakčního hamiltoniánu, respektive jeho dipólová aproximace. Stav $\langle \mathbf{r} | c_j \rangle$ a $\langle \mathbf{r} | v_l \rangle$ jsou přiblížením metody obáلكové funkce dány součinem této obáلكové funkce, rovinné vlny a periodické Blochovy funkce

$$\langle \mathbf{r} | c_j, v_l \rangle \approx e^{(k_x^{c,v} x + k_y^{c,v} y)} \chi_{j,l}^{c,v}(z) u^{c,v}(\mathbf{r}). \quad (5.20)$$

Za předpokladu, že se obáلكová funkce mění v proměnných $k_{x,y}^{c,v}$ pomalu ve srovnání s rovinou vlnou, můžeme maticový element interakčního hamiltoniánu zapsat ve tvaru

$$\langle c_j | H_{int} | v_l \rangle = \langle u^c | H_{int} | u^v \rangle \delta_{k_x^c, k_x^v} \delta_{k_y^c, k_y^v} \int_{-\infty}^{+\infty} (\chi_j^c(z))^* \chi_l^v(z) dz. \quad (5.21)$$

První člen součinu (5.21) reprezentuje výběrové pravidlo mezipásového přechodu. Tento přechod můžeme dále považovat za obecně dovolený a členem se již nezabývat. Další dva členy zastupují zákon zachování hybnosti při optickém přechodu. Poslední člen je překryvový integrál obáلكových funkcí. Promítneme-li charakter tohoto maticového elementu do tvaru výrazu pro luminescenci, obdržíme vztah

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\omega) \propto \sum_{j,l} \sum_{k_x, k_y} f_{FD}(E_j^c) [1 - f_{FD}(E_l^v)] \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \chi_j^c(z)^* \chi_l^v(z) dz \right|^2 \times \\ \times \delta(E_j^c(k_x, k_y) - E_l^v(k_x, k_y) - \hbar\omega). \end{aligned} \quad (5.22)$$

Dále se věnujeme překryvovým integrálům obáلكových funkcí. V aproximaci těsné vazby jsou tyto funkce dány lineární kombinací obáلكových funkcí od různých jam $\chi_{L,R}^{c,v}(z)$

$$\begin{aligned} \chi_{j,k_x}^c(z) &= a_{L,j,k_x}^c \chi_L^c(z) + a_{R,j,k_x}^c \chi_R^c(z), \\ \chi_{l,k_x}^v(z) &= a_{L,l,k_x}^v \chi_L^v(z) + a_{R,l,k_x}^v \chi_R^v(z). \end{aligned} \quad (5.23)$$

Pro konzistentnost celého modelu musíme předpokládat, že překryvové integrály ve stejné jámě jsou rovny jedné a že lze zanedbat překryvy obáلكových funkcí v různých jámách. Luminescence se řídí vztahem

$$\mathcal{L}(\omega) \propto \sum_{j,l} f_{FD}(E_j^c)[1 - f_{FD}(E_l^v)] \sum_{k_x, k_y} \left| a_{L,j,k_x}^c a_{L,l,k_x}^v + a_{R,j,k_x}^c a_{R,l,k_x}^v \right|^2 \times \quad (5.24)$$

$$\times \delta(E_j^c(k_x, k_y) - E_l^v(k_x, k_y) - \hbar\omega).$$

Vrátíme-li se k pravděpodobnosti přechodu vynecháním Fermi-Diracovy rozdělovací funkce elektronů a děr, dostaneme

$$P(\omega) \propto \sum_{j,l} \sum_{k_x, k_y} |a_{L,j,k_x}^c a_{L,l,k_x}^v + a_{R,j,k_x}^c a_{R,l,k_x}^v|^2 \delta(E_j^c(k_x, k_y) - E_l^v(k_x, k_y) - \hbar\omega). \quad (5.25)$$

Davies v práci [1] výraz v rovnici (5.25) nazývá sdruženou lokální hustotou stavů. Sdružená hustota stavů má jednodušší tvar

$$\tilde{g}(\omega) = \frac{2}{S} \sum_{j,l} \sum_{k_x, k_y} \delta(E_j^c(k_x, k_y) - E_l^v(k_x, k_y) - \hbar\omega). \quad (5.26)$$

Tento vztah lze převést na integrální tvar stejně jako bylo možno převést vztah (5.13) na vztah (5.14). Integrální podobu vyjadřuje vztah

$$\tilde{g}(\omega) = \frac{2}{(2\pi)^2} \sum_{j,l} \int_{1.BZ} \delta(E_j^c(k_x, k_y) - E_l^v(k_x, k_y) - \hbar\omega) dk_x dk_y. \quad (5.27)$$

Kapitola 6

Vícečasticové systémy

Při výpočtech v systému s více než jednou částicí je třeba, oproti jednočasticovým systémům, zahrnout celou škálu jevů bez jejichž uvažování lze velmi těžko popsat chování reálných kvantových struktur. Pro použitou kombinaci GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs jsou optické vlastnosti a jevy popsány v přehledovém článku [12]. Autoři zde v závislosti na hustotě částic n rozlišují tři základní režimy 2D systému, jedná se o:

- Režim excitonového plynu pro hustotu $n \leq 10^{10} \text{cm}^{-2}$, kdy dochází k interakci volných elektronů a děr za vzniku jejich vázaných stavů -excitonů.
- Režim mezní pro $n \simeq 10^{11} \text{cm}^{-2}$, při kterém se charakteristická vzdálenost částic blíží k Bohrovu poloměru excitonu. Projevují se zde vzájemné rozptylové mechanismy excitonů a dochází k částečnému stínění coulombické interakce. To může vést až k samotné destrukci excitonové vazby.
- Režim vysokých hustot částic $n \geq 10^{12} \text{cm}^{-2}$, kdy je excitonová interakce již zcela odstíněna. Vzniká degenerovaný plyn elektronů nebo děr, popř. obou dohromady, to znamená elektron-děrové plazma. Tento režim vede k efektům jako je renormalizace šířky zakázaného pásu (angl. zkratka BGR), singularita na Fermiho mezi a podobně.

V této kapitole se zabýváme posledními dvěma režimy excitonů v 2D strukturách.

6.1 Exciton v systému 3D

Nejprve k pojmu exciton (X). Jde o částici tvořenou párem elektron-díra, která má obecně charakter bosonu, tedy částice s celočíselným spinem. Budeme-li v této kapitole mluvit o excitonu, půjde vždy o Wannier-Mottův exciton, a to znamená, že silně vázané Frenkeleovy excitony neuvažujeme.

Pro exciton v objemovém krystalu uvažujeme rotačně-parabolický vodivostní a valenční pás. Profily pásu jsou dány efektivními hmotnostmi elektronů m_e a děr m_h . Polohu elektronů a děr v prostoru popíšeme vektory \mathbf{r}_e a \mathbf{r}_h . Hamiltonián excitonu udává vztah

$$H_{ex} = -\frac{\hbar^2 \nabla_{\mathbf{r}_e}^2}{2m_e} - \frac{\hbar^2 \nabla_{\mathbf{r}_h}^2}{2m_h} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r |\mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h|} + \epsilon_0, \quad (6.1)$$

ve kterém ε_0 je vzdálenost extrémů valenčního a vodivostního pásu a ϵ_r označuje dielektrickou konstantu, ϵ_0 je permitivita vakua. Stejně jako standardní problém dvou těles, lze i pohyb excitonu převést na pohyb těžiště složený s pohybem vůči těžišti, tj.:

$$\mathbf{R} = \frac{m_e \mathbf{r}_e + m_h \mathbf{r}_h}{m_e + m_h} \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_e - \mathbf{r}_h$$

$$M = m_e + m_h \quad \text{a} \quad \mu = \frac{m_e m_h}{m_e + m_h}$$

Stacionární Schroödingerova rovnice má potom tvar

$$\left[-\frac{\hbar^2 \nabla_{\mathbf{R}}^2}{2M} - \frac{\hbar^2 \nabla_{\mathbf{r}}^2}{2\mu} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r|\mathbf{r}|} \right] \psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = (\varepsilon_{ex} - \varepsilon_0) \psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}). \quad (6.2)$$

Vlnová funkce je separabilní ve svých proměnných a hledáme ji ve tvaru

$$\psi(\mathbf{R}, \mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{K}\cdot\mathbf{R}} \phi(\mathbf{r}). \quad (6.3)$$

Dosadíme-li a vypočteme pohyb těžiště, vyjde nám rovnice

$$\left[-\frac{\hbar^2 \nabla_{\mathbf{r}}^2}{2\mu} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r|\mathbf{r}|} \right] \phi(\mathbf{r}) = (\varepsilon_{ex} - \varepsilon_0 - \frac{\hbar^2 K^2}{2M}) \phi(\mathbf{r}). \quad (6.4)$$

Řešení této rovnice je pak obecně známo a ε_{ex} má tvar

$$\varepsilon_{ex} = \varepsilon_0 + \frac{\hbar^2 K^2}{2M} - \frac{1}{n^2} \frac{\mu e^4}{2(4\pi\epsilon_0\epsilon_r\hbar)^2}, \quad (6.5)$$

kde n je hlavní kvantové číslo z řešení vodíku podobného problému. Jedná se o celé číslo větší nebo rovné jedné. Z řešení lze také určit charakteristický rozměr excitonu -příslušný Bohrovův poloměr $a_{ex} = \frac{4\pi\hbar^2\epsilon_0\kappa}{\mu e^2}$. Pro GaAs je tento poloměr roven 11 nm.

6.2 Exciton v systému 2D

Ve 2D strukturách v důsledku prostorového kvantového omezení narůstá vazební energie excitonu. Pro 2D strukturu je třeba doplnit hamiltonián (6.1) o potenciály působící jak na elektrony $V_e(z_e)$, tak na díry $V_h(z_h)$. Tyto potenciály mohou představovat obecně jakoukoliv 2D strukturu, buď jednoduchou kvantovou jámu nebo kombinaci kvantových jam. V každém případě má systém 2D-symetrii, kterou vyjádříme zavedením nových proměnných:

$$\mathbf{r}_{\parallel} = \mathbf{r}_{e\parallel} - \mathbf{r}_{h\parallel} \quad \text{a} \quad \mathbf{R}_{\parallel} = \frac{m_e \mathbf{r}_{e\parallel} + m_h \mathbf{r}_{h\parallel}}{m_e + m_h}$$

$$\text{kde } \mathbf{r}_{e\parallel} = (x_e, y_e) \quad \text{a} \quad \mathbf{r}_{h\parallel} = (x_h, y_h).$$

Hamiltonián rozložíme na jednotlivé příspěvky dle vztahu

$$H_{ex} = H_{CM} + H_{rel} + H_e + H_h - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r \sqrt{r_{\parallel}^2 + (z_e - z_h)^2}}. \quad (6.6)$$

První člen H_{cm} představuje pohyb těžiště a druhý člen H_{rel} popisuje vzájemný relativní pohyb elektronu a díry, přičemž oba pohyby jsou v rovině xy . Pohyb těžiště lze odseparovat ze Schrödingerovy rovnice stejně jako tomu bylo pro exciton v objemovém krystalu a dostaneme příspěvek k energii $\frac{\hbar^2 \mathbf{K}_{\parallel}^2}{2M}$.

Hamiltoniány H_e a H_h popisují pohyb elektronu, respektive díry, v jednom rozměru podél osy z . Předpokládáme, že jsou diagonalizovány jednočásticovými funkcemi $\phi_m(z_e)$ s vlastní hodnotou energie E_m a funkcemi $\chi_n(z_h)$ s energií E_n . Protože stacionární stavy tohoto problému nejdou obvykle vyjádřit analyticky, použijeme variační metodu a vlnovou funkci ve vodíku-podobném tvaru

$$\Psi_{mn}(z_e, z_h, r_{\parallel}) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \phi_m(z_e) \chi_n(z_h) \frac{e^{-\frac{r_{\parallel}}{\lambda_{nm}}}}{\lambda_{nm}}, \quad (6.7)$$

ve kterém λ_{nm} je variační parametr. Hledáním minima energie ve variační proměnné λ_{nm} , obdržíme přibližně analogii 1s-stavu excitonu. Názornost volby excitonové funkce (6.7) je dána fyzikálně motivovanou volbou jednočásticových stavů $\phi_m(z_e)$ a $\chi_n(z_h)$. K demonstraci použijeme SDQW v příčném elektrickém poli, o kterou rozšíříme hamiltonián (6.6) doplněním členu $eF(z_e - z_h)$.

V druhé části třetí kapitoly jsme ukázali, že v reálné DQW dochází vlivem zvyšování intensity elektrického pole k postupné lokalizaci elektronů a děr v rozdílných jámách. Proto dále mluvíme o páru částic elektron-díra lokalizovaných, buď ve stejné jámě (přímý exciton DX) nebo v opačných jámách (nepřímý exciton IX). Proces rekombinace je za této situace složitější. Nejprve dojde k vytvoření vázaného stavu obou částic, podle prostorové lokalizace, vzniku přímého nebo nepřímého excitonu. Teprve pak dojde k rekombinaci. Jednočásticové funkce ze vztahu (6.7) mohou být ze stejné nebo různé jámy podle charakteru excitonu. Na obrázku 4.4 můžeme tedy mluvit o excitonech přímých (2, 3) a nepřímých (1, 4). Pro přesnější kvantitativní výsledky lze dále volbu excitonové funkce zobecnit na tvar

$$\Psi(z_e, z_h, r_{\parallel}) = \sum_{mn} \alpha_{mn} \Psi_{mn}(z_e, z_h, r_{\parallel}). \quad (6.8)$$

Podrobněji se touto problematikou zabývá například Westgaard a kol. v práci [4].

Poznámka na závěr: vazební energie excitonu v 2D strukturách GaAs/GaAlAs je přibližně $2 - 3 \times$ větší než v 3D systémech.

6.3 Excitony v DQW

V případě symetrické dvojité kvantové jámy SDQW a při nulovém elektrickém poli se při fotoluminescenci pozoruje PL od takzvaného přímého excitonu DX. Exciton je tvořen elektronem a dírou ze stejné kvantové jámy. Jelikož se jedná o SDQW, září přímé excitony na stejné vlnové délce. Jelikož energie vyzářených fotonů při rekombinaci přímého excitonu nezávisí na elektrickém poli, maxima odpovídající přímým přechodům DX se neposouvají se změnou elektrického pole.

S rostoucím elektrickým polem se však struktura energetických pásů naklání. Zvolíme-li naklání takové, že pravý konec struktury energetických pásů se zvedá oproti levému konci, plní se s nakláním pravá kvantová jáma dírami a levá elektrony. V levé jámě je nadbytek elektronů k tomu, aby rekombinovaly s malým počtem

děr v levé jámě, a tak rekombinují s dírami v pravé kvantové jámě, které jsou na tom obdobně. Při fotoluminescenci pozorujeme fotoluminescenci PL od nepřímého excitonu IX. Při opačném naklonění je situace obdobná. Vždy však pozorujeme PL spojené pouze s jedním nepřímým přechodem, opačný nepřímý přechod má nízkou pravděpodobnost realizace, protože odpovídá málo obsazeným stavům kvantových jam.

Energie nepřímého excitonu je na rozdíl od přímého excitonu závislá na míře naklonění struktury, a tedy i na velikosti elektrického pole. Jelikož vzdálenost mezi energetickými hladinami elektronů a děr v opačných kvantových jámách se při větším naklonění energetických pásů zmenší, posouvá se poloha maxima IX s napětím do nižších energií. S rostoucím napětím však roste i výška bariéry, kterou musí částice protunelovat, aby rekombinovaly. Snižuje se tak pravděpodobnost nepřímého přechodu a také intenzita PL spojená s nepřímými přechody se při vysokých elektrických polích utlumuje.

Pro uvedené dva druhy excitonů je dobré zavést veličinu popisující rozdíl energií maxim přímého a nepřímého přechodu vztahem

$$E_{DI} = E_D - E_I, \quad (6.9)$$

ve kterém E_D je energie maxima přímého a E_I energie maxima nepřímého přechodu. Energii E_{DI} říkáme "štěpení přímého a nepřímého přechodu". Tato veličina je závislá na elektrickém poli a závisí také na šířce kvantových jam. Tato závislost je dána vztahem

$$E_{DI} = (W + B)|F_{eff}|, \quad (6.10)$$

kde W je šířka jámy a B šířka bariéry, F udává velikost elektrického pole. Jelikož se v praxi neměří velikost elektrického pole na vzorku, ale velikost elektrického napětí na kontaktech vzorku je vhodné si uvést přepočtené elektrického napětí na intenzitu elektrického pole vztahem

$$F_{ext} = \frac{U}{L}, \quad (6.11)$$

kde ϵ_{ext} je velikost vnějšího elektrického pole, U je přiložené elektrické napětí a L je vzdálenost mezi elektrickými kontakty vzorku. Článek [23] se dále zabývá možností stínění vnějšího elektrického pole vnitřním nábojem, respektive hustotou náboje. K určení této plošné hustoty náboje σ lze využít Poissonovu rovnici

$$\nabla \cdot F = \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \quad (6.12)$$

Je nutné si pouze rozmyslet, kde na struktuře se náboj nachází. Článek [23] řeší možnost výskytu náboje v DQW. Článek předpokládá, že se pro každou takovou jámu náboj v ní obsazený projeví s faktorem 0.5 na stínění vnějšího elektrického pole. Tuto veličinu budeme nazývat "míra stínění náboje v DQW" a budeme ho značit ζ . Efektivní pole v DQW pak souvisí s polem podle vztahu 6.12 $F_{eff} = \zeta F$.

Vedle chování při zvyšování intenzity elektrického pole vykazuje nepřímý exciton i zajímavé chování při zvyšování intenzity podélného magnetického pole. Prostorová separace elektronu a díry nepřímého excitonu IX QW vede v podélném magnetickém poli k posunu základního stavu IX z nulového bodu k -prostoru. Pás základního

stavu zůstává přibližně parabolický, ale jeho minimum se posouvá. Energii potom vyjádříme s pomocí vztahu

$$E_{IX}(p_x, p_y) = E_0 + \frac{p_y^2}{2m} + \frac{(p_x - eB_{\parallel}\Delta)^2}{2m}, \quad (6.13)$$

ve kterém p_x a p_y jsou hybnosti excitonu v rovině kvantové jámy a E_0 shrnuje zbytek energie. Ze vztahu (6.13) plyne, že posun základního stavu IX ve směru k_x závisí lineárně na magnetickém poli a na prostorové vzdálenosti Δ .

Jelikož se ale hybnost při optických přechodech nemění, jsou opticky dovoleny pouze přechody v oblasti nulového bodu k -prostoru. Posouvání minima základního stavu s podélným magnetickým polem je proto doprovázeno vyhasnutím PL nepřímých excitonů v základním stavu. Je pozorováno pouze PL nepřímých excitonů, excitovaných tepelnou energií do vyšších stavů, což je doprovázeno modrým posunem maxima IX.

Touto problematikou se zabývá i práce [24]. Parlangei v této práci vychází ze vztahu (6.13). Za použití Boltzmannovské statistiky namísto Bose-Einsteinova rozdělení a při předpokladu konstantní hustoty nepřímých excitonů v jámě obdržel pro intenzitu fotoluminescence nepřímých excitonů vztah

$$I_{IX} \propto \exp\left(-\frac{e^2 B_{\parallel}^2 \Delta^2}{2mk_B T}\right), \quad (6.14)$$

Ze vztahu (6.14) plyne, že intenzita nepřímých přechodů s rostoucí intenzitou podélného magnetického pole rychle klesá.

6.4 Dopované heterostrukтуры

Dopování polovodičů se stalo nezbytným při tvorbě polovodičových součástek, takže i heterostruktur. Slouží třeba k tvorbě kvantových jam s vysokou hustotou elektronů nebo děr. Dopování se projevuje tak že v určitém místě, podle typu dopantů, se snižuje nebo zvyšuje poloha Fermiho meze vůči zakázanému pásu. Pro adekvátní popis je vzhledem k vysokým hustotám částic třeba selfkonzistentní postup. Problém má dva vstupy:

- Parametry jednotlivých heteropřechodů.
- Rozložení koncentrace dopantů v závislosti na souřadnici z .

Výpočet energetických profilů pásů je založen na cyklickém řešení Schrödingerovy a Poissonovy rovnice. V prvním kroku obdržíme ze Schrödingerovy rovnice jednočásticové stavy $\Psi(\mathbf{r})$. Ty podle teploty T obsadíme podle vhodné rozdělovací funkce částicemi. Množství těchto částic vychází z podmínky elektrické neutrality a je rovno počtu dopantů. Obsazením stavů dostáváme prostorové rozložení náboje a můžeme proto řešit Poissonovu rovnici. Jako výsledek dostaneme selfkonzistentní potenciál $\Phi_{s.c.}(z)$. Tím se modifikuje původní Schrödingerova rovnice, modifikují se jednočásticové stavy a tak dokola. Cyklus konverguje ke konečnému hledanému

řešení. V systémech s 2D symetrií mají uvažované rovnice tvar

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{dz} \frac{1}{\mu(z)} \frac{d}{dz} + \frac{\hbar^2}{2\mu(z)} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + V(z) + q\Phi_{s.c.}(\mathbf{z}) \right] \Psi(\mathbf{r}) = \varepsilon \Psi(\mathbf{r}) \quad (6.15)$$

a

$$\nabla^2 \Phi_{s.c.}(z) = -\frac{\rho(z)}{\epsilon_0 \epsilon_r}. \quad (6.16)$$

Schrödingerova rovnice zde odpovídá Hartreeho aproximaci v přiblížení Ben Daniel-Dukeova modelu, viz. třetí kapitola. Uvažujeme pouze coulombickou interakci mezi částicemi a výměnnou interakci zanedbáváme. Značka $\rho(z)$ představuje hustotu náboje, danou vedle n uvažovaných částic také polohou akceptorů N_A^- a donorů N_D^+ vztah

$$\rho(z) = qn(z) - eN_A^- + eN_D^+. \quad (6.17)$$

Vlnovou funkci problému zvolíme na základě 2D translační symetrie ve tvaru

$$\Psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} e^{i\mathbf{k}_{\parallel} \cdot \mathbf{r}_{\parallel}} \chi(z). \quad (6.18)$$

Jako výsledek řešení Schrödingerovy rovnice dostaneme jednočásticové funkce χ_j , kde j indexuje jednotlivé podpásky. Podle Fermi-Diracovy statistiky dostaneme rozložení náboje pro j -tý pás vztah

$$n_j = \frac{mk_B T}{\pi \hbar^2} \ln \left[1 + e^{\left(\frac{E_F - E_j}{k_B T} \right)} \right], \quad (6.19)$$

ve kterém E_j představuje energii dna vodivostního pásu, E_F je energie Fermiho meze. Poloha Fermiho meze pro elektrony nebo díry je dána podmínkou elektrické neutrality

$$q \sum_j n_j + e \int_{-\infty}^{+\infty} (N_D^+ - N_A^-) dz = 0. \quad (6.20)$$

Při znalosti jednočásticových stavů můžeme vztah (6.17) přepsat ve tvaru

$$\rho(z) = q \sum_j n_j |\chi_j(z)|^2 - eN_A^- + eN_D^+, \quad (6.21)$$

který je potřebný k výpočtu selfkonzistentního potenciálu $\Phi_{s.c.}(z)$. Více se modulačním dopováním zabývá například Bastard v práci [2] nebo Davies v práci [1]. Je nutno poznamenat, že zatímco v případě kvantových jam jsou vázané stavy dopováním pouze upraveny, tak v případě osamocených heteropřechodů je dopování za vznik vázaných stavů zcela odpovědné. Na závěr kapitoly stojí za to dodat, že vedle excitonů jsme na konci minulé kapitoly zmiňovali i nabitě excitony, respektive triony. Jde o částice, ve které je pár elektron díra doplněn ještě o elektron, mluvíme o záporně nabitě excitonu, nebo o díru, pak jde o kladně nabitý exciton.

Kapitola 7

Zeemanův jev

V předchozích kapitolách jsme studovali vliv magnetického pole na systém a popsali jsme nové částice excitony. Nyní budeme sledovat vliv magnetického pole přímo na excitony. Terminologicky se jedná o anomální Zeemanův jev, proto si popíšeme nejprve Zeemanův jev obecně a teprve potom se budeme věnovat Zeemanovu jevu u excitonů v polovodiči.

7.1 Zeemanovo štěpení obecně

Zeemanův jev je pozorován v příčném magnetickém poli $\mathbf{B} = (0, 0, B)$. K jeho výpočtu je třeba do hamiltoniánu (5.1) započítat interakci magnetického pole se spinem částice. Hamiltonián má tvar

$$H = \frac{1}{2m_0} (\mathbf{p} + q\mathbf{A})^2 + g \frac{e}{m_0} \mathbf{S} \cdot \mathbf{B}, \quad (7.1)$$

ve kterém g značí Landého g -faktor interakce s magnetickým polem pro volný elektron, respektive díru, dále píšeme jen g -faktor. Operátor zastupující spin je roven $\mathbf{S} = (s_x, s_y, s_z)$. Jelikož magnetické pole je nenulové pouze ve směru osy z , projeví se u výsledné energie pouze z -ová komponenta s_z a původní energie (5.4) je rozšířena o příslušný faktor a nabývá tvaru podle vztahu

$$\varepsilon = E_j + \hbar\omega_c(n + \frac{1}{2}) \pm \frac{e\hbar}{2m_0} gB. \quad (7.2)$$

Jak je vidět ve vztahu (7.2), tak se původní energie vlivem spin-orbitální interakce rozštěpí na dva podpásy. Rozdíl energií těchto podpásů je dán vztahem

$$\Delta\varepsilon = \frac{e\hbar}{m} gB \quad (7.3)$$

a je závislý na velikosti g -faktoru, která souvisí s typem původního pásu (zatímco elektrony jsou s -stavy tak díry jsou p -stavy), a na velikosti magnetického pole. Zavedeme si proto velikost Bohrova magnetonu částice

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_0}. \quad (7.4)$$

Rozdíl energie nabere běžně zapisovaný tvar

$$\Delta\varepsilon = 2\mu_B g B. \quad (7.5)$$

Velikosti g -faktoru závisí na vlastnostech látky. Tak například pro elektrony v atomech je podle Davydova [13] g -faktor dán vztahem

$$g = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}, \quad (7.6)$$

ve kterém j , s a l jsou atomová čísla a vlastní čísla operátorů jsou

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{s}.$$

7.2 Landého g -faktor pro elektrony a díry v GaAs/AlGaAs

Pro určení g -faktoru pro elektrony i pro díry $g_{e,h}$ v krystalu polovodiče, opět vyjdeme ze stacionární Schrödingerova rovnice. Přesným určením g -faktoru se zabývala řada výzkumů, a to na kvantových systémech různých typů, jako kvantové jámy I. a II. typu. Nejprve zavedeme hamiltonián pro excitony v objemovém krystalu GaAs. Ten se skládá ze tří částí, a to části spojené s elektronem ve vodivostním pásu, s dírou ve valenčním pásu a z jejich vzájemné interakce. Toto rozdělení platí i pro exciton v kvantovém systému, jehož hamiltonián má tvar

$$H_{ex} = H_e + H_h + H_{e-h}, \quad (7.7)$$

ve kterém

$$H_e = \mu_B g_e \sum_{i=x,y,z} S_{e,i} B_i,$$

$$H_h = -2\mu_B \sum_{i=x,y,z} (\tilde{\gamma} J_{h,i} + \bar{\gamma} J_{h,i}^3) B_i,$$

a

$$H_{e-h} = - \sum_{i=x,y,z} (a J_{h,i} S_{e,i} + b J_{h,i}^3 S_{e,i}) B_i.$$

Vliv jednotlivých částí hamiltoniánu vychází z článku van Kestnera [14]. Uvedené hamiltoniány jsou pouze opravou k hamiltoniánu (5.1) a popisují Zeemanovo štěpení a spin-spinové párování mezi elektronem a dírou v excitonu. Dále lze zanedbat člen $J_{i,h}^3$, protože je mnohem menší než $J_{i,h}$. $\tilde{\gamma}$ a $\bar{\gamma}$ odpovídá Luttingerovým konstantám z druhé kapitoly a a a b jsou konstanty spin-spinové interakce.

V GaAs/AlGaAs máme horní valenční pás rozdělen na podpás pro lehké díry $J_{h,z} = \pm\frac{1}{2}$ a podpás těžkých děr $J_{h,z} = \pm\frac{3}{2}$. Při nízkých teplotách, které předpokládáme, převažuje obsazení podpásu těžkých děr. Taktéž předpokládáme podle článku [16], že i při vysokých magnetických polích je Zeemanovo štěpení menší než štěpení na lehké a těžké díry. Zanedbáme-li spin-spinové párování, zůstane nám vztah (7.8),

$$H_{ex} = H_e + H_h = g_e \mu_B \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} - g_h \mu_B B_z \Sigma_z, \quad (7.8)$$

kde

$$\Sigma_z = \pm\frac{1}{2}.$$

S pomocí Luttingerových konstant lze vyjádřit g -faktor jako

$$g_h = 6\tilde{\gamma} + 13.5\bar{\gamma}.$$

Na závěr uvedeme odkazy na několik článků, určujících velikost g -faktorů . Jedná se o literaturu [14, 15, 16, 17, 18, 19].

Van Kesteren v článku [14] došel k výsledkům pro elektrony: $g_{e,x} = g_{e,y} \doteq (1.97 - 1.98)$, $g_{e,z} \doteq 1.9$ a pro díry $g_{h,x} = g_{h,y} < 0.01$, $g_{h,z} \doteq 2.3$ pro 2.5 nm vrstvu GaAs $g_{h,z} \doteq 2.9$ pro 1.7 nm vrstvu GaAs.

Snelling se v článku [15] zaměřil na čerpání kruhově polarizovaným světlem a sledoval závislost g -faktoru elektronu na šířce kvantové jámy a určil šířku 5 nm za šířku, při které mění g_e znaménko.

V dalším článku [16] Snelling sledoval luminiscenci excitonů pomocí polarizátoru. Pozoroval pravo- a levo-točivě polarizované světlo. Tentokrát za šířku, při které g_e mění znaménko určil šířku 8 nm. Taktéž došel k závěru že prostřednictvím Luttingerovy parametry závisí na šířce i velikost g_h .

Shields v článku [17] pracoval s 30 nm širokými kvantovými jámami na GaAs. Při měření došel k výsledku $g_e \doteq (0.42 \pm 0.02)$, což je blízké hodnotě pro objemový krystal GaAs ~ 0.44 .

V dalším článku [18] Tutuc využil k měření Schubnikov-de Haasovy oscilace. V článku předpokládá, že g -faktor je nezávislý na magnetickém poli. Při měření sledoval závislost g -faktoru na hustotě elektronů: od hustoty 2DES $n = 0.8 \times 10^{10} \text{cm}^{-2}$ $g_e \doteq 1.3$ k hustotě $n = 6.5 \times 10^{10} \text{cm}^{-2}$ $g_e \doteq 2.6$.

Autor článku [19] Proskuryakov se zaměřil na měření závislosti g_h na hustotě děr za použití vztahu $g = (2E_F)/(\mu B)$. Proskuryakov pozoroval lineární závislost od $p = 1.5 \times 10^{10} \text{cm}^{-2}$ $g_h = 0.4$ po $p = 8.2 \times 10^{10} \text{cm}^{-2}$ $g_h = 1.45$.

7.3 Landého g -faktor excitonů v GaAs/AlGaAs

Jak jsme již dříve uvedli, exciton X se skládá z páru elektron-díra, vázaného coulombickou silou. Podle předcházející části považujeme díru za těžkou díru (nízké teploty). Tím dostaneme čtyři základní stavy pro excitony

$$e \uparrow h \uparrow, \quad e \uparrow h \downarrow, \quad e \downarrow h \uparrow, \quad e \downarrow h \downarrow. \quad (7.9)$$

Zmíněné čtyři stavy jsou zobrazeny na obrázku 7.1. Celkový moment \mathbf{J} stavů odpovídá vždy součtu (rozdílu) celkového momentu elektronu $1/2$ a celkového momentu těžké díry $3/2$. V nulovém magnetickém poli jsou pro exciton dva dublety s paralelním a antiparalelním spinem. Když zapneme příčné magnetické pole dojde k dalšímu rozštěpení dublet. Na obrázku 7.1 jsou zvýrazněny přechody, které splňují změnu celkového úhlového momentu o ± 1 , což je výběrové pravidlo pro opticky dovolené přechody. Tyto přechody odpovídají σ^+ pravo- respektive σ^- levo-točivému světlu. Štěpení stavů v příčném magnetickém poli je podle Snellinga [16] dáno vztahem

$$\Delta_{1,2} = |g_e + g_h| \mu_B B. \quad (7.10)$$

Obr 7.1: Energetický diagram excitonu [20].

Z toho plyne, že velikost g -faktoru excitonu podle práce [16] odpovídá součtu g -faktorů pro elektron a pro díru, vztah

$$g_{ex} = g_e + g_h. \quad (7.11)$$

7.4 Landého g -faktor trionu v GaAs/AlGaAs

Jak již bylo uvedeno dříve, trion vznikne připojením další částice, elektronu nebo díry, k excitonu. Značí se \mathbf{X}^+ jde-li o díru a \mathbf{X}^- jde-li o elektron. Dále se věnujeme trionu složenému z díry a dvou elektronů, negativně nabitému excitonu. Popis pozitivně nabitého excitonu je analogický.

Stavy trionů se řídí Pauliho vylučovacím principem, který dovoluje pouze celkově antisymetrické vlnové funkce. Proto můžeme stavy rozdělit na symetrické a antisymetrické spinové části. Pouze jedním způsobem lze sestavit antisymetrické stavy dvou elektronů, které odpovídají na obrázku 7.1 singletnímu stavu X_s , neboli singletnímu termu. A jsou tři způsoby jak lze sestavit symetrické stavy dvou elektronů -tripletní stavy X_t , neboli tripletní termy.

Jak je na obrázku 7.2 vidět, ve spojení s dírou dostaneme dva a šest stavů, symetrických a antisymetrických. Tyto stavy jsou degenerované a v přítomnosti magnetického pole se štěpí podle teorie Zeemanova jevu. Štěpení je dáno g -faktorem trionu g_{tr} . Na rozdíl od excitonů mají triony různé g -faktory pro různé stavy. Například v případě singletního stavu se spiny elektronů vyruší a zůstane pouze spin díry. Pro tento stav je g -faktor dán pouze g -faktorem díry.

Na druhou stranu, při optických přechodech (opět jsou dovoleny jen přechody se změnou spinu o ± 1) dochází k interakci elektron-díra a jeden elektron nám zůstane. Proto nedochází na obrázku 7.2 k přechodům na stav s nulovým celkovým momentem jako v případě excitonů, viz. obrázek 7.1, ale k přechodu na elektronové stavy, které jsou štěpeny podle g -faktoru elektronů. Proto hrají oba g -faktory roli jak pro přechody ze singletních, tak i tripletních stavů stejně jako v případě excitonu.

Obr 7.2: Energetický diagram trionu [20].

Na obrázku 7.2 jsou opět vidět dovolené optické přechody odpovídající fotonům jak σ^+ pravo- tak σ^- levo-točivého světla. Rozdíl v energiích mezi těmito fotony pak odpovídá rozdílu ΔE .

II

Experimentální část

Kapitola 8

Experimentální uspořádání aparatury a vzorky

V kapitole se popisují zapojení aparatury při experimentu a jednotlivé vzorky vázaných kvantových jam, které jsme měřili. První vzorek je označen číslem tp810 a měření na něm byla prováděna v laboratoři v Grenoblu. Druhý vzorek je označen tp313 a měřili jsme na něm v laboratoři v Tróji.

8.1 Experimentální uspořádání

Měření proběhla v Laboratoři Infračervené spektroskopie, Fyzikální Ústav Univerzity Karlovy a dále v Grenoblu (Francie) v High Magnetic Field Laboratory. Uvedeme podrobný popis uspořádání aparatury v naší laboratoři v Tróji s tím, že zapojení v Grenoblu bylo technicky podobné.

Základní schéma uspořádání experimentu je vidět na obrázku 8.1. Jsou na něm nakresleny dva lasery. Při měření je zapojen vždy jeden z nich. Laserový svazek se přivede a fokusuje zrcátky na vzorek v magnetu, kde excituje elektrony a generuje elektron-děrové páry. Lasery se liší vlnovými délkami vyzařovaného světla. Diodový laser září na vlnové délce 633 nm (1.96 eV). Při této energii dochází k excitaci v celém ozářeném vzorku. Hovoříme o excitaci nad gapem (GaAlAs). Titan-safírovým laserem jsme excitovali na vlnové délce 710 nm (1.75 eV). Tato energie však není dostatečná k excitaci částic v bariérách a proto dochází ke generaci elektron-děrových párů pouze v kvantových jámách. Mluvíme o excitaci pod gapem (GaAlAs).

V Grenoblu byl použit laser na vlnové délce 514 nm (2.41 eV), čili šlo také o excitaci nad gapem (GaAlAs). Jak již bylo uvedeno, vzorek je umístěn v magnetu. V případě laboratoře v Troje jde o supravodivý magnet Spectromag SM4000-1.5 od firmy Oxford Instruments. Na obrázku 8.1 jsou také vidět dvě varianty zapojení. Plná čára odpovídá tzv. Faradayově konfiguraci, kdy měříme v příčném magnetickém poli. Této konfiguraci pak odpovídá i použití polarizátoru a čtvrtvlnové destičky. Druhé konfiguraci se říká Voigtova konfigurace. Používá se pro měření v podélném magnetickém poli a na obrázku jí odpovídá čárkované rameno a vzorek je orientován ve směru čárkovaného ramene. Pro podélné magnetické pole nemá význam použití polarizátoru a čtvrtvlnové destičky. V obou případech PL ze vzorku přivedeme zrcátky a přes další optické prvky a fokusujeme do Fourierova spektrometru. V laboratoři v

Obr 8.1: Základní schéma uspořádání experimentu v Laboratořích v Tróji

Tróji používáme spektrometr IFS/66S od firmy BRUKER.

Výsledné spektrum sledujeme na připojeném počítači. Ve vzorkovém prostoru bylo možné regulovat teplotu od 1.4-300 K. V laboratořích v Tróji máme magnet o magnetické indukci do 11 T, ale efektivně měříme jen do 9.5 T. V laboratořích v Grenoblu (kde nelze regulovat teplotu, na rozdíl od Tróje) měříme do magnetického pole 20 T. Na vzorek lze ještě přiložit elektrické napětí a lze také regulovat intenzitu excitačního laseru.

Obr 8.2: Schéma profilu pásové struktury vzorku tp810.

8.2 Vzorek tp810

Vzorek byl vyroben v Institutu Technické Fyziky, Friedrich-Alexander Univerzity v Erlangenu, Spolková Republika Německo. Grafické schéma vzorku je znázorněno na obrázku 8.2.

Vzorek byl připraven metodou MBE (molekulární svazková epitaxe). Z obrázku vyplývá, že vzorek má následující strukturu: Na substrátu je 500 nm vrstva $\text{Ga}_{0.7}\text{Al}_{0.3}\text{As}$ silně dopovaného křemíkem $N_D = 1 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$. Stejná oblast jen o šířce 400 nm je i pod povrchem vzorku, přičemž povrch je tvořen 10 nm vrstvou GaAs. Okrajové silně dopované oblasti jsou od prostoru jam odděleny intrinsickou oblastí $\text{Ga}_{0.7}\text{Al}_{0.3}\text{As}$. Oblast kvantových jam je slabě dopovaná uhlíkem $N_A = 1.5 \times 10^{11} \text{cm}^{-2}$, jedná se o takzvané δ -dopování. Tato p-dopovaná oblast má šířku zhruba 76 nm a skládá se z postranních bariér z $\text{Ga}_{0.7}\text{Al}_{0.3}\text{As}$ o šířce 30 nm a dvou kvantových jam z GaAs o šířce 26 ML (mono layer = jedna atomová vrstva), oddělených úzkou bariérou 4 ML z AlAs.

Silné n-dopování okrajových oblastí nám umožňuje přiložit na vzorek dobré ohmické kontakty k naklánění struktury. p-dopování oblasti kvantových jam zamezuje přístupu elektronů z n-dopantů z okrajových oblastí do kvantových jam a zároveň umožňuje přikládat kontakty na jámy. Jsme schopni přikládat elektrické napětí mezi n-oblastí a p-oblastí.

Obr 8.3: Schéma profilu pásové struktury vzorku tp313.

8.3 Vzorek tp313

Stejně jako vzorek číslo tp810 i vzorek tp313 byl vyroben v Institutu Technické Fyziky, Friedrich-Alexander Univerzity v Erlangenu. Na tomto vzorku byla již dříve provedena řada měření, která byla následně publikována, ale po zkušenostech z měření ze vzorku číslo tp810 a jiných novějších vzorků byla na vzorku tp313 provedena i takzvaná polarizační měření. Schéma vzorku je vidět na obrázku 8.3.

Vzorek byl opět připraven metodou MBE. Struktura vzorku tp313 je složitější. Skládá se totiž ze tří dvojitých kvantových jam. Růst vzorku začal 500 nm n-oblastí GaAs, která je silně dopována křemíkem $N_D = 2 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$. Následuje 300 nm n-oblastí GaAlAs, která je dopována stejně silně. Následuje 500 nm GaAlAs intrinzičké oblasti a 5 nm široká p- δ -oblast dopovaná uhlíkem $N_A = 3 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$. Pak následují tři DQW různě široké. Od sebe a od okrajů jsou odděleny 100 nm širokou oblastí GaAlAs bez dopování a jsou tvořeny QW z GaAs s bariérou 4 ML z AlAs. Jámy jsou široké 35 ML, 26 ML a 18 ML. Za oblastí DQW následuje n- δ -oblast $N_D = 4 \times 10^{17} \text{cm}^{-3}$, 500 nm široká intrinzičká oblast obě GaAlAs. Na vrchu je 300 nm široká p-oblast GaAlAs dopovaná uhlíkem $N_A = 1.4 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$ a 20 nm široká p- δ -oblast GaAs dopovaná uhlíkem $N_A = 2 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}$. Volt-amperová charakteristika vzorku je dána klasickým pin přechodem na vzorku. Podle toho volíme i napětí přikládání na vzorek.

Kapitola 9

Experimentální výsledky, vzorek tp810

V této kapitole se zabýváme výsledky, naměřenými na vzorku tp810 v Grenoblu v High Magnetic Field Laboratory. Nejprve se zabýváme spektry a polohami maxim fotoluminescenčního PL pro měření pouze v elektrickém poli, pak měřeními v elektrickém poli a magnetickém poli podélném a nakonec se věnujeme polarizačním jevům excitonů a trionů v elektrickém poli spojeném s magnetickým polem příčným.

9.1 Spektra vzorku tp810 v elektrickém poli

V této části uvádíme výsledky měření při takzvané Voigtově konfiguraci. Začneme grafickým znázorněním naměřených spekter PL dvojitě kvantové jámy pro různá elektrická napětí, při nulovém magnetickém poli, která jsou znázorněna na obrázku 9.1. Fotoluminiscenční excitaci jsme zde realizovali laserem na vlnové délce 720 nm, jde tedy o podgapovou excitaci, tj. volné nosiče jsou excitovány pouze v oblasti kvantových jam. Intenzity uvádíme v obecných jednotkách, protože jsme schopni zajistit dostatečnou podobnost nastavení aparatury jen pro několik málo po sobě jdoucích měření. Po změnách teploty, změnách magnetického pole a podobně je však třeba aparaturu doladit.

Spektra jsou seřazena pod sebou, s jednotnou vzdáleností od sebe, a to nezávisle na kroku elektrického napětí. V levém horním rohu grafu je vidět schéma přímých a nepřímých přechodů s tím, že maxima odpovídajících přechodů v grafu jsou zvýrazněna. Na spektru je vidět, že pro slabá elektrická pole dominuje PL přímého přechodu, neboli přímého excitonu. Elektron a díra tvořící exciton jsou ve stejné jámě. Při vyšší intenzitě elektrického pole se objevuje PL nepřímého excitonu ve shodě s teorií uvedenou v odstavci (6.3).

Na obrázku 9.1 je ještě vidět, že při vyšších napětích se znovu objevuje PL spojené s přímými přechody, tentokrát už nejde o excitony, ale o elektron-děrový plyn. Polohy maxim PL od přímých a nepřímých přechodů jsou vyneseny v grafu na obrázku 9.2. Pro nepřímé přechody je zřetelná lineární závislost polohy maxima na elektrickém napětí. V grafech jsou vedle přímých přechodů, spojených s rekombinací excitonů DX, i přímé přechody při vyšším napětí, u kterých je PL způsobené elektron-děrovým plynem.

Jiným pohledem na spektra je grafické zpracování metodou linií konstantní intenzity. Při tomto grafickém zpracování vynášíme vrstevnice intenzity a plochy mezi nimi

Obr 9.1: Fotoluminescenční spektrum DQW při nulovém magnetickém poli pro různá elektrická napětí. Excitace 720 nm a 370 mW s filtrem 1%+20%. S vyobrazeným schématem přímých DX a nepřímých IX přechodů a se zvýrazněnými příslušnými maximy PL.

Obr 9.2: Závislost polohy maxim na elektrickém napětí odvozená ze spektra na obrázku 9.1.

Obr 9.3: Grafické zpracování metodou linií konstantní intenzity. Vytvořeno na základě spekter z grafu na obrázku 9.1.

vybarvujeme různou barvou pro různé stupně intenzit za účelem lepší přehlednosti. Na grafu je dobře vidět jak průběh intenzity PL, tak polohu a šířku maxim. Graf závislosti intenzity PL na elektrickém poli je na obrázku 9.3. V centrální oblasti je červené maximum, které odpovídá přímým excitonovým přechodům. Nalevo i napravo jsou žlutá respektive zelená maxima, která odpovídají přechodům nepřímým. Maxima se postupně rozšiřují a utlumují. Na pravé straně (kladné napětí) se pak objevuje světle modré maximum spojené s přímými přechody elektron-děrového plynu. Pro lepší představu o spektru je vhodné, sestavit všechny tři typy grafů.

9.2 Spektra vzorku tp810 v elektrickém a magnetickém poli

Stejně jako v předcházející části i v této části uvádíme výsledky měření při Voigtově konfiguraci. Podobná spektra, jako jsme naměřili při nulovém magnetickém poli, jsme naměřili i pro jiná podélná magnetická pole (0 T, 4 T, 8 T, 12 T, 16 T a 20 T). Z vyjmenovaných magnetických polí zde ukážeme spektrum pro magnetické pole 16T. Nejprve spektra s odstupňováním mezi jednotlivými měřeními, která jsou na obrázku 9.4. Jde o spektrum se stejnou úpravou jako spektrum na obrázku 9.1. Podobně jako u nulového magnetického pole, i v případě spekter při podélném magnetickém poli o indukci 16 T, jsme přistoupili k vyobrazení pomocí metody linií konstantní intenzity, viz. obrázek 9.5.

Z uvedených grafů je zřejmé, že s magnetickým polem vymizelo PL od nepřímých excitonů a s nakláněním struktury se místo toho objevuje PL spojené s rekombinací trionu, což je vidět na obou grafech, obrázky 9.4 a 9.5. Polohy maxim trionového PL jsou jen slabě závislé na napětí, přičemž tyto slabé závislosti jsou vysvětleny v článku [23]. V tomto článku se říká, že trion je tvořen elektronem a dírou z jedné kvantové jámy s navázaným elektronem z 2DEG nebo dírou z 2DHG v druhé kvantové

Obr 9.4: Fotoluminescenční spektrum DQW při podélném magnetickém poli o indukci 16 T pro různá elektrická napětí. Excitace 720 nm a 370 mW s filtrem 1%+20%. S vyznačenými maximy PL od přímých excitonů a od trionů.

Obr 9.5: Grafické zpracování metodou linií konstantní intenzity. Vytvořeno na základě spekter z grafu na obrázku 9.4.

Obr 9.6: Závislost polohy maxim spektra DQW na elektrickém napětí při podélném magnetickém poli o indukci 16 T odvozená ze spektra na obrázku 9.4.

jámě. Při rekombinaci spolu rekombinují elektron a díra ze stejné kvantové jámy a napětí ovlivňuje PL jen prostřednictvím nerekombinující částice z opačné jámy. Z naměřených spekter ještě odečteme polohy maxim pro přímé excitony a pro triony pro různá napětí. Polohy maxim jsou pak vyneseny do grafu na obrázku 9.6.

Srovnáním všech tří grafů k spektrům při podélném magnetickém poli o indukci 16 T s grafy spekter při nulovém magnetickém poli pozorujeme posun PL k vyšším energiím fotonů při vyšším magnetickém poli. Tento posun je vyobrazen na obrázku 5.2. Jedná se o takzvaný diamagnetický posun a odpovídá poslednímu členu v rovnici (6.5), v případě 2D systému v energii excitonu vystupují podobné členy.

Pro pozorování vývoje PL s měnícím se magnetickým polem, jsou sestaveny další tři grafy pro jednu hodnotu elektrického napětí a pro různá magnetická pole. Předně je to spektrum s odstupňovanými jednotlivými měřeními při elektrickém napětí -0.35 V pro magnetického pole 0 T, 8 T, 12 T, 16 T a 20T obrázek 9.7. Magnetické pole 4 T, pro které se měření neprovádělo, jelikož ale k zajímavým jevům, které jsou předmětem této práce, dochází až od 12 T, tak to výsledky studia neovlivní. Obrázek 9.7 ukazuje posun a štěpení maxim s růstem intenzity elektrického pole i pole magnetického. K této závislosti jsou uvedeny i polohy jednotlivých maxim PL trionů a přímých excitonů viz. obrázek 9.8. Již zmíněný diamagnetický posun je dobře patrný na obou grafech, zejména na grafu s polohami maxim.

Na sledovaných grafech je velmi dobře patrné rozštěpení PL při magnetických polích od 12 T výše na trion a nepřímý exciton, kdy s rostoucím magnetickým polem začne převládat PL od trionu. S rostoucím polem roste vazební energie trionu a tedy i pravděpodobnost jeho vzniku. Je třeba mít na zřeteli, že se jedná o triony singletních termů. Triony tripletních termů se podle článku [20] tvoří až při magnetickém poli nad 20 T.

Obr 9.7: Fotoluminescenční spektrum DQW při elektrickém napětí -0.35 V pro různé hodnoty magnetického pole. Excitace 720 nm a 370 mW s filtrem $1\%+20\%$. S vyznačenými maximy PL od přímých excitonů a od trionů.

Obr 9.8: Závislost polohy maxim spektra DQW na indukci magnetického pole při elektrickém napětí -0.35 V ze spektra na obrázku 9.7.

Obr 9.9: Fotoluminescenční spektrum DQW při příčném magnetickém poli 20 T a kladném směru, pro různá elektrická napětí. Excitace 514 nm. S vyznačenými maximy PL od přímých excitonů a od trionů.

9.3 Polarizační spektra vzorku tp810 v elektrickém a magnetickém poli

Na rozdíl od předchozích grafů jsou dále v této části práce uváděny grafy spekter naměřených při Faradayově konfiguraci. Měření byla prováděna s laserem na vlnové délce 514 nm, to znamená, že se jedná o nadgapovou excitaci. Faradayova konfigurace měření umožňuje sledování v poslední době moderních polarizačních jevů v příčném magnetickém poli, které jsou spojeny se Zeemanovým jevem popsáním v poslední kapitole teoretické části.

Z vyzáření PL získáváme jednotlivé polarizace s pomocí polarizátoru a čtvrtvlnové destičky pod vhodným úhlem. Mezi polarizacemi lze přepínat převrácením úhlu natočení čtvrtvlnové destičky nebo změnou polarity magnetického pole. V laboratoři v Grenoblu bylo použito druhé možnosti. Touto metodou od sebe oddělujeme polarizaci pravotočivou od polarizace levotočivé. Pro magnetické pole označené jako kladné byla naměřena spektra na obrázku 9.9. Pro magnetické pole záporné, čili pro obrácenou polarizaci byla naměřena spektra na obrázku 9.10.

Při srovnávání obou obrázků je patrné, že naměřené spektrum pro zápornou indukci je poškozeno nežádoucím zářením. Zdroj nežádoucího záření je spojený s nedokonalým nastavením polarizátoru respektive čtvrtvlnové destičky. V důsledku toho při jednotlivých měřeních neměříme jen požadovanou polarizaci, ale i malý zlomek od polarizace druhé. Jelikož ale jedna polarizace je výrazně intenzivnější (kladné magnetické pole) než polarizace druhá (záporné magnetické pole), projeví se porucha ve spektru méně intenzivní polarizace i přes výše zmíněný malý zlomek velmi výrazně.

Nejjednodušší způsob, kterým lze takto poškozené spektrum opravit, je metoda odečtení párového spektra, pronásobeného určitou konstantou. Zavedeme si proto veličinu zvanou korekční konstanta v . Jedná se o konstantu ve smyslu závislosti na elektrickém poli. Jelikož ale neexistuje způsob, jak určit tuto konstantu s dostatečnou

Obr 9.10: Fotoluminescenční spektrum DQW při příčném magnetickém poli 20 T a záporném směru, pro různá elektrická napětí. Excitace 514 nm. S vyznačenými maximy PL od přímých excitonů a od trionů.

presností, jsou dále uvedeny opravené grafy spekter pro dvě hodnoty korekční konstanty, a to pro $v = 0.15$ obrázek 9.11 vlevo a $v = 0.21$ obrázek 9.11 vpravo. Srovnání obou obrázků 9.11 ukazuje, že ideální hodnota korekční konstanty leží mezi výše zmíněnými hodnotami.

Z důvodů neznalosti přesné ideální hodnoty korekční konstanty v přeskočíme grafické zpracování metodou linií konstantní intenzity a přistoupíme ke grafům polohy maxim. Pro měření v kladném magnetickém poli polohy maxim zachycuje graf na obrázku 9.12 vlevo. V případě záporného magnetického pole je situace složitější, protože pro neopravená spektra na obrázku 9.10 nemá smysl určovat polohy maxim. Proto jsou na obrázku 9.12 vpravo uvedeny pouze polohy maxim pro opravená spektra.

Z uvedených grafů je patrné, že polohy maxim závisí výrazně na zvolené hodnotě korekční konstanty, čím větší je korekční konstanta s níž odečteme opačné spektrum, tím více se posune maximum k vyšším energiím.

Když známe polohy maxim pro obě polarizace, můžeme z nich odečtením určit rozdíl energie fotonů záření mezi polarizacemi pro trion i pro přímý exciton. Ze vztahu (7.5) pak můžeme určit velikost g -faktoru. Závislost velikosti g -faktoru na elektrickém napětí je znázorněna na obrázku 9.13

Na obrázku je vidět, že g -faktor trionu nezávisí na napětí a pohybuje se v oblasti kolem střední hodnoty

$$g \doteq (0.9 \pm 0.1).$$

Velmi zajímavé je však chování g -faktoru přímého excitonu, který v rozsahu elektrického napětí od 0 V do ± 0.5 V prudce naroste z hodnot kolem 0.4 až na hodnoty kolem 1.0. Tento jev vysvětlujeme jako důsledek rezonance vlnových funkcí obou kvantových jam, kdy při nulovém elektrickém poli dochází k silné rezonanci, která

Obr 9.11: Fotoluminescenční spektrum DQW vzniklé opravou spekter na obrázku 9.10 odečtením spekter z obrázku 9.9, která jsou pronásobena korekční konstantou: 0.15 obrázek vlevo a 0.21 obrázek vpravo

Obr 9.12: Závislost polohy maxim spektra DQW na elektrickém napětí při příčném magnetickém poli 20 T. Vlevo kladné magnetické pole, odvozeno z obrázku 9.9, vpravo záporné magnetické pole, odvozeno z obrázku 9.11.

Obr 9.13: Závislost g -faktoru trionů a přímých excitonů na elektrickém napětí při magnetickém poli 20 T. Výsledky jsou určeny z grafů na obrázku 9.12 za použití vztahu (7.5).

má za následek tunelování částic mezi jámami. V důsledku toho se částice chovají podobným způsobem, jako částice v kvantové jámě širší než odpovídá skutečnosti. Tato efektivní šířka by v případě absolutní rezonance, kdy částice mohou přecházet volně z jedné jámy do druhé, odpovídala šířce kvantové jámy o šířce celé struktury, a to znamená šířce obou kvantových jam a bariéry dohromady. S nakláněním struktury se však rezonance obou stavů snižuje a efektivní šířka kvantové jámy se zmenšuje. Jelikož g -faktor je pro užší kvantové jámy větší než pro kvantové jámy širší, roste hodnota g -faktoru s elektrickým napětím.

Co se týče studia vývoje PL s magnetickým polem, je problém s nalezením korekční konstanty. Jak bylo uvedeno výše, jde o konstantu ve smyslu závislosti na elektrickém poli, nikoliv ve smyslu závislosti na magnetickém poli. Pro studium závislosti na magnetickém poli by se tudíž korekční konstanta musela hledat pro každé magnetické pole zvlášť a nemělo by ani tak smysl je srovnávat mezi sebou.

Kapitola 10

Experimentální výsledky vzorek tp313

V této kapitole se zabýváme výsledky, které jsou naměřeny na vzorku tp313 v magnetooptických laboratořích FUUK v Tróji. Měření byla prováděna v době, kdy byly již známy výsledky ze vzorku tp810, a proto byl výzkum na základě těchto výsledků směřován k poznání polarizačních jevů. Nejprve se zabýváme spektry a polohami maxim PL pro měření pouze v elektrickém poli, dále se zabýváme měřeními v elektrickém poli a v magnetickém poli podélném při změnách teploty. Nakonec se věnujeme polarizačním jevům excitonů a trionů v elektrickém poli, které jsou spojeny s magnetickým polem příčným. Než se ale pustíme do popisu nových měření na sledovaném vzorku, je vhodné odkázat na předešlá měření na tomto vzorku, která byla již zveřejněna v člancích [21] a [22].

10.1 Spektra vzorku tp313 v elektrickém poli

Na úvod je třeba upozornit na skutečnost, že spektrum vzorku tp313 je výrazně složitější než v případě vzorku tp810. Jednak jsou zde přechody od všech tří kvantových jam, a též se jámy navzájem ovlivňují z důvodu jejich nabíjení elektrickým nábojem. Vlastnosti výsledného spektra proto velmi závisí na uspořádání experimentu. Na úvod proto porovnáme PL vzorku pro dvě různé excitace. Jednak pro excitaci na vlnové délce 633 nm obrázek 10.1 nalevo, kde jde o nadgapovou excitaci. V druhém případě jde o excitaci na vlnové délce 710 nm, obrázek 10.1 napravo a obrázek 10.2, kde se jedná o podgapovou excitaci.

Volba nadgapové nebo podgapové excitace má zásadní vliv na celkové množství fotogenerovaných nosičů. Záření o vlnové délce 633 nm má dost energie na generování elektronů a děr v celém objemu vzorku a ty následně spadnou do kvantových jam, kde rekombinují. Záření o vlnové délce 710 nm naproti tomu má energii ke generaci elektronů a děr pouze v oblasti jam. V druhém případě se na PL podílí pouze záření absorbované v oblasti jam a proto dochází ke vzniku mnohem menšího množství excitonů.

První velký rozdíl mezi excitacemi je v poměru intenzity PL objemového GaAs a intenzity PL dvojitých kvantových jam. Záření objemového GaAs má při sledovaném experimentu maximum okolo 1.515 eV. V případě nadgapové excitace je v DQW velké množství excitonů, které rekombinují a PL je proto silnější než PL objemového GaAs. U podgapové excitace je množství excitonů menší, a tím je i intenzita PL mnohem

Obr 10.1: Fotoluminescenční spektrum tří DQW, 18 ML, 26 ML a 35 ML širokých. Při nulovém magnetickém poli a pro různá elektrická napětí. Maxima PL přímých DX a nepřímých IX přechodů jsou zvýrazněna. Nalevo nadgapová excitace 633 nm, při teplotě 15 K. Napravo podgapová excitace 710 nm, 50 mW/cm², při teplotě 1.4 K. Na obrázku je zvýrazněna oblast DQW o šířce 26 ML a 35 ML, která je přiblížena na obrázku 10.2.

slabší než intenzita PL objemového GaAs.

Zajímavější než tento očekávatelný jev je skutečnost, že při excitacích dochází k odlišnému chování štěpení PL přímého a nepřímého maxima zavedeného vztahem (6.9). Přesněji, detekované PL se skládá z různých složek. Při nadgapové excitaci pozorujeme rozštěpení PL u nejširší jámy 35 ML na několik maxim, u dalších jam však dokonce nepozorujeme ani maxima spojená s nepřímými přechody. U podgapové excitace se štěpí nejvíce DQW 26 ML a u ostatních dvojitéch kvantových jam pozorujeme nepřímý a přímý přechod. Z toho plyne, že hustota excitovaných částic předurčuje, jak a která jáma září. Nyní si rozebereme PL obou případů zvlášť.

Nejprve nadgapová excitace, viz. obrázek 10.1 nalevo. Jak bylo uvedeno výše, od DQW širokých 18 ML a 26 ML pozorujeme pouze PL přímých přechodů. V případě 18 ML lze pozorovat deformaci maxim, která je pravděpodobně způsobena složením dvou maxim a v případě 26 ML pozorujeme slabý výběžek na nízkoenergetickém konci. To naznačuje možnost, že se maximum skládá z přímého přechodu a z přechodu buď trionového, nebo nepřímého. Každopádně je štěpení PL u užších jam menší než štěpení u jam širších, což odpovídá konstantnímu elektrickému poli, nebo aspoň elektrickému poli přibližně konstantnímu napříč strukturou.

U nejširší dvojice kvantových jam 35 ML je štěpení dostatečně silné k tomu, abychom rozlišili jednotlivá maxima. Na obrázku jsou maxima PL přímých excitonů, nepřímých excitonů a tečkovaně PL od kladných a záporných trionů. V praxi se jedná o exciton interagující s částicí z opačné jámy. Tato vazba je velmi slabá, odpovídá vazebné energii přibližně 1meV při -1 V a 3 meV při -3 V. Proto se částice v opačné jámě, které se s excitonem vážou, neustále střídají a trion má krátkou dobu života. Podobné spektrum na stejně širokých jámách je popsáno i v článku [23], ve

Obr 10.2: Fotoluminescenční spektrum dvou DQW, 26 ML a 35 ML širokých. Při teplotě 1.4 K, nulovém magnetickém poli a pro různá elektrická napětí. Excitace 710 nm, 50 mW/cm². Maxima PL přímých DX a nepřímých IX přechodů jsou zvýrazněna. Oblast odpovídá výřezu z obrázku 10.1, pravá část, podgapová excitace.

kterém je tečkovaný přechod na nižších energiích interpretován jako pozitivně nabitý exciton a tečkovaný přechod na vyšších energiích jako záporně nabitý exciton. S tímto určením jednotlivých maxim pracujeme i ve zbytku práce a aplikujeme ho na popis PL všech tří DQW pro obě excitace.

Spektrum podgapové excitace je o poznání složitější a je těžší určit vlivy a původ jednotlivých maxim. Nejprve pro dvojitou kvantovou jámu 18 ML širokou jsou na obrázku 10.1 napravo, vyznačena maxima přímého a nepřímého přechodu. Tato maxima jsou ve srovnání s obdobnými maximy u širších jam velmi široká a slabá a jediná zajímavá věc, kterou u nich lze pozorovat je jejich vzdálenost, neboli velikost štěpení, ale o tom později.

Pro širší DQW je ukázán výřez potřebné oblasti z obrázku 10.1 napravo a to obrázek 10.2. Na obrázku jsou jednak vidět přímé přechody obou kvantových jam, v případě 35 ML široké jámy má přechod ideální úzké maximum, pro 26 ML maximum s elektrickým napětím velmi rychle slábne. Dále mají obě jámy jeden dominantní hřeben maxim nepřímého přechodu, který se vlivem stínění vnitřního náboje nepohybuje s nakláněním lineárně, jak by se dalo čekat. Toto stínění si rozebereme při rozboru poloh maxim. Maximum IX se objevuje později pro širší DQW 35 ML než pro DQW 26 ML. Srovnáme-li veličinu E_{DI} pro různé DQW, zjistíme, že nabývá největších hodnot pro nejužší DQW 18 ML a nejmenších hodnot pro jámu nejširší tj. DQW 35 ML. Toto chování je odlišné od předpokládaného chování podle vztahu (6.10) a potvrzuje domněnku, že v důsledku stínění nábojem je v každé DQW jiné

Obr 10.3: Grafické zpracování metodou linií konstantní intenzity. Vytvořeno na základě spekter z grafu na obrázku 10.1. Vlevo nadgapová excitace 633 nm, vpravo podgapová excitace 710 nm.

elektrické pole.

Vedle dominantního nepřímého maxima lze ještě pozorovat hřeben slabších maxim nepřímých přechodů zejména pro DQW 26 ML. Na obrázku 10.2 je vyznačen v nižších energiích než hlavní hřeben. Další náznak hřebene maxim je vidět v nižších energiích od přímého přechodu. Z grafu není jisté, zda se jedná o nějaký vícečásticový přechod, nebo jestli se z důvodů nižší koncentrace excitonů neprojeví PL od mělkých pastí nečistot, které by způsobilo rozštěpení PL v případě širších jam a rozšíření maxim v případě DQW 18 ML. Tomu nahrává i skutečnost, že uvedení dvojníci mají podobnou intenzitu, a to bez ohledu na intenzitu hlavního maxima.

Pro další srovnání různých excitací lze ještě uvést grafické zpracování metodou linií konstantní intenzity, pro excitaci 633 nm, viz. obrázek 10.3 vlevo a pro excitaci 710 nm, viz. obrázek 10.3 vpravo. Na obou obrázcích, z nichž se sestává obrázek 10.3, je dobře vidět poměr intenzit a šířek PL mezi jednotlivými přechody. V případě podgapové excitace se zdvojená maxima projevují buď jako rozšíření maxima na pás, a nebo zcela zanikají. Ještě je nutno dodat, že pro lepší grafické zobrazení závislosti při aplikaci metodou linií konstantní intenzity je třeba větší množství měření pro jednotlivá elektrická napětí. Nízká hustota měření v napětí způsobuje ostrůvkovou strukturu pásů PL nepřímých přechodů. Dalšími grafickými výsledky jsou zobrazení poloh maxim, jednak pro excitaci 633 nm, obrázek 10.4 vlevo, a pro excitaci 710 nm, obrázek 10.4 vpravo.

Pro nadgapovou excitaci je v grafu vynesena poloha všech diskutovaných maxim. V případě podgapové excitace jsou vedle poloh přímých a nepřímých přechodů všech jam vyneseny ještě polohy rozštěpených maxim pro středně širokou DQW 26 ML. Z poloh těchto maxim a z poloh maxim přímých a nepřímých přechodů je vidět, jak štěpená maxima vykazují stejnou závislost na elektrickém poli. Z poloh maxim přímých a nepřímých excitonů podle vztahu (6.10) určíme, elektrické pole v jámách. Velikost E_{DI} je uvedena v tabulce 10.1 a velikost elektrického pole v absolutní hodnotě

Obr 10.4: Závislost polohy maxim na elektrickém napětí odvozená ze spekter na obrázku 10.1. Vlevo pro nadgapovou excitaci 633 nm a vpravo pro podgapovou excitaci 710 nm.

je pro každou kvantovou jámu uvedena v tabulce 10.2. V tabulce jsou uvedeny i teoretické hodnoty elektrického pole podle vztahu (6.11).

Tabulka 10.1: Štěpení přímého a nepřímého přechodu

Šířka DQW	E_{DI} (meV)				
	-2.5V	-3.0V	-3.5V	-4.0V	-4.5V
18 ML	12.2	16.4	19.3	21.6	24.8
26 ML	10.0	11.1	14.4	18.8	21.3
35 ML	3.6	4.2	5.1	6.5	7.8

Tabulka 10.2: Absolutní hodnota elektrických polí na DQW a vnějšího elektrického pole

Šířka DQW	Elektrické pole na DQW (kV/cm)				
	-2.5V	-3.0V	-3.5V	-4.0V	-4.5V
18 ML	19.9	26.8	31.5	32.6	35.2
26 ML	11.6	12.9	16.7	19.2	21.8
35 ML	3.2	3.8	4.6	5.4	5.8
F_{ext}	17.5	21.0	24.5	28.1	31.6

Ze znalosti velikosti elektrického pole na DQW a teoretické hodnoty vnějšího elektrického pole můžeme určit s pomocí Poissonovy rovnice (6.12) velikost stínění jam způsobené nábojem uvnitř struktury. Předpokládáme že se částice primárně vyskytují v kvantových jámách. Podle článku [23] také nejprve používáme míru stínění, se kterou se náboj v jámě projevuje na stínění $\varsigma = 0.5$. Výsledky výpočtů pro tento faktor jsou uvedeny v tabulce hustoty náboje 10.3. Jak je z tabulky zřejmé, odpovídá tomuto ς velmi zvlněný profil energetických pásů, kde prostřední DQW je nabitá opačným nábojem, než je tomu u krajních DQW. Takové přerozdělení náboje

ve struktuře je velmi nepravděpodobné a je nutno hledat postup, který by poskytl realističtější výsledky.

Tabulka 10.3: Tabulka hustoty náboje pro $\zeta = 0.5$

DQW nebo kontakt	hustota náboje $ \sigma $ ($10^{12}e/cm^2$)				
	-2.5V	-3.0V	-3.5V	-4.0V	-4.5V
p-kontakt	2.4	1.5	2.2	3.7	4.9
18 ML	-5.2	-3.5	-4.8	-7.9	-10.2
26 ML	5.3	3.7	5.0	8.1	10.4
35 ML	-5.2	-3.6	-4.8	-7.9	-10.2
n-kontakt	2.6	1.8	2.5	4.9	5.2

Proto jsme se pokoušeli o korekci výsledků, nejprve započítáním náboje pasťových stavů a posléze změnou faktoru stínění ζ . Zjistili jsme, že pasti za předpokladu konstantní hustoty v cele struktuře nemohou uvedené potíže vysvětlit a dále se jimi proto nebudeme zabývat. Podstatně zajímavější jsou výsledky korekce prostřednictvím změny ζ . Narozdíl od hrubé aproximace článku [23], která předpokládá rovnoměrné rozmístění stínícího náboje v celé DQW, jsme předpokládali, že v nakloněné struktuře se nachází více částic v níže položené QW než v QW položené výše. S tím se míra stínění změnila. Zjistili jsme, že v naší experimentální konfiguraci vychází rozdělení náboje na jamách pro zvýšené ζ . Pro demonstraci uvedeného tvrzení je v tabulce 10.4 uvedena hustota náboje spočtená pro $\zeta = 0.75$. Pro korigovaný výpočet vychází náboj všech DQW se stejným znaménkem a navíc je jeho velikost v každé DQW podstatně menší, než tomu bylo v případě s $\zeta = 0.5$.

Tabulka 10.4: Tabulka hustoty náboje pro $\zeta = 0.75$

DQW nebo kontakt	hustota náboje $ \sigma $ ($10^{10}e/cm^2$)				
	-2.5V	-3.0V	-3.5V	-4.0V	-4.5V
p-kontakt	-28	-33	-38	-44	-51
18 ML	17	16	19	26	32
26 ML	2.7	8.6	8.7	4.9	3.0
35 ML	7.6	6.4	9.4	12	15
n-kontakt	0.53	1.3	1.2	1.0	0.06

Na základě zpřesněného modelu zjišťujeme, že všechny DQW jsou nabitý záporným nábojem. Nicméně pro určení přesných hodnot hustoty náboje by bylo nutné určit míru stínění náboje ještě lépe a pro každou DQW zvlášť, protože každá DQW je v jiném náklonu. To by ale vyžadovalo podrobný teoretický model založený na self-konzistentním řešení Schrödingerovy a Poissonovy rovnice, jak je naznačeno v teoretické části 6.4. Toto zpřesnění však přesahuje experimentální zaměření této práce. Otázkou taktéž zůstává původ náboje v jednotlivých DQW. Vzhledem ke zvolené podgapové excitaci by nemělo ve vzorku docházet k transportu náboje. Protože se DQW evidentně nabíjejí, musí existovat nějaký dosud blíže nepopsaný mechanismus excitace spojený buď se vznikem volných elektronů a děr v bariérách nebo k excitaci (vyhazování) částic z jam.

Obr 10.5: Fotoluminescenční spektrum tří DQW, 18 ML, 26 ML a 35 ML širokých. Při teplotě 1.4K, podélném magnetickém poli 9 T a pro různá elektrická napětí. Excitace 710 nm, 50 mW/cm². Maxima PL přímých DX a nepřímých IX přechodů jsou zvýrazněna.

10.2 Spektra vzorku tp313 v elektrickém a magnetickém poli

V předchozí části jsme se vedle elektrického pole zabývali i vlivem různé excitace. V této části se vedle magnetického pole zabýváme i vlivem různých teplot. Měření byla provedena při Voigtově konfiguraci. Nejprve ale ke spektrům v podélném magnetickém poli 9 T, viz. obrázek 10.5.

Podobné spektrum je popsáno v článkách [21] a [22], a to s tím rozdílem, že v článku [21] se autoři omezili na podrobný popis PL nejužší jámy a v článku [22] zase na PL v rozsahu napětí -4 V až -5 V pro různá magnetická pole. My jsme vzorek proměřili pouze pro jedno magnetické pole, v širším rozsahu elektrického pole a popíšeme spektra od všech dvojitých kvantových jam. Pro identifikaci maxim je nejlepší přihlédnout k příslušnému spektru v nulovém magnetickém poli, a to překvapivě k nadgapové excitaci, při které jsme za pomoci článku [23] identifikovali maxima pro nejširší DQW 35 ML jako přímý a nepřímý přechod a pozitivní a negativní triony mezi nimi.

Na obrázku 10.5 jsou označeny přímé a nepřímé přechody a dále jsou tečkovanou čarou vyznačeny oba triony, a to jak u DQW 35 ML, tak v případě podgapové excitace zářící DQW 26 ML. Tečkovaný přechod na nižších energiích opět odpovídá pozitivně nabitému excitonu a tečkovaný přechod na vyšších energiích negativně nabitému excitonu, a to v případě obou jam. Intenzita trionů je vyšší než v předešlém případě díky silnému magnetickému poli, které podporuje vznik této vazby. Avšak vazebná energie je stále velmi malá a tak je doba života trionu krátká. Vázané částice z opačné jámy se neustále střídají. Dále, stejně jako při nulovém magnetickém poli, štěpení PL jednotlivých jam neodpovídá konstantnímu elektrickému poli. Štěpení PL u užší jámy je opět větší než u jámy širší.

Stejně spektrum si ukážeme zpracované metodou linií konstantní intenzity, viz. obrázek 10.6. Na obrázku je vidět, jak rychle ztrácí přímé přechody na intenzitě a

Obr 10.6: Grafické zpracování metodou linií konstantní intenzity. Vytvořeno na základě spekter z grafu na obrázku 10.5.

rozštěpení PL nejširší DQW 35 ML na nepřímý přechod a na trionové přechody. Je třeba upozornit na skutečnost, že u DQW o šířce 26 ML mezi -2 V a -2.5 V, jde o skutečné "přetečení" intenzity z přechodu kladného trionového na přechod nepřímý a přechodu přímého na záporný trionový přechod, přestože je graf opět postižen ostrůvkovou strukturou nepřímých přechodů a trionů z důvodů malé hustoty měření pro různá napětí. V případě detailnějšího proměření by toto přetečení bylo zřetelné stejně, jako v případě DQW široké 35 ML. Pro dokreslení situace je vhodné ještě uvést polohy maxim jednotlivých spekter na obrázku 10.7. Tento obrázek podporuje určení původu maxim podle článku [23].

Pro sledování vlivu teploty naměřených spekter vybereme elektrická napětí, pro která jsme proměřili tepelnou závislost. Konkrétně jde o napětí -3 V a -4 V. Teplotní závislost je pak zobrazena na obrázcích 10.8 a 10.9.

Začneme popisem pro širší jámy, DQWs 26 ML a 35 ML, kde jsme již dříve určili počáteční maxima jako nepřímý exciton a záporný trion. Záporný trion se s rostoucím stíněním překlápí na přímý exciton. U DQW 26 ML pro elektrické napětí -3 V sledovaný jev nastává mezi teplotami 12 K a 16 K a pro napětí -4 V mezi teplotami 25 K a 30 K. Pro DQW 35 ML je tento přechod složité určit, protože štěpení je velmi slabé a poloha přímého excitonu se s teplotou posouvá k nižším energiím. Na základě uvedených tendencí lze předpokládat, že k přechodu dojde pro obě napětí později než u DQW 26 ML.

Druhé přeskočení je od nepřímého excitonu ke kladnému trionu. To je na rozdíl od předchozího případu velmi složité potvrdit, jelikož se maxima obou přechodů s napětím pohybují. K jejich rozlišení proto použijeme fakt, že napěťová závislost energie trionu je velmi malá a vazba třetí částice je velmi slabá, menší než tepelná energie. Proto modrý posun v důsledku stínění pole je stejný nebo menší než rudý posun v důsledku zmenšování zakázaného pásu. U nepřímého excitonu naopak převládne modrý posun v důsledku stínění napětí. Za těchto předpokladů lze odhadnout, že k

Obr 10.7: Závislost polohy maxim na elektrickém napětí odvozená ze spektra na obrázku 10.5.

Obr 10.8: Fotoluminescenční spektrum tří DQW, 18 ML, 26 ML a 35 ML širokých. Při podélném magnetickém poli 9 T pro elektrická napětí -4V (plná čára) a -3V (čárkovaná čára) pro různé teploty. Excitace 710 nm 50 mW/cm². S označenými maximy PL přímých DX nepřímých IX a trionových X[±] přechodů. Na obrázku je zvýrazněna oblast PL DQW 35 ML, která je zvětšena na obrázku 10.9.

Obr 10.9: Fotoluminescenční spektrum DQW 35 ML široké. Při podélném magnetickém poli 9 T pro elektrická napětí -4 V (plná čára) a -3 V (čárkovaná čára) pro různé teploty. Excitace 710 nm 50 mW/cm². S označenými maximy PL přímých DX nepřímých IX a trionových X[±] přechodů. Oblast odpovídá výřezu z obrázku 10.8.

”přetečení” intenzity PL od nepřímého excitonu k PL kladnému trionu u DQW 26 ML pro elektrické napětí -3 V dochází mezi teplotami 12 K a 16 K a pro napětí -4 V pozorujeme ”přetečení” PL při teplotě 25 K. U širší dvojité kvantové jámy 35 ML je toto ”přetečení” nezachytitelné a lze pouze říci, že k němu dojde při vyšších teplotách. Pro teplotu 100 K už jsou přímé přechody velmi intenzivní a lze pozorovat rudý posun v důsledku zmenšování zakázaného pásu. K podrobnějšímu určení ”přetokových” teplot je potřeba podrobnější proměření na tepelné škále. Toto měření je však kvůli problémům s ustálením teploty náročné a z hlediska výskytu podobných jevů jako při naklánění je i zbytečné.

My jsme se při měření teplotní závislosti snažili potvrdit vztah (6.14). Podle tohoto vztahu by při podélném magnetickém poli 9 T mělo PL od nepřímého přechodu vymizet. Pro skutečnost, že se tak při nízkých teplotách nestalo, jsme měli dvě teorie. V obou teoriích měl být nepřímý exciton vázaný potenciálem tak, že jeho hybnost byla nulová i přes to, že minimum energetického pásu podle vztahu (6.13) v nule neleží. V první teorii jsme předpokládali lokální potenciál, kde by byl exciton vázán na pasti a nemohl se pohybovat. Druhá teorie předpokládala globální neuspořádanost, kdy by exciton sice neměl nulovou hybnost, ale neustálými srážkami by měnil směr. Střední hodnota hybnosti by byla nulová.

V případě první teorie by se nepřímé excitony s vyšší teplotou uvolnily z pastí a jejich PL bychom nepozorovali podle vztahu (6.13). V případě DQW 18 ML však pozorujeme PL IX až do teploty 100 K, proto je nutné hledat vysvětlení jinde, buď u teorie s globální neuspořádaností nebo úplně jinde.

Obr 10.10: Závislost poloh maxim na teplotě ze spektra obrázků 10.8, pro elektrické napětí -3 V vlevo a pro elektrické napětí -4 V vpravo.

K lepšímu přehledu o určení přechodu od PL jedné částice k PL částice druhé lze ještě uvést polohy maxim, pro -3 V obrázek 10.10 vlevo a pro -4 V obrázek 10.10 vpravo. Na obrázcích jsou vidět již výše zmíněné modré posuny nepřímých přechodů v důsledku stínění elektrického pole, elektrickým nábojem a rudé posuny přímých přechodů v důsledku zmenšování se zakázaného pásu s rostoucí teplotou.

10.3 Polarizační spektra vzorku tp313 v elektrickém a magnetickém poli

Stejně jako v první části kapitoly se zabýváme srovnáním výsledků nadgapové a podgapové excitace. Pro polarizační měření jsme umístili vzorek do příčného magnetického pole, to odpovídá Faradayově konfiguraci. Stejně jako dříve jsme pro nadgapovou excitaci použili laser na vlnové délce 633 nm a pro podgapovou excitaci na vlnové délce 710 nm. Pro nadgapovou excitaci jsme obdrželi spektrum na obrázku 10.11 vlevo a pro podgapovou excitaci spektrum na obrázku 10.11 vpravo. Na obrázcích na rozdíl od předchozích případů nejsou z důvodu přehlednosti označeny jednotlivé typy PL. Proto si je alespoň popíšeme. Identifikace maxim je opět založena na základě výsledků článku [23]. PL na vyšších energiích $\frac{-\pi}{4}$, na obrázku je vyznačeno červeně odpovídá pravotočivému světlu σ^+ , PL $\frac{\pi}{4}$ odpovídá levotočivému světlu σ^- .

Nejprve obrázek 10.11 vlevo a nadgapová excitace. Pro nejužší dvojici jam DQW 18 ML pozorujeme pouze přímý přechod. U středně široké DQW 26 ML pozorujeme nejprve trion, nejspíš kladný a po naklonění se objeví i přímý přechod. Podobně vypadá situace i u nejširší DQW 35 ML. Nejprve dominuje kladný trion a je vidět i slabší přímý exciton díky většímu štěpení než u DQW 26 ML, což odpovídá konstantnímu, nebo skoro konstantnímu elektrickému poli na vzorku. Záření přímého excitonu s nakláněním slábne stejně jako je tomu u kladného trionu, ze kterého se odděluje maximum PL nepřímého excitonu, které s nakláněním odjíždí do nižších

Obr 10.11: Polarizační fotoluminescenční spektrum tří DQW, 18 ML, 26 ML a 35 ML širokých. Při příčném magnetickém poli 9 T pro různé hodnoty elektrického napětí. Vlevo nadgapová excitace 633 nm, při teplotě 15 K, vpravo podgapová excitace 710 nm, 50 mW/cm², při teplotě 1.4 K.

energií. Přímý exciton pak zaniká a PL celkově klesá na intenzitě a spektrálně se rozšiřuje.

Nyní k obrázku 10.11 vpravo, tj. k podgapové excitaci. Pro nejužší dvojici jam DQW 18 ML pozorujeme pro změnu pouze nepřímý přechod. U středně široké DQW 26 ML pozorujeme nejprve překrytá maxima trionu a přímého přechodu. Obě se od sebe nejprve oddělí rudým posunem trionového PL a utlumí se za vzniku nepřímého excitonu. Ten se s nakláněním posune až do oblasti širší jámy. U nejširší jámy je opět velmi složité určit původ jednotlivých maxim, jelikož elektrické pole není opět konstantní na celém vzorku. Z těchto důvodů je štěpení slabé a maxima jsou špatně rozlišitelná. Z předchozích poznatků lze říci, že pro slabá napětí jsou polohy PL trionů a přímého excitonu spektrálně nerozlišitelná. Proto nejspíš pozorujeme více typů částic slitých dohromady a tomu odpovídá i vysoká intenzita PL. Záření se postupně utlumuje za vzniku PL nepřímého excitonu, které se posouvá do nižších energií.

Pro potvrzení uvedených výsledků uvedeme ještě závislost na magnetickém poli pro zvolené napětí. Na obrázku 10.12 vlevo vidíme závislost spektra PL při nadgapové excitaci pro různá magnetická pole. Měření ukázala, že v případě podgapové excitace je tato závislost při -2 V nezájímavá a k zajímavým jevům dochází až při napětí -4 V, pro které zase není zajímavá závislost podgapové excitace, proto nemá smysl srovnávat obě excitace při stejném napětí. Pro srovnání proto vynášíme podobnou závislost jako je na obrázku 10.12 vlevo, a to pro podgapovou excitaci při -4 V, viz. obrázek 10.12 vpravo. Jelikož k nejzajímavějším jevům dochází v oblasti nejširší dvojice kvantových jam, DQW 35 ML. Jedná se pouze o výřez z oblasti této jámy. Záření DQW o šířce 18 ML je slabé a nás v této práci nezajímá a od PL DQW 26 ML zůstává pouze nepřímý exciton, který se již přesunul do oblasti PL DQW 35 ML.

U obou spekter je zajímavé, že intenzita PL několika částic v polarizaci na nižší

Obr 10.12: Polarizační fotoluminescenční spektrum tří DQW, 18 ML, 26 ML a 35 ML širokých. Při různých hodnotách příčného magnetického pole od 0 T do 9 T. Vlevo nadgapová excitace 633 nm, při elektrickém napětí -2 V a teplotě 15 K. Vpravo podgapová excitace 710 nm, 50 mW/cm², při elektrickém napětí -4 V a teplotě 1.4 K

energii $+\frac{\pi}{4}$ je slabší než PL v polarizaci $-\frac{\pi}{4}$ na vyšších energiích. Tento jev byl již pozorován na jiném vzorku DQW a je diskutován v diplomové práci [25].

Oblast nejširší dvojité kvantové jámy ukazuje, vedle diamagnetického posunu zmíněného již u vzorku tp810, celkem zásadní změny v pozorovaném PL. Přestože rozsah magnetického pole je mnohem menší než při měření na vzorku tp810, mění se zásadně druhy částic, jejichž PL pozorujeme. Rozebereme si nejprve jednotlivé excitace, a to každou zvlášť.

Nadgapová excitace na obrázku 10.12 vlevo; při nulovém magnetickém poli pozorujeme dvě maxima, jednak maximum od PL nepřímého excitonu a jednak maximum od PL záporného trionu s výběžkem na vysoko-energetické straně od přímého excitonu. S rostoucím polem roste vazba mezi jámami a klesá vzdálenost nepřímého excitonu od ostatních maxim. V magnetickém poli 4 T, kdy je štěpení mezi polarizacemi ještě slabé, pozorujeme PL všech čtyř přechodů. V pořadí od dolních energií k horním jde o nepřímý exciton, kladný trion, záporný trion a přímý exciton podle článku [23]. S dalším zesílením magnetického pole se utlumuje PL záporného trionu, až se jeho maximum ztrácí překryto maximem kladného trionu. Zůstávají tři maxima. Je třeba ještě dodat, že na obrázku 10.11 jsme polaritu trionu určili právě díky sledování vývoje spektra s magnetickým polem.

Podgapová excitace na obrázku 10.12 vpravo ukazuje, že při nulovém magnetickém poli pozorujeme čtyři maxima. Na nejnižší energii se nachází maximum PL nepřímého excitonu, další v pořadí je maximum, které buď odpovídá některému z trionů, ale spíše se jedná o pastmi zdvojené maximum nepřímého excitonu. Následuje přímý exciton a nejvyšší energii má maximum PL nepřímého excitonu od DQW 26 ML. S rostoucím

Obr 10.13: Závislost poloh maxim, vlevo na elektrickém napětí pro magnetické pole 9 T, vpravo na magnetickém poli pro elektrické napětí -2 V, pro DQW 35 ML.

magnetickým polem zaniká trionové nebo pastové maximum a ostatní maxima se posouvají do vyšších energií.

Pro polarizační měření nejsou důležité intenzity jednotlivých PL, ale spíše polohy jejich maxim. Vzhledem k problémům s určením původu jednotlivých maxim při podgapové excitaci se dále omezíme jen na nadgapovou excitaci. Pro tu nejprve vyhodnotíme závislost poloh maxim na elektrickém napětí pro magnetické pole 9 T. Na obrázku 10.13 vlevo jsou polohy maxim DQW 35 ML v obou polarizacích a na obrázku 10.14 vlevo jsou polohy maxim zbývajících dvou jam DQW 26 ML a 18 ML v obou polarizacích. I závislost poloh maxim PL na magnetickém poli pro elektrické napětí -2 V je rozdělena na PL nejširších jam DQW 35 ML na obrázku 10.13 vpravo a PL užších jam DQW 26 ML a 18 ML na obrázku 10.14 vpravo, v obou polarizacích.

V případě závislosti na elektrickém napětí pozorujeme rudý posun u nepřímých excitonů v energii s nakláněním struktury v souladu s teorií a u závislosti na magnetickém poli zase modrý posun celého spektra, opět v souladu s teorií. Vidíme, že nejvíce se posouvá nepřímý exciton. Jinak dochází již k výše popsanému vzniku kladného trionu a k útlumu trionu záporného.

Z rozdílů nalezených poloh maxim nyní určíme stejně jako u vzorku tp810 g -faktor štěpení podle vzorce (7.5). Výsledné hodnoty g -faktoru jsou vyneseny do grafů, závislost na elektrickém napětí je na obrázku 10.15 vlevo a závislost na magnetickém poli je na obrázku 10.15 vpravo.

U závislosti na elektrickém napětí pozorujeme stejné kolísání hodnot g -faktoru pro všechny typy částic stejné, vyjma nepřímého excitonu, který konverguje k hodnotě, na které se ustaluje, což ale nelze s jistotou tvrdit z důvodů malého množství proměřených bodů. Se změnou magnetického pole se hodnota g -faktoru dle očekávání moc nemění. Lze proto konstatovat, že g -faktor všech pozorovaných částic je nezávislý na magnetickém poli i na změně naklonění struktury vlivem elektrického napětí.

V grafech si můžeme také všimnout, že pro přímý exciton má největší g -faktor

Obr 10.14: Závislost poloh maxim, vlevo na elektrickém napětí pro magnetické pole 9 T, vpravo na magnetickém poli pro elektrické napětí -2 V, pro DQW 26 ML a 18 ML.

Obr 10.15: Závislost g -faktorů nepřímých excitonů, trionů a přímých excitonů tří DQW 18 ML, 26 ML a 35 ML širokých. Vlevo na elektrickém napětí, při magnetickém poli 9 T. Vpravo na magnetickém poli, při elektrickém napětí -2 V. Těsné dvojice a trojice bodů by ve skutečnosti splynuly, a proto byly mírně posunuty.

nejvyšší DQW 18 ML. Z čehož lze konstatovat, že s rozšiřováním jámy klesá velikost g -faktoru. Tento závěr je ve shodě se závěry při studiu g -faktoru na vzorku tp810, kde s elektrickým napětím klesala rezonance vlnových funkcí kvantových jam a s tím se zmenšovala efektivní šířka jámy, na zmenšení efektivní šířky reagoval g -faktor růstem. Oba výsledky pak odpovídají výsledkům prací uvedených v odstavci 7.2.

Budeme-li i u dalších částic očekávat, že pro širší kvantové jámy mají menší g -faktor, můžeme zpětně určit polaritu trionů, jejichž PL pozorujeme. Ze závislosti na magnetickém poli obrázek 10.15 vpravo, v tomto případě plyne, že trion zářící v DQW 26 ML je záporný trion a že u závislosti na napětí obrázek 10.15 vlevo, září v DQW 35 ML trion kladný. Na závěr už jen určíme ze všech naměřených hodnot, jak ze závislosti na napětí, tak na magnetickém poli, střední hodnotu g -faktoru. Jestliže nezapočteme hodnoty ze slabších magnetických polí (2 T a 4 T) a z největšího naklonění struktury (-4 V), dostaneme výsledné hodnoty:

DQW 35 ML nepřímý exciton: $g \cong (1.4 \pm 0.3)$

DQW 35 ML kladný trion: $g \cong (1.1 \pm 0.1)$

DQW 35 ML záporný trion: $g \cong (1.0 \pm 0.2)$

DQW 35 ML přímý exciton: $g \cong (0.3 \pm 0.2)$

DQW 26 ML trion (záporný): $g \cong (0.6 \pm 0.1)$

DQW 26 ML přímý exciton: $g \cong (0.4 \pm 0.2)$

DQW 18 ML přímý exciton: $g \cong (0.6 \pm 0.3)$

Z uvedených hodnot vyplývá, že u některých hodnot je chyba srovnatelná se střední hodnotou. Tato skutečnost je způsobena faktem, že jeden krok ve spektrálním rozlišení odpovídá změně o 0.1 v g -faktoru. To předurčuje základní chybu výsledku, ke které je nutno ještě přičíst odchylky vypočtených hodnot od střední hodnoty.

Kapitola 11

Závěr

Výsledky uvedené v experimentální části ukazují, že systém dvou vázaných kvantových jam nabízí nesčetně možností k zajímavé ilustraci významných kvantových a optických jevů, které si zaslouží další výzkum. Mezi základní výsledky patří závislosti PL na elektrickém a na magnetickém poli. Kromě jejich studia jsme se věnovali vlivu teploty a srovnávali jsme výsledky získané při excitacích na dvou různých energiích. Měření jsme prováděli na dvou různých vzorcích, vzorku tp810 a vzorku tp313. Měření a jejich interpretace odhalila několik velmi zajímavých výsledků. Nejdůležitější z těchto výsledků nyní shrneme:

- Při měření závislosti fotoluminescence vzorku tp313 v nulovém magnetickém poli jsme zjistili, že rozdíl energií přímého a nepřímého excitonu je největší pro nejúžší DQW 18ML, což nesouhlasí s jednoduchou geometrickou představou, která předpovídá největší rozdíl energií pro nejširší DQW 35ML. Tento rozpor jsme vysvětlili jako důsledek nabíjení jam a na jeho základě tohoto zjištění jsme vypočítali přibližné hodnoty stínící hustoty náboje. K tomu jsme použili fakt, že šlo o podgapovou excitaci a že se náboj musí nacházet hlavně v DQW. Při výpočtu jsme zpřesnili dříve navrženou korekci stínění elektrického pole [23], což umožnilo získat realistické hodnoty náboje v jednotlivých DQW.
- Dalším významným výsledkem je teplotní závislost PL nepřímého excitonu v DQW 18 ML při magnetickém poli 9 T. V takto silném magnetickém poli neměl být IX schopen zářivé rekombinace. My ale v našich měřeních luminiscenci IX pozorujeme. K vysvětlení této skutečnosti byly na základě článku [22] vypracovány dvě teorie, proč PL nevymizí. Nám se při našem měření povedlo vyvrátit jednu z nich, a to teorii lokálního potenciálu, kde by měl nepřímý exciton nulovou hybnost v důsledku zachycení na pasti. Na základě tohoto výsledku se zároveň připravuje i odborný článek k publikaci.
- Sledování bylo především zaměřeno na polarizační měření, respektive na určení Landého g -faktoru. V teoretické části je citováno několik prací, které společně naznačují závislost velikosti g -faktoru na šířce DQW. V naší práci jsme tuto závislost potvrdili, a to především při určení g -faktoru na vzorku tp313 v nadgapové excitaci. V tomto případě jsme určovali g -faktor pro tři různě široké DQW při velmi podobných fyzikálních podmínkách. Tím jsme minimalizovali jiné vlivy na velikost g -faktoru než šířku DQW samotnou. Závěrem je, že

g -faktor sledovaných částic v QW je tím větší, čím užší je QW ve které se částice nachází.

- Nepřímou úměru mezi šířkou DQW a Landého g -faktoru částic v ní potvrzuje i určení g -faktoru částic v DQW vzorku tp810. Její šířka odpovídá prostřední jámě ze vzorku tp313 DQW 26 ML. Avšak narozdíl od vzorku tp313, vzorek tp810 byl připraven jako symetrický a je proto snazší přesné nastavení rezonance stavů obou kvantových jam. Exciton se pak chová, jako kdyby se nacházel v jámě širší, než v jaké je ve skutečnosti. S přikládáním elektrického pole se zmíněná rezonance ztrácí a g -faktor roste na hodnotu, odpovídající skutečné velikosti kvantové jámy. Tento výsledek je významný ze dvou důvodů. Jednak dokládá závislost g -faktoru na šířce kvantových jam. Zároveň odkrývá existenci rezonance stavů DQW, jejíž existence je jinak obtížně pozorovatelná.

Literatura

- [1] J. H. Davies (1998): The Physics of Low-Dimensional Semiconductors. Cambridge University Press, Cambridge.
- [2] G. Bastard (1992): Wave Mechanics Applied to Semiconductor Heterostructures. Monographies de physique, Paris.
- [3] M. Orlita (2002): Studium kvantových jam v systému GaAs/GaAlAs, Diplomová práce, MFF UK. Praha.
- [4] T. Westgaard, Q. X. Zhao, B. O. Fimland, K. Johannessen, L. Johnsen (1992): Optical Properties of Excitons in GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As Symetric Double Quantum Wells *Phys. Rev. B* **45** 1784-1792.
- [5] F. Capasso a G. Margaritondo (1989): Heterojunction Band Discontinuities. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam.
- [6] W. W. Chow, S. W. Koch a M. Sargent (1994): Semiconductor-Laser Physics, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg.
- [7] R. Ferreira a G. Bastard (1997): Tunnelling and Relaxation in Semiconductors Double Quantum Wells. *Progr. Phys.* **60** 345-387.
- [8] P. Y. Yu a M. Cardona (1996): Fundamentals of Semiconductors. Springer-Verlag, Berlin.
- [9] G. Bastard a J. A. Brumm (1986): Electronic States in Semiconductor Heterostructures. *IEEE J. QE*-**22**, 1625-1644
- [10] F. Bassani a G. P. Parravicini (1975): Electronic States and Optical Transitions in Solids. Pergamon Press, Oxford, New York, Toronto, Sydney, Braunschweig.
- [11] S.K. Lyo (1994): Transport and Level Anticrossing in Strongly Coupled Double Quantum Wells with In-Plane Magnetic Fields. *Phys. Rev. B* **50** 4965-4968.
- [12] R. Cingoliani a K. Ploog (1991): Frequency and Density Dependt Radiative Recombination Processes in III-V Semiconductors Quantum Wells and Superlattices. *Adv. in Phys.* **40** 535-623.
- [13] A. S. Davydov (1978): Kvantová mechanika, SPN. Praha.

- [14] H. W. van Kesteren, E. C. Cosman, W. A. J. A. van der Poel, C. T. Foxon (1990): Fine Structure of Excitones in Type II GaAs/AlAs Quantum Wells. *Phys. Rev. B* **41** 5283.
- [15] M. J. Snelling, G. P. Flinn, A. S. Plaut, R. T. Harley, A. C. Tropper, R. Eccelston, C. C. Phillips (1991): Magnetic g -factor of Electrons in GaAs/Al_xGa_{1-x} As Quantum Wells. *Phys. Rev. B* **44** 11345.
- [16] M. J. Snelling, E. Blackwood, C. J. McDonagh, R. T. Harley, C. T. Foxon (1992): Exciton, Heavy-Hole and Electron g -factor in type I GaAs/Al_xGa_{1-x} As Quantum Wells. *Phys. Rev. B* **45** 3922.
- [17] A. J. Shields, M. Pepper, M. Y. Simmons, D. A. Ritchie (1996): Evolution of GaAs Quantum Well Excitons with Excess Electron Density and Magnetic Field. *Solid-State Electronics* **40** 275.
- [18] E. Tutuc, S. Melinte, M. Shayegan (2002): Spin Polarization and g -factor of a Dilute GaAs Two-Dimensional Electron System. *Phys. Rev. Letters* **88** 036805.
- [19] Y. Y. Proskuryakov, A. K. Savchenko, S. S. Safonov, N. Pepper, M. Y. Simmons, D. A. Ritchie (2002): Hole-Hole Interaction Effect in the Conductance of Two-Dimensional Hole Gas in Ballistic Regime. *Phys. Rev. Letters* **89** 076406.
- [20] T. Vanhouscke, M. Hayne, M. Henini, V. V. Moshealkov (2001): Magnetophotoluminescence of Negatively Charged Excitons in Narrow Quantum Wells. *Phys. Rev. B* **63** 125331.
- [21] M. Orlita, R. Grill, M. Zvára, G. H. Döhler, S. Malzer, M Byszewski a J. Sobusta (2004): Luminescence of Coupled Quantum Wells: Effects of Indirect Excitons in High In-Plane Magnetic Fields. *Phys. Rev. B* **70** 075309.
- [22] M. Orlita, M Byszewski, G. H. Döhler, R. Grill, S. Malzer, J. Sobusta a M. Zvára (2005): Luminescence of Indirect Excitons in High In-Plane Magnetic Fields. *Physica E* **30** 1-6.
- [23] M. Zvára, R. Grill, P. Hlídek, M. Orlita a J. Sobusta (2002): Photoluminescence of Biased GaAs/Al_xGa_{1-x} As Double Quantum Wells - Many-Body Effects. *Physica E* **12** 335-339.
- [24] A. Parlange, P. C. M. Christianen, J. C. Maan, I. V. Tokatly, C. B. Soerensen a P. E. Lindelof (2000): Optical observation of the energy-momentum dispersion of spatially indirect exciton. *Phys. Rev. B* **62** 15323
- [25] A. Grohová (2006): Luminescence Spectroscopy of Two-Dimensional Quantum Structures in the GaAs/GaAlAs System, Diploma Thesis, MFF UK. Praha.