

Posudek oponenta na disertační práci Mgr. Zdeňka Dvořáka

“Asymptotical Structure of Combinatorial Objects”

Jednotícím tématem myšlenkově rozmanité disertační práce Zdeňka Dvořáka je pojem třídy grafů s omezenou expanzí. Toto zobecnění tříd uzavřených na minory, zavedené v pracích J. Nešetřila a P. Ossony de Mendez, úzce souvisí s acyklickou barevností a řadou dalších grafových parametrů.

Práce obsahuje dlouhou řadu zajímavých původních výsledků. K nejpodstatnějším z nich řadím tři hlavní věty oddílu 3.1, které identifikují přítomnost 1-podrozdělení grafu s vysokým minimálním stupněm (resp. barevností) jako jedinou obstrukci pro platnost následujících vztahů mezi parametry grafu:

- omezení acyklické barevnosti pomocí obvyklé barevnosti (věta 3.3),
- omezení aranžovatelnosti pomocí degenerovanosti (věta 3.7),
- horní odhad pro parametr ∇_r (věta 3.9).

Výsledků, které zasluhují pozornost, je tu ale mnohem víc. Jen namátkou:

- Hlavním výsledkem zbylé části kapitoly 3 je věta 3.15 o podrozděleních velkých úplných grafů v grafech s velkým minimálním stupněm. Jejím důsledkem je, že vysoká expanze zaručuje existenci velkých podgrafů bez separátorů velikosti menší než $N/\log N$, kde N je počet vrcholů daného podgrafu.
- Kapitola 4 je věnována algoritmickým otázkám. Věta 4.5 ukazuje, že testování, zda $\nabla_1 \geq 2$, je NP-úplný problém. Pro grafy s omezenou stromovou šířkou však podle věty 4.7 existuje polynomiální algoritmus.
- Kapitola 5 je z větší části věnována stromové hloubce. Věta 5.1 omezuje řád minimálního grafu se stromovou hloubkou $> k$. Věta 5.4 charakterizuje grafy se stromovou hloubkou nejvýše 3 pomocí 14 zakázaných podgrafů.

Na první pohled je zřejmý autorův detailní vhléd do studované problematiky a jejich hlubokých souvislostí. Klade důraz na kontext a celou práci i každou kapitolu opatřil úvodem, ve kterém s ním čtenáře seznamuje. S přehledem používá různé důkazové techniky, včetně techniky náročných početních a pravděpodobnostních argumentů. I složitější důkazy jsou ovšem psány jasným, srozumitelným stylem.

Rád bych výslovně ocenil autorův cit pro relevantní otázky a důslednost při jejich zkoumání. Výsledkem je mimořádná práce, která překračuje nároky kladené na disertaci. **Doporučuji její přijetí a udělení akademické hodnosti Ph.D.**



V Úterý dne 25. března 2007.

Doc. RNDr. Tomáš Kaiser, Ph.D.
Katedra matematiky
Západočeská univerzita v Plzni