

## Chládek A.: Combinatorics of filters on the natural numbers

Bakalářská práce kandidáta A. Chládky se zabývá filtry na přirozených číslech, jmenovitě mezihrou mezi jejich kombinatorickými vlastnostmi a definovatelností. Práce je psaná v angličtině. Náročnost tématu splňuje požadavky kladené na bakalářskou práci. Cílem práce bylo podrobně a přehledně zavést všechny potřebné pojmy a základní výsledky. **Zadaný cíl práce splněn nebyl.**

Než přejdu k shrnutí jednotlivých kapitol, rád bych zdůraznil chyby kterých se autor dopouští v celém textu. Text na mě působí dojmem, že nebyl vcelku ani jednou přečten. Často se opakuje definice téhož pojmu (např. Free filter) nebo nebyl pojem o kterém se mluví zaveden. Na mnoha místech není jasné, kde končí tvrzení a kde začíná důkaz (např. Observation 2.7). Stejným objektům jsou po několika slovech přiřazena jiná označení (např. strana 6 druhý odstavec). Podivné zavádění definovaných objektů (např. Definition 2.8, Definition 2.2). Tyto chyby by se daly možná pochopit, pokud je toto autorův první psaný matematický text (i když množství těchto chyb je enormní). To, co ovšem svědčí o nedostatečném pochopení tématu, je množství nepravdivých tvrzení či dokazování jiných věcí, než jsou v daném tvrzení (např. Observation 2.6, Observation 2.11). Dále se na mnoha místech mezi definicemi a tvrzeními vyskytují "triviální" pozorování, která buď nejsou pravdivá nebo není jasné z kontextu o jakých objektech se mluví (např. pod Definition 2.10).

V první kapitole zavádí autor pojem filtru, uspořádání na filtrech, základní kombinatorické vlastnosti filtrů a kardinální invarianty kontinua. Dokazuje zde Tarského větu o ultrafiltrech (Theorem 2.1) a Pospíšilovu větu o počtu uniformních ultrafiltrů (Theorem 2.2). Dále je zaveden pojem obraz filtru (Definition 2.9), relace na (ultra)filtrech (Definition 2.10-2.14) a P-filtr.

Druhá kapitola slouží jako úvod do topologie a deskriptivní teorie množin.

Ve třetí kapitole jsou zmíněny některé klasické výsledky jako Mazurova věta (s důkazem) a Soleckého věta (bez důkazu).

Co se týče celkového pohledu na práci, přišlo mi, že některé věci by mohly být vynechány (např. podkapitola 2.5 Cardinal invariants, která nemá s prací vlastně nic společného) a někde naopak chybí více detailů (např. nezavedení Borelovské hierarchie v druhé kapitole, nezavedení analytických množin, téměř žádné příklady definovatelných ideálů, chybí Baierova věta). Práci by rozhodně prospěl důkaz Soleckého věty.

Seznam některých chyb:

- Observation 2.6 není pravda,
- Definice 2.8 po "...or simply:" následuje naprostý chaos v písmenkách,
- Observation 2.8 důkaz není úplný,
- Theorem 2.3=Lemma 2.3,
- podkapitola "2.3 Ultrafilter constructions" téměř vše je nejasné, v každé definici je nějaký překlep chyba či nepravda (Definice 2.15 má být Fubini product ne Tensor product),

- Observation 2.11 není pravda, tedy je důkaz špatně,
- Definition 2.20 je špatně napsaná,
- str. 18 minimální kardinalita báse ultrafiltru je  $\mathfrak{u}$ ,
- Theorem 3.1 není napsané tvrzení
- ...

Celkové shrnutí: práce je nekvalitně a chaoticky napsaná, obsahuje značné množství nepravd. V celé práci je vlastně dokázána jen jedna těžší věta (Theorem 4.1). Z těchto a výše popsaných důvodů práce nesplňuje podmínky kladené na bakalářskou práci a proto ji doporučuji neuznat jako práci bakalářskou.

V Praze dne 7. září 2017

Jan Grebík